

# EL EUROCODIGO 1993-1-6 EN EL CÁLCULO DE PANDEO DE SILOS AGRÍCOLAS METÁLICOS.

(EUROCODE 1-6 IN BUCKLING CALCULATION OF AGRICULTURAL STEEL SILOS)

Andrés de Juan Valdés\*, Julia M<sup>a</sup> Morán del Pozo\* y Pedro J. Aguado Rodríguez\*.

\*Dr. Ingeniero Agrónomo. Universidad de León.

Fecha de recepción: 16-VII-02

ESPAÑA

582-19

## RESUMEN

*Existen en la actualidad numerosas aplicaciones a nivel agrícola, ganadero e industrial que se sirven de estructuras de contención para sus fines productivos. Este tipo de estructuras presentan una problemática propia en cuanto a su diseño, no existiendo a nivel nacional normativa que oriente sobre el cálculo de acciones para materiales ensilados; la aparición de las últimas versiones del Eurocódigo 1-4 cubre parcialmente este vacío. La reciente aparición del Eurocódigo 1993-1-6 y Eurocódigo 1993-4-1 viene a paliar la ausencia de normativa referente al cálculo de silos metálicos, proponiendo la utilización de métodos numéricos para un óptimo diseño de los mismos e indicando los distintos estados límites que deben considerarse. Numerosos estudios previos han demostrado la capacidad de los métodos numéricos, y concretamente del Método de los Elementos Finitos para el cálculo de silos agrícolas en diferentes estados.*

*Uno de los fallos más típicos en estas estructuras es debido a pandeo de la pared por acción del material almacenado. El objeto de este artículo es comparar los métodos de cálculo de pandeo propuestos por el nuevo ENV 1993-1-6 y 1993-4-1 con un modelo global calculado mediante el Método de los Elementos Finitos obteniendo conclusiones sobre el comportamiento del silo ante las fuerzas que pueden provocar pandeo y determinando las tensiones a las que puede verse sometida la estructura.*

## SUMMARY

*Nowadays numerous applications exist in agricultural, farm and industrial processing which use contention structures for their productions. This type of structures present many problems for its design with the lack of a national standard that guides on the calculation of actions for silaged material, the appearance of the last versions of Eurocode 1-4 partially covers this paucity. The recent appearance of Eurocode 1993-1-6 and Eurocode 1993-4-1 tries to cover the lack of normative for calculation of silos, proposing the use of numeric methods for a correct design and indicating the different limits states that should be considered. Numerous previous studies have demonstrated the utility of numeric methods, and specially the Finite Element Method for calculation of pressures on agricultural silos in different states.*

*One of the most common failures in these structures is buckling of barrels due to friction exerted by stored materials. The object of this paper is to compare the calculation methods proposed by new ENV 1993-1-6 and 1993-4-1 with a global model calculated by the Finite Element Method, obtaining conclusions about silo behavior and forces which can provoke buckling and determining the stress state exerted on the structure.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Los silos son estructuras ampliamente utilizadas en gran número de aplicaciones, siendo, desde tiempos remotos, una de las soluciones constructivas más utilizadas por el hombre.

Además de la problemática propia en este tipo de estructuras, como consecuencia de la dificultad de cálculo de acciones, la variabilidad en los materiales almacenados, los cambios en las propiedades físico-químicas de los mismos, las variaciones en los estados de carga (llenado, vaciado, estado estático), la presencia de fuerzas de rozamiento,

miento sobre la pared, etc.; se une por otro lado la dificultad de cálculo de la propia estructura tipo "membrana", es decir, de paredes delgadas.

Las estructuras tipo membrana o de paredes delgadas ofrecen la utilización más eficiente del material empleado y se convierten muchas veces en la mejor elección para muchas aplicaciones en la ingeniería, como es el caso de los silos, depósitos, etc.

En la normativa utilizada a nivel nacional es bien conocida la carencia de guías de diseño para este tipo de estructuras y concretamente en el caso que nos ocupa sobre silos agrícolas. La norma experimental ENV 1-4. "Acciones en silos y depósitos", viene a cubrir parcialmente el vacío normativo existente en cuanto al cálculo de acciones en silos y depósitos. Es obvio que debe completarse con el desarrollo de una norma que cubra su diseño. En este sentido y para construcciones metálicas se puede contar con la norma experimental ENV 1993 "Diseño de estructuras de acero".

El ingeniero proyectista debe, primeramente, calcular las acciones propias del material almacenado, para después, realizar el diseño estructural más adecuado, siguiendo, no sólo criterios técnicos sino también económicos.

## 2. CÁLCULO DE PANDEO EN SILOS METÁLICOS MEDIANTE EL EUROCODIGO 3

La importancia de este tipo de estructuras es tanta que dentro del Eurocódigo 3 se han desarrollado dos partes específicas para el cálculo de estructuras laminares y en concreto silos:

1. Eurocódigo 3: diseño de estructuras de acero. Parte 1-6: reglas generales-reglas suplementarias para estructuras laminares. Conocida y denominada habitualmente, a nivel internacional, como *Shell Eurocode*.

2. Eurocódigo 3: diseño de estructuras de acero. Parte 4-1: silos, tanques y tuberías-silos.

Ambos son de reciente aparición (finales de 1999).

El Eurocódigo 1-6 sienta las bases generales que deben ser aplicadas para el cálculo de estructuras laminares, así en su apartado 4 define los estados límite últimos a considerar en este tipo de estructuras, éstos son:

1. Límite plástico (LS1): este estado límite se tomará como la condición en la cual la capacidad de la estructura para resistir las acciones actuantes se agota debido a deformación del material. La resistencia de la estructura en este estado límite puede ser calculada como la carga de colapso plástico.

2. Plasticidad cíclica (LS2): el estado límite de plasticidad cíclica será la condición en la cual ciclos repetidos de carga y descarga produzcan deformaciones por tracción y compresión en el mismo punto, de forma que causen trabajo plástico repetitivo sobre la estructura, conduciendo a rotura local por agotamiento de la capacidad de absorción de energía del material.

3. Pandeo (LS3): este estado límite se cumplirá cuando toda o parte de la estructura sufra súbitamente grandes desplazamientos perpendiculares a la superficie de la misma, causados por pérdida de estabilidad bajo tensiones de compresión o cortantes sobre la pared de la estructura laminar, conduciendo a la incapacidad de sostener cualquier incremento de tensiones y, por tanto, al colapso total de la estructura.

4. Fatiga (LS4): será aquél en el cual los ciclos repetidos de aumento y disminución de tensiones conduzcan a rotura por fatiga.

Para verificar los distintos estados límite el Eurocódigo 1-6 propone 3 tipos de diseño:

- diseño por tensiones (*stress design*),
- diseño directo por aplicación de expresiones estándar (*direct design*),
- diseño por análisis numérico global (por ejemplo, por medio de programas basados en el Método de los Elementos Finitos).

En el diseño por tensiones los estados límite deben ser evaluados considerando el equilibrio global de la estructura.

En el caso de diseño directo, los estados límite serán calculados por expresiones estándar obtenidas por teoría de membranas, teoría de mecanismo plástico o análisis elástico lineal.

En el caso de análisis numérico global pueden utilizarse distintos tipos de cálculo, estos son:

1. Análisis lineal elástico (*LA: Linear Analysis*) puede ser utilizado para determinar tensiones o resultantes para la evaluación de estados límite 2 ó 4. Las tensiones de membrana derivadas de las totales pueden servir para la evaluación del LS3 y puede también utilizarse para LS1 pero sólo proporciona valores aproximados y los resultados deben ser cuidadosamente interpretados.

2. Análisis elástico de no linealidad geométrica, tanto el *GNA: Geometrically Non-linear Elastic Analysis* como el *GNIA: Geometrically Non-linear Elastic Analysis with Imperfections*, el primero incluye geometría perfecta de la estructura mientras que el segundo tiene en cuenta la geometría real -es decir, imperfecta- de la misma. Ambos consideran las deformaciones que puede sufrir la estruc-

tura fuera del dominio elástico. Son los más adecuados para el cálculo de pandeo, tanto de estructura perfecta como imperfecta.

3. Análisis de no linealidad material (*MNA: materially nonlinear analysis*) puede ser utilizado para determinar cargas límite de plasticidad para la evaluación de estado límite 1 (LS1). Bajo condiciones de cargas cíclicas puede también evaluar LS2.

4. Análisis de no linealidad geométrica y material, tanto de estructura perfecta (GMNA) como imperfecta (GMNIA) pueden ser utilizados para determinar cargas máximas para la evaluación de estados límites LS1 y LS3; bajo cargas cíclicas puede también ser utilizado para calcular LS2.

Como resumen de lo anterior el Eurocódigo 1-6 permite los siguientes tipo de análisis de membranas, expuestos en la tabla 1.

Otro parámetro de gran importancia, desarrollado en la norma experimental europea, es la división de los silos metálicos en 3 situaciones de diseño dependientes, básicamente,

de su capacidad de almacenamiento, que corresponden a la clase o nivel de fiabilidad, estas son las que se indican en la tabla 2.

Como se ha mencionado anteriormente en este trabajo, la norma experimental europea reconoce y apoya el diseño de estas estructuras mediante métodos numéricos, específicamente mediante el Método de los Elementos Finitos (M.E.F.); concretamente en aquellos silos que pertenezcan a la Clase 3, el ENV 3-4-1 establece como único método válido de cálculo de las fuerzas y momentos en la estructura, el análisis mediante elementos finitos, en el caso de silos Clase 2 puede recurrirse a análisis mediante teoría de membrana o métodos numéricos, quedando únicamente los silos de Clase 1 como aquéllos que pueden ser calculados por métodos de teoría de membrana mediante expresiones simplificadas y coeficientes de seguridad, como se establece en su Anexo B. *Simplified rules for circular silos in Reliability Class 1* (Reglas simplificadas para silos circulares de Clase 1).

A continuación se desarrolla el cálculo de la tensión crítica de pandeo en un silo sometido a compresión axial de acuerdo al ENV 1993-4-1, a partir de los principios esta-

TABLA 1  
Tipos de análisis de membranas de acuerdo al ENV 1993-1-6

Abreviatura	Tipo de análisis	Teoría de membrana	Ley de comportamiento del material	Geometría de la membrana
*	Teoría de membranas para láminas delgadas	Equilibrio de membrana	No aplicable	Perfecta
LA	Análisis elástico lineal	Flexión y estiramiento lineal	Lineal	Perfecta
GNA	Análisis elástico de no linealidad geométrica	No linealidad	Lineal	Perfecta
MNA	Análisis de no linealidad material	Linealidad	No lineal	Perfecta
GMNA	Análisis de no linealidad geométrica y material	No linealidad	No lineal	Perfecta
GNIA	Análisis elástico de no linealidad geométrica con lámina imperfecta	No linealidad	Lineal	Imperfecta
GMNIA	Análisis no lineal geométrico y material con lámina imperfecta	No linealidad	No lineal	Imperfecta

TABLA 2  
Clases de silos según ENV 1993-4-1

Clase de fiabilidad	Descripción
Clase 3	- Silos soportados sobre terreno de asiento o sobre faldón totalmente extendido sobre terreno de asiento con capacidad superior a 5.000 toneladas. - Silos con soportes discretos con capacidad superior a 1.000 toneladas. - Silos con capacidad superior a 200 toneladas en los que se produzca cualquiera de las siguientes situaciones de diseño: a) Descarga excéntrica. b) Patch load locales c) Llenado asimétrico
Clase 2	Cualquier otro silo cubierto en el ENV 1993-4-1 y que no pertenezca a otra clase
Clase 1	Silos con capacidad entre 10 y 100 toneladas
Los silos de capacidad inferior a 10 toneladas no son cubiertos por el Eurocódigo 3 Parte 4.1.	

blecidos en el ENV 1993-1-6 (figura 1) y fundamentalmente a través de la ecuación de Donnell (DONNELL, 1934). El método de cálculo propuesto sigue lo desarrollado por Rotter (ROTTER, 1998) en su artículo *Shell structures: the new European standard and current research needs*, aunque con ligeras modificaciones.

Para una mejor comprensión del método, éste se ilustra con una aplicación a un silo modelo de acero de 12 metros de altura, 3 metros de radio y un espesor de pared de  $1'4 \cdot 10^{-3}$  metros; el peso específico del material almacenado es de  $9 \text{ kN/m}^3$  (supuestamente trigo).

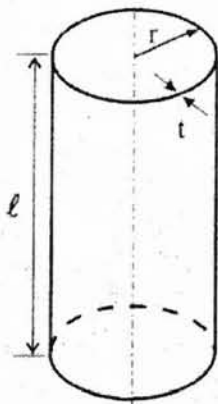


Figura 1.- Parámetros geométricos según ENV 1993-1-6.

En primer lugar se calcula el coeficiente  $\omega$  que relaciona los 3 parámetros geométricos básicos: altura, radio y espesor.

$$\omega = \frac{l}{\sqrt{r \cdot t}} = \frac{12}{\sqrt{3 \cdot 1'4 \cdot 10^{-3}}} = 185'16$$

Donde:

l: altura del silo.  
r: radio del silo.  
t: espesor de la pared.

A partir de este coeficiente se corrige el valor de la tensión elástica crítica de pandeo.

Para cilindros cortos, en los cuales  $\omega \leq 1'7$ ,  $C_x$  se calcula como:

$$C_x = 1'36 - \frac{1'83}{\omega} + \frac{2'07}{\omega^2}$$

Para cilindros largos, en los cuales  $\omega > (0'5 \cdot r/t)$ ,  $C_x$  se calcula como:

$$C_x = 1 + \frac{0'2}{C_{xb}} \cdot \left(1 - 2\omega \frac{t}{r}\right) \text{ siendo } C_x \geq 0'6$$

$C_{xb}$  es un parámetro que depende de las condiciones de contorno (BC o *boundary conditions*) respecto al plano XZ, según la tabla 3.

Las condiciones de contorno respecto al plano XZ, son (tabla 4).

El sistema de coordenadas más adecuado sería un sistema de coordenadas cilíndrico, en el caso de silos circulares, según se muestra en la figura 2.

Para cilindros intermedios, que englobaría la mayor parte de silos agrícolas (ejemplo propuesto), en los que:

$$1'7 \leq \omega \leq 0'5 \cdot r/t$$

$$0'5 \cdot r/t = 0'5 \cdot 3 / 1'4 \cdot 10^{-3} = 1071'43$$

$$1'7 \leq 185'16 \leq 1071'43$$

TABLA 3  
Parámetro  $C_{xb}$

Clase	Final de cilindro	Condición de contorno	$C_{xb}$
1	Final 1 Final 2	BC1 BC1	6
2	Final 1 Final 2	BC1 BC2	3
3	Final 1 Final 2	BC2 BC2	1

Donde BC1 y BC2 son las condiciones de contorno establecidas según ENV 1993-1-6.

TABLA 4  
Condiciones de contorno en estructuras laminares según ENV 1993-1-6

Condición de contorno (BC)	Descripción
BC1r (BORDE EMPOTRADO)	Radialmente restringido Meridionalmente restringido Rotación restringida
BC1f	Radialmente restringido Meridionalmente restringido Rotación libre
BC2r	Radialmente restringido Meridionalmente libre Rotación restringida
BC2f	Radialmente restringido Meridionalmente libre Rotación libre
BC3 (BORDE LIBRE)	Radialmente libre Meridionalmente libre Rotación libre

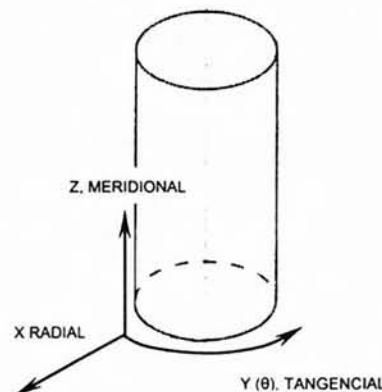


Figura 2.- Sistema de coordenadas según el ENV 3-1-6.

El valor del coeficiente de corrección  $C_x$  es la unidad, con lo que corresponde aplicación directa de la fórmula de Donnell.

$$\sigma_{Rc} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{t}{r}$$

Donde:

E: módulo de elasticidad lineal para el acero.

t: espesor considerado de la pared del silo.

r: radio del silo.

$\frac{1}{2}$ : coeficiente de Poisson para el acero (supuesto constante, y con un valor de 0'3) por lo que frecuentemente la expresión para el caso de membranas de acero toma la forma:

$$\sigma_{Rc} = 0'605 \cdot E \frac{t}{r}$$

E = módulo de Young del acero = 200.000 N/mm<sup>2</sup> = 2.10<sup>5</sup> kN/m<sup>2</sup>.

t = espesor de la pared = 1'4 · 10<sup>-3</sup> m.

r = radio del silo = 3 m.

$$\sigma_{Rc} = 0'605 \cdot E \frac{t}{r} = 0'605 \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{1'4}{3000}$$

$$\sigma_{Rc} = 56'467 \text{ N/mm}^2 = 56467 \text{ kN/m}^2$$

Por tanto, la tensión crítica meridional de pandeo tendría un valor de 56.467 kN/m<sup>2</sup>.

La denominación *meridional* corresponde a la dada por el Eurocódigo y se refiere al sentido de la tensión, en este caso correspondería a un sentido axial en el silo (ver figura 2).

A continuación el Eurocódigo introduce un novedoso sistema de corrección de la tensión original, calculada a través del conocimiento de la calidad de construcción del silo.

La amplitud de la máxima imperfección teórica representativa  $w_{ok}$  es:

$$w_{ok} = \frac{t}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}}$$

t: espesor.

r: radio del silo.

Q: parámetro de calidad o calidad de fabricación.

$Q_{normal}$  = 16 (obligatorio para silos Clase 1).

$Q_{alta}$  = 25

$Q_{excelente}$  = 40 (sólo permitido en silos Clase 3).

En nuestro caso seleccionaremos  $Q_{alta}$  = 25.

$$w_{ok} = \frac{1'4}{25} \sqrt{\frac{3000}{1'4}} = 2'59 \text{ mm}$$

A continuación se calcula el factor de imperfección *-knock-down factor-* para membranas sin presurizar (caso más habitual en silos)

$$\alpha_0 = \frac{0'62}{1 + 1'91 \cdot \Psi \cdot \left(\frac{w_{ok}}{t}\right)^{1'44}}$$

Donde:

$\Psi$ : parámetro de no-uniformidad de tensiones perimetrales.

t: espesor.

En el caso de compresión uniforme circunferencial (caso más habitual)  $\Psi=1$ .

$$\alpha_0 = \frac{0'62}{1 + 1'91 \cdot 1 \cdot \left(\frac{2'59}{1'4}\right)^{1'44}} \approx 0'11$$

La tensión de pandeo característica del acero (considerando un acero S235 -EN 10025-, de límite elástico 235 N/mm<sup>2</sup>), según el ENV 3-1-6 es:

$$\sigma_{xRk} = \chi_x \cdot f_y = 0'0264 \cdot 235 = 6'2 \text{ N/mm}^2$$

Para determinar el parámetro  $\chi_x$  debe calcularse la esbeltez relativa de la membrana  $\bar{\lambda}$ .

Existen 3 posibilidades:

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{xRk}}} = \sqrt{\frac{235}{56'5}} \approx 2'04$$

$$\bar{\lambda}_0 = 0'2$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{2'5 \cdot \alpha} = \sqrt{2'5 \cdot 0'11} = 0'524$$

Cuando:

$$\bar{\lambda}_x \leq \bar{\lambda}_0 \Rightarrow \chi_x = 1$$

$$\bar{\lambda}_0 < \bar{\lambda}_x < \bar{\lambda}_p \Rightarrow \chi_x = 1 - 0'6 \cdot \left(\frac{\bar{\lambda}_x - \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_0}\right)$$

$$\bar{\lambda}_p \leq \bar{\lambda}_x \Rightarrow \chi_x = \frac{\alpha}{\bar{\lambda}_x}$$

En nuestro caso, al ser  $\bar{\lambda}_x \geq \bar{\lambda}_p$  ( $2'04 \geq 0'524$ ) el factor de reducción será:

$$\chi_x = \frac{\alpha}{\bar{\lambda}_x^2} = \frac{0'11}{2'04^2} = 0'0264$$

La tensión característica, puede también ser calculada a partir de la tensión crítica elástica y conocido el factor de imperfección, como:

$$\sigma_{xRk} = \alpha_0 \cdot \sigma_{Rc} = 0'11 \cdot 56'5 \text{ H} = 6'2 \text{ N/mm}^2$$

Y, por tanto, la tensión de diseño de pandeo en la membrana tendrá un valor de:

$$\sigma_{xRd} = \sigma_{xRk} / \gamma_{M3} = 6'215 / 1'1 = 5'65 \text{ N/mm}^2$$

$\gamma_{M3} = 1'10$  coeficiente de resistencia de la pared a estabilidad.

En la figura 3 se aprecia la importante reducción sobre la tensión crítica inicial que plantea el Eurocódigo 1993-1-6, pasando de 56467 kPa a poco más de 5600, lo que representa un disminución en torno al 90% sobre el valor inicial. Obsérvese también como la altura del silo no aparece en los cálculos de tensión crítica y de diseño, siendo éstas independientes de dicho parámetro.

En cualquier punto de la estructura cumplirse que:

$$n_{xSd} \leq t \cdot \sigma_{xRd}$$

Donde  $n_{xSd}$  es la resultante de tensiones meridionales de diseño que no debe ser mayor de:

$$t \cdot \sigma_{xRd} = 1'4 \cdot 5'65 = 7'91 \text{ N/mm}$$

### 3. MODELOS EN ELEMENTOS FINITOS PARA EL CÁLCULO DE PANDEO EN SILOS METÁLICOS

A pesar de que, como se ha comentado anteriormente, el Eurocódigo 3 justifica y recomienda la utilización de métodos numéricos para el cálculo de silos metálicos en ningún momento se incluyen directrices o normas para dicho cálculo. La utilización de métodos numéricos, como, por ejemplo, el Método de los Elementos Finitos, requieren el manejo de programas de cálculo específicos, que muchas veces no se encuentran al alcance de la mayoría de ingenieros o diseñadores, por otro lado su utilización no resulta sencilla y a menudo el uso de dichos programas exige un importante esfuerzo de aprendizaje, no sólo de la herramienta informática, si no de una serie de conceptos y conocimientos iniciales.

Por lo tanto, se plantea la realización de un modelo global, tridimensional, mediante el Método de los Elementos

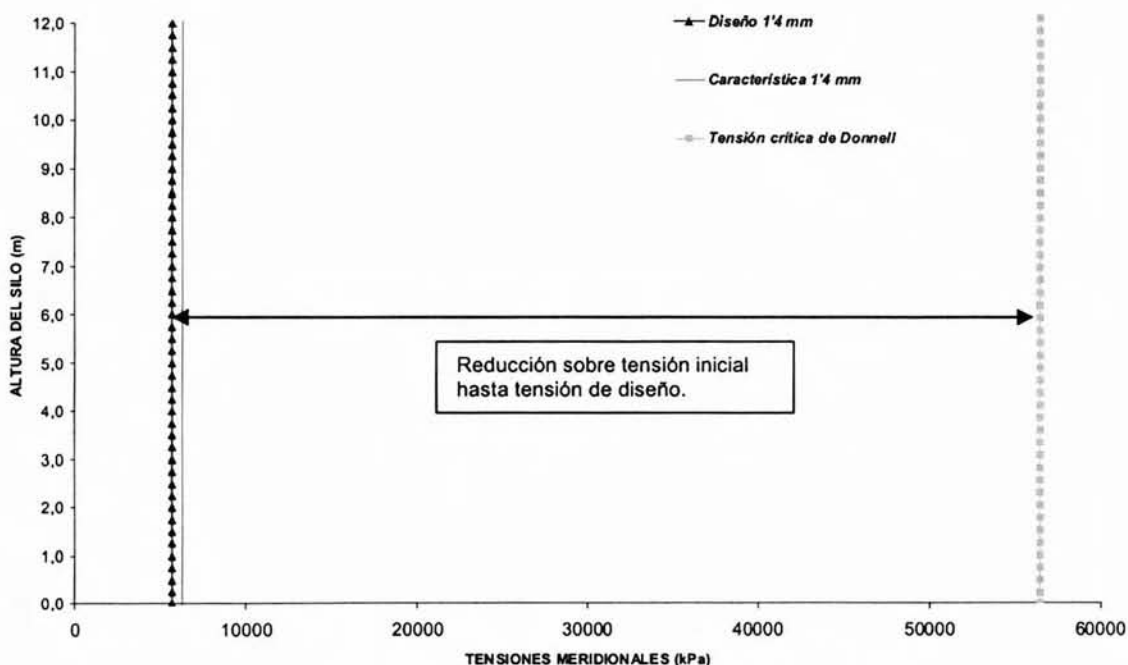


Figura 3.- Tensión crítica elástica, característica y de diseño para el silo ejemplo.

Finitos, en el cual podamos estudiar el comportamiento y las tensiones a las que se ve sometida la estructura en estado estático. El programa de cálculo elegido es ANSYS 6.0, de probada solvencia para la simulación de este tipo de estructuras, y que ha sido utilizado anteriormente para la simulación de silos 2D axilimétricos y 3D, en estado estático y en descarga, etc. (AGUADO, AYUGA, y otros, 1999). No es objeto de este artículo un estudio profundo y minucioso del modelo desarrollado, por lo que detallaremos a grandes rasgos los tipos de elementos empleados y características del mismo, a fin de que posibles lectores no familiarizados con el Método de los Elementos Finitos puedan hacerse una idea del trabajo desarrollado.

En todo silo intervienen como elementos básicos los siguientes:

- El material granular almacenado.
- La pared del silo que soporta dicho material.
- El rozamiento que se produce entre el material almacenado y la pared.

Para simular un modelo lo más realista posible deberemos, por tanto, incluir estos tres elementos, asignando las propiedades y características apropiadas a fin de que el modelo represente lo más exactamente posible la realidad. Inicialmente debemos elegir los elementos más adecuados que simulen el material granular almacenado, la pared metálica del silo y el contacto, estos elementos son:

1. Para el material granular almacenado se selecciona un elemento sólido de la biblioteca de elementos del programa ANSYS, concretamente el elemento Solid45, elemento tridimensional isotrópico, adecuado para simular masas sólidas tridimensionales y que permite introducir comportamiento elástico o elasto-plástico, como, por ejemplo, Drucker-Prager frecuentemente utilizado para la simulación de materiales granulares, este elemento ha sido utilizado en numerosas simulaciones previas (AGUADO, AYUGA y otros, 1999; MORÁN y otros, 2002) y presenta un comportamiento muy adecuado para el tipo de modelos buscados. En nuestro caso optamos por simular un comportamiento elástico del material almacenado.

2. Para la pared metálica debemos elegir un elemento membrana que represente la delgada pared de acero que contiene el material, el seleccionado es el elemento Shell43, elemento membrana adecuado para la simulación de estructuras laminares delgadas y que permite la introducción de comportamiento elástico o elasto-plástico, así como la posibilidad de variar el espesor de dicha membrana en función de la simulación deseada. En nuestro caso optamos por simular comportamiento elástico de la pared.

3. El rozamiento entre ambos materiales es generado a partir de un par de contacto. Un par de contacto se define por dos superficies, una en contacto con la pared de acero

y que correspondería a la superficie interior de la lámina de acero en contacto con el grano (superficie objetivo o *target*) y otra que limita el volumen de grano, es decir, la superficie exterior de la masa almacenada (superficie contacto o *contact*). Para la superficie objetivo se emplea un elemento denominado Targe170, mientras que para simular la superficie contacto se emplea el elemento Conta173. El tipo de contacto seleccionado es el superficie-superficie y flexible-flexible que permite la deformación, tanto de la masa almacenada como de la pared metálica simulada (figura 4).

Una vez seleccionados los distintos elementos deben asignárseles características adecuadas, a fin de que la simulación sea lo más realista posible. En función del tipo de elemento elegido las propiedades que deben ser introducidas varían, así, por ejemplo, para el elemento membrana *shell* debe introducirse un determinado espesor, sin embargo la asignación de espesor como propiedad no tiene sentido para la masa sólida almacenada, por lo que el elemento *solid* no incluye dicho parámetro. A continuación se exponen las propiedades asignadas a los distintos elementos (tabla 5).

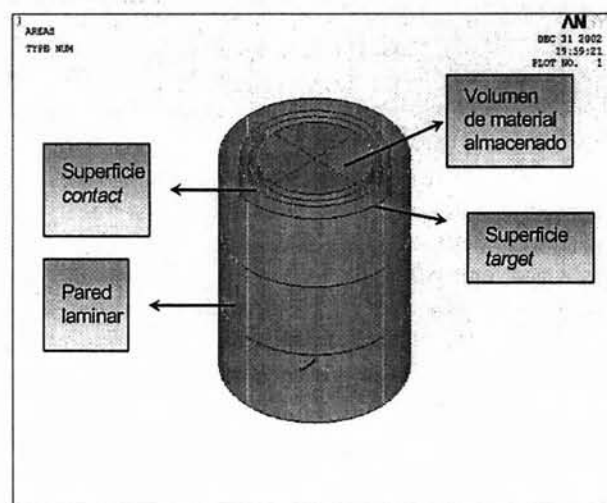


Figura 4.- Modelo planteado (sin escala): volumen generado, superficies "contact", "target" y pared laminar.

TABLA 5

Propiedades de los distintos materiales en la simulación mediante M.E.F.

CARACTERÍSTICAS DEL MATERIAL ALMACENADO	
Material almacenado	Granular (trigo)
Módulo de elasticidad (kN/m <sup>2</sup> )	5000
Coefficiente de Poisson	0'3
Coefficiente de rozamiento grano-pared	0'25
Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	9

CARACTERÍSTICAS DE LA PARED	
Material	Acero liso
Módulo de elasticidad (kN/m <sup>2</sup> )	2E8
Coefficiente de Poisson	0'3
Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	80
Espesor (mm)	1'4

Una vez introducidos las propiedades de cada material se procede al mallado, es decir la discretización de las distintas partes geométricas constituidas por un determinado elemento (*solid, shell, contact o target*), como se ha mencionado anteriormente no es objeto de este trabajo un análisis prolijo del modelo creado, por lo que nos limitaremos a exponer que por resultar más adecuado para este tipo de simulaciones se realiza un mallado regular con un tamaño de 0'5 m en los dos tercios superiores de la estructura y 0'25 m en el tercio inferior.

Por último, se procede a introducir las cargas y coacciones sobre el modelo, básicamente la carga principal está constituida por el peso propio de la masa almacenada (la capacidad del silo modelo sería, para el peso específico considerado, superior a las 300 toneladas, con lo que nos encontraríamos ante un silo de Clase 1), aunque también se introduce el peso de la propia pared de acero así como una carga uniformemente repartida sobre el borde superior de 0'16 kN/m a fin de propiciar el pandeo de la estructura (tabla 6) -esta carga pretende simular el peso de una ligera estructura de cubierta-.

En cuanto a las condiciones de contorno se establece un empotramiento total del borde inferior, tanto de los elementos membrana como de los sólidos, coaccionando todos los grados de libertad de los mismos.

El desarrollo del modelo se genera de forma parametrizada, de manera que existe la posibilidad de variar los distintos parámetros considerados en el cálculo (altura, radio, espesor de la pared, pesos específicos, coeficiente de Poisson, coeficiente de rozamiento, etc.) a fin de generar nuevos modelos sin tener que desarrollar nuevamente todo el conjunto de órdenes de programación.

Se realiza un cálculo de pandeo lineal para el modelo anteriormente obtenido, en el cual, inicialmente, se determinan las tensiones en estado estático sobre la estructura, para, posteriormente y a partir de los datos obtenidos en ese primer estado de carga, realizar el cálculo del pandeo propiamente dicho.

TABLA 6  
Variables consideradas en el modelo

VARIABLES CONSIDERADAS EN LA ESTRUCTURA	
Forma del silo	Cilíndrica
Fondo	Plano
Altura (m)	12
Radio (m)	3
Condiciones de contorno	Borde inferior: empotrado
Cargas impuestas	Peso propio grano Peso propio pared acero Peso estructura cubierta=0'16 kN/m

#### 4. RESULTADOS

Los resultados de tensiones meridionales, para el silo modelo planteado (12 m altura, 3 m radio, 1'4 mm espesor) a lo largo de una generatriz del cilindro que constituye la pared son expuestos a continuación.

En la figura 5 se comparan los resultados de tensiones meridionales o verticales, de compresión (producidas básicamente por el rozamiento que el material almacenado ejerce sobre la pared del silo) con los valores máximos de diseño ante pandeo según el Eurocódigo. La norma experimental establece que, si dichos valores de diseño son superados en algún punto se produciría pandeo en la pared del silo. Los resultados obtenidos de la comparación de ambos métodos serían:

1. En el modelo planteado para su análisis de pandeo lineal en elementos finitos no se produjo pandeo de la pared para el espesor considerado según el análisis efectuado.
2. Como puede apreciarse en la figura 5, las tensiones meridionales obtenidas mediante el M.E.F. superan en los 2/3 inferiores del silo a las tensiones de referencia calculadas mediante la aplicación del método propuesto en el Eurocódigo.
3. Por otro lado, se aprecia claramente que las tensiones meridionales varían con la altura, aumentando con la profundidad desde valores iniciales nulos en el borde superior de la estructura hasta máximos cercanos a los 50.000 kPa alcanzados en el fondo del silo.
4. Este máximo de tensiones (cercano a los 50.000 kPa) se acerca mucho al valor de tensión crítica elástica o de Donnell, de valor ligeramente superior a los 56.500 kPa, la cual representa la tensión crítica de pandeo en membrana geoméricamente perfecta (coincidente con el modelo simulado mediante el M.E.F.)

#### 5. CONCLUSIONES

De todo ello podemos extraer las siguientes conclusiones:

1. Los valores de tensiones meridionales obtenidos mediante aplicación del Método de los Elementos Finitos difieren de los considerados como referencia en el ENV 1993-4-1. Los resultados obtenidos mediante el M.E.F. indican claramente una variación de la tensión meridional con la altura.
2. En gran parte de la altura del silo (2/3 inferiores) se supera en algún punto a los valores máximos de diseño de pandeo obtenidos a través de la norma experimental.



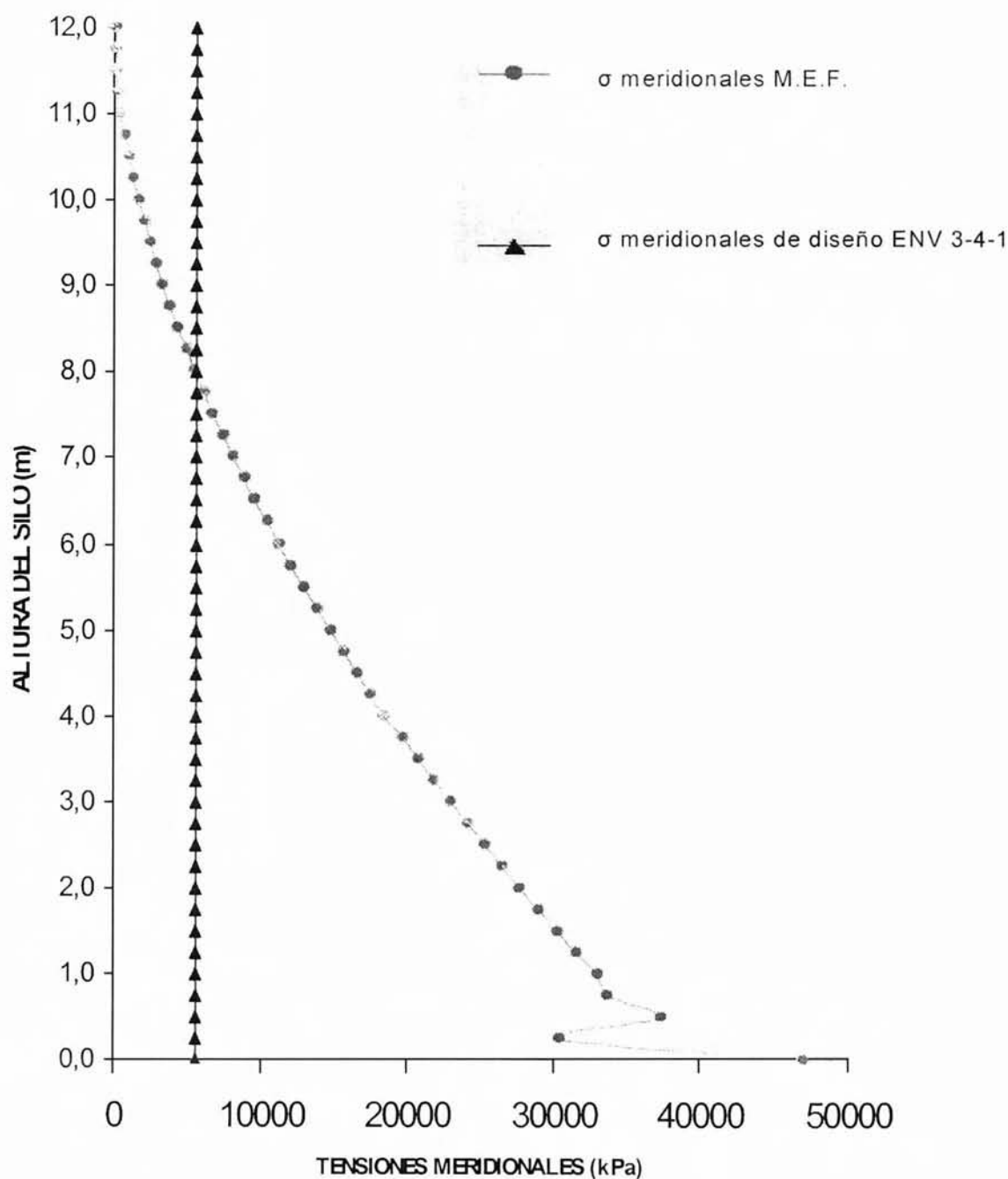


Figura 5.. Comparación de tensiones meridionales obtenidas mediante el M.E.F. y mediante ENV 1993-1-6.

3. Existen, por tanto, zonas con tensión meridional calculada a través del M.E.F. en exceso sobre el valor de referencia de diseño.

4. Por tanto, y según el Eurocódigo en el modelo planteado se produciría pandeo en algún punto, sin embargo, la comprobación mediante el Método de los Elementos Finitos arroja resultados distintos, comprobándose que en este modelo no se produce dicho fenómeno, según el tipo de análisis efectuado.

5. Es destacable como en el modelo planteado (en el que se considera una geometría perfecta de la pared) los valores máximos alcanzados coinciden con los calculados según Donnell, sin embargo el pandeo de la pared, según M.E.F., no se produce.

6. De lo anterior se puede deducir que el Eurocódigo 1993 plantea un método de cálculo de tensiones de pandeo altamente conservador con altos márgenes de seguridad, ya que trata de cubrir el efecto de imperfecciones geométricas sobre la pared.

## BIBLIOGRAFÍA

1. AGUADO, P. J.; AYUGA, F. y otros. (1999) "Aplicación del método de los elementos finitos a problemas de construcción rural". Ed. UNICOPIA. Lugo.
2. BROWN, C. y NIELSEN, J. (1998) "Silos. Fundamentals of theory, behaviour and design" Ed. E & FN Spon. London.
3. ENV 1993-1-6. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-6. General Rules-Supplementary rules for the shell structures. (1999) CEN. Brussels.
4. ENV 1993-4-1. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 4-1. Silos, tanks and pipelines-Silos. (1999) CEN. Brussels.
5. GARCÍA-VAQUERO, E. y AYUGA, F. (1993) "Diseño y construcción de industrias agroalimentarias" Ed. Mundi-Prensa. Madrid.
6. JUAN, A. de (2002) "Métodos avanzados de cálculo de pandeo en silos metálicos de uso agrícola mediante el método de los elementos finitos" Tesis Doctoral. Universidad de León. León.
7. MORÁN, J.; AGUADO, P. J.; JUAN, A. y otros (2002) "Effects of Thermal Loads On Agricultural Silos" 15<sup>th</sup> A.S.C.E. Engineering Mechanics Division Conference. Columbia University. New York (N.Y.)
8. RAVENET, J. (1992) "Silos". Editores técnicos asociados, S.A. Barcelona.
9. ROTTER, J. M. (1998) "Shell structures: the new European standard and current research needs" Thin-Walled Structures, Vol. 31, Issues 1-3, pp. 3-23.
10. SAFARIAN, S. S. y HARRIS, E. C. (1985) "Design and construction of silos and bunkers". Ed. Van Nostrand Reinhold Company.
11. SCHMIDT, H. (2000) "Stability of steel shell structures. General Report" Journal of Constructional Steel Research. Vol. 55 pp. 159-181.
12. UNE-ENV 1991-4: "Acciones en silos y depósitos" (1998) AENOR. Madrid.

\*\*\*