



**universidad
de león**
Facultad de Ciencias
Económicas y Empresariales

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Universidad de León

Grado en Administración y Dirección de Empresas

Curso 2012/2013

Gestión de Carteras de Valores Securities Portfolio Management

Realizado por el alumno Dña. Macarena Menéndez Rioja

Tutelado por el Profesor D. Borja Amor Tapia

León 8 de Julio de 2013



universidad
de León

Facultad de Ciencias
Económicas y Empresariales

VISTO BUENO DEL TUTOR DEL TRABAJO FIN DE GRADO

El Profesor D. **Borja Amor Tapia** en su calidad de tutor del Trabajo Fin de Grado titulado "**Gestión de Carteras de Valores**" ("**Securities Portfolio Management**") realizado por Dña. **Macarena Menéndez Rioja** en el Grado Universitario en Administración y Dirección de Empresas, informa favorablemente el mismo, dado que reúne las condiciones necesarias para su defensa.

Lo que firmo, para dar cumplimiento al arto 12.3 del R.D. 1393/2007, de 29 de octubre.

En León, a de 8 de Julio de 2013.

VºBº

Fdo.: **Borja Amor Tapia**



**universidad
de león**
Facultad de Ciencias
Económicas y Empresariales

ACTA PARA LA EVALUACIÓN DEL TRABAJO FIN DE GRADO

Nombre y apellidos del alumno: Macarena Menéndez Rioja

Título del Trabajo: Gestión de Carteras de Valores” (“Securities Portfolio Management

Tutor: Borja Amor Tapia

La Comisión encargada de Juzgar el estudio presentado para superar el Trabajo Fin de Grado con una carga de 1.2 ECTS conducentes a la obtención del Título Oficial de graduado/a en Administración y Dirección de Empresas por la Universidad de león, en consideración a los criterios hechos públicos por esta Comisión ha decidido otorgar la calificación de.....
(Calificación cualitativa) y (Numérica con un decimal)

En león, a dede 20..

El Presidente

El Vocal

El secretario

Fdo;

Fdo:

Fdo:



**universidad
de león**
Facultad de Ciencias
Económicas y Empresariales

ENTREGA DE COPIA DIGITAL DEL TRABAJO FIN DE GRADO*

1.	Datos del alumno/a y del trabajo
Apellidos y Nombre: Menéndez Rioja, Macarena	
DNI: 76951831H	
E-Mail: mrioja1981@gmail.com	Tfno.: 669251268
Grado: Administración y Dirección de Empresas	
Título del Trabajo: "Gestión de Carteras de Valores" ("Securities Portfolio Management")	
Fecha de entrega: 08/07/2013	
Director/Tutor (es): Borja Amor Tapia	

2.	El alumno/a firmante ha realizado la entrega de una copia digital de su trabajo para su depósito en la Biblioteca Universitaria, AUTORIZANDO a:	
Su difusión en acceso libre (Marcar con una X lo que corresponda).	SI <input checked="" type="checkbox"/>	NO <input type="checkbox"/>

Como norma general, el alumno deberá autorizar la difusión en acceso libre de todos los TFG defendidos y aprobados en la Facultad. Cuando una parte o la totalidad del trabajo contenga datos confidenciales de una entidad que ha colaborado en la realización del mismo, el alumno podrá solicitar, acreditándolo fehaciente y documentalmente, que la parte del trabajo afectada no se difunda en el repositorio de la Biblioteca.

Fdo.:

* Este formulario, debidamente cumplimentado y firmado (con firma digital o en su defecto, con firma manuscrita y escaneo del documento), deberá ser entregado por el alumno en formato PDF en el mismo soporte digital, junto con el resto de archivos integrantes del trabajo.



ÍNDICE

1. RESUMEN	4
2. ABSTRACT	5
3. INTRODUCCIÓN	6
4. OBJETO DEL TRABAJO.....	7
5. METODOLOGÍA UTILIZADA	8
6. INVERSIÓN FINANCIERA	9
7. VALORES MOBILIARIOS.....	11
7.1. CLASES DE VALORES MOBILIARIOS	12
7.2. EL RENDIMIENTO Y EL RIESGO DE UN VALOR MOBILIARIO INDIVIDUAL....	13
7.3. RIESGO DE UN VALOR MOBILIARIO	20
7.4. LAS BETAS DE LOS VALORES MOBILIARIOS	21
7.5. CLASES DE VALORES MOBILIARIOS SEGÚN LA RELACIÓN RENTABILIDAD – RIESGO.....	22
7.6. PRIMA DE RIESGO DE UN VALOR MOBILIARIO	23
8. EL RENDIMIENTO Y EL RIESGO DE UNA CARTERA DE VALORES.....	27
8.1. EL RENDIMIENTO DE UNA CARTERA DE VALORES	27
8.2. EL RIESGO DE UNA CARTERA DE VALORES	28
8.3. DIVERSIFICACIÓN DEL RIESGO DE UNA CARTERA	31
9. LA TEORÍA DE LA SELECCIÓN DE CARTERAS DE MARKOWITZ	37
9.1. SUPUESTOS DEL MODELO DE MARKOWITZ.....	38
9.2. ETAPAS EN LA DETERMINACIÓN DE LA CARTERA ÓPTIMA SEGÚN MARKOWITZ	39
9.3. CONCLUSIONES DEL MODELO MARKOWITZ.....	45
10. MODELO AMPLIADO DE JAMES TOBIN.....	45
10.1. CLASES DE CARTERAS SEGÚN TOBIN	46
10.2. FRONTERA EFICIENTE EN CARTERAS CON PRÉSTAMO	47



10.3. FRONTERA EFICIENTE EN CARTERAS CON ENDEUDAMIENTO.....	47
10.4. FRONTERA EFICIENTE DE CARTERAS MIXTAS.....	48
10.5. LIMITACIONES DEL MODELO DE TOBIN.....	53
11. LA TEORÍA DEL MERCADO DE CAPITALES.....	54
12. (CML) CAPITAL MARKET LINE.....	56
12.1. RENTABILIDAD Y RIESGO DE UNA CARTERA DE MERCADO.....	58
13. (SML) SECURITIES MARKET LINE.....	61
14. CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM).....	63
14.1. HIPÓTESIS DEL MODELO CAPM.....	64
14.2. FORMULACIÓN DEL CAPM.....	65
14.3. EL COEFICIENTE DE VOLATILIDAD β	66
14.4. CONCLUSIONES DEL MODELO CAPM.....	69
15. CAPM EN MERCADOS EMERGENTES.....	70
15.1. SOLUCIÓN APORTADA POR LOS PROFESIONALES.....	71
15.2. SOLUCIONES APORTADAS POR LOS ACADÉMICOS.....	72
16. MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS POR ARBITRAJE (APT).....	76
16.1. CARACTERÍSTICAS DEL MODELO APT.....	78
16.2. CRÍTICAS AL MODELO APT.....	79
17. APLICACIONES PRÁCTICAS DE LOS MODELOS DE CREACIÓN DE CARTERAS.....	80
17.1 APLICACIÓN DEL MODELO DE MARKOWITZ.....	80
17.2. APLICACIÓN PRÁCTICA DEL MODELO DE MARKOWITZ AMPLIADO POR TOBIN.....	85
17.3. APLICACIÓN PRÁCTICA SOBRE LA VALORACIÓN DE ACCIONES SEGÚN CAPM.....	88



17.4. APLICACIÓN PRÁCTICA DE SML Y CAPM.....	89
18. CONCLUSIONES	92
19. BIBLIOGRAFÍA	94



1. RESUMEN

La gestión de carteras de valores es fundamental para el buen funcionamiento de una economía. Dado que los modelos de valoración de activos están basados en la hipótesis de eficiencia del mercado y por lo tanto en el comportamiento racional del inversor, estos, materializaran sus inversiones mediante carteras que sean óptimos para cada uno de ellos, es decir, estos desearán el mínimo riesgo y la máxima rentabilidad, para ello sus carteras deben de estar bien diversificadas. Bajo este criterio, el trabajo que se va a presentar a continuación profundiza en la combinación de los distintos valores que se pueden adquirir. Para realizar una combinación óptima para cada inversor pasaremos al estudio de diferentes modelos planteados en la literatura financiera.

El trabajo se inicia diferenciando entre valores y cartera de valores, para pasar a al estudio de los Modelos de carteras de Markowitz, Tobin, CAPM y APT.

El Modelo de Markowitz, ha servido de referencia fundamental en la selección de carteras de valores, dicho modelo se ampliaría años más tarde por Tobin, incluyendo mejoras en el mismo.

El Capital Asset Pricing Model (CAPM), uno de los modelos más empleados en el mundo, simplifica los cálculos matriciales de Markowitz, obteniendo una formulación más fácil de aplicar.

Palabras clave: Markowitz, Tobin, Capital Asset Pricing Model (CAMP), Modelo de valoración de activos por arbitraje (APT), selección de carteras.



2. ABSTRACT

Portfolio management is critical for the proper development of an economy. Since asset pricing models are based on the assumption of market efficiency and therefore the rational behaviour of the investor, those materialize their investments with portfolios that are optimal for each of them, they want minimum risk and maximum returns for their portfolios for this reason they should be well diversified. Under this criterion, the work that will be presented below explores the combination of the different values that can be purchased. To make an optimal combination for each investor we will study different models proposed in the financial literature.

The work begins explaining the differences between values and portfolio, to continue with the study of Markowitz's portfolio models, Tobin, CAPM and APT.

The Markowitz model was used as a key reference in the selection of portfolios, the model was extended years later by Tobin, including improvements on it.

The Capital Asset Pricing Model (CAPM), one of the models more widely used in the world, simplifies Markowitz matrix calculations, obtaining a formulation easier to apply.

Key words: Markowitz, Tobin, Capital Asset Pricing Model (CAPM), portfolios securities, portfolios selections



3. INTRODUCCIÓN

La correcta formación de carteras invita a los inversores financieros a depositar sus excedentes monetarios, por lo cual esto va a dar lugar a un impulso en la economía positiva ya realiza la transferencia de fondos desde unidades con superávit a unidades con déficit.

En este trabajo se intenta mostrar una visión panorámica sobre el nacimiento de la teoría de selección de carteras y la evolución que ha tenido.

Para abordar estos objetivos, he desarrollado en el sexto y séptimo unos conceptos básicos para poder entender todo el funcionamiento de la gestión de carteras, en estos se explica lo que es una inversión financiera y los valores mobiliarios. A continuación en el capítulo ocho se trata el rendimiento y el riesgo de una carteras de valores, fundamental para poder entender la diversificación de las carteras, esto nos conducirá a los últimos capítulos en los que se desarrollan los diferentes modelos de selección de carteras, para poder concluir con algunos ejemplos de las posibles aplicaciones que se pueden dar a los modelos explicados.

Se finaliza con las principales conclusiones del trabajo, que se pueden sintetizar en las siguientes: las inversiones financieras son fundamentales para el desarrollo económico de un país y hoy en día están al alcance de todos, el inversor se comporta de manera racional, la gestión de carteras ha ayudado a impulsar este tipo de inversiones y hay que tener en cuenta la situación económica de un país para poder realizar una buena selección de carteras.



4. OBJETO DEL TRABAJO

El objetivo de este trabajo es mostrar una visión actualizada de la gestión de carteras, para lo que se abordan los desarrollos del modelo de selección de carteras de Markowitz que posteriormente es ampliado por Tobin, la teoría del mercado de capitales, Capital Asset Pricing Model (CAPM) y valoración de los activos financieros por arbitraje (APT).

Todos estos modelos orientan sus esfuerzos a la elección de la cartera óptima del futuro inversor, adaptándola a este. Si el inversor es agresivo, la cartera diseñada para él estará compuesta por títulos más agresivos y por lo cual tendrá la posibilidad de recibir una mayor rentabilidad que la que puede recibir un inversor que sea defensivo, pero el primero también incurrirá en un mayor riesgo.

Por otro lado lo que persigue la gestión de carteras es minimizar el riesgo en el que incurre un inversor, esto lo realizan a través de la diversificación, es decir, no invertir todo en un solo valor, si no en diferentes valores que posean diferentes niveles de rentabilidad y riesgo.

Muchos analistas ponen énfasis en lo importante que es la diversificación de la cartera de valores para poder paliar las posibles pérdidas de una inversión, esto hace que el inversor confíe y esta confianza reactivará las inversiones.

Esto en grandes rasgos es el objetivo principal del trabajo se persigue que el lector pueda llegar a hacerse una idea de como se forman la carteras y la importancia que tienen, para ello se desarrollan unos ejemplos sencillos que facilitarán esa tarea.



5. METODOLOGÍA UTILIZADA

Este proyecto pretende mostrar desde el punto de vista teórico, la gestión de carteras para lo se ha seguido el siguiente plan de trabajo:

- Planificación del proyecto: Se realizaron esquemas, estudio de artículos y manuales de consulta, para poder plantear y desarrollar el trabajo posterior.
- Revisión documental: El objetivo de esta fase es la revisión de una amplia bibliografía con la finalidad de obtener información sobre el tema a tratar, así como para poder tener claros los contenidos más importantes que se debían de tenerse en cuenta y que no podrían faltar en el desarrollo de un trabajo como este.

Se revisaron los diferentes instrumentos financieros y los modelos que permiten valorarlos, destacando su profundo contenido cuantitativo.

- Estudio de campo: Se ha estudiado páginas web de importancia, como www.eltesoro.es, para poder obtener información de productos financieros, así como www.expansion.es o www.finanzas.com, para poder obtener datos reales y plantear algún ejemplo práctico.
- Aplicaciones prácticas a los modelos: Se han recogido ejercicios para poder observar de manera muy sencilla la aplicación práctica de los principales modelos de selección de carteras. Algunas de estas aplicaciones son recogidas de libros de Dirección financiera y otras han sido elaboradas por la autora de este trabajo.



6. INVERSIÓN FINANCIERA

La inversión financiera es la compra de valores mobiliarios (acciones, bonos, pagarés...) que realiza una persona física o jurídica.

Características de la inversión financiera:

- Fraccionabilidad.
 - Las inversiones financieras están compuestas por una gran cantidad de títulos que son muy variados, cada uno de los títulos tiene un valor escaso y por esto facilita la compra a pequeños inversores.
- Liquidabilidad
 - La inversión financiera se puede hacer líquida con facilidad sin pérdidas importantes.
- Diversificabilidad
 - Las inversiones financieras al estar compuestas por distintos títulos esto nos va a aportar, una rentabilidad mínima y reduce el riesgo específico de los títulos.
- Flexibilidad
 - Las inversiones financieras se pueden deshacer o ampliar en cualquier momento, se venden y se compran títulos sin problemas especiales.

Objetivos de la inversión financiera:

- Rentabilidad. En una inversión financiera se esperan rentas futuras
- Liquidez. La inversión financiera es líquida porque existen mercados organizados de títulos, se pueden vender los títulos mejor posicionados y vender el resto.
- Seguridad. Una inversión financiera suele ser segura, ya que podemos diversificar el riesgo específico de un título.
- Defensa de la inflación. Una inversión financiera sirve para cubrirse ante la inflación ya que el dinero no invertido se deprecia, la renta obtenida compensa como mínimo la inflación del periodo.



- Control de la empresa. Un número elevado de títulos permiten controlar y gestionar la empresa.

Algunos de los objetivos de las inversiones financieras suelen ser parcialmente incompatibles, ya que en una inversión, los rendimientos futuros no son seguros. Pueden ser grandes o modestos, pueden no producirse, e incluso puede significar perder el capital invertido. Esta incertidumbre se conoce como *riesgo*.

No existe inversión sin riesgo. Pero algunos productos implican más riesgo que otros. La única razón para elegir una inversión con riesgo ante una alternativa de ahorro sin riesgo es la posibilidad de obtener de ella una rentabilidad mayor.

- A iguales condiciones de riesgo, hay que optar por la inversión con mayor rentabilidad.
- A iguales condiciones de rentabilidad, hay que optar por la inversión con menos riesgo.

Cuanto mayor el riesgo de una inversión, mayor tendrá que ser su rentabilidad potencial para que sea atractiva a los inversores. Cada inversor tiene que decidir el nivel de riesgo que está dispuesto a asumir en busca de rentabilidades mayores. Esto lo veremos un poco más adelante.

Cuanto más riesgo se asume, más rentabilidad se debe exigir. Igualmente, cuanta más rentabilidad se pretende obtener, más riesgo hay que asumir.

Por lo cual podemos estar seguros de que se cumplen las premisas del siguiente cuadro:

+ Rentabilidad -----	- Liquidez -----	- Seguridad
+ Liquidez -----	- Rentabilidad -----	- Seguridad
+ Seguridad -----	- Liquidez -----	- Rentabilidad



7. VALORES MOBILIARIOS

Siguiendo a Brealey *et al.* (2006) y Ross *et al.* (2005).

Los valores mobiliarios son instrumentos que surgieron para proporcionar seguridad y facilidad a la hora de transmitir derechos. Lo normal es que los valores mobiliarios sean muebles inmuebles transformados en derechos, es decir, los valores que se transmiten fácilmente.

Los valores mobiliarios se caracterizan por ser negociables y agruparse en emisiones, los principales ejemplos de valores mobiliarios son las acciones, obligaciones, letras de cambio y pagarés.

Hoy en día los valores mobiliarios se materializan mediante anotaciones en cuenta, es un sistema más rápido y no produce casi costes.

Características de los valores mobiliarios:

- Son instrumentos financieros que sirven para mantener riqueza y materializar el presupuesto de los ahorradores.
- Representa una parte de la inversión productiva. La inversión productiva a diferencia de la inversión financiera en el pago no se produce la compra de títulos y las correspondientes comisiones y gastos si no que en la inversión productiva se produce un desembolso inicial y si hubiese también desembolso de los complementos y lo que se recibe en una inversión productiva a cambio de este desembolso son los ingresos por ventas de bienes y servicios productivos o ingresos por valores residuales.
- Cuando se adquiere un valor mobiliario hay una expectativa de obtener una renta.
- Soportan un riesgo.



7.1. CLASES DE VALORES MOBILIARIOS

A) Según el emisor.

- Públicos: Emitidos por el Estado o AA PP: Letras de tesoro, Deuda pública...
- Privados: Emitidos por las empresas: Acciones, obligaciones, pagarés.

B) Según la rentabilidad esperada.

- Renta fija: Obligaciones y bonos.
 - Representan parte de una deuda.
 - Producen renta fija y constante según lo pactado contractualmente.
- Renta variable: Acciones.
 - Representan parte alícuota de la propiedad de una empresa.
 - Producen renta variable dependiendo de los beneficios y la política de dividendos.
- Renta anticipada: Letras de tesoro.
 - Emitidos al descuento y bajo par.
 - Producen interés implícito: Diferencia entre el valor de emisión y de venta.
- Renta derivada: Opciones y futuros.
 - Derechos y obligaciones sobre títulos.
 - Producen renta según la cotización del activo subyacente.

Los valores mobiliarios tienen como función son la de transferencia de la propiedad y el control de las actividades productivas , ya que permiten comprar y vender parte de los negocios y permiten participar en la gestión de los mismos, también los valores mobiliarios transfieren el riesgo de unos agentes a otros, ya que los propietarios de los títulos asumen riesgo de la empresa y este riesgo depende de las garantías reales y de la solvencia del emisor y por último realizan una mejora de la asignación de los recursos



del sistema económico, ya que se consigue una mayor eficiencia conecta a los ahorradores , que buscan rentabilidad con los inversores que buscan recursos financieros para financiar sus negocios.

7.2. EL RENDIMIENTO Y EL RIESGO DE UN VALOR MOBILIARIO INDIVIDUAL

Según la teoría de la elección individual, el inversor financiero debe de elegir entre dos opciones contrapuestas:

- maximizar la rentabilidad de sus inversiones.
- Minimizar el riesgo.

Rendimiento de un valor mobiliario

Un inversor financiero cuando acude al mercado de capitales va en busca de rentabilidad, esta rentabilidad no se conoce de antemano, por lo cual juega con la probabilidad.

Cuando los inversores compran acciones u obligaciones, la rentabilidad que obtienen procede de dos elementos:

- El dividendo o pago de los intereses.
- La ganancia o pérdida de capital.

La rentabilidad se puede considerar como rentabilidad en sentido estricto y en sentido amplio. En un sentido estricto es la rentabilidad producida por los títulos son necesidad de venderlos (acciones = dividendos / obligaciones = Intereses, etc.) y en un sentido amplio se puede definir como la rentabilidad obtenida cuando se venden los títulos a un precio distinto al que lo compramos.



La rentabilidad nominal mide la cantidad de dinero que tendremos a finales de año si invertimos hoy, por lo cual la rentabilidad de telefónica que hemos calculado en el apartado anterior es la rentabilidad nominal. La tasa de rentabilidad real nos dice cuánto podremos comprar más con nuestro dinero a finales de año. Para convertir la tasa de rentabilidad nominal en real, utilizaremos la siguiente relación:

$$1 + \text{tasa de rentabilidad real} = \frac{1 + \text{tasa de rentabilidad general}}{1 + \text{tasa de inflación}}$$

Podemos ver la rentabilidad real y nominal en el siguiente ejemplo:

Si miramos el precio de las acciones de Telefónica el 18/05/2011 era de 14,319 y el 18/05/2012 era de 9,919 (datos sacados de www.infobolsa.es) el dividendo por acción el 18/05/2012 fue de 0,53 euros/acción (dato sacado de www.pcbolsa.com)

En consecuencia, el porcentaje de rentabilidad de su inversión fue de:

$$\text{Porcentaje de rentabilidad} = \frac{\text{Ganancia de capital} + \text{Dividendo}}{\text{Precio inicial de las acciones}}$$

Ganancia de capital = 9,919 – 14,319 = -4,4 euros/acción

$$\text{Porcentaje de rentabilidad} = \frac{((-4,4) + 0,53)}{14,319} = -0,2702 \text{ ó } -27,02\%$$

El porcentaje de rentabilidad también puede expresarse como la suma de la Rentabilidad por dividendo y el Porcentaje de ganancia por capital.

La rentabilidad por dividendo es el dividendo expresado como porcentaje de precio de las acciones a comienzos de año:



$$\text{Rentabilidad por dividendo} = \frac{\text{Dividendo}}{[\text{Precio inicial de las acciones}]}$$

$$\text{Rentabilidad por dividendo Telefónica} = \frac{0,53}{14,319}$$

La ganancia de capital en porcentaje es:

$$\text{Porcentaje de ganancia de capital} = \frac{\text{Ganancia de capital}}{\text{Precio inicial de las acciones}}$$

$$\text{Porcentaje de ganancia de capital Telefónica} = \frac{(-4.4)}{14,319} = -0,3073 \text{ ó } -30,73\%$$

Ahora se puede calcular la rentabilidad por dividendo que será el resultado de la suma de los dos anteriormente calculados.

$$\text{Rentabilidad por dividendo} = -30,72\% + 3,7\% = -27,02\%$$

Si calculamos la tasa de rentabilidad real de Telefónica, utilizando los datos anteriores y a continuación calcularemos la tasa de inflación, basándonos en una tasa de inflación del 2,9% para el año 2012 (dato sacado de www.elmundo.es Titular de la noticia: **La inflación se modera al bajar seis décimas y sitúa la tasa en el 2,9**

La rentabilidad real se calculará de la siguiente forma:

$$1 + \text{tasa de rentabilidad real} = \frac{1 + (-0,2702)}{(1 + 0,029)}$$

$$\text{Tasa de rentabilidad real} = -0,2907 \text{ ó } 29,07\%$$



La inflación del 2005 no fue muy elevado, la rentabilidad real no fue mucho menor que la rentabilidad nominal.

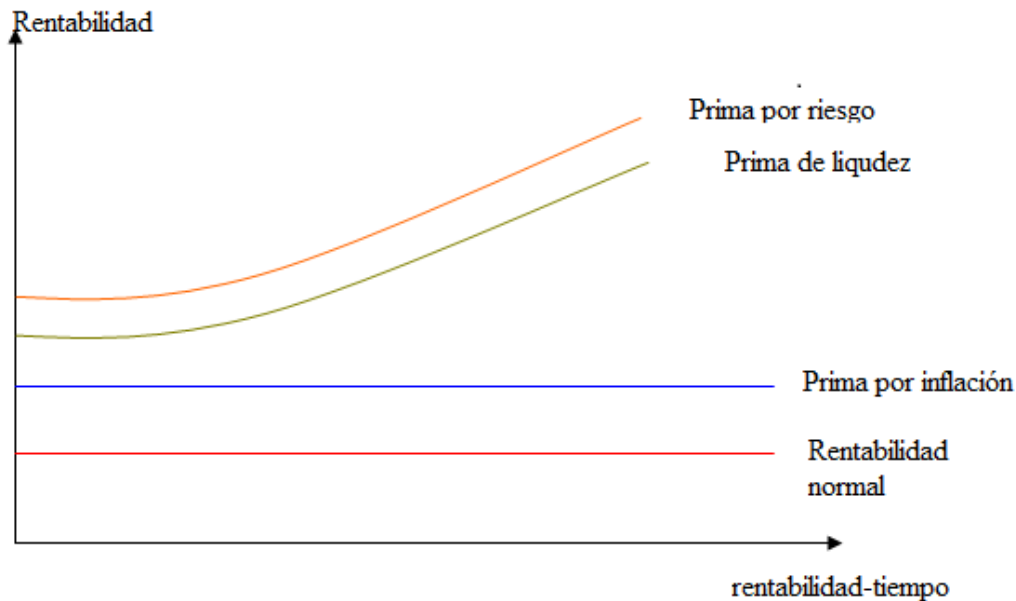
Rendimiento mínimo exigido a un valor mobiliario

Una persona que realiza una inversión financiera va a exigir una rentabilidad mínima a sus valores mobiliarios, es decir, va a exigir la siguiente rentabilidad como mínimo:

$$\begin{aligned} & \text{RENDIMIENTO MÍNIMO EXIGIDO} \\ & = \\ & \text{Rendimiento normal (Tipo de interés de los activos a largo plazo).} \\ & + \\ & \text{Tasa de inflación esperada del periodo.} \\ & + \\ & \text{Premio por iliquidez.} \\ & + \\ & \text{Prima por riesgo} \end{aligned}$$

El tipo de interés y la inflación para facilitar el cálculo suelen considerarse, constantes en el tiempo, el premio por la iliquidez y la prima de riesgo, afectos de estimación, suelen considerarse crecientes en el tiempo.

Gráficamente:



Gráfica 7.1: Representación de rentabilidad y primas de riesgo de liquidez e inflación

El rendimiento de un valor mobiliario se puede medir en diferentes términos, según el valor de medida y según el momento de cálculo.

- Según el valor de medida:
 - o Rendimiento absoluto: Diferencia entre los flujos positivos y negativos obtenidos.
 - o Rendimiento relativo: Cociente entre el rendimiento absoluto y el desembolso inicial.
- Según el momento de cálculo:
 - o Ex – post: A posteriori, este método no plantea problemas, ya que el rendimiento se calcula con la información histórica sobre la cotización de los títulos.
 - o Ex – ante: A priori. Para el cálculo de la rentabilidad en este método no se conoce la cotización de los títulos ya que nos fijamos en el futuro, solo conocemos la probabilidad, por lo cual se calcula el rendimiento esperado.



El inversor financiera necesita conocer de antemano la rentabilidad para poder realizar una inversión que le sea favorable, por lo cual solo podrá calcular el valor esperado del rendimiento. La rentabilidad espera de un título se calculo de la siguiente forma:

$$E(R_i) = \sum R_i \times P_i$$

R_i : la rentabilidad que va a tener en el futuro el título.

P_i : Probabilidad de que se de esa rentabilidad.

Cálculo de la rentabilidad de una acción y una obligación

Las acciones son títulos de renta variable, están compuestos por las siguientes partes que nos aportan rentabilidad:

- Dividendos. Los dividendos son la parte de beneficios o reservas que una sociedad reparte entre sus accionistas en un momento determinado, como retribución al capital que han aportado a la empresa
- Derecho de suscripción preferente (DSP). es el derecho de opción que presentan los socios (dentro de una sociedad mercantil personalista o de capital) frente a terceros interesados en suscribir acciones o participaciones que, con sus aportes, generarán un aumento del Capital social. El objetivo, por tanto, es respetar la proporción que tiene cada socio en el capital social, a efectos de que su participación no se vea disminuida por la ampliación de capital con base en la aportación de terceros.
- Plusvalía en venta. Se vende a un precio mayor al que se compró.



Rentabilidad de una acción:

$$R_a = \frac{-P_c + D + DPS + P_v}{P_c}$$

R_a : Rentabilidad de la acción en tanto por uno.

P_c : Precio de compra de la acción.

D : Dividendo.

DPS : Derecho de suscripción preferente.

P_v : Precio de venta.

Una obligación es un título de renta fija del que se pueden esperar los siguientes componentes de rentabilidad:

- Intereses fijos periódicos y reembolso. (Cobro de cupón)
- Primas. (de emisión y reembolso)
- Devolución del principal. (Reembolso).
- Plusvalía en la cotización

La rentabilidad de una obligación es la tasa de rendimiento (r) que igual lo que se paga por el título a lo que se espera recibir actualizado.

<p>Lo que se paga por el título. Coste de adquisición de la obligación.</p> <p style="text-align: center;">P_c</p>	<p>=</p>	<p>Lo que se espera recibir actualizado. Los cash flow esperados actualizados a la tasa de interés de cada periodo + Reembolso.</p> $\frac{\sum I_i}{(1+r)^j} + \frac{R}{(1+r)^n}$
---	----------	--



Por lo cual la (r) es el TIR (Tasa interna de rentabilidad) de la inversión, en teoría estos títulos poseen menos riesgo que las acciones, por lo que la rentabilidad exigida sobre los mismos será menos.

7.3. RIESGO DE UN VALOR MOBILIARIO

El riesgo es la posibilidad de que no se cumplan las expectativas y perder los rendimientos esperados de un valor mobiliario, por lo que el riesgo es un elemento negativo, que el inversor financiero trata de minimizar a través de la previsión de eventualidades, la información y el conocimiento futuro.

En una inversión financiera nos encontramos con dos tipos de riesgos el riesgo sistemático y el no sistemático. El riesgo sistemático o también llamado riesgo de mercado, está asociado con los cambios en la economía, este tipo de riesgo no se puede compensar con la adquisición de una cierta diversidad de acciones, ya que todas van a ser afectadas por este tipo de riesgo, por lo que se trata de un riesgo no diversificable, el riesgo no sistemático, se debe a factores propios o internos de la empresa o entidad es único para ella y es independiente de los factores económicos, políticos o sociales, a estos se asocian los cambios tecnológicos, competencia, huelgas. Al ser intrínseco de una acción, por lo que es posible compensar sus efectos comprando acciones de diversas empresas, de manera que si una acción se ve afectada por una causa negativa, se espera que a las otras no les suceda lo mismo y se pueda compensar el efecto negativo, lo que quiere decir que este riesgo es un riesgo diversificable.

El riesgo de un valor mobiliario se mide por la variabilidad o volatilidad de su cotización.

Para medir el riesgo estudiaremos la dispersión de las cotizaciones respecto a la media mediante la varianza y la desviación típica, clasificando su medición según su cálculo se realice ex ante y ex post.



- Ex post: Se disponen de datos históricos de las cotizaciones del título.

$$\sigma_i^2 = \sum \frac{(R_i(\text{media}) - R)^2}{n-1}$$

Donde:

- σ_i^2 : Varianza.
- R_i : Rentabilidad del título i en ese momento.
- R : rentabilidad media del título i.
- n: Número de observaciones.

- Ex ante: No se sabe con exactitud la cotización futura del título: Sólo sabemos su probabilidad.

$$\sigma^2 (R_i) = \sum (R_i - E (R_i))^2 P_i$$

Donde:

- $\sigma^2 (R_i)$: Varianza.

$$\sigma(R_i) = (\sigma^2 (R_i))^{1/2}$$

Donde:

- $\sigma (R_i)$: Desviación típica.

7.4. LAS BETAS DE LOS VALORES MOBILIARIOS

El coeficiente Beta es una medida de la volatilidad de un activo (una acción o un valor) relativa a la variabilidad del mercado, de modo que valores altos de Beta denotan más volatilidad y Beta 1 es equivalencia con el mercado.

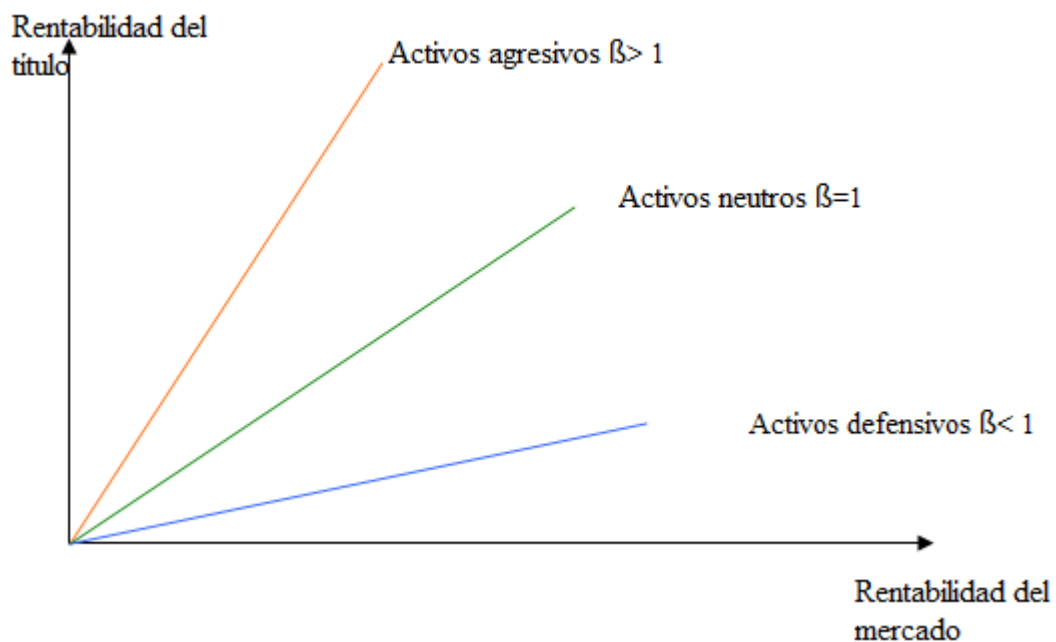


La diferencia entre la Beta de una acción o un valor se expresan en porcentaje de volatilidad. Un valor con Beta igual a 1,75 es 75% más volátil que el mercado. Igualmente, un valor con Beta 0,7 sería 30 % menos volátil que el mercado.

Beta mide únicamente el riesgo sistemático, es decir aquel riesgo que no es posible eliminar diversificando la cartera en distintos tipos de activos. De tal forma que un inversor que tiene su dinero concentrado en pocos negocios (por ejemplo el socio fundador de una empresa, que ha invertido allí la mayor parte de su riqueza personal) no encontrará al beta como una medida representativa de su riesgo; puesto que el mismo subestimaré el riesgo específico

7.5. CLASES DE VALORES MOBILIARIOS SEGÚN LA RELACIÓN RENTABILIDAD – RIESGO

- Activos agresivos. Son muy arriesgados y se espera de ellos una alta rentabilidad, su rendimiento varía más que el rendimiento del mercado, la β de estos valores es mayor que uno.
- Activos defensivos: Son poco arriesgados y volátiles, se espera escasa rentabilidad, su rendimiento varía menos que el rendimiento del mercado, su β es menor que uno.
- Activos neutros: Son activos con riesgo y rendimiento normal, su rendimiento varía de forma similar al rendimiento del mercado, estos no son adecuados para diversificar el riesgo de una cartera, su β es igual a uno.



Gráfica 7.2. Representación de los tipos de activos según la β

Todos los valores mobiliarios soportan riesgo menos los emitidos por el Estado, las AAPP y los Organismos Públicos. Estos no tienen riesgo de impago, ya que están abalados por el tesoro Público, su prima de riesgo es cero, el interés pagado por estos activos solo compensa el valor del dinero en el tiempo y la tasa de inflación esperada. Ejemplo: Letras de Tesoro, Obligaciones del Tesoro ó AAPP, Deuda pública...

7.6. PRIMA DE RIESGO DE UN VALOR MOBILIARIO

La prima de riesgo es el diferencial de tipo de interés que se paga por un título en comparación del tipo de interés de los activos libres de riesgo, es decir, es la compensación por el riesgo que soportan algunos títulos.

Por ejemplo:

Una obligación del Estado paga un 3% y una obligación de una empresa el 5%, la prima por riesgo será:

$$\text{Prima de riesgo} = 5\% - 3\% = 2\%$$



Cuanto mayor sea el riesgo soportado mayor será la prima por riesgo exigida en un valor mobiliario.

Letras del tesoro	Obligaciones hipotecarias	Obligaciones subordinadas	Acciones sin voto	A. privilegiadas	A. ordinarias	Certificados de opción
- Prima de riesgo.						+ Prima de riesgo.
- Riesgo sistemático.						+ Riesgo sistemático.
- Tasa de rendimiento exigida						+ Tasa de rendimiento exigida.

- Letras del Tesoro. Son valores de renta fija a corto plazo representados exclusivamente mediante anotaciones en cuenta. Se crearon en junio de 1987, cuando se puso en funcionamiento el Mercado de Deuda Pública en Anotaciones.

Las Letras se emiten mediante subasta. El importe mínimo de cada petición es de 1.000 euros, y las peticiones por importe superior han de ser múltiplos de 1.000 euros.

Son valores emitidos al descuento por lo que su precio de adquisición es inferior al importe que el inversor recibirá en el momento del reembolso.

La diferencia entre el valor de reembolso de la Letra (1.000 euros) y su precio de adquisición será el interés o rendimiento generado por la Letra del Tesoro.



Actualmente el Tesoro emite Letras del Tesoro con los siguientes plazos:

- Letras del Tesoro a 3 meses
- Letras del Tesoro a 6 meses
- Letras del Tesoro a 9 meses
- Letras del Tesoro a 12 meses

Por tratarse de valores a corto plazo, las variaciones de su precio en el mercado secundario suelen ser bastante reducidas; por tanto, suponen un menor riesgo para el inversor que prevea o pueda necesitar vender estos valores en el mercado antes de su vencimiento.

- Obligaciones subordinadas: Las obligaciones subordinadas son productos de renta fija a largo plazo que suelen contar con una elevada rentabilidad, aunque también con un alto riesgo y una baja liquidez. Debe quedar claro ante todo que no son depósitos, ya que sólo están garantizados por el banco emisor, y que además es deuda de peor calidad que los bonos o pagarés.
- Obligaciones indicadas: Obligaciones en las que el valor nominal a devolver, el tipo de interés o ambas cosas a la vez se ajustan periódicamente en función de la evolución del índice de precios, para proteger a sus titulares de los efectos negativos de la erosión monetaria.
- Acciones sin voto: Acción que ofrece a su poseedor la garantía del pago de un dividendo mínimo, pero no otorga derecho a voto, aunque sí a los demás derechos de los poseedores de acciones ordinarias.
- Acciones privilegiadas: Acciones que otorgan a sus titulares derechos especiales y ventajosos frente a los derechos otorgados por las acciones ordinarias. Estos privilegios han de recaer sobre derechos de contenido patrimonial (en dividendos) y no pueden alterar la proporcionalidad entre el valor nominal de las acciones y el derecho de voto o de suscripción preferente que le corresponda.



Su creación puede realizarse en el momento de creación de la sociedad o en un período posterior. Si se crean, con posterioridad, han de seguir los mismos requisitos que para la modificación de estatutos sociales.

- Acciones ordinarias: Los derechos financieros sobre una compañía que ostentan los propietarios de la misma. Cada acción ordinaria representa un derecho a prorrata sobre el valor residual de la compañía. Con el valor residual queremos definir el valor que resta después de que se hayan satisfecho todos los derechos de todos los acreedores y otros partícipes en el patrimonio, tales como los titulares de acciones preferentes. En algunos países se conoce a este tipo de acciones como acciones comunes.
- Certificado de opción: En inglés warrant es un contrato o instrumento financiero derivado que da al comprador el derecho, pero no la obligación, de comprar/vender un activo subyacente (acción, futuro, etc.) a un precio determinado en una fecha futura también determinada. En términos de funcionamiento, los warrant se incluyen dentro de la categoría de las opciones.

Si un warrant es de compra recibe el nombre de call warrant, y si es de venta será un put warrant. El warrant, al igual que las opciones, dan al poseedor la posibilidad de efectuar o no la transacción asociada (compra o venta, según corresponda) y a la otra parte la obligación de efectuarla. El hecho de efectuar la transacción recibe el nombre de «ejercer» el warrant.

Las posturas del inversor financiero respecto al riesgo pueden resumirse a tres:

- Indiferente: No tiene en cuenta el riesgo de la inversión, la relación entre rentabilidad y riesgo es constante.
- Adverso: El inversor financiero es contrario al riesgo, exige mucha rentabilidad para afrontar un poco más de riesgo.
- Preferente: El inversor financiero no tiene miedo al riesgo, soporta mucho riesgo con tal de obtener algo más de rentabilidad.



8. EL RENDIMIENTO Y EL RIESGO DE UNA CARTERA DE VALORES

Siguiendo a Ross *et al.* (2005)

Un inversor puede realizar una inversión financiera mediante la compra de un mismo título o realizando una combinación de distintos títulos, cuando este realiza una inversión combinada de distintos títulos, está invirtiendo en una cartera de valores.

La cartera de valores es un conjunto de títulos que forman parte del activo de una persona física ó jurídica. La combinación de los valores mobiliarios individuales proporciona distinta rentabilidad y riesgo.

La cartera de valores puede estar formada por:

- valores mobiliarios en sentido estricto: Acciones, obligaciones, deuda pública y fondos de inversión.
- Activos monetarios: Letras y pagarés del Tesoro y de Empresas, depósitos bancarios etc.

8.1. EL RENDIMIENTO DE UNA CARTERA DE VALORES

Muestra la rentabilidad obtenida por término medio por cada unidad monetaria invertida en la cartera durante un determinado período de tiempo. Y vendrá dado por los siguientes cálculos:

- Ex post: Se conoce la cotización histórica de los títulos. Es la suma de las rentabilidades individuales de los títulos que la componen.

$$R_p = R_1 X_1 + R_2 X_2 + \dots + R_n X_n$$



Donde:

- R_p : Rentabilidad de la cartera p.
- R_i : Rentabilidad del título i.
- X_i : Proporción del título i.
- n : Número de títulos que componen la cartera.

- Ex ante: Sólo se conoce la esperanza matemática de la rentabilidad de los títulos.

$$E(R_p) = E_1 X_1 + E_2 X_2 + \dots + E_n X_n$$

Donde:

- $E(R_p)$: Rentabilidad esperada de la cartera p.
- E_i : Rentabilidad esperada del título i.
- X_i : Proporción del presupuesto de inversión invertido en el título i
- n : Número de títulos que componen la cartera.

8.2. EL RIESGO DE UNA CARTERA DE VALORES

El riesgo de una cartera se medirá a través de la varianza de su rendimiento esperado.

También diferenciamos aquí entre ex ante y ex post:

- Ex post: la varianza ó el riesgo de una cartera “p”.

$$\Sigma \Sigma X_i X_j \sigma(R_i, R_j) = \Sigma \Sigma X_i X_j \sigma_{ij}$$

$$\text{Donde } X_1 + X_2 + \dots + X_n = 1$$

- Ex ante : Si la cartera esta compuesta por títulos A y B:

$$\sigma^2(R_p) = \sigma_A^2 X_A^2 + \sigma_B^2 X_B^2 + 2 X_A X_B \sigma_{AB}$$



Donde:

- Donde $X_A + X_B = 1$.
- σ_B^2, σ_A^2 : Varianza del rendimiento del título A y B.
- σ_{AB} : Covarianza del rendimiento de los títulos A y B.

La covarianza entre dos ó más títulos mide la relación lineal entre sus rentabilidades, la podemos observar ex post y ex ante.

- Ex post.

$$\circ \sigma_{AB} = \text{COV}(R_A, R_B) = \frac{(R_A - R_A(\text{media})) (R_B - R_B(\text{media}))}{2}$$

- Ex ante

$$\circ \sigma_{AB} = (R_A - E_A) (R_B - E_B)$$

Donde:

R_A, R_B = Rentabilidad de los títulos A y B

E_A, E_B = Esperanza de la rentabilidad de los
Títulos A y B.

Propiedades de la covarianza:

1.- La covarianza entre un variable y ella misma es igual a su varianza. $\sigma_{AA} = \sigma_A^2$

2.- La covarianza se puede definir en relación al coeficiente de correlación: ρ_{AB}

$$\sigma_{AB} = \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B$$

Donde :

$\sigma_A \sigma_B$ = Desviación típica de A y B.



Despejando el coeficiente de correlación lineal obtenemos:

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \sigma_B}$$

El coeficiente de correlación entre dos títulos mide la variación de la rentabilidad de un título respecto a otro, es esencial en las decisiones de diversificación de carteras, el valor que puede alcanzar está comprendido entre uno y menos uno.

La interpretación del coeficiente de correlación según su resultado sería la siguiente:

- $\rho_{AB} = (-1)$. Correlación perfecta y negativa. La rentabilidad y el riesgo de los títulos varían en dirección inversa y proporcional, estos títulos son adecuados para diversificar el riesgo específico de una cartera.
- $\rho_{AB} = (+1)$. Correlación perfecta y positiva. La rentabilidad y el riesgo de los títulos varían en la misma dirección y de forma proporcional, estos títulos no son adecuados para diversificar el riesgo específico de una cartera.
- $\rho_{AB} = (0)$. Correlación nula. La rentabilidad y el riesgo de los títulos no están relacionados entre si, los títulos son independientes respecto a la rentabilidad y el riesgo

En resumen podríamos decir que una cartera estará bien diversificada si el ρ_{AB} es negativo y estará perfectamente diversificada si $\rho_{AB} = -1$.



8.3. DIVERSIFICACIÓN DEL RIESGO DE UNA CARTERA

Todo inversor que se comporte de manera racional pretende de su cartera de valores maximizar su rentabilidad y minimizar el riesgo, por esto no va a realizar su inversión concentrándola en un mismo título si no que la realizará en un conjunto de títulos que estén negativamente correlacionados.

Con la diversificación el riesgo específico de cada título se compensa, ya que si la cartera esta bien diversificada su riesgo será menos que la suma de los riesgos de cada título que componen la cartera.

Respecto al riesgo podemos sacar las siguientes conclusiones:

- El riesgo sistemático de una cartera no se puede diversificar porque es común a todos los títulos y no depende del número de títulos que la componen.
- El riesgo específico de una cartera puede disminuir ó hacer que desaparezca porque es diversificable.
- El riesgo total de una cartera disminuye al aumentar los títulos, que el riesgo total de una cartera es la suma del riesgo específico y el riesgo sistemático y el sistemático es diversificable.
- El riesgo relevante de una cartera de valores es el sistemático, por eso el mercado de capitales sólo paga por el riesgo sistemático.

A partir de esto se van a crear carteras de inversión, según el perfil de los diferentes inversores, según esto podemos identificar a tres tipos de inversores:

- Conservador: Quieren soportar poco riesgo por lo cual exigen poca rentabilidad, componen su cartera de activos monetarios y renta fija.
- Moderado: Exigen una rentabilidad media por lo cual están dispuestos a soportar un riesgo medio, componen su cartera con la mitad de renta fija y mitad de renta variable.



- Agresivo: Prioriza la rentabilidad, su cartera estará compuesta principalmente por renta variable $\rho_{AB} = (-1)$.

Los fondos de inversión

Los fondos de inversión son carteras de valores de propiedad de un amplio número de inversiones, gestionadas por profesionales cualificados, son patrimonios invertidos en activos financieros propiedad de un conjunto de inversores llamados partícipes.

Por lo que in fondo de inversión es un instrumento de ahorro, que reúne un gran número de personas que quieren invertir su dinero.

El fondo pone en común el dinero de ese grupo de personas y una entidad gestora invierte en un serie de activos comunes como pueden ser acciones, títulos de renta fija, activos monetarios, derivados etc., e incluso en otros fondos de inversión o en una combinación de todo esto, por estas operaciones la entidad gestora cobra comisiones.

El objetivo de los fondos de inversión es canalizar hacia los mercados financieros importantes volúmenes de ahorros de inversiones con escasos recursos y sin conocimientos en técnicas de inversión, otro de los objetivos es conseguir rentabilidad más segura al ser gestionados por profesionales.

Clases de fondos de inversión:

- A) Según los títulos que lo componen.
 - o FIAMM: Fondos de inversión formados por activos monetarios: letras, pagarés y depósitos bancarios. Son fondos de inversión que deben invertir su patrimonio en activos financieros de renta fija contratados en el mercado monetario y con vida media muy reducida. Esto limita el riesgo de fluctuación en la rentabilidad de estos productos y garantiza su máxima liquidez.
En un FIAMM nunca se pierde dinero (si no tenemos en cuenta la inflación) porque el valor de la participación siempre sube, ya que la renta fija a muy



corto plazo no sufre caídas. El problema es que siempre hay que tener en cuenta la inflación y por eso a largo plazo no es un buen sitio para tener el dinero, ya que descontando la inflación la rentabilidad obtenida no será elevada, pudiendo incluso ser negativa.

Las alternativas a los FIAMM son la inversión directa en Letras del Tesoro, los depósitos a plazo fijo, las cuentas de alta rentabilidad, etc.

- FIM: Fondo de inversión mobiliaria: Formados por títulos de renta fija y renta variable. Tienen mayor renta y mayor riesgo.
- Fondtesoros: Fondos compuestos por títulos emitidos por el Estado. Fondtesoro son una modalidad especial de Fondos de Inversión que invierten gran parte de su patrimonio en Valores del Tesoro. Por tanto, suponen para el inversor (denominado partícipe en el fondo de inversión) una forma indirecta de invertir en Valores del Tesoro: en lugar de mantener directamente dichos valores, se poseen participaciones en un fondo de inversión, que a su vez es quien mantiene en la cartera Valores del Tesoro.
- Los Fondtesoro son promovidos y administrados por Sociedades Gestoras que, tras un proceso de selección, firmaron con el Tesoro Público un convenio de colaboración que les obliga a cumplir determinadas condiciones, en particular, invertir un determinado porcentaje en Valores del Tesoro, no sobrepasar unos topes máximos en las comisiones y gastos cargados al Fondo y al partícipe, y no exigir cantidades muy altas para poder ser partícipe. A cambio, el convenio les permite usar la marca Fondtesoro y gozar del apoyo publicitario del Tesoro Público.
- Los Fondtesoro, actúan siempre en régimen de capitalización por lo que, en lugar de distribuir entre sus partícipes los rendimientos que reciben por los valores de su cartera, los reinvierten; este hecho permite a los partícipes beneficiarse de un trato fiscal favorable de las rentas obtenidas y no tributan mientras no se produzca el reembolso de las participaciones (ver **Ventajas de los Fondtesoro**).



- La inversión en los Fondtesoro está abierta a todas las personas que lo deseen y que estén dispuestas a efectuar la inversión mínima correspondiente. Este mínimo no puede superar los 300 €. En la práctica, las Sociedades Gestoras han fijado en la mayoría de los Fondtesoro cantidades inferiores.
- La principal ventaja de los Fondos de inversión es su **liquidez**: el partícipe puede retirarse, en parte o totalmente, del Fondo en cualquier momento con sólo solicitar a la Sociedad Gestora el reembolso de sus participaciones. Las Sociedades Gestoras han de reembolsar las participaciones de los partícipes que lo soliciten en un plazo máximo de setenta y dos horas. En la práctica, las Sociedades Gestoras lo hacen en menor plazo. Para garantizar esta liquidez, las Sociedades Gestoras han de mantener una parte de los recursos del fondo en efectivo, con vistas a atender las solicitudes de reembolso. En caso de que el inversor solicite un reembolso superior a 300.506,05 € las Sociedades Gestoras podrán requerir un preaviso de diez días.
- Los Fondtesoro son además una inversión segura. Por una parte, por el hecho de que los Fondtesoro invierten gran parte de su patrimonio en Valores del Tesoro; por otra parte, por la supervisión a que son sometidas las Sociedades Gestoras por la Comisión Nacional del Mercado de Valores. Además, el Tesoro Público vigila el cumplimiento de las cláusulas del convenio que tiene suscrito con estas entidades en aspectos como composición de la cartera, comisiones, información, etc.
- Además de segura, la inversión en Fondtesoro es también atractiva por sus comisiones competitivas que han sido limitadas en el actual convenio Fondtesoro.



Las comisiones de los Fondtesoro pueden ser las siguientes:

Comisiones cargadas directamente al Fondo

- Comisión de gestión: la percibe la Sociedad Gestora como remuneración a sus servicios.
- Comisión de custodia: la percibe la Sociedad Depositaria (aquella en la que el fondo de inversión tiene depositados los títulos que posee), como remuneración a sus servicios.

El importe máximo conjunto de estas comisiones es del 1,05% anual del patrimonio del fondo para los Fondtesoro a corto plazo. Para los Fondtesoro a L/P, se establece que comisión de gestión más del depósito no supere el 1,25%. En la modalidad de Fondtesoro Plus, los límites máximos de las comisiones cargadas por estos conceptos son del 1,35% del valor de su patrimonio medio diario durante el ejercicio.

Comisiones cargadas al partícipe

En los Fondtesoro a C/P no pueden aplicarse comisiones directamente al partícipe en caso de reembolso ordinario.

En los Fondtesoro a largo plazo y Fondtesoro plus FI (antiguos Fondtesoro FI y Fondtesoro Renta FI) sí pueden aplicarse comisiones (o cargos equivalentes) al partícipe, en el momento del reembolso. Estas comisiones son de dos tipos:

Una comisión de reembolso propiamente dicha, que está sujeta a dos límites por el Convenio Fondtesoro: sólo puede aplicarse a las participaciones reembolsadas



que el partícipe haya poseído durante un período igual o inferior a un año; y no puede superar el 1% del importe reembolsado. Muchos de los Fondtesoro existentes no aplican esta comisión.

Un descuento a favor del fondo, adicional al de reembolso, que sólo puede aplicarse en caso de que las participaciones reembolsadas hayan sido mantenidas durante menos de 30 días y que no puede superar el 2% del importe reembolsado; esta comisión es aplicada en un número muy reducido de fondos Fondtesoro, ya existentes, y además -salvo en casos extremos- es difícil que afecte al pequeño inversor (que suele invertir con un horizonte temporal mucho más amplio).

Fuente: www.eltresoro.es

B) Según la garantía.

- Garantizados: garantizan una rentabilidad mínima asociada a la evolución de un índice bursátil. Garantizan de forma total ó parcial el capital inicial depositado al final del plazo determinado. La rentabilidad que se obtenga dependerá de que se cumplan determinadas circunstancias previamente establecidas, pero en cualquier caso el inversor tiene garantizado su capital inicial (o un porcentaje del mismo conocido en el momento de contratar el fondo garantizado).
 - o Ejemplo de un fondo garantizado: Supongamos una renta fija a un año que da un interés del 10%, esto quiere decir que si colocamos 9090,91 euros en renta fija a un año obtendremos 10000 euros ($9090,91 * 1,10 = 10000$). Con esto ya se garantiza que el inversor ya tendrá sus 10000 euros al cabo de un año. La diferencia ($10000 - 9090,91 = 909,09$), se pueden invertir con un riesgo muy elevado, ya que aunque se pierdan íntegros se obtendrán los 10000 euros de la renta fija.



- No garantizados: Su rentabilidad depende de la rentabilidad de los títulos que la componen.

C) Según la renta

- De acumulación: La renta obtenida se acumula al valor del fondo.
- De reparto: la renta se reparte periódicamente.

9. LA TEORÍA DE LA SELECCIÓN DE CARTERAS DE MARKOWITZ

Siguiendo a Brealey *et al.* (2006) y Suárez (2008).

Harry M. Markowitz.

Nació en Chicago en 1927. Se gradúa y doctora en 1955 en la Universidad de Chicago. Allí recibe clases de economistas adscritos a la famosa escuela de economía de Chicago que tenía su máximo exponente en Milton Friedman. En 1950n recibe la invitación de James Tobin para dar clases en la Fundación Cowles (Universidad de Yale).

En 1990 recibe el Premio Nobel de Economía por “ Constructer a micro Theory of portfolio management for individual wealth holder” junto a Merton H. Miller y William F. Sharpe. Actualmente es profesor adjunto en la Rady School of Management en la Universidad de San Diego.

El modelo realizado por Harry Markowirz es el modelo considerado como punto de partida de las Teoría de selección de carteras. La teoría de selección de Markowitz, fue formulada por Harry Markowitz en 1952 y reformulada por Tobin en 1958. Este modelo también es conocido como modelo media-varianza o Teoría de cartera.



Este se basa en que la decisión sobre cuál debe de ser la cartera de inversiones, en condiciones de riesgo, la desviación típica ó en su caso la varianza son la medidas de riesgo. Según este modelo se decidirá, en consecuencia, según el resultado esperado y el riesgo asumido.

El modelo de Markowitz pretende determinar:

- El comportamiento óptimo de un inversor financiero racional que busca maximizar su función de utilidad renta – riesgo.
- Conjunto de carteras eficientes en un determinado mercado de capitales.
- Elaboración de la cartera óptima de un inversor financiero según sus expectativas rentabilidad riesgo.

9.1. SUPUESTOS DEL MODELO DE MARKOWITZ

- Cada inversor elige su cartera en función del riesgo que desee asumir y la rentabilidad que quiera obtener.
- El modelo está planteado desde el punto de vista de la demanda, son los inversores los que demandan títulos.
- Comportamiento racional del inversor financiero en el mercado de títulos:
 - o Pretende maximizar su función de utilidad entre rentabilidad y riesgo.
 - o Elige carteras eficientes y desecha las ineficientes.
 - o El inversor financiero diseña una cartera óptima, maximizando la rentabilidad para un riesgo dado ó minimiza el riesgo para una rentabilidad deseada
- Diversifica eficientemente su cartera:
 - o Elige títulos correlacionados negativamente respecto su rentabilidad y riesgo.
 - o Minimiza ó elimina el riesgo específico de cada título.
 - o Sólo contiene riesgo sistemático igual a la β de la cartera.



9.2. ETAPAS EN LA DETERMINACIÓN DE LA CARTERA ÓPTIMA SEGÚN MARKOWIRZ

Determinación del conjunto de carteras eficiente

Una cartera es eficiente o ineficiente solo en comparación con otras, no de forma aislada.

Los inversores financieros eligen el conjunto de carteras posibles solo carteras eficientes, para esto, maximizan la rentabilidad para un nivel de riesgo dado y minimizan el riesgo para un nivel de rentabilidad dado.

Una cartera ineficiente será la que nos proporcione una rentabilidad menor en comparación al riesgo que soportamos.

El conjunto de carteras eficientes se determina a través de la programación de parámetros que pretende optimizar rentabilidad y riesgo.

Maximizar la rentabilidad de la cartera

Función objetivo:

$$\text{Max} (E_p = \Sigma X_i E_i)$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- Restricción paramétrica: Dado un determinado riesgo $\sigma^2(p)$ determinar $E^*(p)$ que maximice la rentabilidad.
- Restricción presupuestaria: No debe de rebasarse el presupuesto de inversión, no se puede pedir prestado.
 - $X_1 + X_2 + \dots + X_n = \Sigma X_i = 1.$
- Condición de no negatividad. No se puede prestar.
 - $X_1, X_2, \dots, X_n > \text{ó} = 0.$

Minimizar el riesgo

Función objetivo:

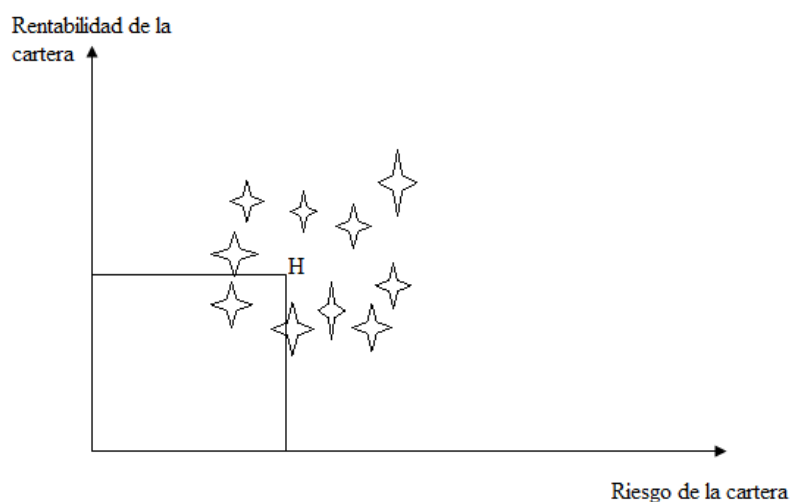
$$\text{Min } \sigma^2(p) = X_A^2 \sigma_A^2 + X_B^2 \sigma_B^2 + 2 X_A X_B \sigma_{AB}$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- Restricción paramétrica: Dada una determinada rentabilidad $E(p)$ $\sigma^2(p)$ determinar $\sigma^2(p)$ que minimice el riesgo.
- Restricción presupuestaria: No debe de rebasarse el presupuesto de inversión se puede pedir prestado.
 - $X_1 + X_2 + \dots + X_n = \Sigma X_i = 1$.
- Condición de no negatividad. No se puede prestar.
 - $X_1, X_2, \dots, X_n > \text{ó} = 0$.

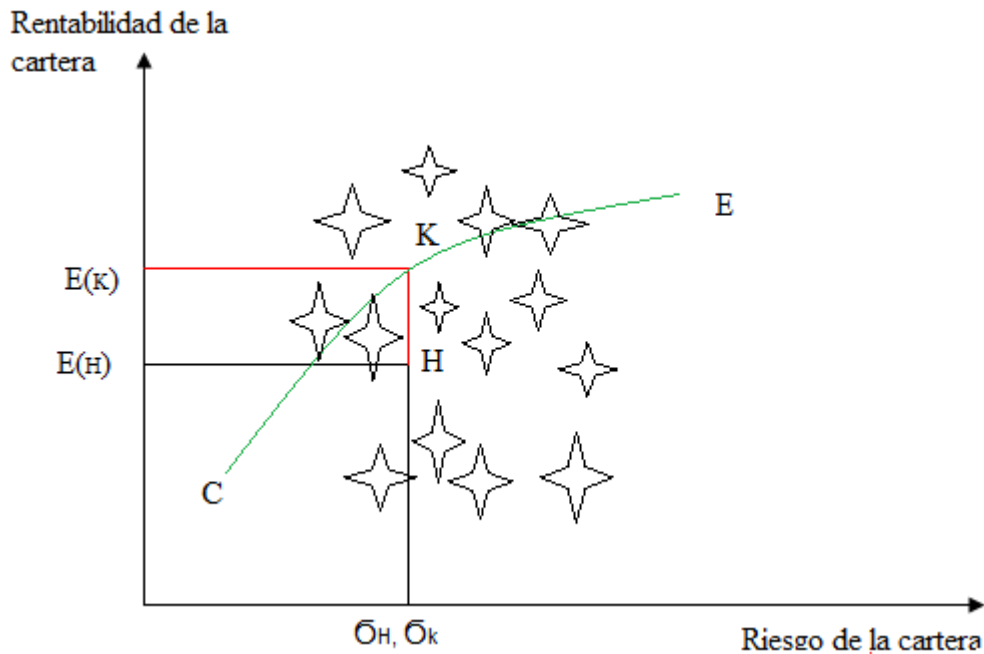
El inversor financiero puede posicionarse en cualquier punto del eje de ordenadas para materializar su plan de inversión en combinación de títulos X_1, X_2, \dots, X_n según:

- Volumen de su plan de inversión.
- Preferencia renta-riesgo.



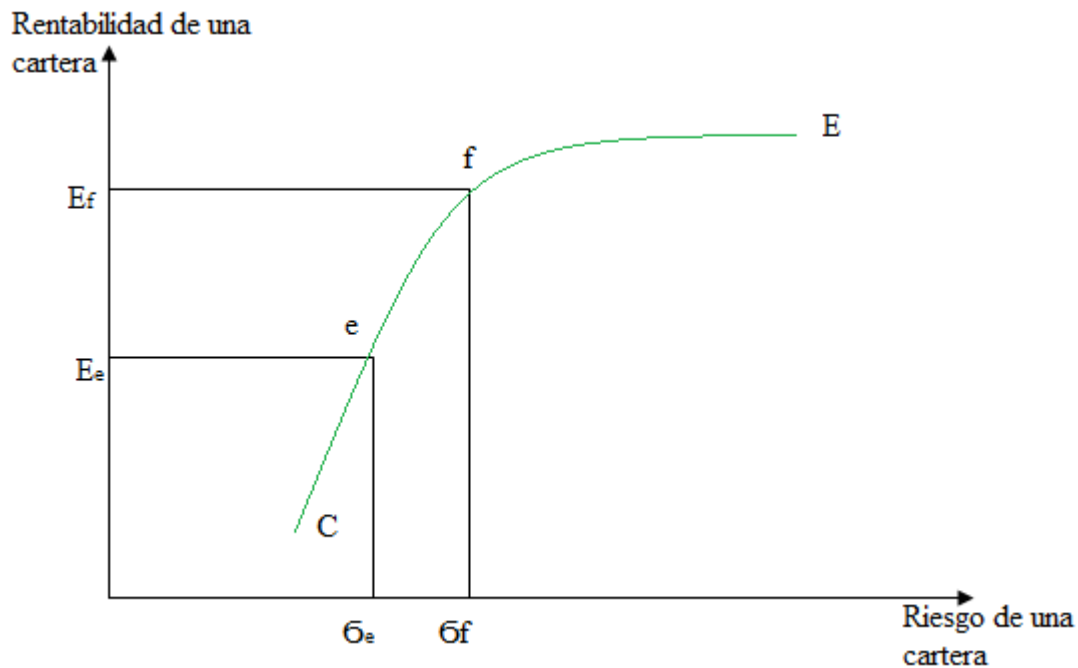
Gráfica 9.1: Conjunto de posibles carteras

Si se posiciona en el punto H, espera obtener una rentabilidad E_H y soportará un riesgo σ_H .



Gráfica 9.2: Conjunto de carteras eficientes

En la gráfica del conjunto de carteras posibles sólo la CE representa carteras eficientes, lo que se denomina frontera eficiente. Sea un punto cualquiera H en el que se obtiene E_H y se soporta un σ_H existe un punto como el K en el que se obtiene más E y el mismo σ , por lo tanto H no es eficiente respecto a K, por lo tanto los puntos de la curva CE representan carteras eficientes.



Gráfica 9.3: Equilibrio del inversor financiero

Si el inversor financiero exige a su cartera de inversión E_e de todas las carteras posibles elegirá la “e” y soportará σ_e , porque le proporciona el mínimo riesgo para ese nivel de E .

Si el inversor quiere soportar el riesgo σ_f , elegirá el punto “f”, porque le proporciona la máxima rentabilidad para ese nivel de riesgo.

La curva de carteras eficientes tiene las siguientes propiedades:

- Todos los puntos de la curva (en nuestro ejemplos CE) proporcionan:
 - o Máxima rentabilidad (E_p) para un nivel de riesgo dado.
 - o Mínimo riesgo (σ_p) para un nivel de rentabilidad dado.
- La curva CE es convexa respecto al eje positivo de ordenadas.
- La curva depende del mercado y es igual para todos los inversores financieros si tienen la misma información.



Especificación de la actitud del inversor financiero respecto al riesgo.

De las posibles carteras eficientes, el inversor elegirá la que más se ajuste a lo que desee, esto es una función de utilidad del inversor, describe las preferencias del inversor respecto al rendimiento y riesgo de su cartera, hay inversores que preferirán más rentabilidad, aunque tengan que soportar más riesgo y otros que prefieren menos riesgo aunque obtengan menos rentabilidad.

La función de utilidad del inversor irá en función de su rentabilidad y riesgo, matemáticamente se puede escribir de la siguiente manera:

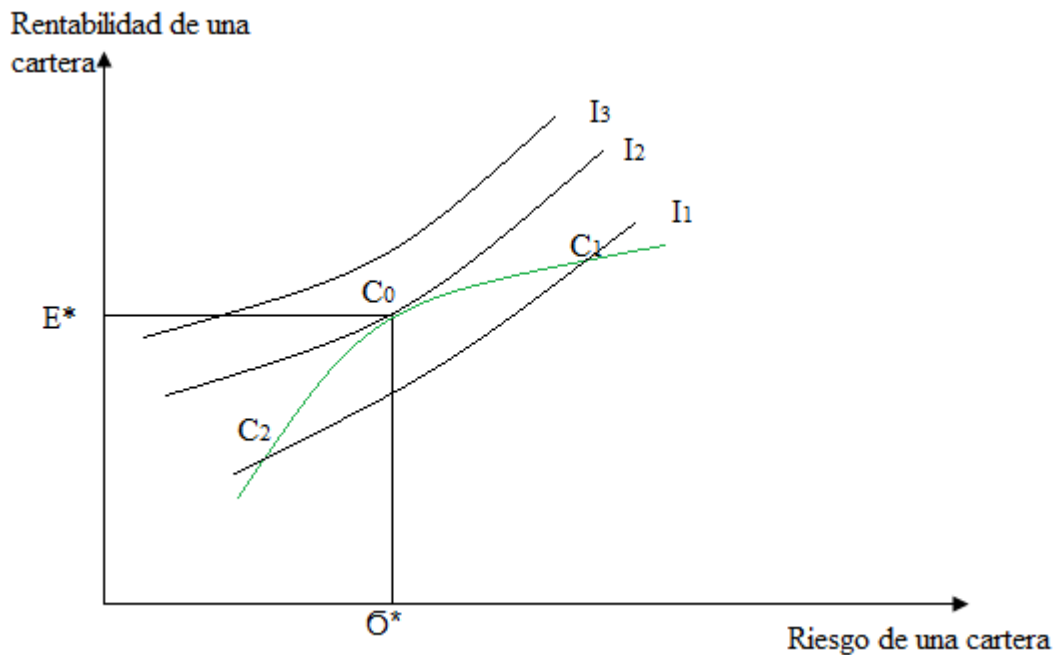
$$U = F (E_p, \sigma_p)$$

La función de utilidad tiene forma cóncava con respecto al sentido positivo del eje de ordenadas. Se corresponde con la aversión al riesgo que tienen los inversores, mientras hay más riesgo más aversión tienen al él, así su satisfacción se mantiene constante.

Características de la curva de inferencia del inversor financiero:

- Depende de las preferencias del cada inversor y es distinta para cada uno de ellos.
- Todos los puntos de la misma curva de inferencia representan el mismo nivel de satisfacción conseguido con una combinación rentabilidad-riesgo.
- Las curvas de inferencia más bajas representan menor nivel de utilidad:
 $I_1 < I_2 \dots < I_n .$
- No se cortan porque indicarían inconsistencias en las preferencias del inversor financiero.
- Cóncava respecto al eje positivo de ordenadas porque la tasa marginal de sustitución entre rentabilidad y riesgo es decreciente.

Determinación de la cartera óptima enlazando las dos etapas anteriores.



Gráfica 9.4 :Cartera óptima.

Se obtiene confrontando la curva de carteras eficientes (en nuestro ejemplo CE) con el conjunto de curvas de inferencia del inversor. La cartera óptima está definida por el punto C_0 de dicha curva y la curva de inferencia más alta, en este punto el inversor logra la máxima rentabilidad para un riesgo dado y viceversa.

Cualquier otro punto de la curva CE (C_1 C_2) representa carteras no óptimas porque corresponden a curvas de inferencia más bajas que expresan menor índice de utilidad del inversor.



9.3. CONCLUSIONES DEL MODELO MARKOWITZ

- La frontera eficiente, está determinada por las condiciones objetivas del mercado y es la misma para todos los inversores.
- Las curvas de inferencia son distintas para cada inversor, puesto que dependen de su actitud frente a la rentabilidad y el riesgo y su presupuesto de inversión.
- La cartera óptima, está definida por las combinaciones renta- riesgo que un inversor está dispuesto a aceptar, por lo tanto es distinta para cada inversor.

10. MODELO AMPLIADO DE JAMES TOBIN

Siguiendo a Brealey *et al.* (2006) y Suárez (2008).

James Tobin

“Nació en Champaign (Illinois) en 1918 y falleció en New Haven en 2002. Tobin consigue una beca para estudiar economía en Harvard y se gradúa en 1939. Sirve como oficial naval durante la Segunda Guerra Mundial (1942-1945). Tras la guerra vuelve a Harvard y se doctora en 1947. En 1950 salta a Yale y desde 1955 pasa a dirigir la Fundación Cowles.

Fue miembro del consejo asesor de Economía del Presidente Kennedy (1961-62). En 1981 recibe el Premio Nobel de Economía por “ The theory of financial markets and their relation to consumption and investment decisions, production, employment and prices”

Fuente: www.wikipedia.es



El modelo de James Tobin.

El modelo original de Markowitz (1952) considera los siguientes supuestos:

- Cartera de inversión formada solo por activos con riesgo.
- No se pueden sobrepasar los presupuestos de inversión.
- No se puede prestar ni pedir prestado.

Tobin en 1958 amplió el modelo original introduciendo dos posibilidades:

- Cartera formada por activos libre de riesgo a tipo de interés conocido con certeza.
- El presupuesto de inversión disponible puede superar 1.

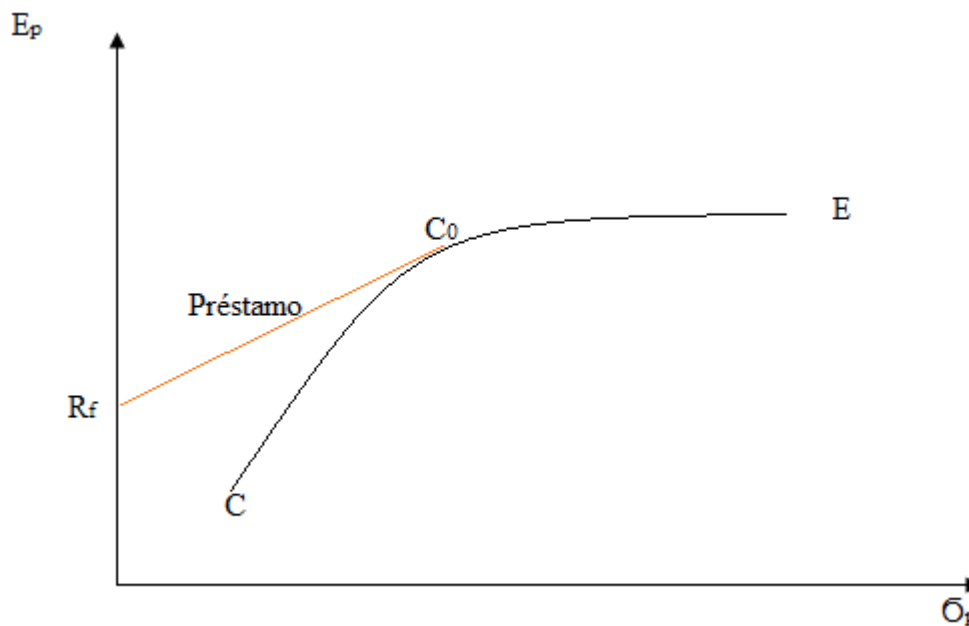
Por lo tanto el inversor financiero puede invertir en títulos emitidos en empresas privadas: acciones y obligaciones, y también puede invertir en títulos emitidos por el Estado o las Administraciones públicas. Aquí el rendimiento es conocido con certeza R_f y el riesgo cero por la garantía del Estado, varianza o covarianza serán cero.

10.1. CLASES DE CARTERAS SEGÚN TOBIN

- carteras con préstamo (Lending portfolio), el inversor invierte en activos libre de riesgo a un tipo de interés R_f .
- Carteras con endeudamiento (Borrowing portfolio), el inversor invierte una cantidad superior a su presupuesto de inversión y lo financia con un préstamo a un tipo de interés R_f .
- Carteras mixtas, contienen tanto préstamos como deuda, el inversor invierte en activos libres de riesgo y además se endeuda para ampliar su presupuesto de inversión.

10.2. FRONTERA EFICIENTE EN CARTERAS CON PRÉSTAMO

Si la cartera es con préstamo, el inversor financiero puede colocar parte de su presupuesto en activos libres de riesgo a un interés R_f . Si miramos la siguiente gráfica podemos observar que la frontera eficiente será (R_f, C_0, E) .



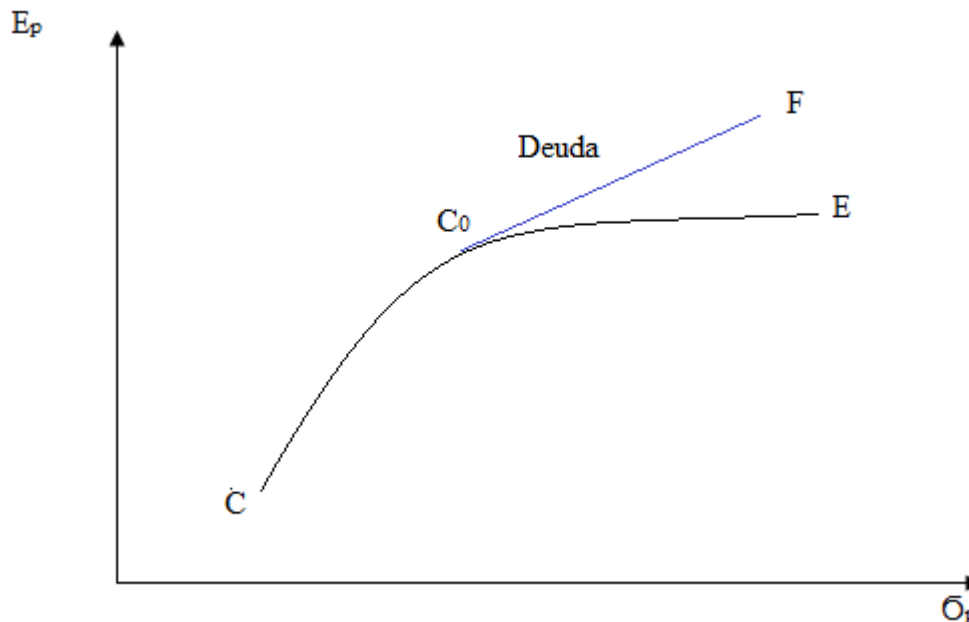
Gráfica 10.1: Frontera eficiente con préstamo

La frontera eficiente es (R_f, C_0, E) . Por lo tanto, puede materializar su presupuesto de inversión en invertir todo en activos libre de riesgo, todo en activos con riesgo o una combinación de ambos.

10.3. FRONTERA EFICIENTE EN CARTERAS CON ENDEUDAMIENTO

Si la cartera es con endeudamiento, el inversor puede aumentar su presupuesto inicial endeudándose y financiando la deuda al tipo de interés R_f . En realidad el inversor está invirtiendo negativamente en un activo libre de riesgo y la suma de su presupuesto de inversión supera la unidad. En el siguiente gráfico podemos observar que la frontera

eficiente será (C, C_0, F) , el punto F representa el límite del endeudamiento y el riesgo máximo que le permite el mercado.

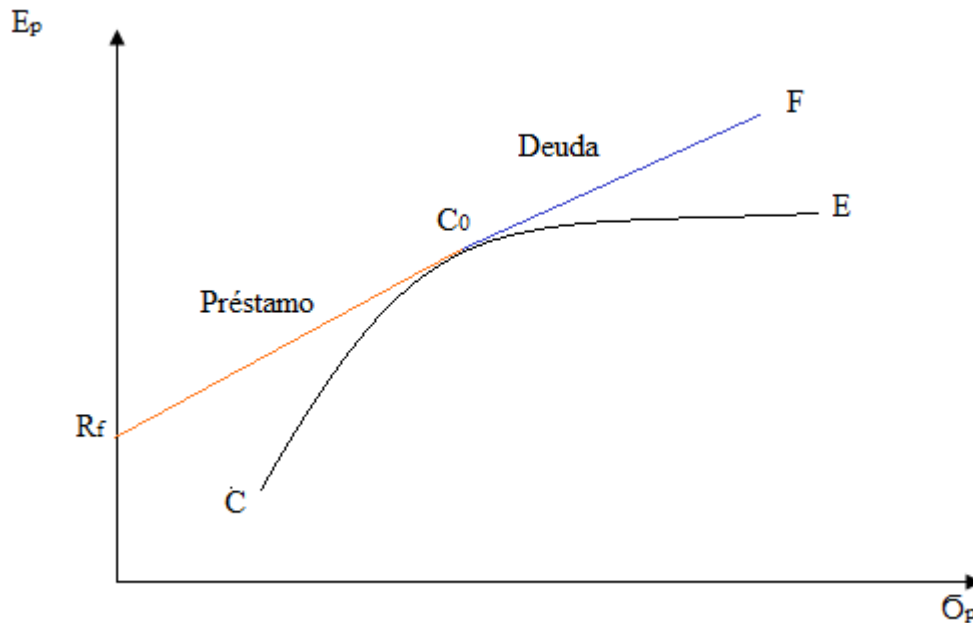


Gráfica 10.2: Frontera eficiente de carteras endeudadas

10.4. FRONTERA EFICIENTE DE CARTERAS MIXTAS

Una cartera mixta está compuesta por parte de préstamo y deuda, por lo que está formada por activos con riesgo a una rentabilidad R_f , activos libres de riesgo a una rentabilidad R_f y títulos comprados con deuda al tipo R_f .

La frontera eficiente será: (R_f, C_0, F) , como podemos ver en el siguiente gráfico.



Gráfica 10.3: Frontera eficiente de carteras mixtas

Si la cartera es mixta el inversor puede situarse en alguno de los siguientes puntos:

- R_f : Gasta todo el presupuesto en la compra de activos libre de riesgo, solo presta.
- C_0 : Gasta todo el presupuesto en la compra de activos con riesgo, ni presta ni pide prestado.
- Posición entre R_f y C_0 , parte lo presta y el resto lo invierte en activos con riesgo.
- Posición entre C_0 y F : Invierte en activos con riesgo mayor cantidad que su Presupuesto y lo financia con deuda a R_f .



La cartera mixta puede estar compuesta por títulos libre de riesgo (X_1) y con títulos con riesgo (X_2), por lo tanto, $X_1 + X_2 = 1$ = Presupuesto de inversión. Un inversor puede elaborar su cartera con las siguientes combinaciones de títulos:

- 1.- Solo X_1 ,por lo que $X_1 = 1$ y $X_2 = 0$. Todo el presupuesto se invierte en activos libre de riesgo.
- 2.- Solo X_2 ,por lo que $X_2 = 1$ y $X_1 = 0$. Todo el presupuesto se invierte en activos con riesgo.
- 3.- Combinaciones de X_1 y X_2 . El presupuesto es invertido en activos libre de riesgo y con riesgo.
- 4.- $X_2 > 1$ y $X_1 < 0$. El presupuesto es invertido en activos con riesgo , pero en una cantidad superior al presupuesto disponible.

Rentabilidad de una cartera mixta.

Los títulos libre de riesgo (X_1) producen una rentabilidad R_f y los títulos con riesgo (X_2) producen una rentabilidad E_R . Por lo tanto la rentabilidad de la cartera mixta será:

$$E_p = X_1 R_f + X_2 E_R$$

La proporción de los títulos que componen la cartera se pueden expresar en relación a X_1 o a X_2 , ya que como la cartera es mixta debe de cumplir que $X_1 + X_2 = 1$, de aquí podemos despejar X_1 o X_2 , para dejarlo en función de uno de los dos , por ejemplo si despejo X_2 , me queda que $X_2 = 1 - X_1$. Por lo que la rentabilidad de la cartera mixta será:

$$E_p = X_1 R_f + (1 - X_1) E_R$$



Riesgo de una cartera mixta.

En este caso solo soporta riesgo la parte la parte del presupuesto materializado en activos con riesgo (X_2), ya que el riesgo de X_1 es igual a cero.

El riesgo de una cartera mixta es igual a la varianza de los títulos con riesgo.

$$\sigma_p^2 = X_2^2 \sigma_R^2$$

Expresado en relación de X_1 :

$$\sigma_p^2 = (1 - X_1)^2 \sigma_R^2$$

Por lo cual nosotros para poder medir el riesgo utilizamos la desviación típica , y la expresión de arriba nos quedaría:

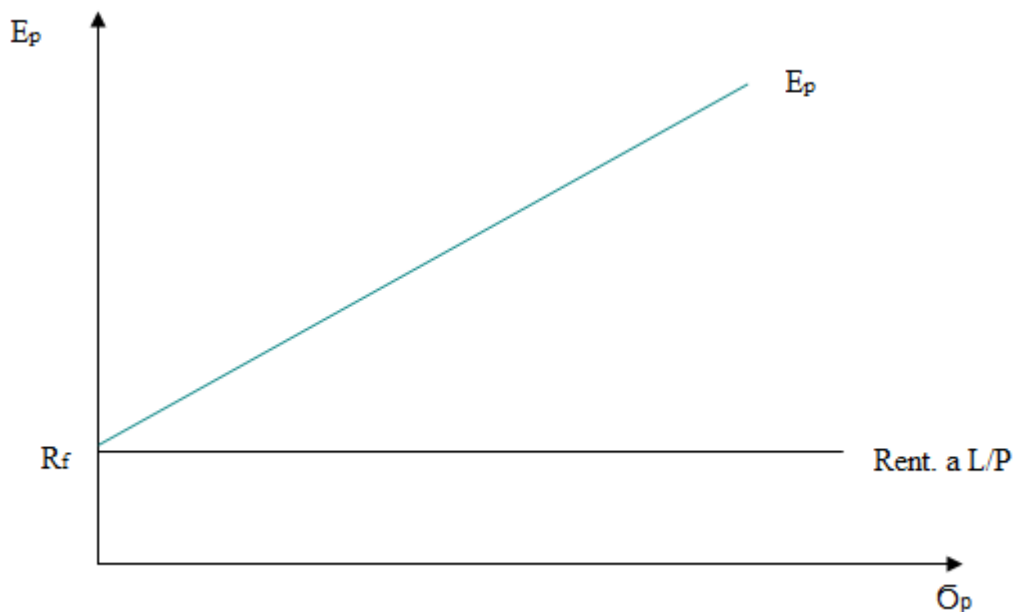
$$\sigma_p = (1 - X_1) \sigma_R$$

Ecuación de la rentabilidad en una cartera mixta:

$$E_p = R_f + \left(\frac{E_R - R_f}{\sigma_R} \right) * \sigma_p$$

Esta ecuación es la rentabilidad del activo libre de riesgo más la prima de riesgo, donde

la prima de riesgo es : $\left(\frac{E_R - R_f}{\sigma_R} \right) * \sigma_p$



Gráfica 10.4: Rentabilidad de una cartera mixta

Según Tobin la cartera más eficiente es aquella que tiene mayor pendiente.

$$Pendiente = \frac{(E_R - R_f)}{\sigma_R}$$

Esto tiene bastante lógica ya que si E_R es la rentabilidad del activo con riesgo, R_f rentabilidad del activo libre de riesgo y σ_R es el riesgo del activo libre de riesgo, a medida que eso sea mayor soportaré o menos riesgo o me darán mucha rentabilidad.

Proporción de los títulos que minimiza el riesgo de una cartera:

Sea una cartera formada por una cantidad de títulos X_A y X_B , el riesgo de la cartera en función de X_A , será:

$$\sigma_p^2 = X_A^2 \sigma_A^2 + (1 - X_A)^2 \sigma_B^2 + 2 X_A (1 - X_A) \sigma_{AB}$$



Condición del mínimo:

Derivada parcial del riesgo respecto a uno de los títulos es igual a cero.

10.5. LIMITACIONES DEL MODELO DE TOBIN

El modelo de la cartera mixta es perfecto matemáticamente hablando, pero tiene fallos, ya que es una simplificación de la realidad financiera, por las siguientes razones:

- El mercado de capitales no es totalmente perfecto.
- En el mundo real un inversor financiero no puede prestar y pedir prestado a una cantidad ilimitada al tipo de interés de los activos libres de riesgo (R_f), ya que no es lógico prestar y pedir prestado al mismo tipo de interés, a esto se le une que el interés recibido por una imposición de ahorros (depósito) suele ser inferior que el interés pagado por los créditos (endeudamiento).
- Todo inversor tiene una capacidad de endeudamiento limitada, si se sobrepasa aumenta el tipo de interés aplicado.
- No está claro que existan activos totalmente libres de riesgo, porque incluso los emitidos por el Estado poseen algún tipo de riesgo cuando se realizan antes del vencimiento. Estos soportan riesgo de cotización que es aleatorio y no se conoce con exactitud su rentabilidad porque su cotización fluctúa constantemente.



11. LA TEORÍA DEL MERCADO DE CAPITALLES

Siguiendo a Brealey *et al.* (2006) y Suárez (2008).

La teoría del mercado de capitales pretende explicar cómo se determinan los precios de los títulos en el mercado de capitales, diseña un modelo teórico de equilibrio entre la rentabilidad y el riesgo de los títulos de las carteras.

El Capital Asset Pricing Model o CAMP, es el modelo fundamental de esta teoría, sirva para valorar tanto inversiones financieras como productivas.

La teoría del mercado de capitales se basa en un conjunto de hipótesis acerca del comportamiento y actitudes del individuo así como acerca del mercado de activos financieros:

- Comportamiento racional de los inversores, tal que los individuos pretendan maximizar su utilidad esperada.
 - o Maximizar la rentabilidad para un riesgo determinado o minimizar el riesgo para una rentabilidad esperada.
 - o Son adversos al riesgo y diversificadores eficientes de sus carteras.
- Todos los inversores pueden prestar y pedir prestado toda la cantidad de dinero necesaria a R_f .
- Son indiferentes ante un incremento de los dividendos o intereses y un incremento equivalente del precio de los títulos.
- Todos los inversores tienen las mismas oportunidades para invertir, aunque la cantidad de dinero que cada uno de ellos pueda invertir sea diferente.
-
-



- Todos los inversores tienen expectativas homogéneas, es decir, están de acuerdo en la distribución de probabilidades de los rendimientos de los distintos activos financieros.
- Todos los inversores tienen el mismo horizonte temporal: Un solo periodo.
- El mercado es perfectamente competitivo y no existen costes de transacción ni impuestos.
- Todas las inversiones son ínfimamente fraccionables.

La teoría del mercado de capitales se basa en el equilibrio, el mercado de capitales está en equilibrio cuando existe correlación entre el rendimiento y el riesgo de los títulos que se negocian en él, es decir, la demanda de los títulos iguala a su oferta y la cantidad de dinero prestada es la adecuada.

Puesto que las expectativas acerca de la rentabilidad esperada de los distintos activos financieros es homogénea por todos los inversores, estos no sólo seguirán el proceso descrito por Tobin, sino que además escogerán la misma cartera eficiente a la que llamaremos Q^* .

Si todos los inversores demandan la misma cartera Q^* y el mercado está en equilibrio, esta demanda coincidirá con la oferta por parte de las empresas y la composición de la cartera Q^* coincidirá con la cartera de mercado, es decir, con la proporción que guardan entre sí las capitalizaciones bursátiles de todos los títulos del mercado.

El equilibrio del mercado de capitales trae consigo las siguientes consecuencias:

- La libre actuación de los participantes, hace que el mercado funcione de forma eficiente y que los títulos estén correctamente valorados en el mercado.



- El mercado solo pagará por el riesgo sistemático de una cartera, el inversor sólo tendrá en cuenta el riesgo sistemático ya que el específico se considera que está diversificado.
- Todo inversor diversificará eficientemente su cartera y pretenderá una mayor rentabilidad para un riesgo dado.
- La composición de la cartera eficiente coincide con la cartera de mercado, la que esta compuesta por todos los títulos que se negocian en un mercado de capitales concreto. Ejemplo: Bolsa de Shanghai.

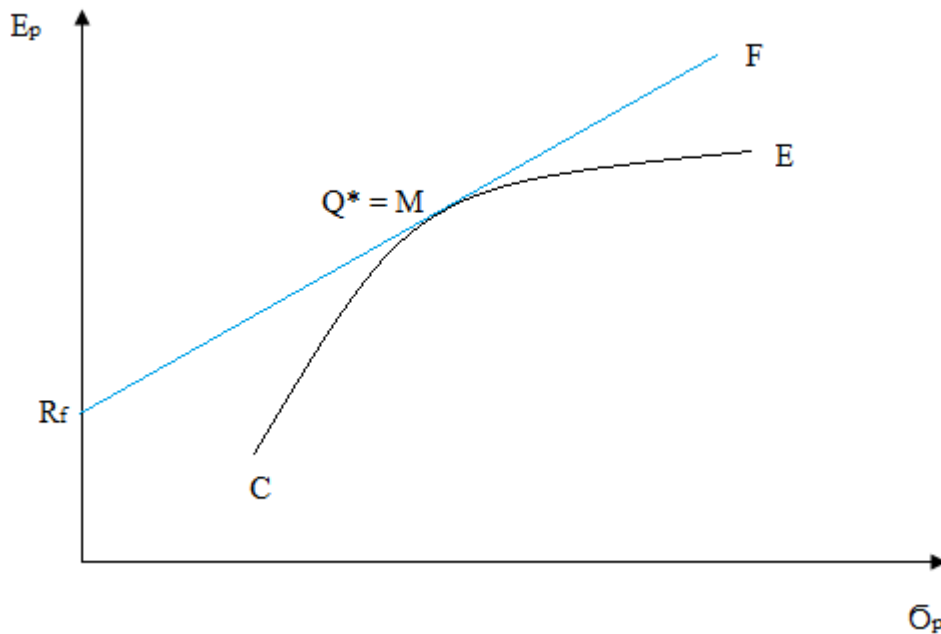
12. (CML) CAPITAL MARKET LINE

Siguiendo a Brealey *et al.* (2006) y Suárez (2008).

Si se considera en equilibrio el mercado de capitales y el efecto conjunto de todos los inversores, la cartera eficiente (Q^* del modelo de Tobin) se convierte en la cartera de mercado.

$$Q^* = M$$

La CML, representa el equilibrio del mercado de capitales en un contexto de carteras mixtas.



Gráfica 12.1 Relación de equilibrio entre rentabilidad y riesgo de las carteras mixtas eficientes

La cartera de mercado es la formada por todos los títulos que se negocian en un mercado de capitales concreto : M.

M es ficticio solo nos sirve para la teoría ya que es muy difícil que un inversor forme su cartera con todos los títulos que cotizan en el mercado de capitales. Ante esto suele tomarse como referencia un índice representativo, como el IBEX- 35, en el caso de España.

12.1. RENTABILIDAD Y RIESGO DE UNA CARTERA DE MERCADO

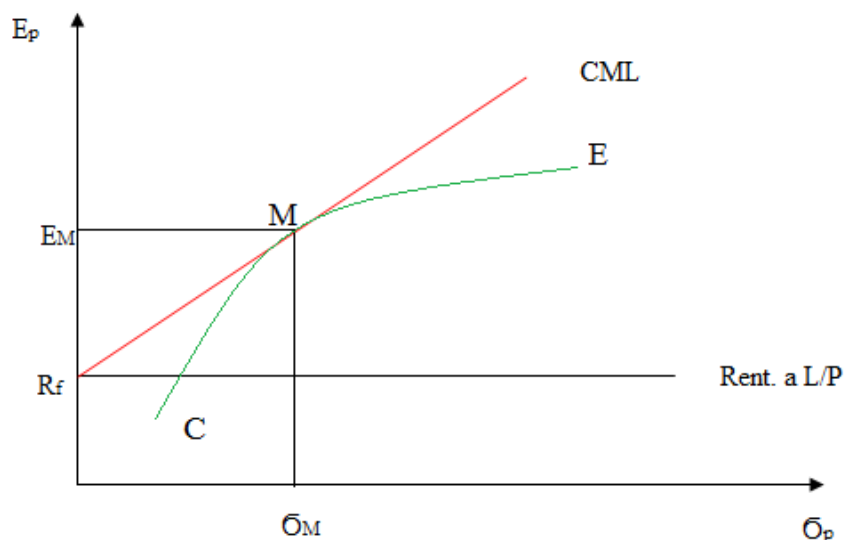
La cartera de mercado también vendrá definida por su rentabilidad y riesgo, ambos vendrán dados por las siguientes expresiones:

- Rentabilidad: $E_M = \sum X_i E_i$
- Riesgo: $\sigma_M^2 = \sum \sum X_i X_j \sigma_{ij}$
 - o Donde : $X_i X_j$ serán todos los títulos que cotizan en un mercado de capitales concreto.
 - o σ_{ij} : Covarianza del rendimiento de los títulos $i, j = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$

La combinación rentabilidad-riesgo de una cartera en la relación con la cartera de mercado será:

$$E_p = R_f + \left(\frac{E_M - R_f}{\sigma_M} \right) * \sigma_p = \text{CML} = \text{LINEA CARACTERÍSTICA DE MERCADO}$$

Rentabilidad de la cartera= Rent. de los activos libres de riesgos + Prima de riesgo



Gráfica 12.2: CML

Donde:

- E_p, σ_p : Rentabilidad y riesgo de la cartera eficiente.
- E_M, σ_M : rentabilidad y riesgo de la cartera del mercado.
- $\frac{(E_M - R_f)}{\sigma_M}$: Prima de riesgo del mercado.
- $\left(\frac{(E_M - R_f)}{\sigma_M} \right) * \sigma_p$: Prima total por riesgo de una cartera.

La CML coincide con el modelo de Tobin de carteras mixtas en la que se han sustituido los títulos que componen la cartera eficiente (Q^*) por todos los títulos que cotizan en un mercado de capitales concreto.

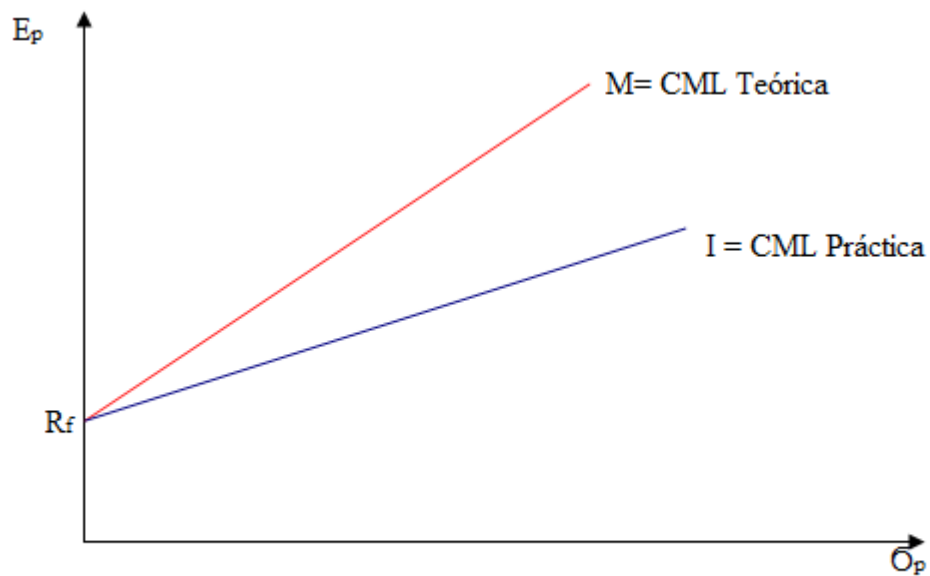
Se ha cambiado Q^* por M , la E_p por la E_M y la σ_R por la σ_M .

Como es difícil que un inversor forme una cartera con todos los títulos que cotizan en un mercado en concreto, es conveniente tomar un índice bursátil, como representativo del mercado, en este punto se sustituye la M por la I .

El utilizar un índice bursátil como referencia lleva consigo una serie de inconvenientes:

- Los índices bursátiles no siempre representan carteras eficientes, estos índices están formados por un criterio convencional. Ejemplo: El Ibex-35 está formado bajo el criterio de liquidez no de rentabilidad.
- La cartera de mercado (M) según Tobin forma una cartera eficiente, la cartera formada por el índice (I), constituye una diversificación errónea ya que no contiene todos los títulos que proporcionan un rendimiento máximo para el riesgo dado.

- La línea CML que se utiliza en la práctica, y que representa un índice, se encuentra por debajo de la CML teórica que contiene todos los títulos que cotizan en un mercado concreto.

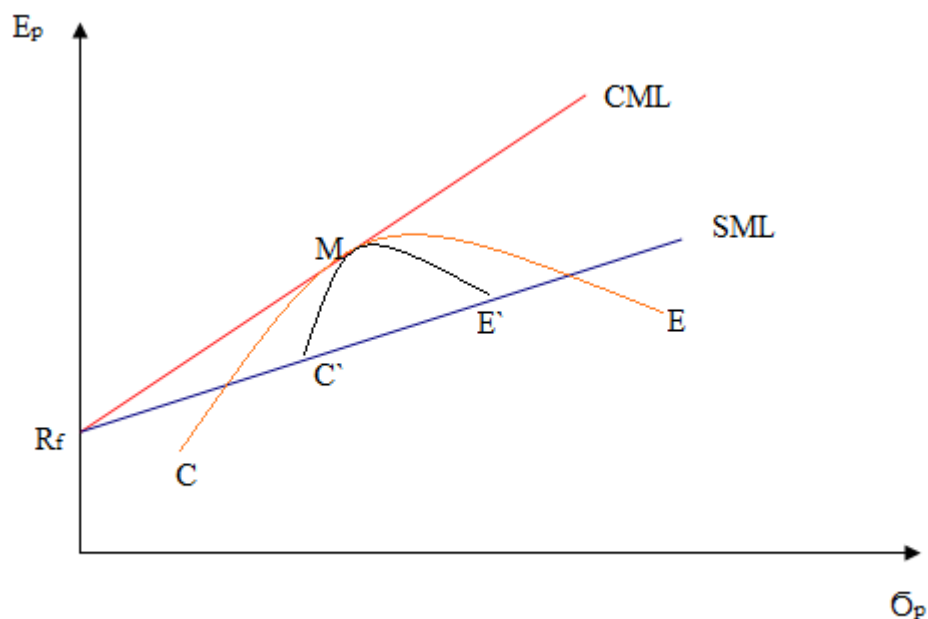


Gráfica 12. 3 : Representación de la CML teórica y práctica

13. (SML) SECURITIES MARKET LINE

Siguiendo a Brealey *et al.* (2006) y Suárez (2008).

La SML es una extensión lógica y una generalización de la CML, ya que la CML representa la relación de equilibrio entre rentabilidad y riesgo para carteras eficientes (distintas combinaciones entre activo de renta fija y la cartera de mercado) y SML representa la relación teórica de equilibrio entre la rentabilidad y riesgo para todo tipo de títulos individuales y carteras eficientes (las distintas combinaciones entre activo de renta fija y distintas carteras y títulos individuales).



Gráfica 13.1: SML

Sean los puntos C' y E' que representan rentabilidad y riesgo de dos títulos tomados individualmente del conjunto de carteras posibles, estos puntos representan puntos ineficientes respecto a M porque están dentro del conjunto de carteras eficientes (CE de Markowitz) y por la frontera eficiente de las carteras mixtas de Tobin.



M: cartera formada por todos los títulos que cotizan en un mercado de capitales concreto.

Expresión de SML

$$E_i = R_f + (E_M - R_f) * \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

Siendo la $\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$

Donde σ_{iM} representa la contribución del título i al riesgo total de la cartera del mercado.

La SML indica la relación entre rentabilidad y riesgo de los títulos tomados individualmente.

Conclusiones de la SML.

Si el mercado de capitales está en equilibrio:

- La SML constituye un modelo para valorar los activos con riesgo y carteras ineficientes. Las cotizaciones de los títulos tenderán a situarse sobre la SML, pero por debajo de la CML, porque los títulos tomados individualmente pueden contener riesgo específico además del sistemático. Si los títulos individuales forman carteras eficientes y bien diversificadas su cotización se situará sobre CML y SML, porque solo contiene riesgo sistemático.
- Si el precio o cotización de un título está sobre la SML está bien valorado, es decir, coincide con su valor intrínseco y no está ni Infra ni sobrevalorado.
- R_f y E_M son iguales para todos los inversores.
- Si existiese desequilibrio temporal en la cotización de un título, la especulación y el arbitraje conducirán a un nuevo equilibrio.



14. CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM)

Siguiendo a Brealey *et al.* (2006) y Suárez (2008).

El CAPM es un modelo de activos financieros ex ante que sirve para predecir la cotización futura de los títulos. Explica el proceso de formación del precio de los títulos cuando el mercado está en equilibrio y se mantiene la relación lineal entre rentabilidad y riesgo de los títulos y el mercado.

El CAPM o Modelo de Equilibrio de los activos financieros fue elaborado por William Sharpe en 1964.

William F. Sharpe

Nació el 16 de Junio de 1934 en Cambridge (Massachusetts), EE.UU.

Es un economista estadounidense, el cual ganó el Premio Nobel de Economía en 1990, por su aportación a la teoría económica financiera.

Sharpe estudió en la Universidad de California en Los Ángeles, donde se doctoró en Economía en 1961. Desde 1957 hasta ese año trabajó en la Rand Corporation junto a Markowitz y, más tarde, fue profesor en las universidades de Washington (1961-1968) y Stanford (desde 1970).

Sharpe estableció un modelo para fijar el precio de los activos financieros conocido como Capital Asset Pricing Model (CAPM).

El CAPM es el modelo más conocido y utilizado para la valoración de activos financieros. Las características de este modelo son las siguientes:

- Es un modelo basado en el equilibrio del mercado de capitales.
- Considera el comportamiento conjunto de todos los inversores (oferta = Demanda).



- Se fundamenta en la teoría de formación de carteras de Markowitz y en la SML.
 - o Expresa la relación equilibrio rentabilidad-riesgo de cualquier título y cartera.
 - o El valor de los títulos tenderá a situarse sobre la SML, de lo contrario la especulación y el arbitraje conducirán a un nuevo equilibrio.
- Es un modelo de expectativas, ya que permite por una lado predecir la cotización futura de los títulos y por otro lado permite valorar los títulos individuales, carteras de títulos y activos reales (negocios).

14.1. HIPÓTESIS DEL MODELO CAPM

- Mercado de capitales eficiente y en equilibrio.
- El precio de equilibrio de un título depende de las rentas que se esperan obtener en el futuro.
- La rentabilidad de un activo financiero coincide con la rentabilidad requerida por los inversores.
- El valor de un activo financiero no debe analizarse aisladamente, sino como componente de una cartera.
- El precio de un título sólo refleja el riesgo sistemático y no diversificable.
- Estabilidad de las β de los diferentes títulos, así el modelo histórico se convierte en predictivo.

14.2. FORMULACIÓN DEL CAPM

Se utiliza la línea característica del mercado de títulos (SML), para valorar cualquier activo financiero puesto que la CML sólo es para valorar carteras eficientes.

$$E_i = R_f + (E_M - R_f) \beta_i$$

Al calcular la rentabilidad esperada del título estoy también estimando el precio del título.

$$E_i = \frac{E(D_{it} + P_{it}) - P_{it-1}}{P_{it-1}}$$

De esta fórmula podemos despejar el P_{it} , nos quedaría:

$$P_{it} = \frac{E(D_{it} + P_{it})}{1 + E_i}$$

Las rentas generadas que el título va a generar en el futuro actualizadas al tipo E_i .

$$P_{it} = \frac{E(D_{it} + P_{it})}{1 + (R_f + (E_M - R_f) \beta_i)}$$

La CAPM establece una relación lineal entre el rendimiento esperado de los títulos y el rendimiento del mercado a través de sus β

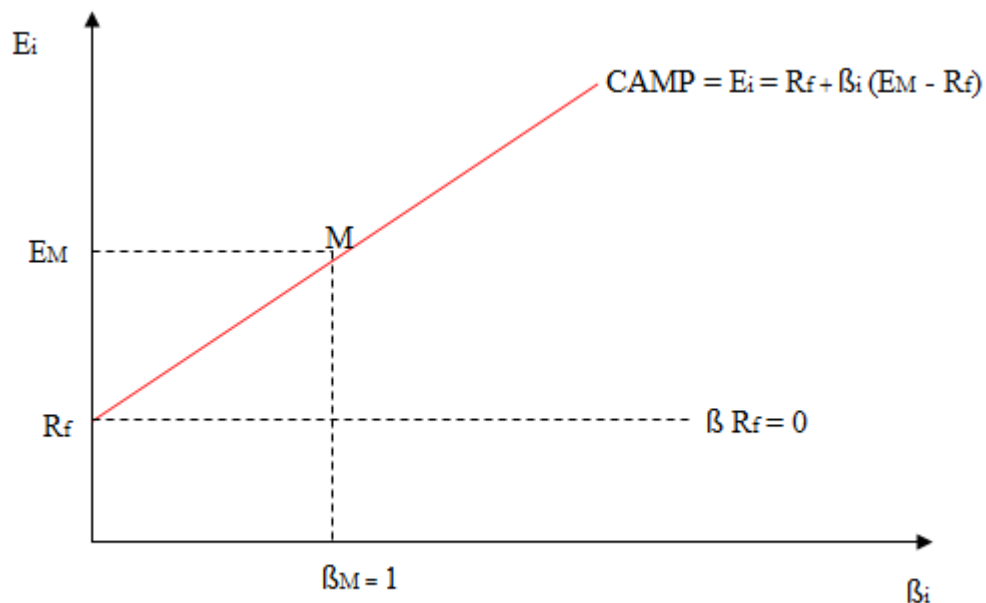
Rendimiento esperado de un título. E_i	=	Rentabilidad de los activos libre de riesgo R_f	=	Volatilidad del título multiplicada por la prima de riesgo del mercado $\beta_i (E_M - R_f)$
---	---	---	---	--

Por lo tanto la rentabilidad esperada de un título depende de su β , es decir, de su comportamiento en relación al comportamiento del mercado.

14.3. EL COEFICIENTE DE VOLATILIDAD β

La β mide la sensibilidad de la rentabilidad de un título ante variaciones de la rentabilidad de la cartera del mercado, por lo tanto, la β es :

- Un coeficiente de riesgo sistemático, que es el único riesgo que remunera el mercado.
- Pendiente de la recta de la regresión del CAMP.
- Contribución de un título al riesgo de la cartera de mercado.



Gráfica 14.1: Representación del coeficiente de volatilidad



La definición de la β es la covarianza entre la rentabilidad del título i y la del mercado dividido por la varianza del mercado.

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

Se puede definir en relación del coeficiente de correlación.

$$\beta_i = \frac{\rho_{iM} * \sigma_i * \sigma_M}{\sigma_M^2} \beta_i$$

El coeficiente de volatilidad de los activos libre de riesgo es cero y el coeficiente de volatilidad de la cartera de mercado es uno.

La β puede interpretarse de la siguiente manera:

- $\beta = 1$. Activo con riesgo normal. Activo neutro. La variación del rendimiento del título es igual a la del mercado, si el rendimiento del título sube un 10% el rendimiento del mercado sube otros 100%.
- $\beta > 1$. Activo muy arriesgado. Activo agresivo. La variación del rendimiento del título es mayor que la del mercado.
- $\beta < 1$. Activo poco arriesgado. Activo defensivo. La variación del rendimiento del título es menor que la del mercado.
- $\beta = 0$. Activo sin riesgo. La variación del rendimiento del título es constante ante cambios del mercado.

El modelo CAMP se basa en la estabilidad de las β de los títulos a largo plazo, la relación lineal entre el rendimiento de los títulos y de la cartera es constante y el modelo de valoración ex post se convierte en ex ante.



Cuanto más estables sean los β de los títulos más útil será el CAMP como modelo de valoración de los activos financieros, ya que el modelo tendrá mayor capacidad predictiva.

La hipótesis de estabilidad de la β es difícil de comprobar de una forma empírica ya que las β pasadas no aseguran las futuras y las rentabilidades pasadas tampoco aseguran las futuras.

El modelo CAMP tiene una serie de ventajas e inconvenientes, estos son los que se detallan a continuación:

Ventajas:

- El CAPM es un modelo innovador en el campo de las finanzas, es una aportación esencial a la teoría de la valoración de activos a la vez que es un modelo sencillo y práctico.
- El modelo tiene una gran capacidad predictiva, por la estabilidad de las β .
- Posibilidad de poder contrastarlo empíricamente con datos históricos reales.

Inconvenientes:

- El mercado de capitales en realidad no funciona de forma tan perfecta e ideal como supone CAMP, ya que no siempre está en equilibrio y los inversores no siempre diversifican sus carteras eficientemente.
- El índice de mercado utilizado como sustitutivo no siempre está formado por una cartera eficiente.
- Todos los inversores no tienen las expectativas homogéneas en relación a la rentabilidad y el riesgo.



- Es un modelo de expectativas, para su contraste deberíamos de emplear información futura y las β , se calculan con información pasada.
- El modelo dolo tiene en cuenta un periodo, aunque supone que el riesgo de los títulos permanece en periodos sucesivos.

14.4. CONCLUSIONES DEL MODELO CAPM

- El CAPM es un modelo que describe el rendimiento y el riesgo de un título o cartera en función de su coeficiente de volatilidad.
- La relación renta-riesgo de los títulos varía en la misma dirección que el mercado.
- La relación entre los rendimientos de los distintos títulos se puede expresar por diferencia de sus β , títulos con β altas ofrecen rendimientos de equilibrio superiores.
- El riesgo de los títulos posee dos componentes, el riesgo específico y el sistemático. El específico se puede diversificar pero el sistemático es importante para el inversor, ya que no se puede diversificar.



15. CAPM EN MERCADOS EMERGENTES

Se conoce como mercados emergentes a los países con una actividad social o de negocios en rápido crecimiento e industrialización.

No se puede hablar de mercados emergentes sin tener una breve mención a los BRICS (Brasil, Rusia, India, China y Sudáfrica), todos estos países tienen en común que poseen una gran población, un enorme territorio, lo que les proporciona una gran cantidad de recursos naturales.

Los BRICS presentan un enorme crecimiento del PIB y de participación en el comercio a nivel mundial en los últimos años, lo que hace las inversiones en estos países muy atractivas.

El modelo CAPM tiene dificultades a la hora de aplicarse en países emergentes, la principal dificultad nos lo encontramos en los supuestos bajo los que se desarrolla el modelo, ya que la mayoría de estos supuestos no se cumplen en mercados desarrollados, pero hay un supuesto que se aleja aún más en los mercados emergentes que en los desarrollados, es el supuesto de eficiencia en el mercado.

La eficiencia en los mercados emergentes es altamente debatible, por las siguientes razones:

- Los mercados de oferta pública y la Bolsa de valores son relativamente pequeñas. Tenemos como ejemplo el mercado bursátil de Brasil, es el mayor de Latinoamérica y representa en comparación el 5% de la Bolsa de Reino Unido.
- Los mercados bursátiles en la economía tienen muy poca importancia.
- Los mercados bursátiles están altamente concentrados. Si los mercados están concentrados es posible que los precios puedan ser manipulados por parte de los inversores, además esta concentración dificulta la diversificación.



- La información sobre el mercado y el coste del capital, es escasa imprecisa y volátil.
- Muy pocas empresas comparables están disponibles. Muchos sectores económicos no están representados totalmente en los mercados bursátiles.

Todos estos factores que hacen que la aplicación del CAPM en mercados emergentes sea complicada y por lo cual deberemos de adaptar el modelo para que se pueda aplicar. Las soluciones que se aportan para aplicar el CAPM a mercados emergentes son varias, pudiendo distinguir de las soluciones que nos ofrecen las personas que trabajan a diario con ello y las soluciones académicas.

15.1. SOLUCIÓN APORTADA POR LOS PROFESIONALES

Desde el punto de vista de las personas que están continuamente evaluando inversiones, los países emergentes presentan un mayor riesgo, por lo cual hablan del riesgo del país, introduciendo también la prima de riesgo del país. El modelo utilizado por estos profesionales es el siguiente:

$$E(R_i, X) = R_f + (E(R_M) - R_f)\beta + CR_x$$

Donde:

- $E(R_i, X)$: Rendimiento esperado del activo "i" en el país X.
- R_f : Tasa libre de riesgo.
- β : La β de una compañía similar en un país desarrollado.
- $E(R_M)$: Rendimiento esperado de la cartera de mercado.
- CR_x : Prima de riesgo del país X.



15.2. SOLUCIONES APORTADAS POR LOS ACADÉMICOS

Las teorías académicas, que pretenden dar solución a este problema, se pueden clasificar para mercados segmentados ó integrados. La segmentación puede ser observada por restricciones legales, costes transaccionales etc. En los mercados segmentados la diversificación tiene más dificultades.

Se presentan las siguientes soluciones:

Global CAPM

Muchos académicos creen firmemente en una integración progresiva de los mercados financieros en la última década del S.XX. Partiendo de esto un inversor podría entrar y salir del cualquier mercado este ubicado en cualquier sitio del mundo, con una determinada certeza del valor final conseguido y con unos costes de transacción mínimos.

Un inversor que cree en la existencia de mercados integrados podría utilizar el siguiente modelo de CAPM:

$$E(R_i, X) = R_f + (E(R_M) - R_f)\beta_{LG}$$

Donde la β_{LG} , es la β de una compañía local calculada contra un índice de mercado global.

Este modelo asume que la diversificación geográfica puede hacer desaparecer el riesgo sistemático. En este modelo se asume que el activo que se está evaluando no está correlacionado con las variaciones de los tipos de cambio.

Es difícil defender el Global CAPM, con las imperfecciones de los mercados emergentes.



Local CAPM

Cuando los inversores tienen límites para poder operar en los mercados de ciertos países, los inversores tienen limitaciones o están segmentados en esos mercados. En esta situación hay que tener en cuenta el riesgo de país.

Cuando se nos presenta un escenario con estas condiciones, los participantes pueden utilizar un Local CAPM, que se planteará de la siguiente forma:

$$E(R_i, X) = R_{FL} + (E(R_{ML}) - R_{FL})\beta_{LL}$$

$$R_{FL} = R_{FG} + R_C$$

Donde:

- R_{FL} : Tasa libre de riesgo local, está formada por la tasa libre de riesgo global más la prima de riesgo del país.
- β_{LL} : Volatilidad de la compañía local contra un índice de mercado local.
- R_{ML} : Rendimiento del mercado local.

Local CAPM Ajustado

Según Godfry & Espinosa (1996) la introducción de una prima de riesgo país en el modelo CAPM, da lugar a una duplicación del riesgo, ya que parte del riesgo que presenta la prima de riesgo país, podría estar presente dentro de la prima de riesgo de mercado.

Erb, Harvey y Viskanta (1995) mostraron que el riesgo de mercado engloba un componente de riesgo macroeconómico. En esta misma línea, Pereiro (2001), propone el siguiente modelo para corregir la prima de riesgo sistemático:

$$(1 - R^2)$$

Donde R^2 es el coeficiente de determinación de la regresión entre la volatilidad de los rendimientos de una compañía local y la variación del riesgo del país. Pereiro llamó a este modelo Local CAPM ajustado:

$$E(R_i, X) = R_{FG} + CRx + (1 - R^2) * (E(R_{ML}) - R_{FL}) \beta_{LL}$$

Erb, Harvey y Viskanta ajustan la prima de riesgo sistemático o de mercado por el factor 0,6, quedando la ecuación de la siguiente manera:

$$E(R_i, X) = R_{FG} + CRx + 0,6 * (E(R_{ML}) - R_{FL}) \beta_{LL}$$

CAPM Híbrido Ajustado

La gran volatilidad de los mercados emergentes hace que se complique el cálculo de las betas y la prima de mercado a L/P, ya que en un horizonte temporal largo hace los parámetros sean inestables y que los promedios históricos no estén disponibles o sean poco fiables. Por estos motivos se creó este modelo, llamado híbrido ya que combina parámetros de riesgos locales con globales.

Este modelo calcula a través de la prima del mercado global, la prima del mercado local, mediante el uso de la beta del país, llegando a la siguiente forma:

$$E(R_i, X) = R_{FG} + CRx + (1 - R^2) * (E(R_{MG}) - R_{FG}) \beta_{GG} \beta_{PLG}$$

También lo podemos expresar de la siguiente forma:

$$E(R_i, X) = R_{FG} + CRx + 0,6 * (E(R_{MG}) - R_{FG}) \beta_{GG} \beta_{PLG}$$

Donde:

- β_{PLG} : Beta del país, es la pendiente de la recta de regresión entre el índice del mercado bursátil local y el índice del mercado global.



- β_{GG} : Beta promedio de empresas que se pueden comparar, que cotizan en el mercado global ponderado por su capitalización del mercado.

Modelo de Godfrey & Espinosa

Estos identifican tres tipos de riesgos que afectan a las inversiones en mercados emergentes:

- Riesgo político.
- Riesgo comercial.
- Riesgo de tipo de cambio.

El riesgo de cambio, se afronta eligiendo una moneda base fuerte como puede ser el USD, los otros dos riesgos son incorporados en la tasa de descuento.

El modelo se puede expresar de la siguiente manera:

$$E(R_i, X) = R_F + CRx + 0,6 * (E(R_M) - R_f) \beta_{Aj}$$

$$\beta_{Aj} = \frac{\sigma_x}{\sigma_M}$$

El β_{Aj} es una beta ajustada y puede ser equivalente a la beta del modelo CAPM, cuando el coeficiente de correlación entre los rendimientos del mercado global y local es igual a 1, ya que, el cálculo de β_{Aj} , es equivalente a:

$$\beta = \left(\frac{\sigma_{xM}}{\sigma_x \sigma_M} \right) * \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_M} \right) = \rho_{xM} * \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_M} \right)$$



Godfrey & Espinosa asumen que el mercado paga rendimientos por el riesgo total no solo por el sistemático, por lo que la medida del riesgo ahora es total y vendrá dada por σ .

16. MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS POR ARBITRAJE (APT)

Siguiendo a Brealey *et al.* (2006) y Suárez (2008).

El APT, fue propuesto por Stephen Ross en 1976.

Stephen Ross

Es conocido por iniciar varias teorías y modelos importantes de la economía financiera. Ross es el más conocido para el desarrollo de la teoría de valoración de los activos financieros por arbitraje (mediados de 1970), así como por su papel en el desarrollo del modelo de valoración de opciones binomial (1979, también conocida como el modelo de Cox-Ross-Rubinstein). Fue el iniciador del concepto económico fundamental de la fijación de precios neutral al riesgo.

Ross fue Presidente de la Asociación Americana de Finanzas en 1988. Fue nombrado Asociación Internacional de Ingeniería Financiera Ingenieros Financieros del Año en 1996.

El modelo APT

El modelo se basa en la creación de una cartera de arbitraje y se basa en datos históricos para estimar la rentabilidad esperada de los títulos y carteras.

La teoría de valoración por arbitraje (APT, Arbitrage Pricing Theory), es un modelo de equilibrio que trata de cómo se determinan los precios de los activos financieros.



Para poder ver el modelo ATP, deberemos de saber lo que es un arbitraje, el arbitraje se puede definir como la obtención de un beneficio sin riesgo al aprovechar un diferencial en la valoración de un mismo título ó activos en el mercado. Todo inversor se siente incentivado para aprovechar oportunidades de arbitraje. La cartera de arbitraje es aquella que cumple tres condiciones:

- No requiere inversión adicional de fondos.
- No presenta riesgo adicional.
- Tiene una rentabilidad esperada positiva.

La idea general es que el inversor parte con una cartera de valores y este busca oportunidades de arbitraje en los valores de su cartera. Propone una cartera nueva que no va a requerir un desembolso adicional, modifica las proporciones de los títulos que componen la cartera con el fin de aprovechar oportunidades de arbitraje e incrementar la rentabilidad esperada de la cartera sin que el riesgo aumente.

El modelo APT junto con el Capital asset pricing model (CAPM) es una de las dos teorías más influyentes en el estudio de la fijación del precio de los activos. El modelo APT difiere del CAPM en que sus supuestos son menos restrictivos. Esto permite que sea un modelo explicativo del retorno de los activos. Este asume que cada inversor tendrá una cartera única con un vector único de betas, contrario a la cartera idéntica al mercado que sugiere el modelo CAPM. En algunos casos se puede considerar que el modelo CAPM es un caso especial del modelo APT.

16.1. CARACTERÍSTICAS DEL MODELO APT

El APT tiene las siguientes características:

- Es un modelo que generaliza al CAMP, ya que el CAMP considera un solo factor de riesgo β y el APT considera muchos factores comunes al riesgo.
- La rentabilidad de cada título depende por un lado de las influencias exógenas desde el punto de vista macroeconómico y, por otro lado, de una serie de perturbaciones específicas de cada empresa en particular.
- Para cada título existe dos fuentes de riesgos que operan en forma de sumandos para explicar su rentabilidad, por una parte están los factor macroeconómicos que no se pueden eliminar mediante la diversificación y por otra parte están los factores relacionados con la empresa que pueden ser mitigados realizando diversificación.
- Modelo uniperiodo al igual que el CAMP.

En el modelo APT, la rentabilidad esperada de la cartera de arbitraje depende de un conjunto de factores específicos y exógenos. El APT se puede expresar de la siguiente manera:

$$E_i = \lambda_0 + b_{i,1} \lambda_1 + b_{i,2} \lambda_2 + \dots + b_{i,n} \lambda_n$$

Donde:

$b_{i,j}$: Volatilidad o sensibilidad de la rentabilidad del título i respecto al factor j .

λ_n : Primas de riesgo asociadas al factor b_i . Aquí se tienen en cuenta factores de riesgo específicos de la empresa, como la solvencia y factores exógenos como el IPC.



Con esto podemos observar que un caso particular de APT, sería el CAMP, cuando solo se tiene en cuenta un factor de riesgo, la prima de riesgo del mercado y λ_0 es igual a R_f .

Para llegar a estas conclusiones el APT para de los siguientes supuestos:

- Los mercados de capitales son perfectos, eficientes y en equilibrio.
- El inversor es racional.
- La rentabilidad de los activos financieros se explica por una relación lineal en la que inviertes múltiples factores comunes al riesgo.
- El inversor crea una cartera de arbitraje, modificando las proporciones de su cartera de títulos original.

16.2. CRÍTICAS AL MODELO APT

- Es un modelo que no fácil de contratar empíricamente, ya que incluye variables que no se pueden observar, que son comunes al riesgo y utiliza series históricas para poder hacer una predicción de futuro.
- Hay muchos factores comunes al riesgo y se van incrementando a medida que aumenta la muestra, nuestro autor considera que entre tres a cinco factores son suficientes para que el riesgo de una cartera quede caracterizado.

17. APLICACIONES PRÁCTICAS DE LOS MODELOS DE CREACIÓN DE CARTERAS.

Siguiendo a Arroyo *et al.* (1997), se han desarrollado los casos que e muestran a continuación.

17.1 APLICACIÓN DEL MODELO DE MARKOWITZ

Un inversor financiera forma una cartera de valores compuesta por acciones de la empresa Telefónica y Acciona. La información que se posee en relación con la rentabilidad y el riesgo que tiene el inversor respecto a estas acciones es la que se muestra en el siguiente cuadro:

ACCIONES	RENTABILIDAD (%)	RIESGO (σ_i)
TELEFÓNICA	15	6
ACCIONA	9	3

También nos informan que el coeficiente de correlación del rendimiento de las acciones de Telefónica y Acciona es de $-0,5$.

Vamos a calcular la rentabilidad y el riesgo de las acciones esperado aplicando el modelo de Markowitz y suponiendo que la cartera se compone de 100, 70, 50 , 30 y 0% de las acciones de Telefónica.

La rentabilidad de la cartera será la rentabilidad de cada título por el porcentaje que se tiene de cada título.

$$E_p = X_i E_i$$

Por lo que la rentabilidad de nuestra cartera con los títulos que poseemos será:



- $E_p = (1 \times 15) + (0 \times 9) = 15 \%$
- $E_p = (0,7 \times 15) + (0,3 \times 9) = 13,2 \%$
- $E_p = (0,5 \times 15) + (0,5 \times 9) = 12 \%$
- $E_p = (0,3 \times 15) + (0,7 \times 9) = 10,8 \%$
- $E_p = (0 \times 15) + (1 \times 9) = 9 \%$

Podemos observar que a medida que tenemos más acciones de Acciona mi rentabilidad va disminuyendo.

Ahora pasaremos a calcular el riesgo de cada posible proporción de la formación de la cartera.

$$\sigma_p^2 = X_{\text{Telef.}}^2 \cdot X_{\text{Accio.}}^2 + \sigma_{\text{Telef.}}^2 \cdot \sigma_{\text{Accio.}}^2 + 2 X_{\text{Telef.}} X_{\text{Accio.}} \cdot \sigma_{\text{Telef-Accio.}}$$

Proporción 100% acciones de Telefónica y 0% acciones de Acciona.

$$\sigma_p^2 = (1)^2 (6)^2 + 0 + 0 = 36 \quad \sigma_p = (36)^{1/2} = 6\%$$

Proporción 70% acciones de Telefónica y 30% acciones de Acciona.

$$\sigma_p^2 = (0,7)^2 (6)^2 + (0,3)^2 (3)^2 + 2 \times 0,7 \times 0,3 \times (-9) = 14,67$$

$$\sigma_p = (14,67)^{1/2} = 3,83\%$$

$$\sigma_{\text{Telef-Accio.}} = 6 \times 3 \times (-0,5) = -9.$$



Proporción 50% acciones de Telefónica y 50% acciones de Acciona.

$$\sigma_p^2 = (0,5)^2 (6)^2 + (0,5)^2 (3)^2 + 2 \times 0,5 \times 0,5 \times (-9) = 6,75$$

$$\sigma_p = (6,75)^{1/2} = 2,6\%$$

$$\sigma_{\text{Telef-Accio.}} = 6 \times 3 \times (-0,5) = -9.$$

Proporción 30% acciones de Telefónica y 70% acciones de Acciona.

$$\sigma_p^2 = (0,3)^2 (6)^2 + (0,7)^2 (3)^2 + 2 \times 0,3 \times 0,7 \times (-9) = 3,87$$

$$\sigma_p = (3,87)^{1/2} = 1,97\%$$

$$\sigma_{\text{Telef-Accio.}} = 6 \times 3 \times (-0,5) = -9.$$

Proporción 0% acciones de Telefónica y 100% acciones de Acciona.

$$\sigma_p^2 = (0)^2 (6)^2 + (1)^2 (3)^2 + 2 \times 0 \times 1 \times (-9) = 9$$

$$\sigma_p = (9)^{1/2} = 3\%$$

$$\sigma_{\text{Telef-Accio.}} = 6 \times 3 \times (-0,5) = -9.$$

A continuación voy a calcular la proporción de acciones de Telefónica y de Acciona, para que el riesgo de la cartera sea mínimo.



Partimos que con la suma de las acciones de mi cartera mi presupuesto es igual a 1.

$$X_{\text{Telefónica}} + X_{\text{Acciona}} = 1$$

Voy a despejar Telefónica y ponerlo todo en función de las acciones de Acciona.

$$X_{\text{Telefónica}} = 1 - X_{\text{Acciona}}$$

$$\sigma_p^2 = (6)^2 (1 - X_{\text{Acciona}})^2 + (3)^2 X_{\text{Acciona}}^2 + 2 \times (1 - X_{\text{Acciona}}) \times X_{\text{Acciona}} \times (-9)$$

$$\sigma_p^2 = 36(1 + X_{\text{Acciona}}^2 - 2 X_{\text{Acciona}}) + 9 X_{\text{Acciona}}^2 - 18 X_{\text{Acciona}} + 18 X_{\text{Acciona}}^2$$

$$\sigma_p^2 = 54 X_{\text{Acciona}}^2 - 81 X_{\text{Acciona}} + 36$$

Para calcular el mínimo tengo que realizar la primera derivada parcial respecto a X_{Acciona} , es decir, respecto a la proporción de títulos de acciona óptimos, lo igualo a cero a saco la proporción de títulos de Acciona, para comprobar si es un mínimo hago la segunda derivada y si sale positiva será un mínimo los de Telefónica los despejaría de :

$$X_{\text{Telefónica}} = 1 - X_{\text{Acciona}}$$

$$\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial X_{\text{Acciona}}} = 108 X_{\text{Acciona}} - 81 = 0$$

$$X_{\text{Acciona}} = 0,75$$

$$X_{\text{Telefónica}} = 0,25$$

Para que mi riesgo sea mínimo mi cartera estará compuesta por el 75% de los títulos de Acciona y el 25% de los títulos de telefónica.

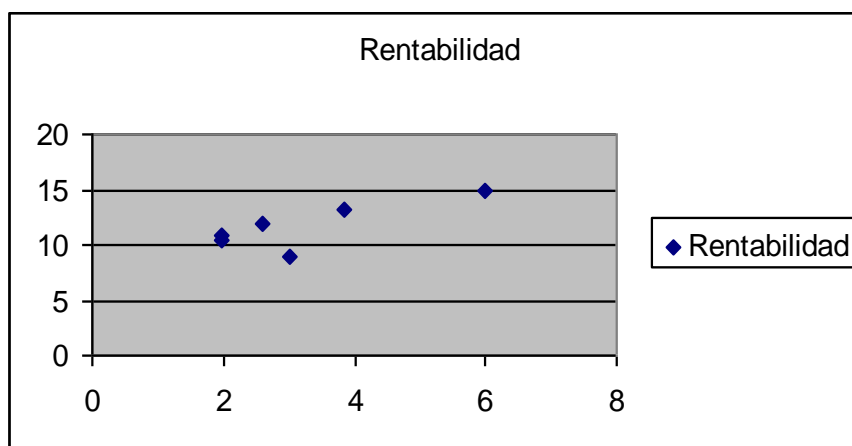
El rendimiento y el riesgo que obtendré será la siguiente:

$$E_p = (0,25 \times 15) + (0,75 \times 9) = 10,5 \%$$

$$\sigma_p^2 = (0,25)^2 (6)^2 + (0,75)^2 (3)^2 + 2 \times 0,25 \times 0,75 \times (-9) = 3,9375$$

$$\sigma_p = (3,9375)^{1/2} = 1,98\%$$

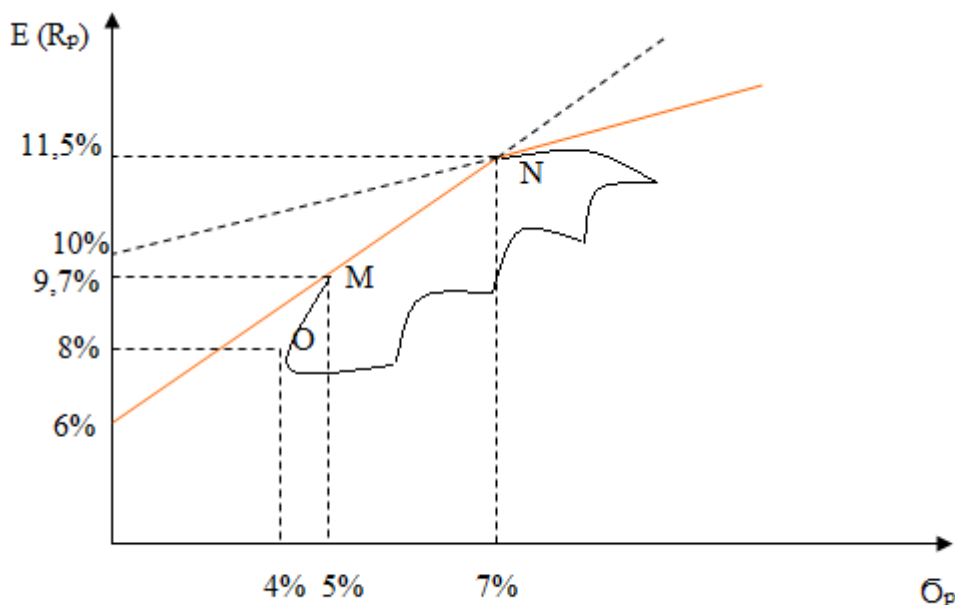
Gráficamente podemos ver como quedan las distintas combinaciones de carteras



Vemos que la mejor proporción de la cartera es la que está compuesta por el 75 % de acciones de Acciona y el 25% de acciones de Telefónica, siguiéndola muy de cerca, casi inapreciable esta la cartera compuesta por el 30% de acciones de Telefónica y el 70% de acciones de Acciona

17.2. APLICACIÓN PRÁCTICA DEL MODELO DE MARKOWITZ AMPLIADO POR TOBIN

El Sr González puede invertir en el mercado de capitales en un número de títulos con riesgo, en títulos sin riesgo al 6% y puede endeudarse al 10%. Además se sabe que las carteras O y N, que aparecen en la gráfica tienen una desviación típica del 4% y del 7% respectivamente y el coeficiente de correlación lineal entre sus rentabilidades es de 0,2. La desviación típica de la cartera M es el 5%.



Vamos a calcular la cartera de mínimo riesgo que combina las carteras O y N.

Lo que queremos ver es la proporción invertida en O y en N, para ello vamos a hacer la varianza de la cartera, pondremos los títulos en función de O, haremos la primera derivada para poder despejar esa proporción, si la segunda derivada sale positiva, estaremos ante la cartera que nos proporciona un mínimo riesgo .



$$\sigma_p^2 = 0,04^2 X_0^2 + 0,07^2 X_N^2 + 2 X_0 X_N \rho_{0N} \sigma_0 \sigma_N$$

Sabiendo que $X_0 + X_N = 1$

Por lo que $X_N = X_0 - 1$

$$\sigma_p^2 = 0,04^2 X_0^2 + 0,07^2 (X_0 - 1)^2 + 2 X_0 (X_0 - 1) + 0,2 \times 0,04 \times 0,07$$

$$\sigma_p^2 = 0,0016 X_0^2 + 0,0049 + 0,0049 X_0^2 - 0,0098 X_0 + 0,00112 X_0 - 0,00112 X_0^2$$

$$\sigma_p^2 = 0,00538 X_0^2 - 0,00868 X_0 + 0,0049$$

$$\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial X_0} = 0,01076 X_0 - 0,00868 = 0$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_p^2}{\partial X_0^2} = 0,01076. \text{ Sale positivo por lo cual los puntos } X_0 \text{ y } X_N, \text{ nos indicarán la}$$

proporción que debemos invertir en O y N que nos da el mínimo riesgo.

$$X_0 = 0,8067 \quad X_N = 0,1933$$

Para formar la cartera con mínimo riesgo se tendrá que invertir en O un 80,67% y en N un 19,33% , esta combinación nos proporciona la siguiente rentabilidad y riesgo:

$$E_p = 0,08 \times 0,8067 + 0,115 \times 0,1933 = 0,08677 = 8,677\%$$

$$\sigma_p^2 = 0,04^2 \times 0,8067^2 + 0,07^2 \times 0,1933^2 + 2 \times 0,8067 \times 0,1933 \times 0,00056 = 0,001399$$

$$\sigma_p = (0,001399)^{1/2} = 0,0374 = 3,74\%$$

Esta proporción de cartera nos aporta una rentabilidad del 8,677% y un riesgo del 3,74%.

A continuación vamos a ver si podemos encontrar una cartera que nos pueda aportar el mismo riesgo pero mayor rentabilidad, para ello vamos a ver una combinación de los activos libres de riesgo con los que no están libres del riesgo, es decir, vamos a aplicar el modelo de Tobin.

$$\sigma^2_{(Rp)} = (1 - X)^2 \sigma^2_M$$

$$\sigma_{(Rp)} = (1 - X) \sigma_M$$

$$0,0374 = (1 - X) 0,05$$

$$X = 0,252. \text{ Proporción del activo libre de riesgo.}$$

$$1 - 0,252 = 0,748. \text{ Proporción invertida en la cartera M}$$

Ahora vamos a ver que rentabilidad me da esta proporción:

$$E_{(Rp)} = 0,252 \times 0,06 + 0,748 \times 0,097 = 0,087676 = 8,7676\%$$

Vemos que invirtiendo parte en activos sin riesgo y parte en activos con riesgo, obtenemos una rentabilidad de 8,7676% superior a la cartera calculada anteriormente la cual estaba formada por activos con riesgo que nos daba una rentabilidad de 8,677% , por supuesto soportando ambas el mismo riesgo 3,74%.

Si el inversor quisiese soportar un riesgo del 8,4%, la cartera eficiente para este tipo de inversor sería la siguiente:

$$\sigma^2_{(Rp)} = (1 - X)^2 \sigma^2_N$$

$$\sigma_{(Rp)} = (1 - X) \sigma_N$$

$$0,084 = (1 - X) 0,07$$

$X = -0,2$. Sale negativo esto quiere decir que el inversor se va a endeudar en un 20% al tipo de interés del 10%

El riesgo de la cartera sería del 8,4% y la rentabilidad que obtendría sería la siguiente:

$$E_{(Rp)} = -0,2 \times 0,1 + 1,2 \times 0,115 = 0,118 = 11,8\%.$$

17.3. APLICACIÓN PRÁCTICA SOBRE LA VALORACIÓN DE ACCIONES SEGÚN CAPM

Un fondo de inversión tiene un patrimonio valorado en 40 millones de euros, este fondo invierte en los valores que vamos a mostrar a continuación:

	Inversiones en millones de euros	β
Industria Soria	12	2
Industria Asturias	9,2	0,7
Industria León	6,5	1
Industria Burgos	8,3	0,5
Industria Langreo	3,5	1,5

Vamos a calcular la β del fondo:

$$\beta_p = ((12 \times 2) + (9,2 \times 0,7) + (6,5 \times 1) + (8,3 \times 0,5) + (3,5 \times 1,5)) / (12 + 9,2 + 6,5 + 8,3 + 3,5) = 1,1732$$

Si el tipo de interés de los activos libres de riesgo fuese del 5% y la prima por riesgo del mercado) 9% , vamos a calcular la rentabilidad del mercado y la rentabilidad de equilibrio del fondo.

La rentabilidad del mercado la podemos calcular a partir de la siguiente expresión:

$$\text{Prima por riesgo} = E_M - R_f$$

$$0,09 = E_M - 0,05$$

$$E_M = 14\%$$

La rentabilidad de equilibrio del fondo:

$$E_p = R_f + (E_M - R_f) \beta_p$$

$$E_p = 5 + (14 - 5) 1,1732 = 15,5588\%$$

17.4. APLICACIÓN PRÁCTICA DE SML Y CAPM

La empresa Innovación posee una cartera de títulos de los que conocemos sus β y sabemos que la cantidad total invertida es de 500 millones de euros, estos se distribuyen de la siguiente forma:

	<i>Inversiones en miles de euros</i>	<i>β</i>
Acciones en cosméticos	140	0,6
Acciones en textil	200	0,4
Acciones farmacéuticas	160	2,5

La probabilidad de las rentabilidades esperadas del mercado para el próximo ciclo son:

<i>Rentabilidad del mercado</i>	<i>Probabilidad</i>
8%	0,3
12%	0,1
9%	0,5
15%	0,2

La rentabilidad de los activos libre de riesgo es del 9%.

La empresa está considerando de realizar una inversión financiera de 100 millones de euros, para tomar una decisión correcta de inversión de estudiarán los siguientes escenarios:

- Realizar una inversión de acciones en agrícola de la que la empresa espera una rentabilidad del 12,5% y una $\beta = 2$.
- Realizar una inversión de acciones en el sector químico con una rentabilidad esperada del 8% y una $\beta = -0,7$



Cálculo de la rentabilidad esperada de la cartera (CAMP)

$$E_p = R_f + (E_M - R_f) \beta_p$$

A continuación voy a proceder al cálculo de la β de la cartera y de la rentabilidad del mercado.

$$\beta_p = ((140 \times 0,6) + (200 \times 0,4) + (160 \times 2,5)) / (140 + 200 + 160) = 1,128$$

$$E_M = (0,08 \times 0,3) + (0,12 \times 0,1) + (0,09 \times 0,5) + (0,15 \times 0,2) = 0,111 = 11,1\%$$

$$E_p = 9 + (11,1 - 9) 1,128 = 11,3688\%$$

A continuación se procederá a estudiar cada una de las alternativas de inversión.

- Realizar una inversión de acciones en farmacéuticas de la que la empresa espera una rentabilidad del 12,5% y una $\beta = 2$.

La rentabilidad esperada es de un 12,5% , voy a calcular la de equilibrio para poder ver si es conveniente o no realizar esta operación.

$$E_i = 9\% + (11,1 - 9) 2 = 13,1\%$$

La rentabilidad esperada es menor que la rentabilidad de equilibrio por lo cual no es conveniente invertir en esto.

Realizar una inversión de acciones en el sector textil con una rentabilidad esperada del 8% y una $\beta = 0,1$

$$E_i = 9\% + (11,1 - 9) (-0,7) = 7,53\%$$

La rentabilidad esperada es mayor que la de equilibrio, por lo que efectuaremos la inversión



Ahora que ya sabemos que inversión vamos a realizar, vamos a calcular la nueva volatilidad y rentabilidad de la cartera.

$$\beta_p = ((140 \times 0,6) + (200 \times 0,4) + (160 \times 2,5) + (100 \times (-0,7))) / (140 + 200 + 160 + 100)$$

$$\beta_p = 0,8233$$

$$E_p = 9 + (11,1 - 9) 0,8233 = 10,73\%$$

La nueva cartera nos proporciona menos rentabilidad, pero también más seguridad ya que su β es menor.



18. CONCLUSIONES

La teoría moderna de la gestión de carteras ha cambiado el modo en que los inversores pensaban a cerca de sus estrategias de inversión. Esta nueva teoría asume que los mercados son eficientes, es decir, el precio de los títulos incorporan toda la información. La evolución de la decisión de inversión tiene un punto de inflexión a partir de la segunda mitad del siglo XX, a partir de 1953 se desarrolla un enfoque moderno de las finanzas, gracias a las aportaciones de Markowitz, Tobin, Sharpe y otros más, las finanzas han evolucionado a lo que conocemos hoy en día. Estos autores nos proporcionan de forma matemática, simplificaciones de la realidad para poder tomar las mejores decisiones a la hora de realizar una inversión.

El objetivo es mostrar los modelos de selección de carteras que ayudaron a cambiar las finanzas. Para esto se han mostrado una serie de modelo en este trabajo, empezando por el modelo de Markowitz. Este autor crea el modelo de selección de carteras en 1953, este modelo da el punto de partida a lo que se conoce como el enfoque moderno de las finanzas, fue la primera vez que se mide el riesgo entendido como variaciones de las posibles rentabilidades que se pueden obtener. Markowitz declaró que una forma de reducir el riesgo específico de los títulos en el mercado de capitales era formando carteras. Años más tarde este modelo sería ampliado por Tobin introduciendo los supuestos de que el inversor puede prestar y pedir prestado.

En 1964 Sharpe y otros formularon el modelo CAPM (Capital Asset Prices Model) , este modelo es un complemento a lo que Markowitz había propuesto sobre el riesgo.

Este trabajo no persigue mostrar todo esto de una manera complicada si no que esta pensado para que pueda ser entendido por todo tipo de lectores, para facilitar la comprensión del desarrollo moderno de la teoría de carteras, se consideró útil introducir gráficos a la hora de explicar los modelos de forma teórica, concluyendo con unas



aplicaciones prácticas muy sencillas de los modelos explicados, con el fin de que se puede apreciar su funcionamiento.

Con este trabajo se quiere mostrar las grandes aportaciones de algunos de los economistas más importantes a nivel mundial, mostrando de una forma sencilla sus modelos, una vez observado esto se puede deducir la importante labor que han hecho, ya que han revolucionado todo el campo de las finanzas proporcionándonos formas de cálculo para poder realizar inversiones óptimas para cada tipo de inversor, siendo las inversiones financieras fundamentales para una economía moderna.



19. BIBLIOGRAFÍA

- Arroyo, A.M., Prat, M., Coronado, M., Norán, R., Robles, F. (1997). *Doscientos ejercicios resueltos de dirección financiera*. Bilbao. Editorial. Deusto.
- Brealey, R.A, Myers, S. , & Allen, F. (2006). *Principios de las finanzas corporativas*. Madrid. Editorial. McGraw- Hill, Interamericana de España.
- Suárez. Andrés.S. (2008). *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Madrid. Editorial. Pirámide.
- Ross, S.A; Westerfield, R.W. Y Jaffe, J.F. (2005). *Finanzas corporativas*. Madrid. Editorial. McGraw-Hill.
- www.economia.com
- www.invertiren bolsa.info
- www.finanzasinternacionales.es
- www.eltesoro.es
- <http://www.desdelabolsaendirecto.com>