



universidad
de león



Escuela de Ingenierías

Industrial, Informática y Aeroespacial

MÁSTER EN INGENIERÍA AERONÁUTICA

Trabajo de Fin de Máster

Reproducción de un modelo de hélice y su caracterización, mediante modelos de elemento de pala y de ensayos a escala

Reproduction of an early airscrew model and its analysis assisted by both a blade element and a scaled, trial models

Autor: Jorge Javier Pérez Morales
Tutor: Deibi López Rodríguez

(Septiembre, 2023)

<p>UNIVERSIDAD DE LEÓN</p> <p>Escuela de Ingenierías I. I. y Aeroespacial</p> <p>MÁSTER EN INGENIERÍA AERONÁUTICA</p> <p>Trabajo de Fin de Máster</p>	
<p>ALUMNO: Jorge Javier Pérez Morales</p>	
<p>TUTORES: Deibi López Rodríguez</p>	
<p>TÍTULO: “Reproducción de un modelo de hélice y su análisis paramétrico, asistido por modelos teórico y práctico a escala”</p>	
<p>CONVOCATORIA: Septiembre, 2023</p>	
<p>RESUMEN:</p> <p>El objetivo de este trabajo es la reproducción física de un modelo de hélice a partir de la información disponible para determinar sus prestaciones propulsivas en un modelo teórico basado en la teoría combinada BEMT para régimen subsónico compresible y en un modelo de ensayos en régimen subsónico incompresible a escala conseguido mediante la impresión 3D. Ambos enfoques deben concurrir en los mismos resultados. El modelo BEMT incorpora un modelo incompresible a escala real, uno compresible a escala real y otro incompresible a escala reducida. Se dispone de información geométrica relativa a las palas, e indicaciones respecto a la forma de puntas de pala y buje. Esta información se usará para reconstruir la hélice en software matemático. Posteriormente, ese diseño valdrá tanto para la generación del modelo teórico como para el modelo práctico de ensayos. El modelo teórico utiliza estimaciones aerodinámicas 2D provenientes del modelo potencial de malla de torbellinos incluido en XFLR5 y aparte incorpora correcciones por compresibilidad para los parámetros aerodinámicos. El modelo práctico cuenta con algunas modificaciones menores que permiten su fabricación y ensayo, como el ensanchamiento y suavizado de los perfiles o la extracción de material en el buje para conseguir una unión mecánica entre palas. Tras ensayar el modelo práctico y ejecutado el modelo teórico, se compararán ambos modelos en términos de los parámetros propulsivos adimensionales de coeficiente de empuje, coeficiente de potencia y rendimiento propulsivo. Los resultados arrojan para el modelo teórico un $C_{T_{max}}$ de 0.08, un $C_{P_{max}}$ de 0.05 y 93% para $\eta_{p_{max}}$. La corrección por compresibilidad en términos de parámetros no supone cambios considerables. Para el modelo teórico a escala, en términos de empuje y potencia brutos máximos estima 1.32N y 6.75W. El modelo práctico de ensayos obtiene $C_{T_{max}} = C_{P_{max}} = 0.137$ y un $\eta_{p_{max}} = 89\%$. En términos de empuje y potencia brutos máximos se registra 4.66N y 35.4W. El desacuerdo entre modelos se sustancia en un modelo teórico muy pesimista y un modelo práctico beneficiado aerodinámicamente de las correcciones previas a la fabricación introducidas y a las condiciones de ensayo.</p>	
<p>Palabras clave: Hélice, análisis paramétrico, BEMT, régimen subsónico, compresibilidad, modelo de ensayos.</p>	
<p>Firma del alumno:</p>	<p>VºBº Tutor/es:</p>

<p>UNIVERSIDAD DE LEÓN</p> <p>Escuela de Ingenierías I. I. y Aeroespacial</p> <p>MÁSTER EN INGENIERÍA AERONÁUTICA</p> <p>Trabajo de Fin de Máster</p>	
<p>STUDENT: Jorge Javier Pérez Morales</p>	
<p>TUTORS: Deibi López Rodríguez</p>	
<p>TITLE: “Reproduction of an early airscrew model and its parametric analysis assisted by both a theoretical and a scaled, practical propulsion model”</p>	
<p>EXAMINATION SITTING: September, 2023</p>	
<p>ABSTRACT:</p> <p>The objective of the present work is to reproduce an airscrew model from the information available in order to determine its propulsive properties based on both a subsonic, compressible, combined BEMT-theory based model and a subsonic, incompressible, scaled-down, trial model obtained via 3D printing. Both approaches should concur in results. The BEMT model will consider a full-scale incompressible model, a full-scale compressible model and a scaled-down incompressible model. Given the geometric information available on the propeller blades and well-oriented indications on the blade tips and boss section shapes, a geometrical model is built on a mathematical software. Said model will be used to run the BEMT model and print the trial model. The BEMT model uses 2D aerodynamic estimations from the vortex lattice potential model implemented in XFLR5 and compressibility corrections to certain aerodynamic parameters. The trial model has undergone minor changes to allow its making and use, such as the thickening and smoothing of the blades’ surface and the machining of the boss area to allow for a mechanical union. After testing both models, they are compared via their nondimensional propulsive parameters: the thrust and power coefficients and propulsive efficiency. The results show for the BEMT model a $C_{T_{max}} = 0.08$, a $C_{P_{max}} = 0.05$ and $93\% \eta_{p_{max}}$. The compressibility correction barely affects these parameters. The scaled BEMT model provides a top thrust and power of $1.32N$ and $6.75W$ respectively. The test model registers $C_{T_{max}} = C_{P_{max}} = 0.137$ and $\eta_{p_{max}} = 89\%$. In terms of maximum brute thrust and power, the readings are $4.66N$ and $35.4W$. The disagreement between models can be explained by a pessimistic BEMT model in terms of turbulence and flow detachment and a test model greatly benefitted by minor pre-print changes and test conditions.</p>	
<p>Keywords: Airscrew, parametric analysis, BEMT, subsonic regime, compressibility, test model.</p>	
<p>Student’s signature:</p> 	<p>Tutors Approval:</p>

Contenido

1	Introducción	23
1.1	Objetivos	24
1.2	Estructura.....	25
2	La hélice de estudio	27
2.1	La hélice propulsora.....	27
2.2	Principio de funcionamiento	28
2.3	La hélice elegida y el porqué de su elección.....	29
2.4	La Teoría de Elemento de Pala	31
2.5	El perfil aerodinámico	33
2.6	Ensayo de hélices.....	34
2.7	Ensayos recogidos en la bibliografía	35
2.8	Descripción geométrica recogida en la bibliografía.....	38
2.8.1	Información geométrica general	38
2.8.2	Las puntas de pala	39
2.9	Escalado	40
3	Estado de las tecnologías.....	41
3.1	Análisis de hélice y su dimensionado en condiciones de despegue, por F.S. Heeres.....	41
3.2	Correcciones no lineales al modelo de Elemento de Pala con experimentos de validación.....	43
3.3	Comparación y evaluación de métodos de Elemento de Pala y simulaciones RANS junto con datos de ensayos.....	45
4	Fundamentos teóricos de hélices	51
4.1	Teorías de rotores.....	51
4.2	Teoría del Disco Actuador.....	51

4.3	Teoría combinada de Cantidad de Movimiento y de Elemento de Pala.....	54
4.3.1	Implementación de la Tª de Elemento de Pala y Cantidad de Movimiento en MATLAB.....	59
4.4	Corrección del modelo: compresibilidad	60
4.4.1	Sobre la corrección de <i>Karman-Tsien</i>	66
4.4.2	Sobre la estimación de <i>Laitone</i>	68
4.4.3	Corrección de la pendiente de la curva de sustentación	70
4.4.4	Elección de corrección por compresibilidad.....	73
5	Terminología para el análisis paramétrico de hélices	75
5.1	Términos propulsivos.....	75
5.1.1	Rendimiento propulsivo	75
5.1.2	Coeficientes de empuje, potencia y parámetro de avance	76
5.1.3	Coeficientes de torque y coeficiente de velocidad-potencia	78
5.1.4	Coeficientes empíricos de potencia <i>kE</i> , e interferencia <i>ki</i>	79
5.1.5	Factor de actividad	80
5.2	Regímenes propulsor, de freno y de molinete	81
5.2.1	Potencia entregada y absorbida	82
5.3	Parámetros geométricos de la hélice	82
5.4	Parámetros geométricos del perfil aerodinámico	87
6	Condiciones de evaluación y correcciones en ensayos (I)	89
6.1	Consideraciones aerodinámicas	89
6.1.1	Variación en forma del perfil aerodinámico.....	89
6.1.2	Nivel de energía turbulenta.....	90
6.2	Escalado	92
6.3	Correcciones en los ensayos de túnel de viento.....	94
6.3.1	Bloqueo	95
6.3.2	Atenuación inducida por hélice.....	96

6.4	Otras correcciones propias del ensayo	99
6.4.1	Puntos de operación en el túnel de viento	99
6.4.2	Corriente en el túnel	101
6.4.3	Descompensación de la celda de carga	101
6.4.4	Toma de presión total en el tubo de corriente	102
6.4.5	Ensayos previos	105
7	Condiciones de evaluación y correcciones en ensayos (II).....	109
7.1	Equilibrio de masas.....	109
7.1.1	Conceptos del equilibrado de rotores	110
7.1.2	Corregir el desequilibrio	113
7.1.3	Procedimiento de equilibrado	114
7.1.4	Aplicación del equilibrado a la hélice de prueba	116
7.1.5	Justificación de los resultados del ensayo	117
7.2	Otras correcciones para ensayos de hélices	119
7.3	Resumen.....	120
8	Construcción de la hélice	121
8.1	Reconstrucción CAD de la hélice.....	122
8.2	Modificaciones del archivo CAD	127
8.3	Preparación del archivo CAM	132
8.3.1	Material usado	133
8.3.2	Grado de relleno	133
8.3.3	Adición de soportes	134
8.4	Impresión 3D.....	135
9	Comparación de modelo con estimaciones bibliográficas	137
9.1	Metodología para la representación de mediciones: propagación de errores.....	137
9.1.1	Error del instrumento	137

9.1.2	Propagación de errores	138
9.1.3	Error de repetibilidad	139
9.1.4	Puesta en común.....	140
9.2	Metodología para la representación de mediciones: errores absoluto y relativo	140
9.3	Elección de corrección por compresibilidad.....	141
9.3.1	Curvas de potencia y torque del grupo motopropulsor	141
9.3.2	Puntos de operación de la hélice en torque y potencia absorbida..	144
9.3.3	Puntos de operación de la hélice en coeficientes de empuje, potencia y rendimiento propulsivo	146
10	Comparación entre modelo BEMT y ensayos en túnel	155
10.1	Comparación del modelo BEMT con ensayos en túnel de viento	155
10.2	Efecto de escalado.....	160
10.3	Comparación con otros modelos BEMT.....	163
10.4	Interpretación de la no correspondencia entre ensayos y modelo	168
11	Conclusiones	171
12	Referencias.....	175
13	Anexos.....	181
13.1	Dedicación e hitos para el Trabajo de Fin de Máster	181
13.2	Gráficos de potencia y de torque	182
13.3	Errores absolutos en empuje y potencia	185
13.4	Gráficas relativas a la geometría.....	188
13.5	Scripts usados.....	189

Índice de figuras

Figura 2.1. Comparación de hélices: La usada en un Wright Model A de 1910 y el concepto de hélice toroidal patentado por el MIT en 2017 [44, 45].....	28
Figura 2.2. Una de las hélices montadas en el Airco De. H4 [46]	30
Figura 2.3. W. Froude y S. Drzewiecki [47,48].....	31
Figura 2.4. Primeros perfiles aerodinámicos usados extensivamente [49]	33
Figura 2.5. Distintas formas semielípticas de punta [24].....	39
Figura 3.1. Diagrama de punto de diseño (carga alar vs rel. peso-potencia) para el Dash 8 Q400 [1]	41
Figura 3.2. Polares para el pfl. NACA 0012 medidas con distintos N_{crit} (a Re $1.8 \cdot 10^6$) según XFOIL y comparado con ensayos en túnel [1]	42
Figura 3.3. Coeficientes de empuje y potencia para hélices de diferente paso según el método BET habitual y la aproximación no lineal [49].....	45
Figura 3.4. Coeficientes de empuje y potencia. Comparación de modelos y ensayos experimentales [49]	45
Figura 3.5. Modelos de hélice ensayados y sus curvas de prestaciones en empuje y potencia (modelo H25F) [50]	47
Figura 3.6. Comparación de modelos BET con las simulaciones RANS (m. H25F) [50]..	48
Figura 4.1. Diagrama de la hélice como disco actuador y las estaciones consideradas [20]	52
Figura 4.2 Componentes de velocidad en cada elemento de pala [15].....	55
Figura 4.3. Diagrama de flujo del proceso de cálculo usando la BEMT	59
Figura 4.4. Curvas de los principales parámetros propulsivos descritos por la BEMT	60
Figura 4.5. Comparación de las tres corr. por compresibilidad para pfl. NACA 4412 con un a. o. a. de 1.88° (pfl. en mitad inferior) [5]	66
Figura 4.6. Cambio de coordenadas como parte de la corrección de <i>Karman-Tsien</i> [25]	67
Figura 4.7. Separación de la estimación del C_p y los ensayos con el aumento del número de Mach, para Mach 0.51, 0.6, 0.64 y 0.73 [25].....	68
Figura 4.8. $C_{p,compresible}$ en función de $C_{p,0}$ para Mach 0.6 según corr. de <i>Karman-Tsien</i> y <i>Laitone</i> [26]	69
Figura 4.9. Diagrama para el cálculo del factor de eficiencia teórica de Oswald, con $e = 11 + \delta$	71

Figura 4.10. Pendiente de la curva de sustentación en función del alargamiento según las expresiones de <i>Prandtl-Glauert</i> , <i>Helmbold</i> y datos de ensayo [5]	73
Figura 4.11. Comparación de modelo BEMT para parámetros con la corrección por compresibilidad aplicada	74
Figura 5.1. Coeficientes de empuje y potencia para una hélice de perfil R.A.F. 6 de 4 palas.....	77
Figura 5.2. “Carta de diseño” para la hélice 5863-R6, de perfil R.A.F. 6 y 4 palas [17] ...	78
Figura 5.3. Comparación en coeficientes de torque y empuje y rendimiento de la hélice R.A.F. T. 4966 con y sin interferencia [24]	80
Figura 5.4. Los tres regímenes de funcionamiento (aproximados por dos softwares distintos) de la hélice en valores de CT y CP en función de J [19].....	81
Figura 5.5. Vistas de una hélice y sus secciones características [24].....	84
Figura 5.6 Configuración de las hélices tractoras o propulsoras relativas a su accionamiento [24]	85
Figura 5.7. Espiral descrita por el paso geométrico y espiral desarrollada [24]	86
Figura 5.8. Resultante de la fuerza para una sección de pala [24]	87
Figura 5.9. Combaduras superior e inferior [24]	87
Figura 6.1. Secciones características de la pala.....	89
Figura 6.2. Polares para las secciones cercanas al buje	90
Figura 6.3. Gráficas características del modelo BEMT a igualdad de Re	94
Figura 6.4. Diagrama de flujo de las correcciones aplicadas a los datos de los ensayos en el orden seguido en la rutina informática	95
Figura 6.5. Nomenclatura para una hélice en un banco de ensayos cerrado [3]	97
Figura 6.6 Corrección para la velocidad según la relación de bloqueo. (adaptado de [3])	98
Figura 6.7. Puntos de operación del túnel de viento [13]	100
Figura 6.8. Desplazamientos de los ceros en tracción de la celda de carga durante su testeo.....	101
Figura 6.9. Desplazamientos de los ceros en torque de la celda de carga durante su testeo.....	102
Figura 6.10. Esquema del túnel de viento y el sensor contenido en el del tubo de corriente (uds. en mm).....	103
Figura 6.11. Evolución de la velocidad antes y después del plano de la hélice [34]	104

Figura 6.12. Correspondencia de tracción de la celda con medidas conocidas según ensayos	106
Figura 6.13. Correspondencia de torque de la celda con medidas conocidas según ensayos	107
Figura 7.1. Fuerzas de desequilibrio en función de la magnitud del desequilibrio [30] ..	111
Figura 7.2. Tipos de desequilibrio [30]	112
Figura 7.3. Vibraciones en función de la posición angular y revoluciones por minuto [21].	113
Figura 7.4. Equilibrado de hélices a escala [22]	114
Figura 7.5. Equilibrado de hélices pequeñas pegando cinta en el intradós de las palas ligeras [22]	115
Figura 7.6. Secciones huecas en las que el contrapeso se mueve libremente	116
Figura 7.7. (izq.) Espectro en la Transformada de Fourier de las vibraciones de un eje libre [32] y (dcha.) Escala de vibración en $in \cdot s^{-2}$ junto a su condición cualitativa [21]	118
Figura 8.1. Diagrama de flujo para la reproducción del modelo de hélice	122
Figura 8.2. Formas tridimensionales de elipsoide truncado y cilindro	123
Figura 8.3. Secciones de punta de pala y centrales tras dárselas forma	123
Figura 8.4. Ratios de cuerda y torsión contra ratio r/R	124
Figura 8.5. Las palas y puntas de pala de la hélice	125
Figura 8.6. Hélice con la superficie exterior del buje. Curva de ajuste exponencial en esquina inferior	126
Figura 8.7. Hélice con el agujero pasante y la unión de este al resto del cuerpo	127
Figura 8.8. La hélice completa en 3D Builder	128
Figura 8.9. Comparación de grosores de filamento [38]	129
Figura 8.10. Unión mecánica de tipo “puzzle” [39]	129
Figura 8.11. Quinta pieza “llave” y las palas en su disposición para imprimir	130
Figura 8.12. Análisis de espesor en <i>Meshmixer</i>	131
Figura 8.13. Resultado final de los cambios sobre el CAD	132
Figura 8.14. (De izqda. a dcha. y de arriba a abajo) Vistas en planta de las secciones a mayor radio de pala con el relleno gradualmente incrementado	133
Figura 8.15. Comparación entre la base de la pala sin y con soporte	134
Figura 8.16. Detalle de bordes de ataque y salida previos a la impresión	135
Figura 8.17. Fabricación y resultado final de la elaboración de la hélice	136

Figura 9.1. Cambio en potencia suministrada y torque con la velocidad de giro [24].....	141
Figura 9.2. Comparación de potencia y torque con datos tomados de [24]	143
Figura 9.3. Comparativa de BEMT con distintas correcciones e información bibliográfica	145
Figura 9.4. Curva de rendimiento propulsivo, varias correcciones.....	147
Figura 9.5. Región de interés en la gráfica de la curva de rendimiento propulsivo	148
Figura 9.6. Coeficiente de empuje para varias correcciones	149
Figura 9.7. Región de interés para coeficiente de empuje según varias correcciones...	150
Figura 9.8. Coeficiente de empuje para varias correcciones	151
Figura 9.9. Región de interés para el coeficiente de potencia según varias correcciones	152
Figura 9.10. Regímenes de operación en coeficientes de empuje y potencia.	153
Figura 10.1. Coeficiente de empuje. Comparación con resultados de ensayos.....	156
Figura 10.2. Coeficiente de potencia. Comparación con resultados de ensayos	158
Figura 10.3. Rendimiento propulsivo. Comparación con resultados de ensayos	160
Figura 10.4. Gráficos característicos con el efecto de escalado en el modelo a escala	161
Figura 10.5. Triángulo de velocidades del elemento de pala [54]	163
Figura 10.6. Resultados de aplicar el modelo BEMT recogido en [54].....	164
Figura 10.7. Modelo BEMT para aerogeneradores según [55]	165
Figura 10.8. Modelo BEMT para hélices propulsoras y αi grandes	167
Figura 13.1. Diagrama Gantt para la elaboración del Trabajo	181
Figura 13.2. Evolución de torque y potencia según BEMT	182
Figura 13.3. Comparación de correcciones por compresibilidad con $0 \leq J \leq 1.2$	183
Figura 13.4. Comparativa de modelo BEMT en torque y potencia con grupo motopropulsor con y sin hélice	183
Figura 13.5. Geometría de pala en torsión y cuerda.....	188

Índice de cuadros y tablas

Tabla 2.1. Resultados de ensayos en vuelo de la hélice A.B. 692 [24].....	35
Tabla 2.2. Descripción geométrica de las palas de la hélice A.B. 692 [24]	38
Tabla 3.1. Resultados de ensayos y simulación RANS (mod. H25F) [50]	48
Tabla 3.2. Resultados de simulación RANS y modelos BET (mod. H25F) [50]	49
Tabla 4.1. Pendiente de la curva de sustentación $Cl\alpha$ [29].....	62
Tabla 5.1. Elementos geométricos básicos de una hélice [24]	83
Tabla 5.2. Elementos geométricos y relativos al ensayo de una hélice [24]	85
Tabla 5.3. Elementos relativos al perfil aerodinámico [24]	88
Tabla 6.1 Límites de la celda de carga y del túnel de viento.....	93
Tabla 6.2. Comparación de resultados del sistema de ecuaciones	104
Tabla 6.3. Propiedades del modelo de regresión lineal mediciones-celda.....	107
Tabla 7.1. Posición del centro de masas con relación al centro geométrico	109
Tabla 8.1. Descripción geométrica de las palas de la hélice A.B. 692 [24]	121
Tabla 9.1. Instrumentos y sus cotas de error	138
Tabla 10.1. Diferencias en empuje y coeficiente de empuje entre BEMT y Ensayo II en algunos puntos de operación.....	157
Tabla 10.2. Diferencias en potencia y coeficiente de potencia entre BEMT y Ensayo II en algunos puntos de operación.....	159
Tabla 13.1. Diferencias en empuje y coeficiente de empuje entre BEMT y Ensayo II ...	185
Tabla 13.2. Diferencias en potencia y coeficiente de potencia entre BEMT y Ensayo II	186

Símbolos, unidades, acrónimos y abreviaturas.

Abreviaturas	Significado
<i>a. o. a.</i>	Ángulo de ataque
<i>adim.</i>	Adimensional
<i>corr.</i>	Corrección
<i>Est.</i>	Estimación.
<i>et al.</i>	"...y otros autores"
<i>i. e.</i>	"en esencia"
<i>pfl.</i>	Perfil
<i>ppal.</i>	Principal
<i>T^a.</i>	Teoría
<i>tri.</i>	Triángulo

Acrónimos	Significado
<i>AR</i>	Relación de aspecto
<i>BEMT</i>	Teoría de Elemento de Pala y Cantidad de Movimiento.
<i>CAD</i>	Diseño Asistido por Ordenador.
<i>CAM</i>	Fabricación Asistida por Ordenador.
<i>MIT</i>	Massachussets Institute of Technology.
<i>MRF</i>	Movimiento de cuerpo rígido
<i>RANS</i>	Ecuaciones de Navier-Stokes Promediadas por Reynolds
<i>RBM</i>	Sistema de referencia móvil

Símbolos	Significado
C_D	Coeficiente de resistencia.
C_L, k_L	Coeficiente de sustentación.
C_P	Coeficiente de potencia, coef. de presión
C_Q	Coeficiente de torque.
C_S	Coeficiente de velocidad-potencia.
C_T, k_T	Coeficiente de empuje
$C_{l\alpha}$	Pendiente de la curva de coeficiente de sustentación-ángulo de ataque.
M_∞	Número de Mach
k_E	Coeficiente empírico de potencia
k_i	Coeficiente de interferencia
α_i	Ángulo de ataque inducido
η_p, η_{pr}	Rendimiento propulsivo
$\hat{\phi}$	Función potencial de velocidad
φ_B, β	Ángulo de torsión geométrica
D	Resistencia aerodinámica
J	Parámetro de avance
L	Sustentación
Re	Número de Reynolds
α	Ángulo de ataque
φ	Ángulo ppal. del tri. de V_∞ y ωr

Unidades	Magnitud
$m \cdot s^{-2}$	Aceleración
$rad \cdot s^{-2}$	Aceleración angular
$rad, \quad ^\circ$	Ángulo
$g \cdot cm$	Desequilibrio (submúltiplo)
J	Energía
N, lbf	Fuerza
m, ft	Longitud
kg	Masa
$kg \cdot m^2$	Momento de inercia
$W, hp, lbf \cdot ft \cdot s^{-1}$	Potencia
s	Tiempo
$N \cdot m, lbf \cdot ft$	Torque
$m \cdot s^{-1}, kt, mph, lb \cdot s^{-1}$	Velocidad
$rad \cdot s^{-1}$	Velocidad de giro, velocidad angular

1 Introducción

Las primeras teorías elementales para rotores buscaban facilitar la navegación naval mediante hélices que desplazaran fluido y es entonces cuando aparece la primera Teoría unidimensional de Disco Actuador a mediados del siglo XIX. Esta teoría sería refinada posteriormente años después por autores posteriores como *Prandtl* o *Joukowski*.

Paralelamente y de forma independiente, *W. Froude* y *S. Drzewiecki* realizan su aportación en la caracterización aerodinámica de un rotor mediante las primeras Teorías de Elemento de Pala, donde, al dividir una pala de hélice en un número finito de elementos y ser estos tratados como perfiles bidimensionales, su aportación particular puede determinarse e integrarse al total, dando las prestaciones de una pala, y por extensión, la de una hélice.

Hoy en día, estas teorías han evolucionado y se usan de forma conjunta en lo que se conoce como Teoría de Elemento de Pala y Cantidad de Movimiento, o BEMT por sus siglas en inglés. De la misma forma lo ha hecho la técnica y el conocimiento para el uso de un rotor para producir propulsión. Los métodos numéricos han evolucionado de forma que existen métodos alternativos para la estimación de las prestaciones propulsivas de una hélice, como los métodos de elementos finitos. El ensayo de prototipos reales ha tenido la tarea de verificar o refutar lo que dicen los modelos y por tanto tienen un peso tan importante como el planteamiento teórico.

La validez de la Teoría BEMT ha sido comprobada en distintas ocasiones con otros métodos similares así como con ensayos en túnel de viento. El planteamiento de este Trabajo de Fin de Máster es utilizar una versión de la Teoría BEMT para determinar las prestaciones propulsivas teóricas de un modelo de hélice que data de la Primera Guerra Mundial de la que no existen ejemplares actualmente pero sí se cuenta con una descripción lo suficientemente detallada para su reproducción.

Paralelamente se fabricará mediante impresión 3D un modelo a escala que permita su ensayo en túnel de viento. Se compararán los resultados de modelo y

ensayo. Además, en la misma referencia bibliográfica se cuenta con un histórico de datos de ensayo que, aunque incompleto, se utilizará para contrastar aquello que digan modelo y ensayo.

1.1 Objetivos

De esta forma, los objetivos para este trabajo son:

- Realizar una reproducción geométrica de la hélice. La reproducción ha de hacer énfasis en la exactitud de las palas, pero también sin descuidar las puntas de pala y el buje.
- Utilizar para esta reproducción, la Teoría BEMT en tándem con las predicciones del modelo potencial de malla de torbellinos 2D de XFLR5 para la aerodinámica de los elementos de pala con el objetivo de determinar sus prestaciones mediante sus parámetros característicos.
- A partir del modelo geométrico, crear uno nuevo que sea compatible con la impresión 3D. Este modelo además ha de contar con un acabado suave que favorezca la aerodinámica y con la capacidad de poder resistir las fuerzas que experimentará durante el ensayo.
- Ensayar el modelo estipulado a distintos parámetros de avance para tener un mapa del comportamiento de esta hélice en términos de los principales parámetros propulsivos que la describen: coeficiente de empuje, coeficiente de potencia y rendimiento propulsivo.
- Comprobar el grado de acuerdo entre las tres fuentes de información disponibles: ensayos bibliográficos, modelo BEMT y ensayos en túnel de viento.
- En caso de discordancia entre cualesquiera de estas fuentes, determinar que motiva la discordancia y si se puede corregir de alguna forma. En caso de no existir acuerdo entre ninguna de las fuentes, justificar a que se deben estas disimilitudes.

1.2 Estructura

La estructura seguida en este Trabajo de Fin de Máster sigue el formato siguiente:

- El capítulo 2 cubre una breve introducción a la hélice como método de propulsión y una introducción histórica a los elementos de diseño vinculados a esta hélice. Se hacen una puesta en común y discusión breve de la información disponible en la referencia bibliográfica para la reproducción del modelo de hélice. Se muestran los datos relativos a la geometría y a los ensayos en vuelo disponibles en la referencia bibliográfica.
- En el capítulo 3, se tratará brevemente trabajos similares o con elementos que lo vinculan al presente Trabajo. Se observan tres trabajos independientes en los que se compara un modelo teórico con uno de ensayos y se determina el acuerdo que hay entre ambos modelos. Se exponen una selección de los resultados alcanzados. Las anotaciones realizadas en estas obras son de utilidad para las conclusiones de este trabajo.
- El capítulo 4 realiza un repaso a los fundamentos teóricos necesarios para formular la Teoría BEMT y a las particularidades de este modelo: corrección por compresibilidad y consideración de los componentes inducidos de la velocidad y del ángulo de ataque.
- Para el capítulo 5 se realiza un repaso de los parámetros geométricos y propulsivos usados en este Trabajo. Aparte, se introducen algunos términos propios de la referencia bibliográfica, que son relevantes para este Trabajo o suelen ser usados con frecuencia en este tipo de análisis.
- Dentro de los capítulos 6 y 7 se tratará en profundidad las consideraciones tenidas en cuenta para el modelo de Teoría de Elemento de Pala y las correcciones que son necesarias introducir a los resultados obtenidos del ensayo, dadas las condiciones no ideales en las que se realizan estos.

- El capítulo 8, se verá la construcción de la hélice. Se comienza desde el software MATLAB la construcción de un archivo de coordenadas geométricas y como este pasa a ser un archivo CAD. Posteriormente se le realizan correcciones para facilitar su fabricación mediante un archivo CAM.
- Los resultados obtenidos en modelo, referencia bibliográfica y ensayos en túnel de viento se exponen en los capítulo 9 y 10. Se establecen los coeficientes adimensionales como medidores de los cuales se pueden obtener conclusiones de carácter general, sin distorsiones. Se elige la corrección por compresibilidad. Se utilizan a este efecto tablas y gráficos que ilustran la comparativa. Se comentarán las principales tendencias observadas y cómo de semejantes son las tres fuentes.

Finalmente se exponen las conclusiones alcanzadas en este Trabajo de Fin de Máster. Posteriormente, se encuentran tres anexos. En el primero de ellos se encuentra el diagrama de Gantt que refleja la dedicación en horas a la realización de este Trabajo. En segundo lugar se aporta una extensión de los resultados obtenidos y finalmente se adjuntan parte de algunos *scripts* característicos compuestos para la elaboración de este Trabajo de Fin de Máster.

2 La hélice de estudio

En este capítulo se presentará un repaso breve de la hélice como elemento propulsor, su principio de funcionamiento y su utilidad en la propulsión. Se nombran algunas hélices relevantes al estado de las tecnologías actual o vinculantes a este Trabajo de Fin de Máster.

Por otro lado, también se dedicará a la presentación y el análisis de la información disponible en [1] relativa al ensayo en vuelo de la hélice escogida en este Trabajo. Se presentarán este capítulo de forma breve y concisa los principales elementos necesarios para el análisis.

2.1 La hélice propulsora

Para ciertos tipos de misiones y rangos de velocidad, las aeronaves movidas a hélice son las más eficientes [2]. Las misiones suelen ser:

- Para rangos de velocidad de entre 0-450 nudos.
- Ciertas misiones de despegue y aterrizajes cortos.
- Misiones de reconocimiento marítimo de larga duración.

Las investigaciones de la NASA demuestran que el régimen de crucero de aeronaves propulsadas por hélice puede llegar hasta Mach 0.8 manteniendo una eficiencia propulsiva superior al 80%. Por tanto, la hélice no desaparecerá de la propulsión de aeronaves [2] y es prevalente en diseños modernos como el Airbus A400M o en el sector de la aviación deportiva ligera o ultraligera.

El concepto de la hélice como herramienta para la propulsión se remonta a la Antigua Grecia donde fue usada para propulsar agua en la dirección deseada. El concepto se vuelve aplicar en los primeros para la propulsión marina a finales del siglo XVIII y en la segunda mitad del siglo XIX en dirigibles y otros aerostatos [3].

Los primeros aerodinos, por inercia y a falta de otro método de propulsión utilizan el grupo motopropulsor compuesto por motor alternativo y hélice durante la primera mitad del siglo XX. Donde primero se observan los efectos de la compresibilidad es en las puntas de hélice, pues estas ven una velocidad

incidente elevada a partir de una cierta velocidad de giro alcanzable por un motor alternativo.

Actualmente, el grupo motopropulsor motor alternativo + hélice sigue siendo una opción de propulsión económica, viable y válida con especial relevancia en la aviación ligera y en la aviación comercial regional.

La variedad de diseños es considerable y no es una tecnología que esté agotada o no cuente con innovación. Como muestras más recientes se encuentran la hélice toroidal patentada por el MIT en 2017 (Figura 2.1 dcha.). Este nuevo concepto está dirigido a reducir las emisiones de ruido, manteniendo las mismas prestaciones o mejorándolas ligeramente [4].

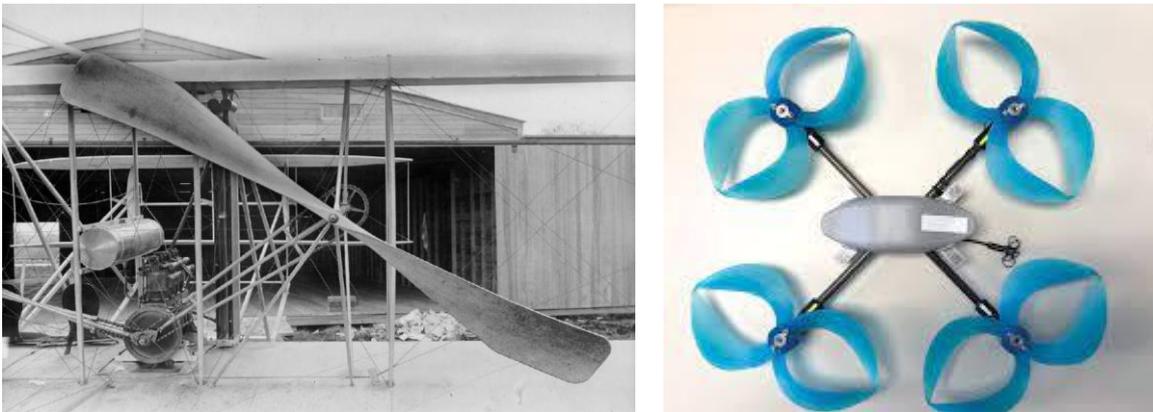


Figura 2.1. Comparación de hélices: La usada en un Wright Model A de 1910 y el concepto de hélice toroidal patentado por el MIT en 2017 [4, 5]

2.2 Principio de funcionamiento

Una hélice es un conjunto de aletas denominadas “palas” que rotan alrededor de un eje, empujando un fluido de trabajo y como reacción se produce una fuerza en el sentido de avance.

El empuje de aire sigue el mismo principio que un ala fija, se trata de un perfil aerodinámico ante una corriente incidente cuenta con una cara a baja presión que succiona aire, y otra a alta presión que empuja aire. La sustentación producida se aprovecha como tracción en la dirección y sentido de avance. El perfil de velocidades que se ve en las secciones cercanas al buje es sustancialmente

distinto al que se ve en las puntas de pala, lo que motiva que existan torsión y cambios de geometría en el perfil.

La velocidad de la corriente libre forma un triángulo de velocidades con la velocidad de giro, dando lugar a que la velocidad “verdadera” que ve el perfil sea combinación de las dos primeras en módulo y dirección. Esto es lo que establece la Teoría simple de Elemento de Pala. En este Trabajo de Fin de Máster, se consigue una predicción más exacta al darse una primera estimación del componente inducido de la velocidad. La geometría del triángulo de velocidad se aborda más profundamente en 4.3.

2.3 La hélice elegida y el porqué de su elección

Durante la Primera Guerra Mundial se investigó en profundidad el diseño de las hélices usadas en aeronaves. En aquel entonces eran construidas en maderas como la de abeto y su geometría era de bordes embotados y usaba formas más robustas como la imagen izquierda de la Figura 2.1.

De este estudio surgió una amplia variedad de diseños. En función de los requisitos de la misión o las restricciones impuestas por la aeronave que las montaban, se elegía uno frente a otro. La referencia [1] que data del año 1920 trata extensivamente todas las cuestiones relacionadas con los parámetros de diseño, formas, y estimación de prestaciones de las hélices que se producían con la técnica de aquel entonces.

La misma referencia cuenta con un apéndice en el que anota los datos geométricos que describen la pala de la hélice en cuestión y a continuación una colección de valores que recogen sus prestaciones medidas durante ensayos en vuelo. También cuenta con estimaciones realizadas con una versión simple de la Teoría del Elemento de Pala.

Contando con esta información, se propone, por un lado reconstruir esta hélice geoméricamente desde las descripciones que se tienen a mano y por otro construir un modelo basado en la Teoría del Elemento de Pala que incorpore los componentes inducidos y que prediga sus principales propiedades propulsivas.

Una vez creada la hélice, se ensayará y compararán la información que venga en la bibliografía sobre ensayos en vuelo, la predicción del modelo teórico y los resultados tomados del túnel de viento.

Existen varios modelos de hélice incluidos en dicho apéndice. La cantidad de información bibliográfica disponible es variable de un modelo a otro. Se escoge la hélice de especificación técnica A.B. 692. Se trata de una hélice de cuatro palas, fabricada en madera que gira en sentido levógiro, de 2.9 m de diámetro y 3.34 m de paso geométrico. Se elige por disponer de datos de ensayos en varios puntos de operación y sus equivalentes estimaciones medidas usando una versión de la Teoría del Elemento de Pala.

En [1] no viene recogido en que aeronave venía montado este modelo particular de hélice, pero por los requisitos de potencia y comparación con otras hélices similares, podría haberla llevado alguna de las aeronaves de la familia Airco, probablemente la De H6 o De H9 de manera experimental. Por mostrar una comparativa, en la Figura 2.2, se encuentra una de las hélices que montaba el De H4 de diámetro 2.66 m, paso geométrico 3.36 m, pensada para un motor Rolls Royce Eagle VIII 1ª versión de 275 hp.



Figura 2.2. Una de las hélices montadas en el Airco De. H4 [6]

2.4 La Teoría de Elemento de Pala

La Teoría del Elemento de Pala usada en la bibliografía sirve como base del modelo utilizado en el análisis de este Trabajo de Fin de Máster. Para la estimación de las propiedades propulsivas de la hélice existen modelos teóricos más complejos como el modelo tridimensional de vórtices (tratado en [7]), pero la Teoría de Elemento de Pala destaca porque sus estimaciones, aunque orientativas, son suficientemente exactas y a un coste numérico bajo.

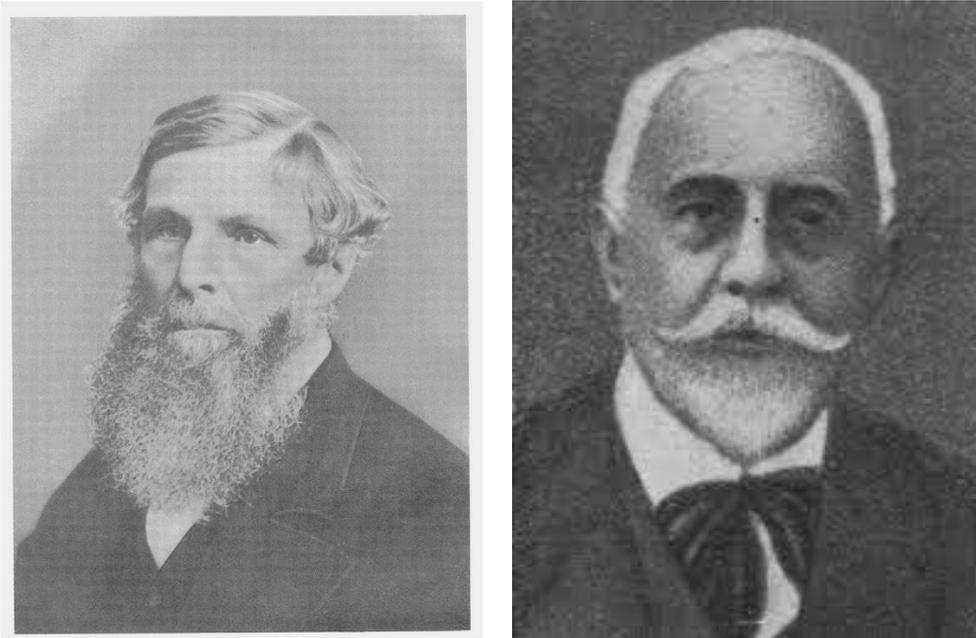


Figura 2.3. W. Froude y S. Drzewiecki [8,9]

William Froude y *Stefan Drzewiecki* (Figura 2.3) llegan a planteamientos similares de manera independiente de la misma forma que *W. Kutta* y *N. Joukowski* llegan al teorema fundamental para el cálculo de la sustentación que lleva sus nombres o como *F. Whittle* y *H. Von Ohain* llegan al turborreactor funcional de forma independiente.

La Teoría simple de Elemento de Pala sugiere concentrarse en una sola pala y dividirla en un número finito de secciones haciendo el corte en la dirección radial. Cada una de estas secciones, que son los elementos de pala, se comporta como un perfil aerodinámico que producirá una sustentación y resistencias aerodinámicas que se aprovechan como tracción y potencia absorbida. La integración de todos estos elementos de pala da como resultado una tracción y

potencias totales por pala que son extrapolables al análisis del resto de palas. Otros modelo más complejos, como el incorporado en este Trabajo, considera los elementos inducidos de velocidad y ángulo de ataque, que refinan el resultado obtenido.

La exactitud de este modelo depende en gran medida de las polares aerodinámicas utilizadas y de si se corresponde su formulación con las condiciones reales de ensayo. En este Trabajo, se utilizará un modelo potencial de mallas de torbellinos para su obtención. Este modelo potencial parte de la base de un método de paneles e incorpora elementos de la Teoría de la Línea Sustentadora de *L. Prandtl* et al. El modelo de malla de torbellinos usado es el incorporado en XFLR5 cuyo análisis 2D es el mismo que incorpora de XFOIL.

El modelo de malla de torbellinos incluido en XFLR5 es un modelo potencial que está pensado para analizar flujos subsónicos. Su rendimiento decae en régimen transónico por no ser capaz de integrar ondas de choque. También predice de forma poco exacta las condiciones de pérdida en los perfiles y la región post-pérdida dado que el análisis es no viscoso y no se estima la resistencia viscosa [10].

En XFLR5 se utilizará el análisis en lotes ("*batch analysis*") del diseño de perfiles para determinar los principales coeficientes aerodinámicos a lo largo de una serie de ángulos de ataque en las condiciones de número de Reynolds y de turbulencia consideradas.

El perfil varía geoméricamente desde buje a punta de tal forma que no puede ser estimado solo con el cambio en el número de Reynolds, por ello, se llevan a XFLR5 los perfiles de 6 secciones características. De esta forma, al realizar la integración con la Teoría de Elemento de Pala, cada elemento de pala vendrá representado por la sección característica que le sea más cercana.

Por último, se introducirán en el modelo teórico de Elemento de Pala una corrección por compresibilidad. Esta corrección es solo relevante para el modelo teórico a escala real, donde se asumen puntos de operación en la región subsónica compresible. En el modelo de ensayos a escala, se puede asegurar

que las velocidades usadas se encuentran dentro del régimen subsónico incompresible.

El número de Mach tiene un efecto perceptible en los parámetros analizados, solo por detrás en magnitud, del parámetro de avance. No obstante, solo es relevante cuando la velocidad del fluido se encuentra en la vecindad del 80% de la velocidad del sonido y es menos perceptible en valores menores.

Las correcciones por compresibilidad propuestas afectan a los parámetros aerodinámicos de la pendiente de la curva del coeficiente de sustentación contra el ángulo de ataque $C_{l\alpha}$, al coeficiente de sustentación C_l y al coeficiente de resistencia C_D . Las correcciones consideradas se encuentran recogidas en [11] y tratadas en la sección 4.4.

2.5 El perfil aerodinámico

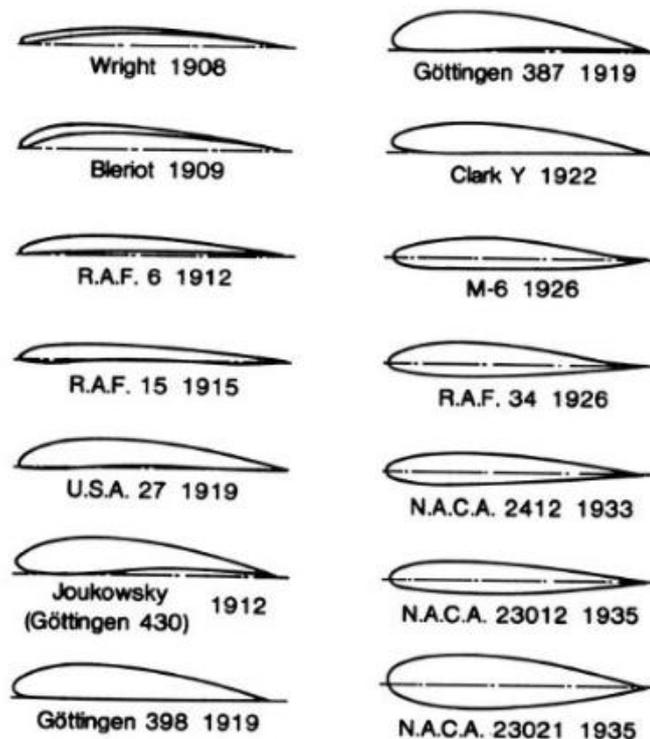


Figura 2.4. Primeros perfiles aerodinámicos usados extensivamente [12]

El perfil aerodinámico usado es el RAF 6 incluido en la Figura 2.4, diseñado en 1912 y fue uno de los primeros perfiles aerodinámicos de uso extendido. Fue

usado masivamente en aeronaves de la Primera Guerra Mundial, tanto en perfiles alares como en hélices y fue prevalente durante la primera mitad del siglo XX.

En [1], que es de donde se recogen los resultados bibliográficos, se utiliza el perfil RAF 6 y se presentan una serie de variedades de este, optando en el diseño por una versión con intradós completamente plano.

2.6 Ensayo de hélices

El ensayo es una parte fundamental de este Trabajo de Fin de Máster. Permite corroborar con un modelo real si se cumplen las estimaciones de los modelos teóricos. Para este trabajo se dispone de un túnel de viento para el ensayo de hélices en el que montar un modelo a escala y medir sus prestaciones propulsivas.

En la sección 2.7 se analizan los datos de referencia bibliográfica tomados durante ensayos en vuelo que sirven para contrastar el modelo. Por otro lado, se dispone de una descripción geométrica precisa de la pala, tratada en la sección 2.8, de forma que es posible fabricar un modelo a escala de esta con cierto nivel de detalle mediante la fabricación 3D.

Es necesario hacer una mención a Hermann Glauert, aerodinamicista británico conocido por las aportaciones en su campo a principios del siglo XX entre las que destacan la corrección por compresibilidad que lleva su nombre. Es relevante en el desarrollo de este Trabajo por la amplia experimentación con hélices que se deja ver en su obra, "*The elements of aerofoil and airscrew theory*" [12]. De aplicación en este Trabajo es la corrección para los ensayos en túnel de viento debida a la velocidad inducida por la hélice. Se trata de una expresión empírica, abordada en 6.3.2, deducida en [13] y aplicada a los resultados prácticos de este Trabajo. Dicha corrección estipula que por el hecho de ocurrir en una galería cerrada, la hélice testada registra más empuje del que registraría en una corriente libre. Para corregirlo, la velocidad del ensayo se corrige a posteriori a un valor menor, que sí que correspondería con este empuje más alto.

2.7 Ensayos recogidos en la bibliografía

En la obra “*The Design of Screw Propellers to Aircraft*”, [1], viene recogida información geométrica y en materia de la hélice. En función del capítulo se utiliza el sistema métrico o imperial de unidades. Aunque debidamente identificados en la mayor parte de casos y al ser [1] un tratado bastante antiguo, carece de estandarización.

En primer lugar, se trata la tabla de ensayos, que se recoge tal cual en este Trabajo como la Tabla 2.1

Tabla 2.1. Resultados de ensayos en vuelo de la hélice A.B. 692 [1]

TESTS MADE AT 5000 FEET ALTITUDE							
V (<i>m.p.h.</i>)	n (<i>rpm</i>)	<i>Cal. h.p.</i> <i>absorbed</i>	<i>Engine</i> <i>h.p.</i>	k_E	True mean k_t	k_T^*	η <i>per</i> <i>cent</i>
120	1115	319	275	0.86	0.302	0.267	86.6
110	1085	318	273	0.86	0.345	0.304	85.5
100	1055	312	269	0.86	0.392	0.346	84.8
90	1025	306	265.5	0.87	0.451	0.402	82.4
80	995	290	251.5	0.87	0.498	0.460	80.9
Ground	900	-	-	-	-	-	-

*Medido en un modelo a escala.

En la Tabla 2.1 vienen recogidos una serie de mediciones de ensayos de la hélice A.B. 692 en vuelo, sus prestaciones y algunos de los coeficientes adimensionales usados frecuentemente en el ensayo.

Antes de poder usar la información contenida en la tabla, es necesario analizar que significan cada uno de los coeficientes, en qué unidades vienen expresadas cada una de las mediciones y bajo que supuestos son válidos cada serie de valores.

En primer lugar, la columna inicial “ V ”, se refiere a la velocidad de vuelo del ensayo. Se encuentra en unidades de “millas por hora”. La diferencia entre

considerar una unidad u otra cambia los valores en un 15%. En ningún momento en [1] se hace referencia a si se trata de millas náuticas por hora o millas terrestres por hora. Tan solo en una página se hace referencia a que la velocidad máxima (en aeronaves, en 1920) llega como máximo hasta “150 *mph*”, que es muy cercano al récord de velocidad de 1919 en un Nieuport 29V de 145.13 *kt*. En cualquier caso, considerar uno u otro supuesto afecta de forma sistemática a todos los resultados y solo desplaza en sentido izqda.-dcha. los puntos de operación. Se considera que por “*mph*” se refiere a millas náuticas por hora.

La segunda columna, “*n*” hace referencia a la velocidad de giro de la hélice medida en revoluciones por minuto. Al tratarse de ensayos en vuelo, cabe la posibilidad de que se esté refiriendo a las revoluciones en el eje del motor (que no han de ser iguales a las de la hélice), pero en una tabulación posterior se hace referencia a el rango de revoluciones del motor, que es superior al de la segunda columna de la Tabla 2.1

Tabla 2.1, de forma que se puede asumir que se refiere a la velocidad de giro de la hélice.

La tercera columna versa sobre la potencia absorbida por la hélice, medida en caballos de potencia anglosajones ($1 \text{ hp} = 745.7 \text{ W}$), y esta potencia es la estimada en el cálculo mediante la teoría combinada de *Froude* y *Drzewiecki* (i. e. Teoría del Elemento de Pala). La cuarta columna se refiere a la potencia registrada durante el ensayo

Para justificar la discrepancia entre la tercera y cuarta columna, [1] considera que afectan en mayor o menor medida:

- Inexactitudes de la Teoría.
- Efectos de escalado.
- La deformación de la pala bajo cargas.
- Interferencia de carenas o fuselaje aguas arriba o debajo de la hélice.

Con respecto al efecto de escalado, [1] establece que la velocidad relativa del elemento de pala es sustancialmente distinta respecto a la velocidad real (60

pies·s⁻¹ versus 500~900pies·s⁻¹). Esto lleva a que el modelo prediga mayor potencia conforme se aumente la escala.

La deformación de la pala considera que tiene una influencia considerable. Ante las cargas, la torsión cambia la geometría de los triángulos de velocidad y por tanto lleva a una inconsistencia con los datos reales. Por otro lado, el borde de ataque de pala curvo absorbe más potencia que un borde de salida curvo. La forma en planta también condiciona la torsión.

Con respecto a la interferencia de carenas, tanto aguas arriba como aguas abajo, se observa que aumenta la predicción de potencia consumida. Esta consideración se expande en 5.1.4.

La siguiente columna hace referencia al coeficiente empírico de potencia, k_E definido en 5.1.4 y es el cociente entre tercera y cuarta columna. A continuación, se encuentra la columna del “ k_l medio verdadero”, y se refiere al valor medio del coeficiente de sustentación sobre la pala. El producto de este coeficiente y k_E devuelve otro, k_l que viene a ser el coeficiente de sustentación media que desarrollaría la hélice durante un ensayo. El “ k_l medio verdadero”, es solo útil para la expresión empírica 2.1 y no muy relevante para el análisis presente.

La expresión 2.1 estima el valor de la potencia suministrada en función del diámetro (en pies), la velocidad de giro (en rpm), la velocidad del flujo libre (en m.p.h.), el coeficiente de sustentación medio y la relación de aspecto según

$$P_m = B \frac{k_l}{AR} D^4 n^2 V, \quad (2.1)$$

siendo B una constante adimensional, empírica propia de cada hélice.

En la penúltima y última fila se aportan el coeficiente de empuje k_T y el rendimiento propulsivo η_P correspondientemente. Para el coeficiente de empuje se establece que se ha medido para un modelo a escala y por los valores representados se puede asumir que son los de la hélice en su conjunto en contraposición al medido para una sola pala. En cuanto a valores de rendimiento,

se asume que se trata del rendimiento propulsivo teórico por lo elevado que es para este tipo de hélices, según lo discutido en 5.1.1.

2.8 Descripción geométrica recogida en la bibliografía

Las hélice es de paso fijo, de 4 palas, fabricada en madera, con perfiles aerodinámicos más embotados y romos y pensada para absorber potencia de los motores de la época.

A continuación se procede con la información geométrica que detalla cómo es el perfil de las palas a través de una serie de secciones características en dirección radial.

2.8.1 Información geométrica general

Tabla 2.2. Descripción geométrica de las palas de la hélice A.B. 692 [1]

4-BLADED PROPELLER A.B. 692				
$D = 2900 \text{ mm}$		$P_g = 3340 \text{ mm}$		
PARTICULARS OF PROPELLER				
Radius (mm.).	Blade Angles (φ_B).	Blade widths (c. mm.)	Camber	
			Upper (mm.).	Lower (mm.).
1340	22° 10'	159	12.5	0.0
1130	25° 40'	218.5	19.0	0.0
920	30° 0'	253	28.1	0.0
710	36° 25'	257	39.8	0.0
500	45° 40'	240	40.5	-11.2
290	56° 10'	209	37.8	-32.7

Todos los elementos contenidos en la Tabla 2.2 se explicarán en las secciones 5.3 y 5.4. Se considera necesario comentar:

- que la anchura de la pala se considera que es la cuerda.
- que φ_B no es el ángulo β usado en 4.

Por último, en la Tabla 2.2, en contraposición con 5.4, la combadura viene expresada en unidades de longitud en lugar de como un ratio adimensional. Al no saber cómo tratar este dato, la decisión tomada es que en la Tabla 2.2 se está refiriendo a la máxima ordenada del perfil, lo cual es razonable si tras mirar la tercera columna se observa que la máxima ordenada es entre un 8 y un 18% el valor de la cuerda local.

2.8.2 Las puntas de pala

Las puntas de pala terminan cada una de las palas en los extremos del disco de la hélice. Su misión es perturbar la corriente lo mínimo posible puesto que como se ve en alas rectas, las puntas de ala son una región turbulenta.

Para las puntas de pala, [1] propone que sean con forma semielíptica. En una sección dedicada en [1], se comenta que (en aquel entonces) no se disponía de suficiente información contrastada y que solo se dispone del Informe A.C.A. Nº T 477 sobre la influencia de la forma de las puntas de pala en las prestaciones aerodinámicas.

En dicho informe se ensayan distintos tipos de puntas semielípticas, esto es, cambiando el valor del semieje mayor, perpendicular a la cuerda en $1/16$, $1/8$, $1/4$ y $1/2$ de la envergadura, tal y como se ve en la Figura 2.5.

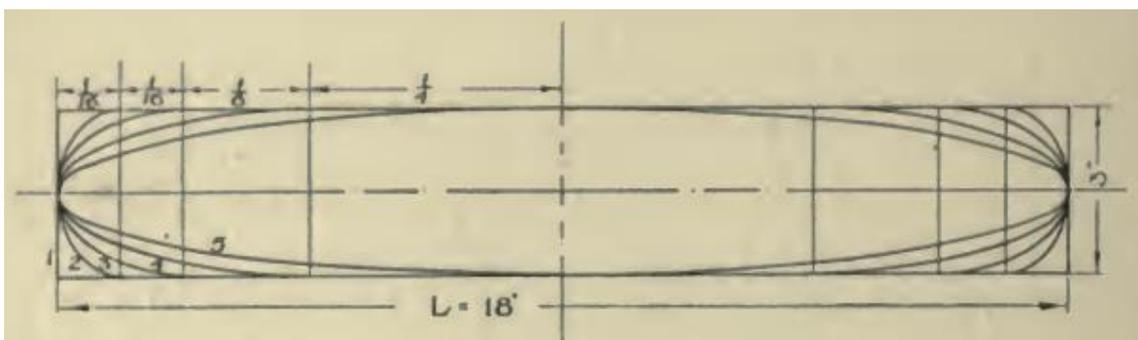


Figura 2.5. Distintas formas semielípticas de punta [1]

Los resultados revelan un aumento de la sustentación y del ratio sustentación-resistencia desde la forma nº1 hasta la forma nº3 (Figura 2.5), y las formas 4 y 5 no tienen ventajas aparentes. Se señala que esto se cumple para un perfil plano y que los resultados podrían ser distintos en un perfil usado en una hélice.

Estas formas en punta semielípticas es probable que sean la forma en planta consigue minimizar la resistencia inducida y de ahí que se observara que aumenta la relación sustentación-resistencia en solo parte de las formas ensayadas.

2.9 Escalado

Frecuentemente, no se suele disponer de un túnel en el que se pueda ensayar a escala real la hélice de prueba. Por ello se recurre a un modelo a escala. El análisis paramétrico de la hélice permite el escalado de esta.

La hipótesis de partida es encontrar un modelo a escala lo más cercano al tamaño original posible, mientras este quepa por tamaño en las instalaciones disponibles y que a la vez se distorsionen los ensayos lo menos posible.

Trabajar con coeficientes adimensionales permite llegar a conclusiones generalistas. No obstante y cómo se comentó, al escalar un modelo de ensayos, el número de Reynolds del ensayo es distinto en órdenes de magnitud al de un modelo teórico a escala real. Si el número de Reynolds cambia, lo harán los parámetros adimensionales. La dependencia es menor que la que tiene con el parámetro de avance J pero es perceptible. El cambio en los parámetros adimensionales por el cambio en el número de Reynolds se denomina “efecto de escalado”.

Los parámetros mencionados en esta sección como J , C_T , C_p y η_p se abordan en más detalle en la sección 5.1.

3 Estado de las tecnologías

En este capítulo se exponen trabajos, tesis y artículos relevantes al contenido de este Trabajo de Fin de Máster. El ensayo de hélices en túnel de viento y el modelado a escala es una temática muy frecuente y de estos se puede obtener conocimiento para el desarrollo del propio Trabajo.

3.1 Análisis de hélice y su dimensionado en condiciones de despegue, por F.S. Heeres

Aún hoy en la actualidad se requiere de datos históricos para el diseño de motores, y alas completas. En ese mismo proceso de diseño, es complejo proponer hélices o turbofanés que satisfagan tales elecciones.

Por otro lado, si bien es cierto que la información sobre el funcionamiento de hélices en su punto de diseño, el conocimiento de estas en condiciones fuera de diseño, como el despegue, es menor. El despegue es una restricción muy importante en el punto de diseño, como se ve en el diagrama de la Figura 3.1, y si se tiene un conocimiento exacto en su análisis, se reducen las variaciones en fases posteriores del diseño [15].

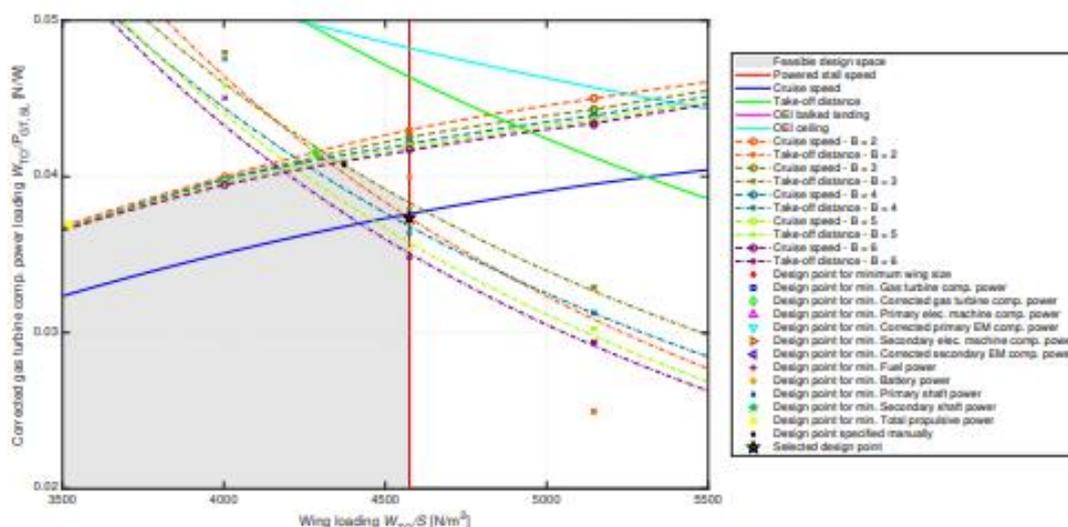


Figura 3.1. Diagrama de punto de diseño (carga alar vs rel. peso-potencia) para el Dash 8 Q400 [15]

En esta obra se profundiza en el conocimiento del comportamiento de la hélice en condiciones de despegue y de la relación que existe entre potencia y

empuje. Además busca llegar a un método de dimensionado de hélice para condiciones de despegue teniendo en cuenta los efectos aerodinámicos a baja velocidad.

Tras generar un modelo de pala preliminar que satisfaga unas condiciones de crucero, se procede a la obtención de un modelo teórico siguiendo la Teoría Combinada de Elemento de Pala - Cantidad de Movimiento (BEMT). Con esta información se encuentra la forma de satisfacer la misión de despegue.

Posteriormente, el modelo es validado con resultados experimentales. Combinar BEMT con las polares de perfiles bidimensionales y aplicando correcciones tridimensionales da un resultado satisfactorio para algunas de las hélices consideradas y en otras la divergencia es tal que no se pueden dar por válidos. Con respecto al método de dimensionado, la contradicción en los resultados y la carencia de datos de más modelos de hélice impiden concluir sobre lo apropiado que es su implementación [15].

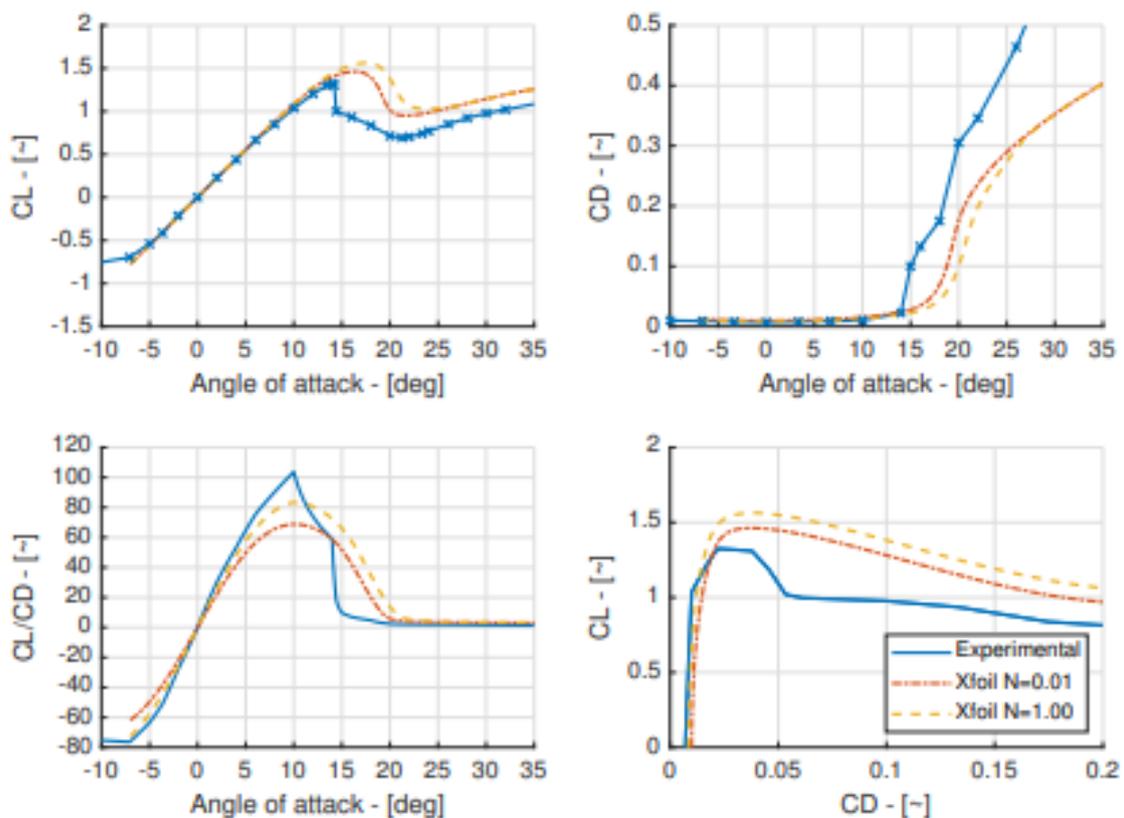


Figura 3.2. Polares para el pfl. NACA 0012 medidas con distintos N_{crit} (a $Re 1.8 \cdot 10^6$) según XFOIL y comparado con ensayos en túnel [15]

Dentro del modelo genérico que utiliza la BEMT, las propiedades aerodinámicas son conseguidas con el análisis de perfiles aerodinámicos de XFOIL. Posteriormente, este resultado es mejorado, añadiendo a las polares una región post-pérdida válida para placas planas y otras dos basadas en rotaciones consecutivas en los tres ejes cartesianos, que incrementan la potencia pico entre un 15 y un 20% para solideces típicas y de hasta un 30% para solideces de pala elevadas [16].

Posteriormente, se dan indicaciones acerca del nivel de energía turbulenta N_{crit} que usar para el ensayo de hélices. Nótese que a menor valor de N_{crit} , mayor nivel de energía cinética turbulenta y por tanto una transición más rápida desde el régimen laminar al turbulento. Se proponen valores de 1 y 0.01, y de los ensayos se concluye que el nivel 0.01 es sensiblemente más cercano a los ensayos en túnel.

Por tanto de este trabajo se opta por fijar de antemano el nivel de energía turbulenta, N_{crit} a 0.01, que según se ve en la Figura 3.2, obtiene la mejor aproximación. Las propiedades aerodinámicas se obtendrán, de manera similar del análisis de perfiles aerodinámicos de XFLR5, que parte del mismo código fuente de XFOIL. A su vez, se considera aplicar correcciones por compresibilidad a estas curvas polares para uno de los casos.

3.2 Correcciones no lineales al modelo de Elemento de Pala con experimentos de validación

En este trabajo se presenta el modelo analítico de Elemento de Pala y Cantidad de Movimiento con una propuesta de modelo no lineal, desviándose del modelo habitual. Los modelos no lineales no cuentan con una solución global, pero se pueden resolver casos aislados.

Tras presentarse el modelo no lineal, se compara con el modelo analítico. Las mayores diferencias se observan en parámetros de avance elevados en ángulos de paso bajos. Después, se comparan los valores con un modelo de ensayos de validación y con datos históricos de otros análisis y la concordancia entre el

modelo no lineal y los datos de ensayos a valores de parámetros de avance elevados es elevada.

En esta adaptación no lineal del modelo de Elemento BEMT se asume que la resistencia aerodinámica es relevante en la determinación del componente inducido de la velocidad y que el ángulo de ataque inducido no tiene por qué ser pequeño. Recurre a deducir el ángulo de ataque inducido de forma iterativa como se ve [17] con

$$\alpha_i = -\frac{1}{2} \left(\frac{C_{L,\alpha} Nc}{8\pi r} \sqrt{1 + \left(\frac{V_\infty}{\omega r}\right)^2} + \frac{V_\infty}{\omega r} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{C_{L,\alpha} Nc}{8\pi r} \sqrt{1 + \left(\frac{V_\infty}{\omega r}\right)^2} + \frac{V_\infty}{\omega r} \right)^2 + \frac{C_{L,\alpha} Nc}{8\pi r} \sqrt{1 + \left(\frac{V_\infty}{\omega r}\right)^2} (\beta - \varphi) + \frac{V_\infty}{\omega r}} \quad (3.1)$$

Posteriormente, se utiliza la derivación del coeficiente de empuje con respecto a la posición radial para obtener el componente inducido de la velocidad con

$$\frac{dC_T}{dx} = \frac{J^2 + \pi^2 x^2}{8} (C_L \cos(\alpha_i + \varphi) + C_L \sin(\alpha_i + \varphi)) \sigma, \quad (3.2)$$

y con esta, se itera nuevamente el valor del ángulo de ataque inducido con

$$J_i(r) = \sqrt{\frac{J^2}{4} + \frac{1}{\pi x} \frac{dC_T}{dx} - \frac{J}{2}}, \quad (3.3)$$

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left(\frac{J_i(r)}{\sqrt{J^2 + \pi^2 x^2}} \right),$$

A la hora de comparar resultados con el modelo BET habitual, se observa que los coeficientes de empuje y potencia para $J < 1$, subestiman esta última, como se ve en la Figura 3.3.

Se observa que a elevados ángulos de paso tiene un efecto mayor en el coeficiente de potencia antes que en el de empuje y que a pasos menores el coeficiente de empuje difiere en mayor medida. Esta situación se puede justificar en que se suele considerar la sustentación como mucho mayor que la resistencia aerodinámica.

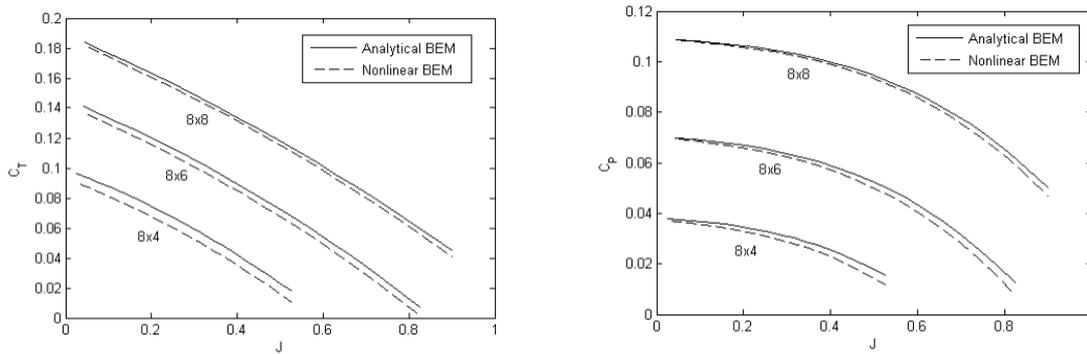


Figura 3.3. Coeficientes de empuje y potencia para hélices de diferente paso según el método BET habitual y la aproximación no lineal [17]

El trabajo de [17] tiene un componente de experimentación y comparación con el nuevo modelo y sus resultados se sintetizan en la Figura 3.4 donde el acuerdo entre estos es razonablemente elevado.

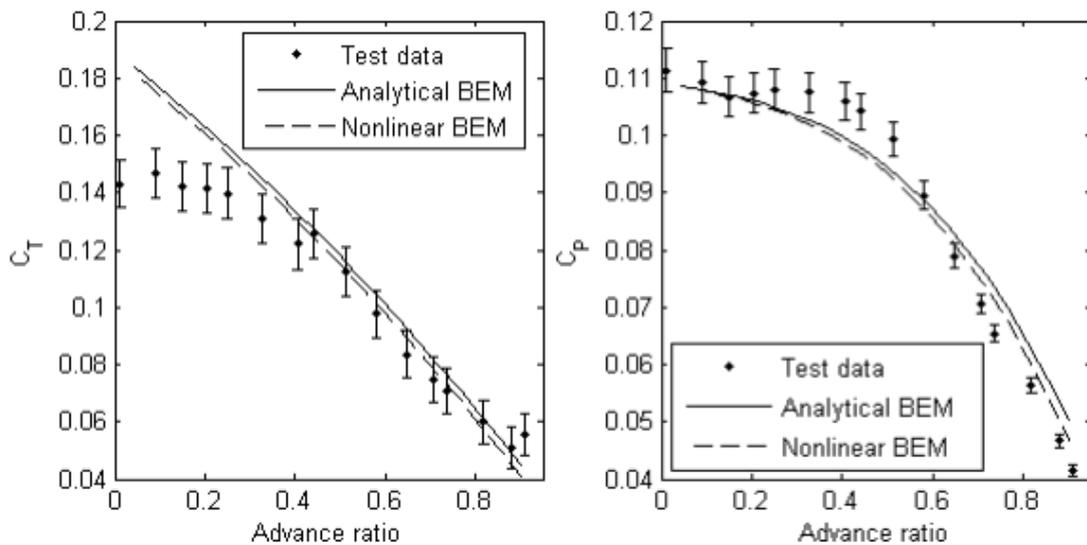


Figura 3.4. Coeficientes de empuje y potencia. Comparación de modelos y ensayos experimentales [17]

3.3 Comparación y evaluación de métodos de Elemento de Pala y simulaciones RANS junto con datos de ensayos

En este caso, se comparan distintos paquetes de software que aplican el modelo de Elemento de Pala [18] con simulaciones RANS de alta fidelidad y ensayos en tierra para dos perfiles aerodinámicos usados en parapentes (Figura 3.5). La comparativa está hecha con condiciones variables en los parámetros de los perfiles aerodinámicos 2D y con distintas formas de calcular el componente inducido de la velocidad.

Los modelos basados en BEMT usados son:

- JavaProp
- XROTOR
- JBlade
- RAALF
- PropCODE

En el caso de PropCODE, está pensado para simulaciones aeroelásticas y de aeroacústica. Cuenta con varias predicciones para el componente inducido de la velocidad y tiene en cuenta la variación 2D de las polares del perfil [18].

Las simulaciones RANS están realizadas con el software StarCCM+ con el objetivo en parte de validar los resultados proveídos por los métodos de Elemento de Pala. Esta validación se realiza con simulaciones basadas en superficies similares. Entre estas están las de:

- Movimiento de cuerpo rígido (RBM).
- Sistema de referencia móvil (MRF).
- Mallas deslizantes.
- Mallas multiforma.

Los distintos modelos de Elemento de Pala son comparados con los resultados del banco de ensayos previstos por el fabricante y también en forma de simulaciones RANS de alta fidelidad MRF y RBM. Las curvas de empuje y potencia se realizan con intervalos del parámetro de avance variables y no pueden predecir $J = 0$ de forma estable.

Con respecto a los modelos que usan BET, JavaProp sobreestima el empuje en estático en un 44%. XROTOR y JBlade están en errores relativos del 10% mientras que PropCode y RAALF tienen errores del 18% al compararlos con la simulación MRF [18]. La mala predicción de JavaProp se sustenta en la mala estimación de la aerodinámica del perfil de en torno al 20%. Los datos completos para empuje y potencia se observan en la Figura 3.6.

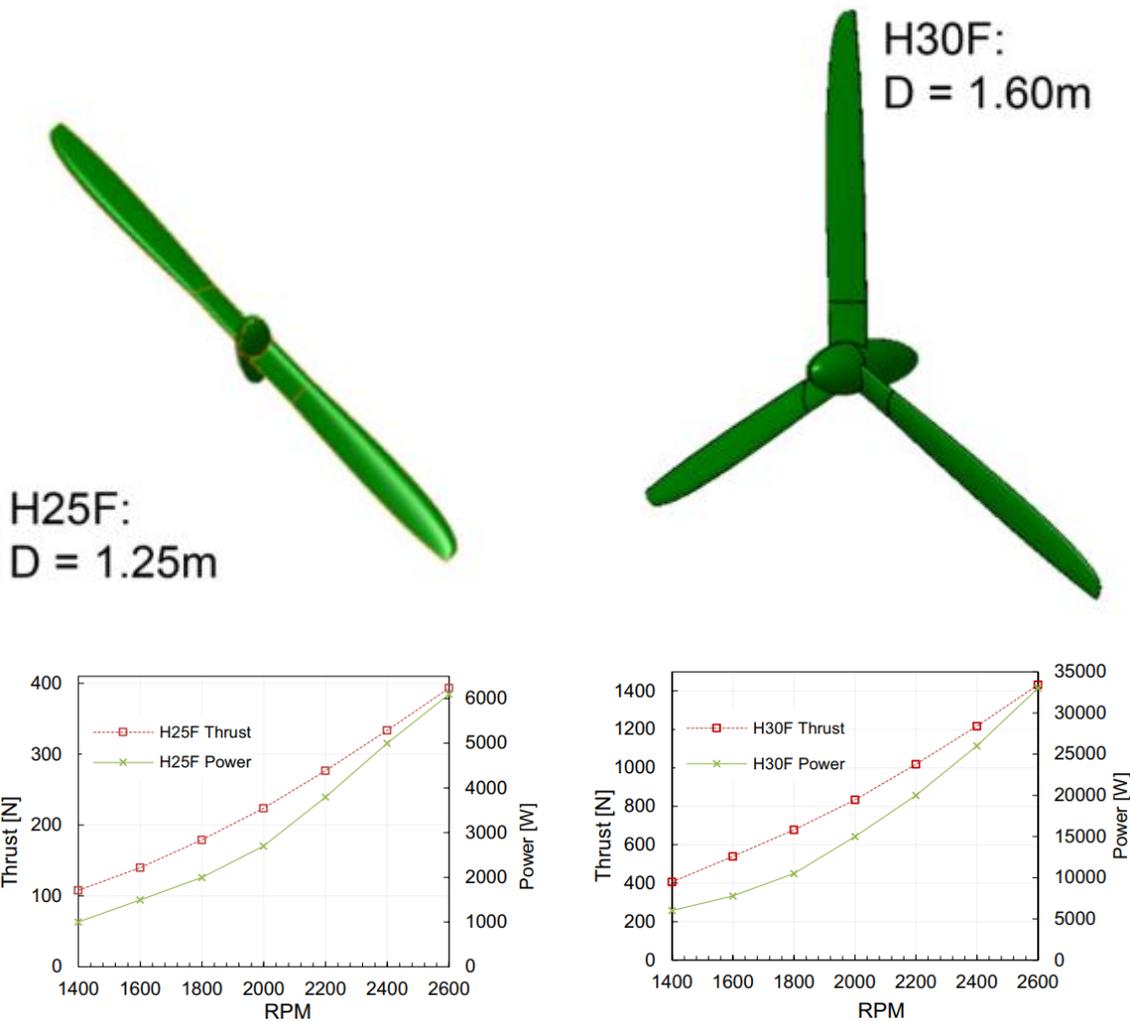


Figura 3.5. Modelos de hélice ensayados y sus curvas de prestaciones en empuje y potencia (modelo H25F) [18]

Este último dato es relevante para el presente Trabajo de Fin de Máster, pues quiere decir que el error en la aerodinámica de un determinado valor da lugar a una estimación de características propulsivas arrastrando un error mucho mayor, en este caso, desde un 20% en la estimación aerodinámica a un 44% en la medición de prestaciones.

En términos de potencia se observa un comportamiento distinto. XROTOR predice en torno a un 25% de más y JavaProp sobre un 27% de más frente a la simulación MRF. RAALF y JBlade están por debajo del 11%. Con respecto a la RBM, tiene errores relativos en torno al 10% al compararlo con los valores experimentales y se puede deber al equipo de medida, a la unión con el motor o al propio motor, la unidad de control o el efecto suelo mientras que la simulación solo cuenta con un encastrado genérico sin más equipo adicional [18].

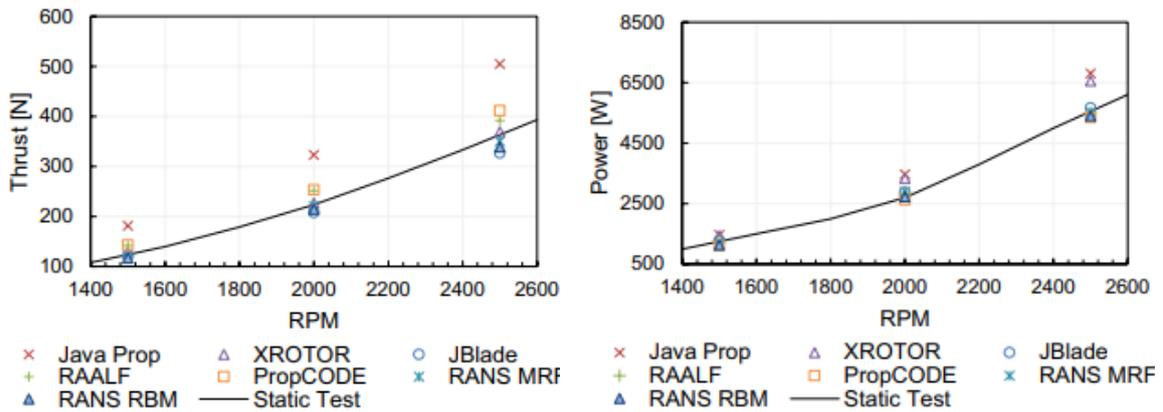


Figura 3.6. Comparación de modelos BET con las simulaciones RANS (m. H25F) [18]

Los resultados completos para ensayos estáticos proveídos por el fabricante, comparados con los modelos RANS en términos del error relativo se encuentran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Resultados de ensayos y simulación RANS (mod. H25F) [18]

RPM [min ⁻¹]	Thrust			Power		
	1500	2000	2500	1500	2000	2500
<i>Relative error of RANS against static tests results</i>						
RANS MRF	-4%	-3%	-4%	-8%	2%	1%
RANS RBM	-8%	-6%	-7%	-9%	-4%	-2%
Static test	127 N	228 N	363 N	1250 W	2850 W	5500 W

Igualmente, los resultados completos los distintos modelos BET comparados con los modelos RANS en términos del error relativo se encuentran en la Tabla 3.2.

Los resultados muestran la superioridad de los modelos BEMT frente a las simulaciones RANS. Estas últimas subestiman los resultados experimentales en hasta un 10% según el error relativo mientras que los modelos BEMT sobreestiman las simulaciones RANS en hasta un 15~20%. El modelo basado en BEMT es altamente dependiente de los datos 2D de los perfiles y que una combinación de este modelo con las predicciones aerodinámicas dadas por

XFOIL aportan el mejor acuerdo con las simulaciones RANS en ensayos en ensayos estáticos y en vuelo.

Tabla 3.2. Resultados de simulación RANS y modelos BET (mod. H25F) [18]

RPM [min ⁻¹]	Thrust			Power		
	1500	2000	2500	1500	2000	2500
<i>Relative error of BEM against static tests results</i>						
JavaProp	49%	47%	44%	27%	20%	23%
XROTOR	6%	3%	6%	25%	15%	19%
JBlade	-1%	-6%	-7%	11%	-1%	2%
RAALF	16%	14%	12%	7%	-2%	-1%
PropCODE	17%	15%	18%	-4%	-9%	-3%
RANS MRF	122 <i>N</i>	220 <i>N</i>	350 <i>N</i>	1154 <i>W</i>	2901 <i>W</i>	5530 <i>W</i>

4 Fundamentos teóricos de hélices

El modelo teórico que se va a utilizar para analizar las propiedades de la hélice parte de la base de la teoría combinada del Elemento de Pala con la de Conservación de la Cantidad de Movimiento. En primer lugar, se repasan los principios que propone la Teoría de Disco Actuador para posteriormente tratar la Tª de Elemento de Pala y su aplicación en este Trabajo para el análisis paramétrico. Se añaden a este modelo correcciones para la compresibilidad de la corriente.

4.1 Teorías de rotores

Existen varias teorías usadas en el diseño de hélices. Estas son:

- Teoría del Disco Actuador o de Cantidad de Movimiento
- Teoría del Elemento de Pala
- Teoría de vórtices

Entre estos, la combinación de la primera con la segunda cuenta con mayor aceptación y es poco costosa en términos computacionales.

4.2 Teoría del Disco Actuador

Un primer enfoque para conseguir las prestaciones de una hélice es con la Teoría del Disco Actuador, aplicando el Principio de Conservación de la Cantidad de Movimiento. En ella, la hélice pasa a considerarse un disco en mitad del flujo libre de aire en el cual presión y velocidad cambian.

Algunas características del modelo son [2, 19]:

- El disco actuador está compuesto por un número infinito de palas.
- Flujo estacionario, no viscoso e incompresible (sin cambios en la densidad).
- El disco actuador extrae energía del flujo.
- El disco actuador presenta una discontinuidad en la presión.

- No entra o sale gasto del tubo de corriente más que por su dirección axial.
- El flujo es uniforme por el disco y en la estela.
- El disco no añade rotación al flujo.
- Es indistinto ante la forma del perfil aerodinámico

El tubo de corriente asumido en la Teoría se contrae aguas abajo y en el disco hay un salto de presiones positivo. El volumen de control cuenta con 4 estaciones de medida (0-3) y en las estaciones inicial y final están a la misma presión estática [20].

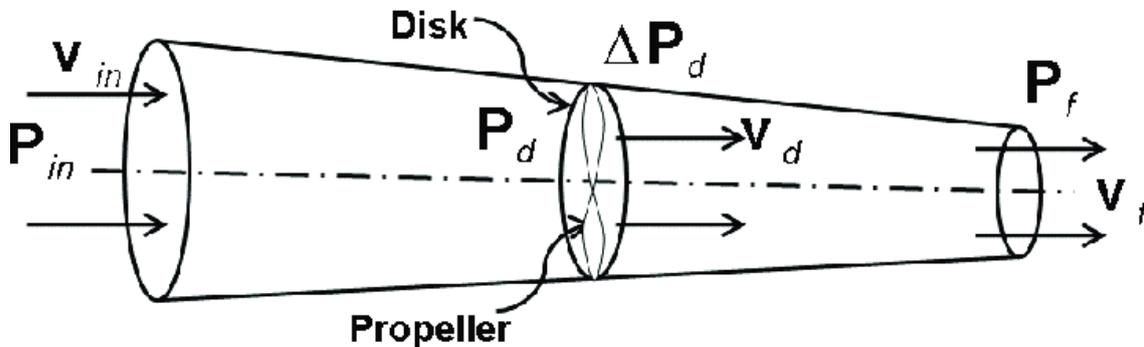


Figura 4.1. Diagrama de la hélice como disco actuador y las estaciones consideradas [21]

La conservación de la cantidad de movimiento expresa el empuje como

$$F = \dot{m}(V_3 - V_0) = \rho V_3 A_3 (V_3 - V_0). \quad (4.1)$$

con ρ, V, A siendo densidad, velocidad y área de la estación. El empuje también se puede obtener según:

$$F = A_1 (p_2 - p_1), \quad (4.2)$$

donde A_1 es el área del disco actuador. Además, la conservación de la energía, con la simplificación de la ecuación de *Bernoulli* se tiene que entre las estaciones 0 y 1

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho V_0^2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2, \quad (4.3)$$

e igualmente, entre las estaciones 2 y 3

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 = p_3 + \frac{1}{2}\rho V_3^2. \quad (4.4)$$

Entre las testaciones 1 y 2 se encuentra el disco actuador donde la energía no se conserva, al comunicársele un incremento de velocidad a la corriente. De restar 4.3 y 4.4 queda

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho(V_3 - V_0)(V_3 + V_0). \quad (4.5)$$

Volviendo a la definición de empuje, igualando 4.1 y 4.2, reconociendo que $A_1V_1 = A_3V_3$, y modificando algebraicamente,

$$p_2 - p_1 = \rho V_3 \frac{A_3}{A_1} (V_3 - V_0), \quad (4.6)$$

que igualmente puede igualarse ahora a 4.5, quedando

$$\rho V_3 \frac{A_3}{A_1} (V_3 - V_0) = \frac{1}{2}\rho(V_3 - V_0)(V_3 + V_0), \quad (4.7)$$

y de esta expresión, la conclusión es que

$$V_1 = \frac{V_3 + V_0}{2}. \quad (4.8)$$

Entonces se dice que la velocidad en el disco actuador es la media de la velocidad aguas arriba y aguas abajo del tubo de corriente [20]. En general, se desea conocer cuál es el valor del incremento de velocidad en el disco actuador, llamándolo w , de forma que

$$V_1 = V_0 + w, \quad (4.9)$$

$$V_3 = V_0 + 2w.$$

Con esto, las expresiones para el empuje y la potencia quedan

$$F = 2\rho A_1 w (V_0 + w), \quad (4.10)$$

$$P = 2\rho A_1 w (V_0 + w)^2,$$

y por tanto

$$P = F(V_0 + w). \quad (4.11)$$

La potencia propulsora incluye el sumando de la potencia útil (con V_0) y el de la potencia inducida (con w) [20].

4.3 Teoría combinada de Cantidad de Movimiento y de Elemento de Pala

La combinación de las teorías de Elemento de Pala y de Cantidad de movimiento es la que cuenta con mayor aceptación actualmente y con frecuencia se recurre a ella para determinar las prestaciones de una hélice aportando aproximaciones razonables a la realidad.

Deriva de la Segunda Ley de Newton, que estipula la fuerza como el cambio en la cantidad de movimiento,

$$F = m \frac{dV}{dt}. \quad (4.12)$$

La mayor parte de estos supuestos no son realistas, por lo que de forma aislada, la Teoría de la Cantidad de Movimiento solo puede tratar eficiencias ideales o máximas.

Esta teoría no incluye efectos secundarios como:

- Velocidades inducidas tridimensionales debido a las puntas de pala
- Componentes radiales del flujo inducidos por la aceleración angular debida a la rotación

Este le lleva a sobreestimar empuje y subestimar el torque, llevando a rendimientos propulsivos entre un 5 y 10% mayores que los reales. El modelo también se deteriora cuando hay parte de la hélice trabajando en régimen de molinete o cuando el fluido se desprende de la pala [22].

Al introducir la Teoría del Elemento de Pala, se está asumiendo la pala como un ala de alta torsión. Esta teoría discretiza la pala dividiéndola en un número finito de secciones según la dirección radial. Cada una de estas secciones son los elementos de pala y son analizados como perfiles

aerodinámicos aislados cuyas fuerzas y momentos individuales son integrados para el total desde el buje hasta la punta [20].

Existen tres elementos de velocidad que determinan la sustentación del perfil en sentido de avance

- La velocidad de vuelo, v_∞ en ms^{-1} .
- La velocidad angular, ω de la hélice en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$, que da la velocidad de giro para cada elemento, U .
- La velocidad inducida w por la hélice en ms^{-1} .

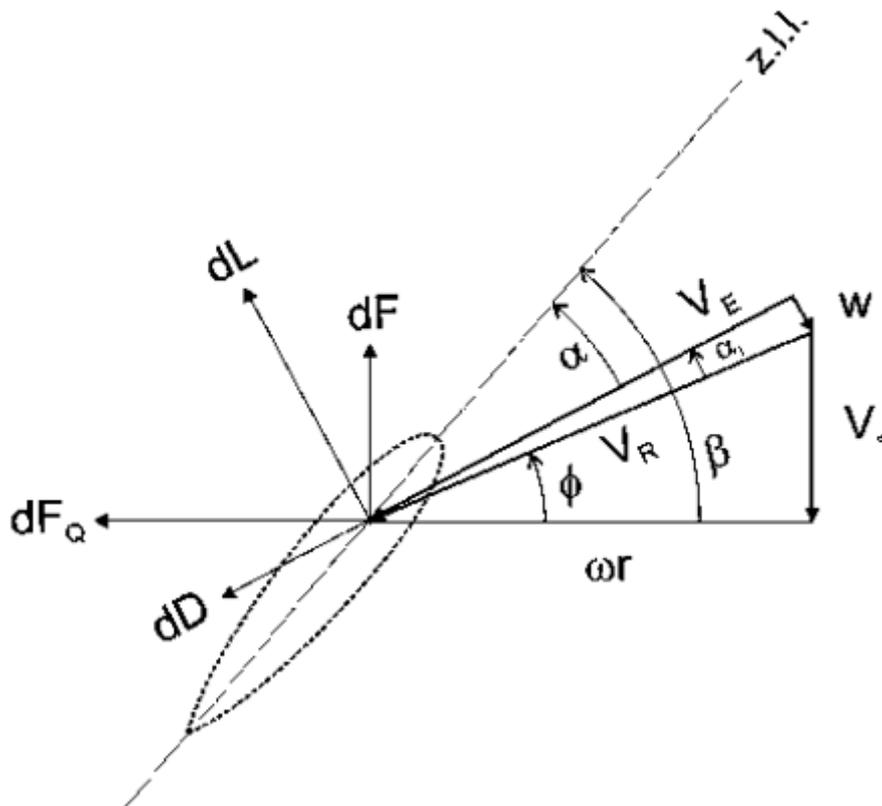


Figura 4.2 Componentes de velocidad en cada elemento de pala [20]

Los elementos angulares, junto con los componentes de la velocidad se pueden ver en la Figura 4.2 y son los siguientes:

- El ángulo de ataque inducido, α_i que describe la velocidad inducida junto con la velocidad resultante V_R .

- El ángulo de paso local β , que es fijo o variable según sea el paso de la hélice. Está medido desde la línea de sustentación nula hasta el plano de rotación.
- En ángulo φ , relacionado con el triángulo de velocidades que conforman las velocidades de pala y la corriente libre.

Finalmente, el ángulo de ataque local, α resulta de restarle al ángulo de paso β el ángulo φ y el ángulo de ataque inducido α_i .

Luego, en función de estos componentes de velocidad, se llegará a una V_E velocidad verdadera que ve el elemento de pala que lleva a una sustentación y una resistencia aerodinámicas perpendicular y paralelas a la dirección de V_E respectivamente.

Como se ve además en la Figura 4.2, estas fuerzas se descomponen convenientemente en paralelas al plano de giro (arrastre), y perpendiculares a este (componentes de tracción). Concretamente, la fuerza en el sentido de avance viene dado por

$$dF = dL \cos(\varphi + \alpha_i) - dD \sin(\varphi + \alpha_i). \quad (4.13)$$

La hipotenusa del triángulo de velocidades que componen la velocidad de corriente y de giro es la velocidad radial, que viene dada

$$V_R = \sqrt{(\omega r)^2 + V_\infty^2}. \quad (4.14)$$

La fuerza de arrastre está en el plano de giro de la hélice y contribuye al torque. Su expresión es

$$dQ = r dF_Q = r[dL \sin(\varphi + \alpha_i) + dD \cos(\varphi + \alpha_i)]. \quad (4.15)$$

Las contribuciones infinitesimales de cada elemento de pala en sustentación y resistencia aerodinámica son

$$dL = \frac{1}{2} \rho V_E^2 c C_l dr, \quad (4.16)$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho V_E^2 c C_d dr.$$

Tras aplicar las relaciones trigonométricas descritas en la Figura 4.2, la velocidad verdadera responde a

$$V_E = \sqrt{(\omega r - w \sin(\varphi + \alpha_i))^2 + (\cos(\varphi + \alpha_i) + V_\infty)^2}. \quad (4.17)$$

Es importante señalar que el ángulo de ataque inducido se relaciona con los componentes de velocidad según

$$\alpha_i = \sin^{-1}\left(\frac{w}{V_R}\right). \quad (4.18)$$

Para esta aproximación, es necesario encontrar una expresión para calcular α_i en función de los componentes de velocidad conocidos [20]. el coeficiente de sustentación se asume que se encuentra en la región lineal con el C_l , siguiendo

$$C_l = C_{l\alpha} \alpha = C_{l\alpha} (\beta - \varphi - \alpha_i). \quad (4.19)$$

En siguiente lugar, se asumen ángulos de ataque pequeños y velocidad inducida w pequeña, de forma que $V_E \approx V_R$. También, la resistencia aerodinámica se entiende como pequeña en comparación con la sustentación. Entonces, la tracción se simplifica a

$$dF \approx dL \cos(\varphi) = \frac{B}{2} \rho V_R^2 c C_{l\alpha} (\beta - \varphi - \alpha_i) \cos(\varphi) dr, \quad (4.20)$$

con B , el número de palas. Ahora, puede rescatarse de la Tª del Disco Actuador la expresión para la fuerza en sentido de avance en función de los componentes de velocidad para el mismo elemento diferencial de pala como

$$dF \approx 2\rho(2\pi r dr)(V_\infty + \alpha_i V_R \cos \varphi) \alpha_i V_R \cos \varphi. \quad (4.21)$$

Igualando ambas expresiones, queda en forma de ecuación cuadrática para el ángulo de ataque inducido, α_i , como

$$\alpha_i^2 + \left(\frac{V_\infty}{V_R \cos \varphi} + \frac{c C_{l\alpha} B}{8\pi r \cos \varphi}\right) \alpha_i - \frac{c C_{l\alpha} B}{8\pi r \cos \varphi} (\beta - \varphi) = 0, \quad (4.22)$$

que cuenta con dos soluciones, de las cuales, es válida aquella con la raíz cuadrada del discriminante positiva. La solución a esta ecuación puede reformularse en función de los siguientes términos. La solidez local viene dada por

$$\sigma = \frac{\text{área pala}}{\text{área disco}} = x \frac{Bc}{\pi r}, \quad (4.23)$$

con c la cuerda local, r , la posición en dirección radial y $x = r/R$ la fracción radial. El parámetro de avance define el punto de operación y viene dado por

$$J = x \frac{\pi V_{\infty}}{\omega r}. \quad (4.24)$$

El parámetro de avance también puede la relación exacta entre la velocidad de avance entre la velocidad de giro como

$$\lambda = \frac{V_{\infty}}{\omega R} = \frac{J}{\pi}. \quad (4.25)$$

Por último, la velocidad en la punta de pala está relacionada con

$$V_R \cos \varphi = \omega r = x V_T. \quad (4.26)$$

Finalmente, la expresión que aproxima el valor del ángulo de ataque inducido queda [20]

$$\alpha_i = \frac{1}{2} \left\{ - \left(\frac{\lambda}{x} + \frac{\sigma C_{l\alpha} V_R}{8x^2 V_T} \right) + \left[\left(\frac{\lambda}{x} + \frac{\sigma C_{l\alpha} V_R}{8x^2 V_T} \right)^2 + \frac{\sigma C_{l\alpha} V_R}{2x^2 V_T} (\beta - \varphi) \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (4.27)$$

Al disponer de una expresión para determinar el ángulo de ataque inducido, se puede calcular ahora, con un mayor grado de proximidad a la realidad el valor de la sustentación producido por cada elemento diferencial de pala e integrar para obtener el empuje total y la potencia extraída de la corriente.

$$dF = \frac{1}{2} \rho V_E^2 Bc [C_l \cos(\varphi + \alpha_i) - C_d \sin(\varphi + \alpha_i)] dr, \quad (4.28)$$

$$dP_S = \omega r \frac{1}{2} \rho V_E^2 Bc [C_l \sin(\varphi + \alpha_i) + C_d \cos(\varphi + \alpha_i)] dr.$$

Téngase en cuenta que en la expresión 4.27 para el ángulo de ataque inducido es sólo válida para los ángulos de ataque donde la curva $C_l - \alpha$ es lineal, y fuera de estos, la exactitud del resultado se deteriora rápidamente. Afortunadamente, esto con carácter general suele darse en elementos de pala aislados y escasos. Su aportación al resultado final es negligible.

Tras adoptar este modelo para resolver las prestaciones propulsivas de la hélice, los resultados se analizan con los coeficientes y parámetros característicos explicados en 5.1.

4.3.1 Implementación de la Tª de Elemento de Pala y Cantidad de Movimiento en MATLAB

Tras exponerse los principios teóricos y las principales expresiones que la gobiernan, la Teoría combinada de Elemento de Pala y Cantidad de Movimiento se implementa como rutina informática en el software MATLAB.

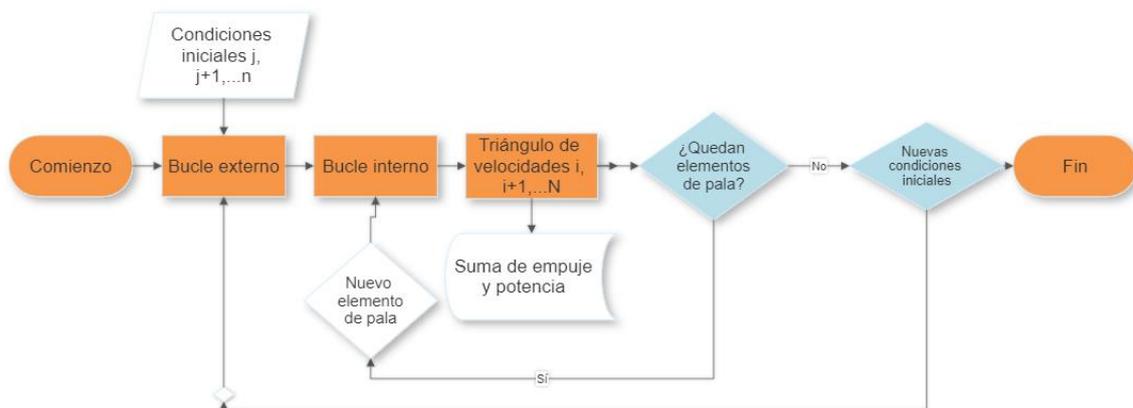


Figura 4.3. Diagrama de flujo del proceso de cálculo usando la BEMT

En la Figura 4.3 se inserta el diagrama de flujo correspondiente a la estructura anidada de la rutina que resuelve las prestaciones de la hélice ante distintas condiciones iniciales.

Tras implementar el modelo en el software matemático MATLAB, se obtienen los parámetros propulsivos de los coeficientes de empuje, potencia y de rendimiento propulsivo. El resultado se observa en la Figura 4.4.

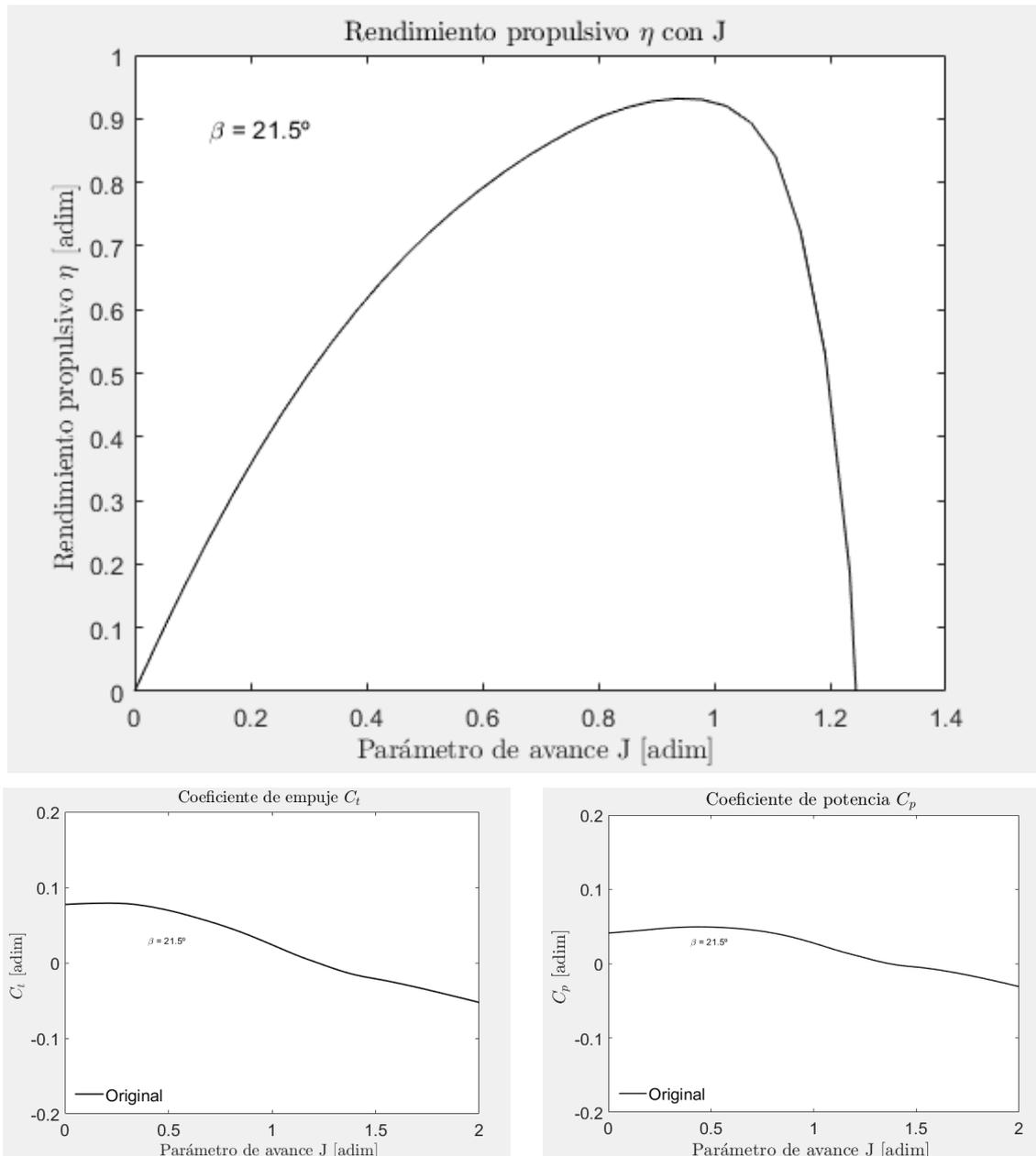


Figura 4.4. Curvas de los principales parámetros propulsivos descritos por la BEMT

Esta misma serie de bucles anidados se repite para el cálculo para el modelo a escala y el modelo con las correcciones por compresibilidad incorporadas. Las correcciones por compresibilidad se introducen en la sección siguiente.

4.4 Corrección del modelo: compresibilidad

Como se ha comentado previamente, el punto de operación de los perfiles que componen las palas vendrá fuertemente influenciado por el parámetro de avance. En siguiente lugar en influencia viene el número de Mach que vean las

palas y finalmente el número de Reynolds al que trabajen los perfiles. Se puede llegar al mismo valor del parámetro de avance tanto para el modelo en tamaño original como el que está a escala, reajustando los valores de velocidad de corriente y de giro.

En lo relativo al número de Mach, el modelo a escala no debería de experimentar efectos de compresibilidad, simplemente por las condiciones de tamaño y triángulo de velocidades presentes. No obstante, el modelo teórico, al considerarse a escala real, llegaría a experimentar efectos de compresibilidad perceptibles por el tamaño los triángulos de velocidades a los que opera.

Por ese motivo y con el objetivo en mente de acercar el modelo teórico lo máximo a los ensayos prácticos bibliográficos en términos de exactitud de prestaciones, se incorpora al modelo BEMT incompresible una serie de correcciones que tengan en cuenta la compresibilidad.

Frecuentemente se discute en la bibliografía recomendada que los efectos de compresibilidad son perceptibles desde velocidades de Mach 0.3. Conforme la velocidad verdadera que ve el perfil aerodinámico crece, la resistencia aerodinámica experimentará un incremento considerable debido a las condiciones supersónicas locales por el perfil que degeneran en ondas de choque que dan lugar a un desprendimiento de la capa límite y a un aumento aguas abajo de la resistencia. Este incremento es súbito a partir del número de Mach de divergencia y llegará hasta un valor finito [11]. Al superarse la “barrera del sonido” (Mach 1), el valor de la resistencia aerodinámica decrece.

Como consecuencia de trabajar en condición subsónica compresible, se va a experimentar un incremento en la sustentación a un determinado ángulo de ataque. Por otro lado, la pendiente de la curva del coeficiente de sustentación contra el ángulo de ataque se ve incrementada hasta Mach 0.6 y a partir de ahí comienza a disminuir a mayor número de Mach hasta que se experimenta una caída súbita de la sustentación que es en función de la forma del perfil. En [23] viene recogido la evolución de la pendiente $C_{l\alpha}$ en función del número de Mach, según se ve en la Tabla 4.1 medida para un perfil delgado y combado.

Tabla 4.1. Pendiente de la curva de sustentación $C_{l\alpha}$ [23]

Nº Mach	0	0.4	0.6	0.7	1
Observado [deg ⁻¹]	-	0.06	0.075	0.06	0.058
Calculado [deg ⁻¹]	0.055	0.06	0.069	0.077	-

Por otro lado, para ese mismo perfil no hay cambios en el ángulo de ataque de sustentación nula hasta Mach 0.7 pero aumenta desde -3.5° hasta 0° tras llegar Mach 1 en el caso del perfil seleccionado para la Tabla 4.1 [23].

Con la información de la que se dispone de la hélice elegida, se conoce que en el modelo teórico del que se dispone la velocidad de giro llegaría en las puntas de pala hasta velocidades de Mach 0.55 y teniendo en cuenta que la velocidad de giro de pala es similar a la velocidad efectiva, $V_R \approx V_E$, que ve la sección, según lo discutido), es razonable incluir esta modificación.

Para llevarla a cabo, se recurre al procedimiento que viene recogido en *Fundamentos de Aerodinámica* [11] y adaptado al estudio paramétrico de hélices. Es necesario apuntar que, décadas antes de la llegada del vuelo transónico, donde primero se alcanzan velocidades cercanas a la del sonido es en las puntas de las palas de las hélices.

Para abordar la compresibilidad, se expondrá el caso más básico que parte del modelo potencial. Posteriormente se recurre a aplicar un modelo algo más particular para la aplicación de este Trabajo de Fin de Máster. A través de la función potencial de velocidad se introducen las ecuaciones de conservación de masa,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0, \quad (4.29)$$

cantidad de movimiento,

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_x + (F_x)_{visc}, \quad (4.30)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho f_y + (F_y)_{visc},$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho f_z + (F_z)_{visc},$$

y energía

$$\rho \frac{D(e + V^2/2)}{Dt} = \rho \dot{q} - \nabla \cdot (pV) + \rho (f \cdot V) + \dot{Q}'_{visc} + \dot{W}'_{visc}, \quad (4.31)$$

en su forma diferencial [11]. Con estos elementos, se puede llegar a una única ecuación similar a la ecuación de *Laplace* lineal para el flujo incompresible, pero no lineal en régimen compresible

$$\left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2\right] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2\right] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{2}{a^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = 0 \quad (4.32)$$

con φ como única variable que representa un flujo isoentrópico, irrotacional, estacionario y compresible. Es la función potencial de velocidad (la velocidad del sonido se puede expresar en función de φ , véase [11]).

La expresión 4.32 es exacta para todos los números de Mach en las condiciones descritas para todo tipo de cuerpos bidimensionales, tanto delgados como anchos. No obstante no cuenta con una solución analítica global por su carácter no lineal.

Mediante las aproximaciones pertinentes se puede linealizar para perfiles delgados a pequeños ángulos de ataque con

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial y^2} = 0. \quad (4.33)$$

La simplificación 4.33 es válida como aproximación al flujo pero no exacta. Su validez se encorseta a las pequeñas perturbaciones que pueden experimentar cuerpos delgados a pequeños ángulos de ataque. Aplicando 4.33 a la definición del coeficiente de presiones, queda que la nueva expresión que recoge resultados afectados por la compresibilidad

$$C_p = \frac{C_{p,0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}. \quad (4.34)$$

y por extensión, esto afecta a los coeficientes de sustentación, de resistencia y de momento mediante

$$C_n = \frac{1}{c} \left[\int_0^c (C_{p,l} - C_{p,u}) dx + \int_0^c \left(C_{f,u} \frac{dy_u}{dx} + C_{f,l} \frac{dy_l}{dx} \right) dx \right], \quad (4.35)$$

$$C_a = \frac{1}{c} \left[\int_0^c \left(C_{p,u} \frac{dy_u}{dx} - C_{p,l} \frac{dy_l}{dx} \right) dx + \int_0^c (C_{f,u} + C_{f,l}) dx \right],$$

$$C_l = C_n \cos \alpha - C_a \sin \alpha,$$

$$C_d = C_n \sin \alpha + C_a \cos \alpha,$$

$$C_{m,LE} = \frac{1}{c^2} \left[\int_0^c (C_{p,u} - C_{p,l}) x dx - \int_0^c \left(C_{f,u} \frac{dy_u}{dx} + C_{f,l} \frac{dy_l}{dx} \right) x dx \right. \\ \left. + \int_0^c \left(C_{p,u} \frac{dy_u}{dx} + C_{f,u} \right) y_u dx + \int_0^c \left(-C_{p,l} \frac{dy_l}{dx} + C_{f,l} \right) y_l dx \right].$$

y para la aplicación de este Trabajo, solo es de interés el efecto sobre el coeficiente de sustentación y de resistencia. Como estos coeficientes dependen linealmente del C_p y en 4.34, el C_p compresible es él mismo por una constante, se puede aplicar la corrección de la misma forma a los coeficientes de sustentación y resistencia.

$$C_l = \frac{C_{l,0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad (4.36)$$

$$C_d = \frac{C_{d,0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}.$$

Esta sería la corrección por compresibilidad de *Prandtl-Glauert* [11]. Observando el juego de expresiones 4.36, al disminuir el número de Mach hasta valores donde el régimen es incompresible acerca el valor de los coeficientes compresibles a su correspondiente incompresible.

Sin embargo, la simplificación utilizada de perfiles delgados no se corresponde con los que se encuentran en el modelo de hélice a ensayar que son por lo general gruesos y combados. Además en [24] se discute que 4.34 da estimaciones válidas para perfiles sin punto de estancamiento y solo válido para las regiones del perfil con presiones cercanas a la presión de corriente libre y a bajos números de Mach. Por estos motivos se debe de recurrir a otros modelos que alcancen una mayor exactitud. En [11] se aportan modelos de corrección de compresibilidad mejorados frente al modelo de *Prandtl-Glauert*, y destacan el de *Karman-Tsien* que sigue

$$C_p = \frac{C_{p,0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2 + \left(\frac{C_{p,0}}{2}\right) \frac{M_\infty^2}{1 + \sqrt{1 - M_\infty^2}}}}, \quad (4.37)$$

y el de *Laitone* [24], con

$$C_p = \frac{C_{p,0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2 + \left(\frac{C_{p,0}}{2}\right) \frac{M_\infty^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2\right)}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}}}. \quad (4.38)$$

El por qué elegir cualquiera de estos dos modelos sobre la corrección de *Prandtl-Glauert* se fundamenta en que se necesita una corrección que atienda mejor al tipo de perfiles aerodinámicos usados (esto es, que acabe aportando valores de empuje y torque más cercanos a los ensayos en túnel de viento).

Por un lado, la expresión de *Karman-Tsien* ha sido ampliamente adoptada desde la década de 1940. Por otro lado, la expresión de *Laitone* es más reciente. Para poder discernir con cuál de ellas se obtienen resultados más exactos, en [11] viene la siguiente gráfica en términos del c_p recogida en este capítulo como la Figura 4.5 donde se grafica para el perfil NACA 4412 a igualdad de ángulo de ataque para diferentes números de Mach.

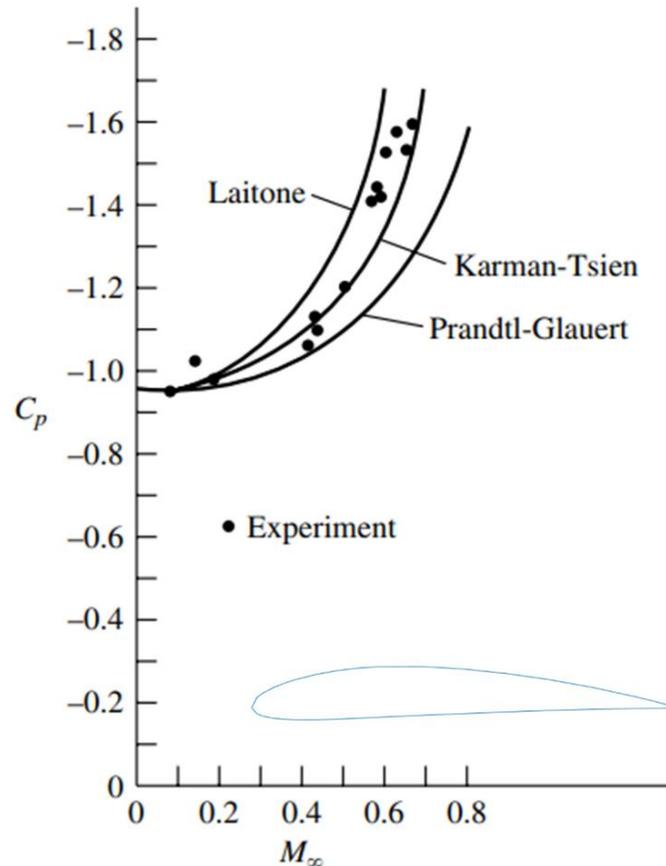


Figura 4.5. Comparación de las tres corr. por compresibilidad para pfl. NACA 4412 con un a. o. a. de 1.88° (pfl. en mitad inferior) [11]

El perfil NACA 4412 es más cercano en forma al perfil usado en este Trabajo. Al graficar las expresiones 4.37 y 4.38, como se ve en la Figura 4.5, se observa que a números elevados de Mach los C_p corregidos son sensiblemente mayores con la corrección de *Karman-Tsien* respecto a la de *Prandtl-Glauert* y más aún con la de *Laitone*. En valores inferiores del número de Mach es a efectos prácticos indiferente usar una corrección que otra.

4.4.1 Sobre la corrección de *Karman-Tsien*

Según *Caldwell Allan*, [25], la corrección de *Karman-Tsien* se sustenta en aplicar un cambio de coordenadas en 4.32 pasando desde las variables x, y a las componentes de velocidad u, v para convertir 4.32 en una ecuación lineal. Esta transformación se lleva a cabo en la hodógrafa (cambio de plano) y conlleva una desventaja, que es que causa cierta distorsión en las condiciones

de contorno que son en su origen, geométricas. En [25] ilustran la distorsión geométrica con la Figura 4.6.

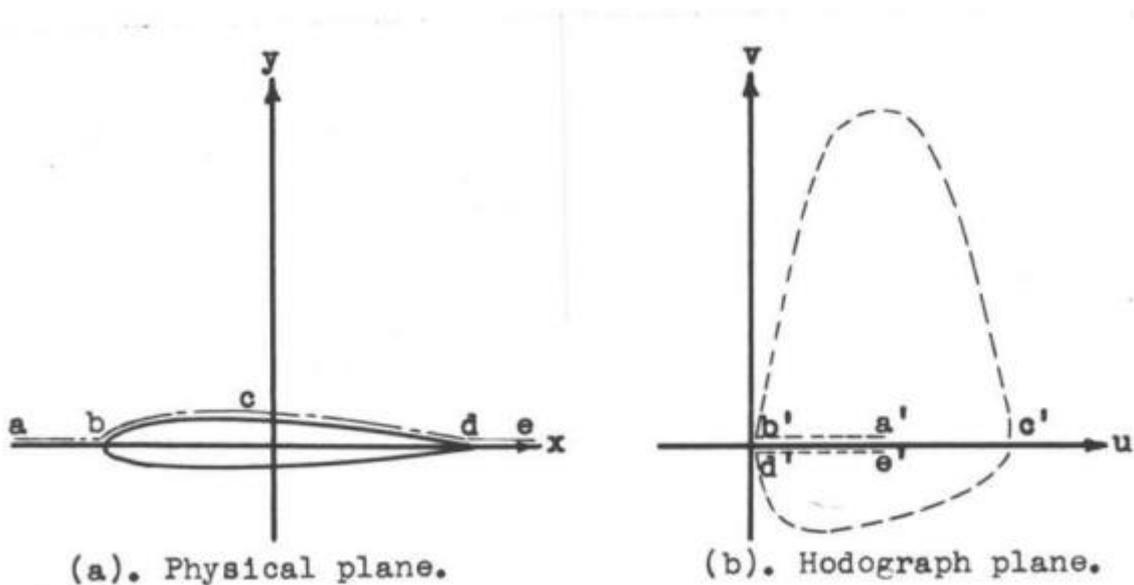


Figura 4.6. Cambio de coordenadas como parte de la corrección de *Karman-Tsien* [25]

El primero de los supuestos para esta transformación es que la curva isoentrópica se asume durante la linealización que pasa geoméricamente por una recta tangente en el punto (p_∞, ρ_∞) . El segundo supuesto consiste en ignorar los cambios en las condiciones de contorno que se puedan dar en condiciones compresibles más allá de las que ya se dan en condiciones incompresibles.

Según [25], hay motivos para pensar que ambas limitaciones están acopladas de alguna forma y que se compensan mutuamente, pues todo intento de corregir aisladamente cualquiera de ellas conlleva un aumento considerable del error. El mismo autor observa que conforme aumenta el número de Mach, las correcciones dejan de corresponderse incrementalmente con los ensayos en términos del coeficiente de presiones, C_p como se ve en la Figura 4.7.

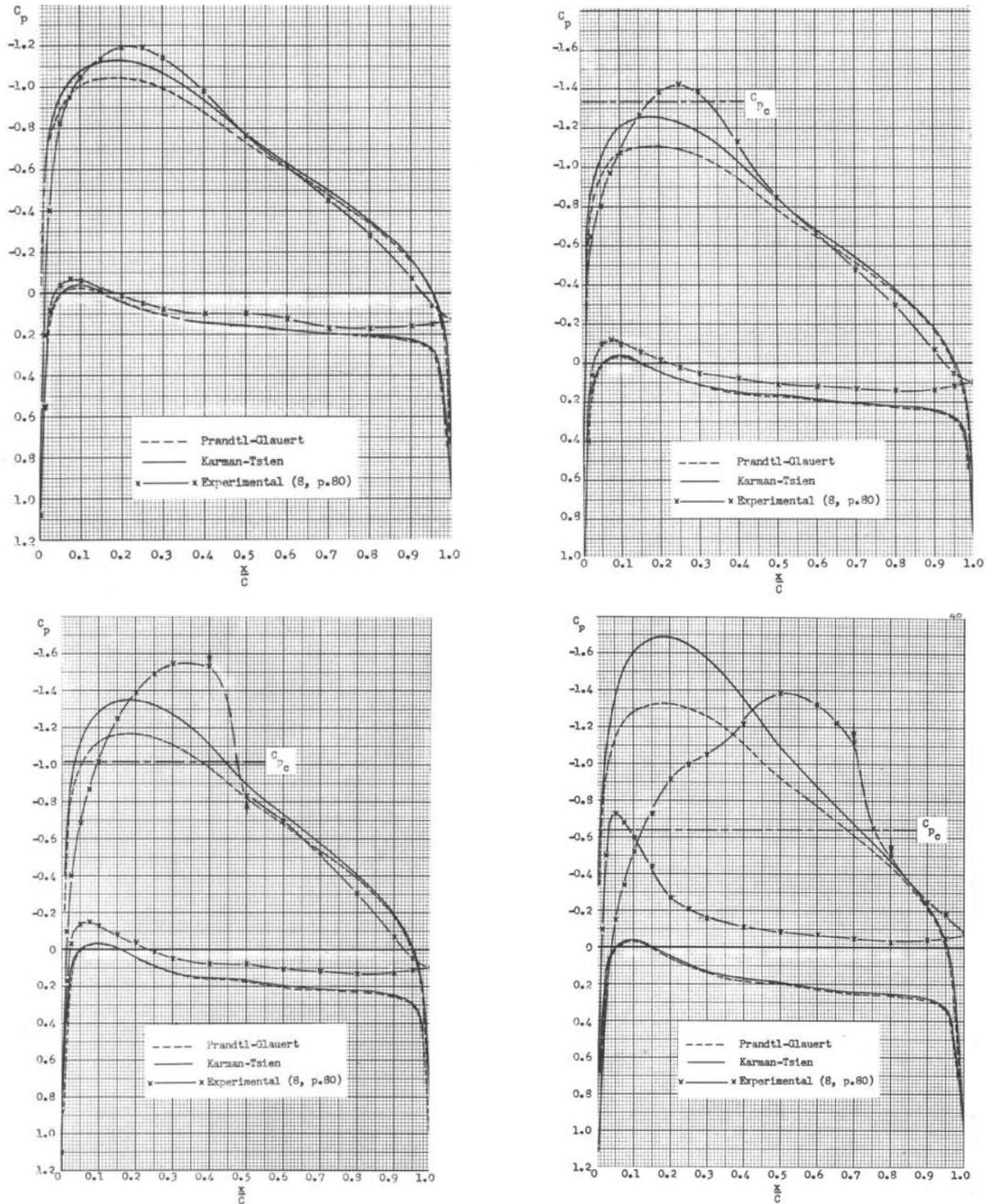


Figura 4.7. Separación de la estimación del C_p y los ensayos con el aumento del número de Mach, para Mach 0.51, 0.6, 0.64 y 0.73 [25]

4.4.2 Sobre la estimación de *Laitone*

La expresión 4.38 que representa la corrección de *Laitone* se fundamenta en el uso de número de Mach local en la corrección de *Prandtl-Glauert* y en el uso de relaciones isoentrópicas para el flujo compresible [24, 26]. Sigue tratándose de una linealización que solo retiene los términos de primer orden de la función potencial de velocidad local. Las condiciones del fluido siguen siendo flujo gaseoso, subsónico y bidimensional.

En [26] mediante simulaciones en *OpenFoam* se descubre que la expresión de *Laitone* es inestable a partir de Mach 0.6 a elevados ángulos de ataque. También cuenta con una singularidad cuando se introduce la combinación adecuada de coeficiente de presión y de número de Mach. El efecto de esta singularidad crece exponencialmente con el número de Mach y es prevalente tanto en la corrección de *Karman-Tsien* como en la de *Laitone* pero es más marcado en la segunda. Al ser la corrección función del $C_{p,o}$, [26] muestra el C_p compresible en función del $C_{p,o}$ incompresible y se ve en la Figura 4.8.

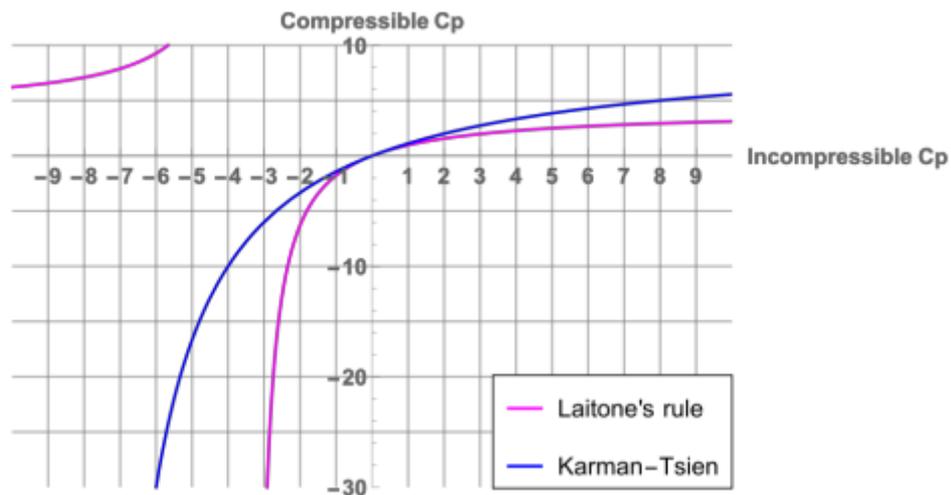


Figura 4.8. C_p compresible en función de $C_{p,o}$ para Mach 0.6 según corr. de *Karman-Tsien* y *Laitone* [26]

En la Figura 4.8 se ve como la corrección por compresibilidad diverge drásticamente por debajo de un coeficiente de presión determinado cerca de la región transónica [26]. Los factores que pueden bajar considerablemente el valor del C_p incompresible son el ángulo de ataque y la anchura del perfil lo que explica que la corrección se desvíe notablemente a grandes ángulos de ataque [26].

La corrección de *Karman-Tsien* es menos sensible a valores bajos del C_p a igualdad de número de Mach. En la transición de incompresible a compresible ambas correcciones no consiguen representar la traslación del centro aerodinámico desde un cuarto de la cuerda a un medio de la cuerda. En cuanto a resistencia, ambas correcciones predicen una evolución del coeficiente de resistencia que es ficticia y no se adapta a la realidad [26].

4.4.3 Corrección de la pendiente de la curva de sustentación

La curva que modela el coeficiente de sustentación con el ángulo de ataque, $C_l - \alpha$, no cambia solo en magnitud con la consideración de la compresibilidad del fluido, sino que también cambia en forma. La pendiente de la región lineal de la curva es necesaria en la estimación del α_i , y determina cuanta tracción y torque se van a obtener a unos determinados ángulos de ataque.

Para la corrección de esta pendiente se opta por aplicar una de las expresiones propuestas en [11], que es independiente de las correcciones de los coeficientes de sustentación y de resistencia de *Karman-Tsien* y de *Laitone*. Se proponen tres correcciones: La propuesta por *Prandtl-Glauert*, y las dependientes del alargamiento alar (convenientemente adaptadas al alargamiento de la pala) que son la expresión para alargamientos altos y la expresión de *Helmbold* para alargamientos reducidos.

La expresión de *Prandtl-Glauert* para la corrección de la pendiente de la curva $C_l - \alpha$ en condiciones subsónicas compresibles sigue la misma forma que en casos anteriores [11] y es

$$C_{l\alpha,c} = \frac{C_{l\alpha,0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}. \quad (4.39)$$

Una vez más hay que asumir condiciones poco cercanas al enfoque de este Trabajo, como que el ala es infinita, y por extensión de casos anteriores es válido para perfiles delgados a bajos ángulos de ataque.

Esta expresión se complementa con otra que recoge la consideración de que el ala es finita

$$C_{l\alpha,c,f} = \frac{C_{l\alpha,c}}{1 + \frac{C_{l\alpha,c}}{\pi e AR}}, \quad (4.40)$$

donde e es el factor de eficiencia de Oswald, y AR es el alargamiento del ala, que viene dado por

$$AR = \frac{b^2}{S} = \frac{D^2}{S}, \quad (4.41)$$

que para nuestro propósito, la envergadura del ala es igual al diámetro de la hélice. A priori, para la aplicación en este Trabajo, se puede conocer el valor del alargamiento considerando como ala el conjunto de dos palas opuestas. El área y la envergadura pueden conocerse con detalle del diseño CAD de la hélice de forma que $AR = 9.75$. Hay que tener en cuenta que el alargamiento pedido en estas expresiones es el alar, independiente del alargamiento de pala definido en 5.3.

Con respecto al factor de eficiencia de Oswald, e , es un coeficiente cuyo valor oscila entre 0.75 y 1 en función de la forma de la distribución de la sustentación. Con $e = 1$, la distribución de sustentación es elíptica. De lo contrario, el valor es inferior a la unidad, y vendrá determinado por la geometría del ala.

Varios autores han propuesto expresiones empíricas, o modelos analíticos para la estimación del factor, una parte de ellos recogidos en [27] y se opta por elegir una de estas expresiones empíricas tomadas de un histórico de aeronaves y dependiente del alargamiento alar y el estrechamiento que se expresa en la Figura 4.9.

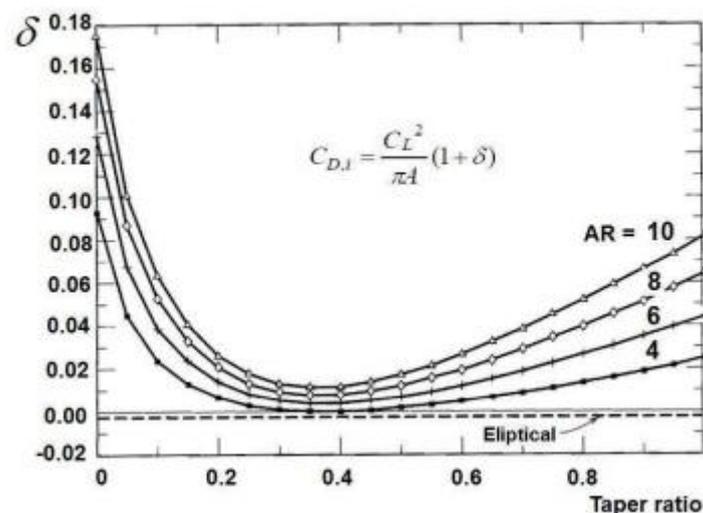


Figura 4.9. Diagrama para el cálculo del factor de eficiencia teórica de Oswald, con $e = \frac{1}{1+\delta}$ [27]

No obstante, en [1] obra de donde se ha obtenido el diseño geométrico de la hélice, se señala que la distribución de la sustentación es prácticamente elíptica por lo que para este caso $e = 1$.

En definitiva, tras unir y simplificar las expresiones 4.39 y 4.40, queda

$$C_{l\alpha,c} = \frac{C_{l\alpha,0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2 + \frac{C_{l\alpha,0}}{\pi e AR}}}. \quad (4.42)$$

La expresión 4.42 sirve para modelar la corrección en la pendiente de la curva $C_l - \alpha$ para un ala sin flecha de alargamiento elevado, en condiciones subsónicas compresibles partiendo del valor de la pendiente en régimen subsónico incompresible.

Por otro lado, está la ecuación de *Helmbold*, que predice la pendiente para alas rectas de alargamiento pequeño para flujo incompresible. A esta expresión se le pueden añadir los efectos de compresibilidad mediante la expresión 4.39, quedando

$$C_{l\alpha,c} = \frac{C_{l\alpha,0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2 + \left(\frac{C_{l\alpha,0}}{\pi e AR}\right)^2 + \frac{C_{l\alpha,0}}{\pi AR}}}. \quad (4.43)$$

La única incógnita que queda por saber para optar por una expresión u otra es qué se considera un alargamiento pequeño y qué uno grande. En [11] se aclara que la expresión 4.43 de *Prandtl-Glauert* se basa en la Teoría de la Línea Sustentadora y es aceptable para $AR > 4$ mientras que la expresión 4.43 de *Helmbold* muy exacta para $AR < 4$. La Figura 4.10 muestra que la expresión 4.43 es preferible cuando $AR > 6$ que es nuestro caso.

En la Figura 4.10 se muestra la correspondencia de las correcciones de la pendiente de la curva $C_l - \alpha$ con datos de ensayos, tomada de [11].

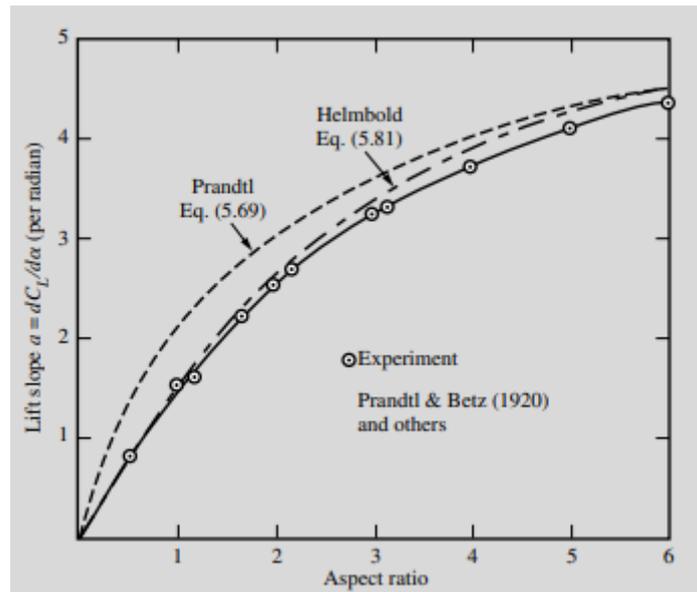


Figura 4.10. Pendiente de la curva de sustentación en función del alargamiento según las expresiones de *Prandtl-Glauert*, *Helmholtz* y datos de ensayo [11]

4.4.4 Elección de corrección por compresibilidad

Tras exponerse las dos correcciones candidatas para modelar la compresibilidad de la corriente fluida y haber sido comparadas sus restricciones, no existe un criterio definitivo a priori que adecúe más una corrección para usarse frente a la otra.

En estas circunstancias se decide llevar ambas correcciones en el análisis y verificar mediante su incorporación al modelo BEMT, cuál de ellas consigue una mayor exactitud comparado al histórico de resultado de ensayos disponible en la bibliografía. La elección de una corrección u otra se realiza posteriormente en el capítulo 9.3. El modelo de ensayos trabaja en régimen subsónico incompresible, por lo que no permite su comparación.

En lo respectivo a la corrección de la pendiente de la curva sustentación-ángulo de ataque, $C_l - \alpha$, se escoge la expresión 4.43, por adecuarse más a la situación de este Trabajo en términos de alargamiento alar.

En la Figura 4.11 se puede observar el efecto sobre el modelo BEMT de considerar la corrección por compresibilidad, aquí de forma ilustrativa la corrección de *Karman-Tsien*.

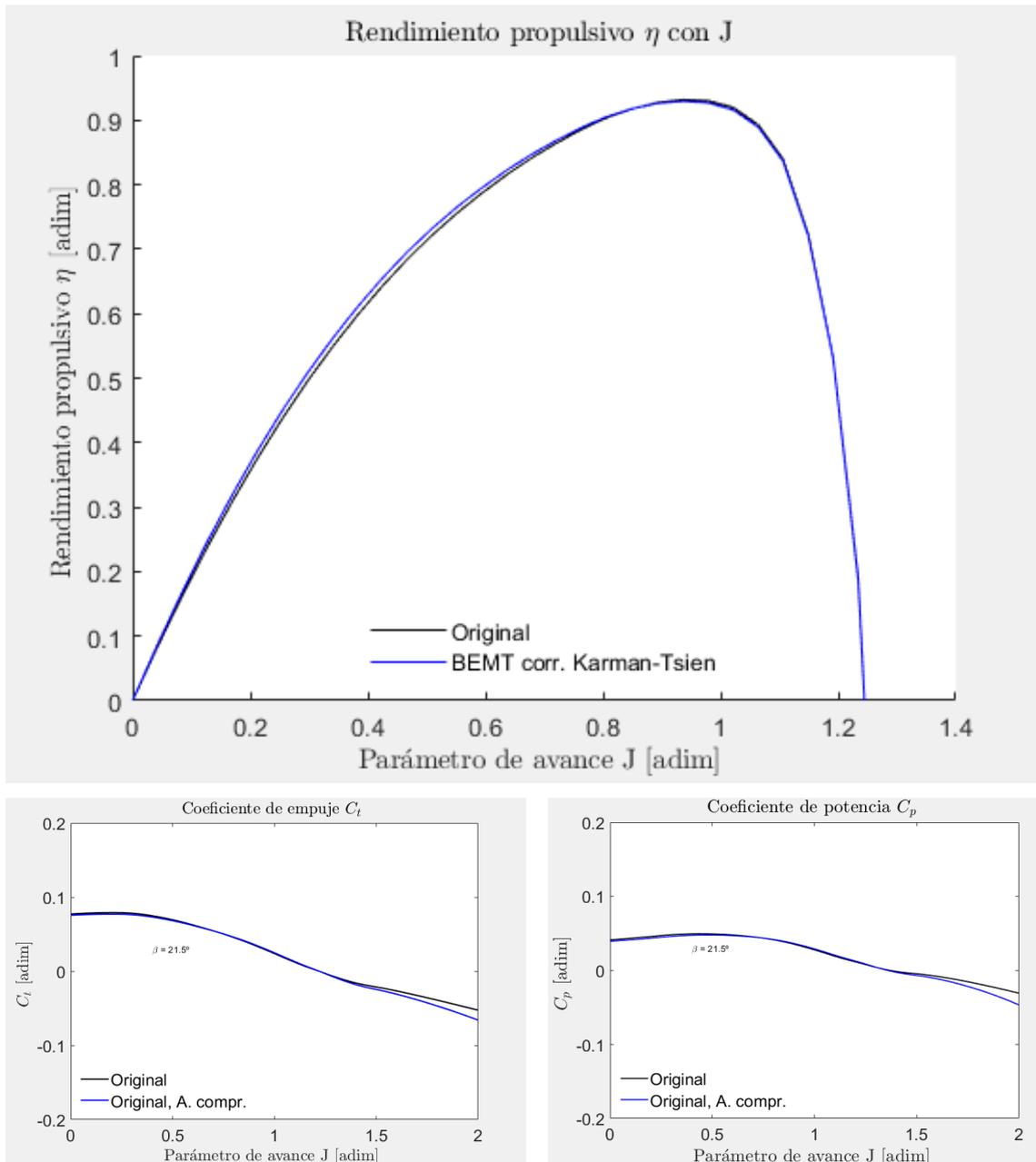


Figura 4.11. Comparación de modelo BEMT para parámetros con la corrección por compresibilidad aplicada

5 Terminología para el análisis paramétrico de hélices

El objetivo para este capítulo es definir los parámetros propulsivos, geométricos y aerodinámicos de este trabajo, antes de entrar en su uso en capítulos posteriores. Se analizan parámetros propulsivos y geométricos.

5.1 Términos propulsivos

El análisis paramétrico de la hélice en este Trabajo es esencialmente de las prestaciones propulsivas, dejando a un lado otros campos de estudio, como su resistencia estructural o su ingeniería de fabricación. Se comentan el rendimiento propulsivo y su aplicación para hélices y una serie de parámetros adimensionales que se han discutido previamente y otros que justifican los resultados de este Trabajo.

5.1.1 Rendimiento propulsivo

Dentro de la Teoría de Disco Actuador, se puede definir un rendimiento propulsivo, η_{pr} , como la relación entre la potencia útil para la propulsión respecto a la potencia total ideal. También se entiende como el tanto por ciento de energía que la hélice consigue extraer al aire para la propulsión [20]:

$$\eta_{pr} = \frac{FV_0}{F(V_0 + w)} = \frac{1}{1 + \frac{w}{V_0}} \quad (5.1)$$

habiendo definido F como la tracción, V_0 como la velocidad de vuelo y w como la velocidad inducida por la hélice.

Una vez definida esta relación se suelen establecer los dos requisitos deseables para una hélice que son la necesidad de mayor rendimiento y por otro lado, el mayor empuje posible. La expresión 5.1 pone de manifiesto que cuando la hélice no induce componente de velocidad w es cuando se llega al rendimiento máximo posible, 1 (100%). De la misma forma se puede ver que al aumentar el componente de velocidad inducida disminuye el rendimiento. Por otro lado, según

$$F = \dot{m}(V_3 - V_0), \quad (5.2)$$

con V_3 , la velocidad aguas abajo del disco de la hélice, está afectada por el incremento de velocidades [20] y viene dada por

$$V_3 = V_0 + 2w \quad (5.3)$$

y por tanto, a mayor w , mayor empuje. De esta serie de expresiones se deduce que estos requisitos son opuestos y que el diseñador debe encontrar el valor de empuje y rendimiento que mejor satisfaga el punto de operación impuesto.

El rendimiento propulsivo puede venir expresado también como

$$\eta_{pr} = \frac{FV_0}{P_S}, \quad (5.4)$$

donde P_S es la potencia suministrada por el eje al que esté acoplada la hélice.

5.1.2 Coeficientes de empuje, potencia y parámetro de avance

Otro de los parámetros adimensionales que ayudan a definir el punto de operación de la hélice son los coeficientes de empuje y potencia. El parámetro de avance define el punto de operación que depende del tamaño de la hélice y de las velocidades de giro y de corriente libre.

En primer lugar se tiene el coeficiente de empuje, con la expresión

$$C_T = \frac{\pi^2 F}{4\rho\omega^2 R^4}, \quad (5.5)$$

Donde F es la tracción total de la hélice, R es el radio de esta, ω es la velocidad angular en $rad\ s^{-1}$ y ρ es la densidad del aire. Estas magnitudes se elevan a esas potencias para adimensionalizar, no porque dependan de ellas a esa potencia.

En función del empuje obtenido, el coeficiente puede moverse en valores más altos (ceranos o superiores a la unidad) o más bajos (resto de puntos de operación y regímenes no propulsores).

Para el coeficiente de potencia,

$$C_P = \frac{\pi^3 P_S}{4\rho\omega^3 R^5}. \quad (5.6)$$

Tanto el coeficiente de empuje como el de potencia suelen graficarse contra el parámetro de avance, con la expresión

$$J = \frac{\pi V_\infty}{\omega R}. \quad (5.7)$$

Estos tres coeficientes están relacionados con el rendimiento propulsivo de la siguiente forma:

$$\eta_{pr} = \frac{C_T}{C_P} J. \quad (5.8)$$

Normalmente el parámetro de avance suele graficarse en el eje de abscisas mientras que los coeficientes suelen hacerlo en el eje de ordenadas. Un ejemplo de gráfico cercano en forma a la hélice considerada en este Trabajo es el siguiente, tomado del Informe 640 de NACA [28].

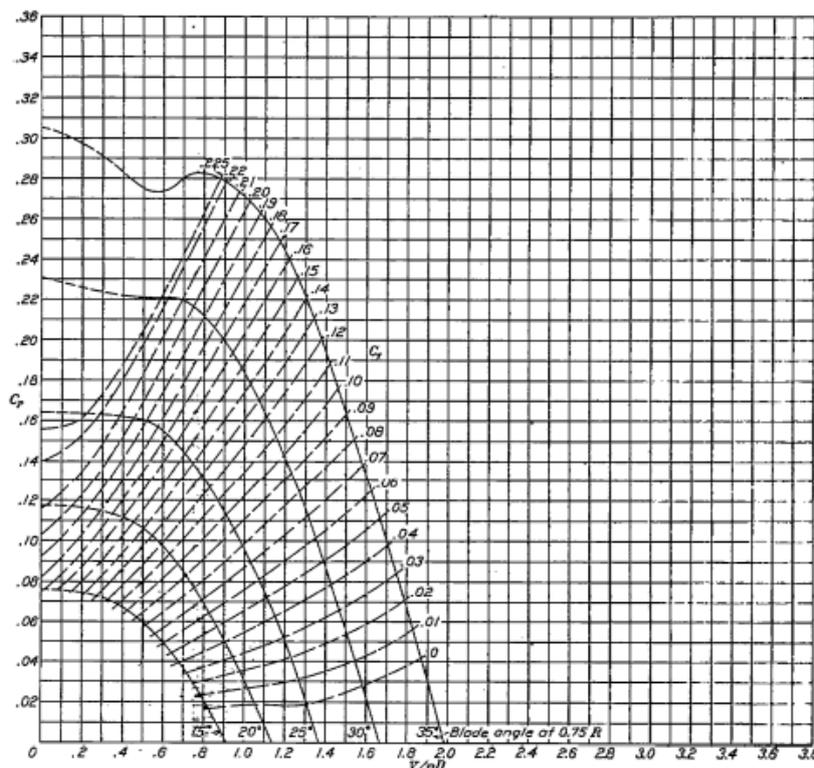


Figura 5.1. Coeficientes de empuje y potencia para una hélice de perfil R.A.F. 6 de 4 palas [28]

5.1.3 Coeficientes de torque y coeficiente de velocidad-potencia

Por último en cuanto a coeficientes propulsivos son relevantes el coeficiente de torque y de velocidad-potencia. El primero es el equivalente al coeficiente de empuje para el torque y el segundo es interesante de aplicar al ser independiente del tamaño.

$$C_Q = \frac{Q}{\rho V^2 d^3} \quad (5.9)$$

es la expresión para el coeficiente de torque. Q es el torque total, d el diámetro de la hélice. El coeficiente de empuje-potencia es

$$C_s = \left(\frac{\rho V_\infty^5}{P_s n^2} \right)^{\frac{1}{5}} = \frac{J}{C_p^{\frac{1}{5}}}, \quad (5.10)$$

teniendo en cuenta que n es la velocidad angular en $rev\ s^{-1}$. Está relacionado con otros dos parámetros ya comentados, el de avance y el coeficiente de potencia.

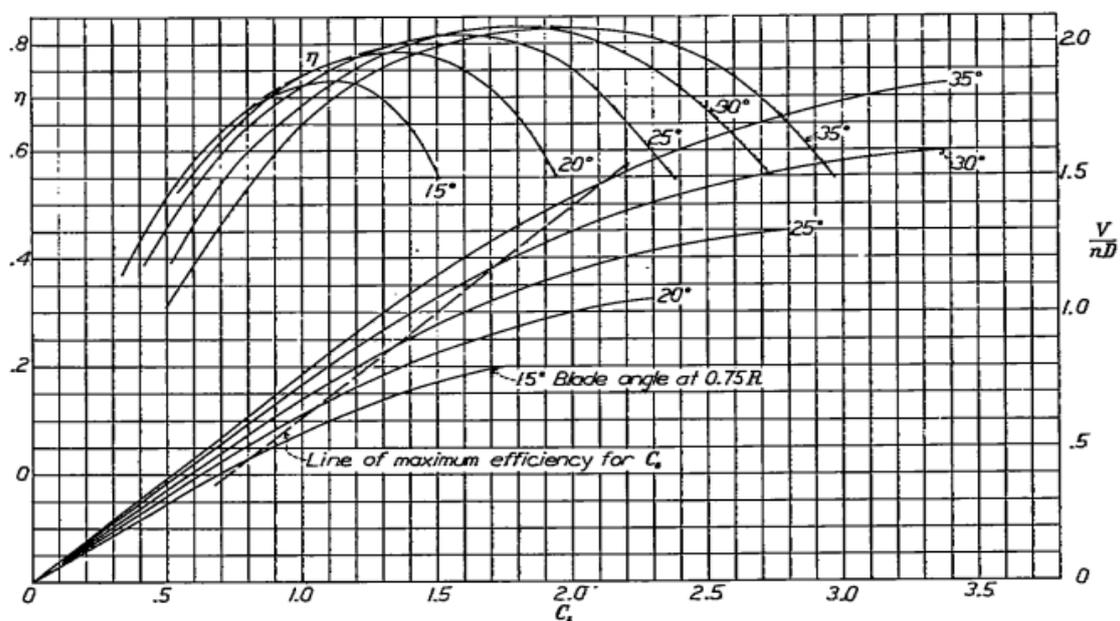


Figura 5.2. “Carta de diseño” para la hélice 5863-R6, de perfil R.A.F. 6 y 4 palas [28]

El coeficiente de velocidad-potencia suele ir graficado junto a los otros parámetros ya comentados. En [28] por ejemplo, el grafo tiene la forma vista en la Figura 5.2.

5.1.4 Coeficientes empíricos de potencia k_E , e interferencia k_i

En [1], vienen recogidos una serie de coeficientes empíricos que relacionan distintos resultados de ensayos entre sí o resultados de ensayos con las estimaciones teóricas.

En primer lugar, el coeficiente de potencia teórica, k_E , relaciona la potencia verdadera con la potencia calculada según la Teoría de Elemento de Pala. No es un rendimiento, pues la teoría puede predecir potencia en exceso o en defecto y por tanto, k_E puede ser inferior o superior a la unidad. Sigue

$$k_E = \frac{\text{Potencia real absorbida}}{\text{Potencia calculada del estudio de hélice}} \quad (5.11)$$

Al final, la utilidad de este coeficiente es analizar como el cambiar ciertos parámetros adecúa más la predicción de la teoría a lo obtenido en ensayos.

El coeficiente de interferencia hace referencia a introducir una obstrucción en el tubo de corriente de la hélice que aumenta torque, empuje y eficiencia para cualquier valor de la corriente libre. Esta resistencia es debida a la interferencia con el carenado. Se define según

$$k_i = \frac{T_w - (R_w - R)}{T} \quad (5.12)$$

con T_w siendo el empuje con interferencia, $R_w - R$, el aumento en resistencia parásita por interferencia con el tubo de corriente. Cuando k_i es la unidad, no hay cambio en el empuje por interferencia.

Este último coeficiente es significativo en este estudio para entender el efecto que puede tener la presencia de la propia celda de carga y su soporte, como se verá en 10. Suele ser estudiado en otras obras y tiene relevancia a la hora de estudiar la unión motor-hélice. Un ejemplo del efecto de la interferencia se ve en la Figura 5.3.

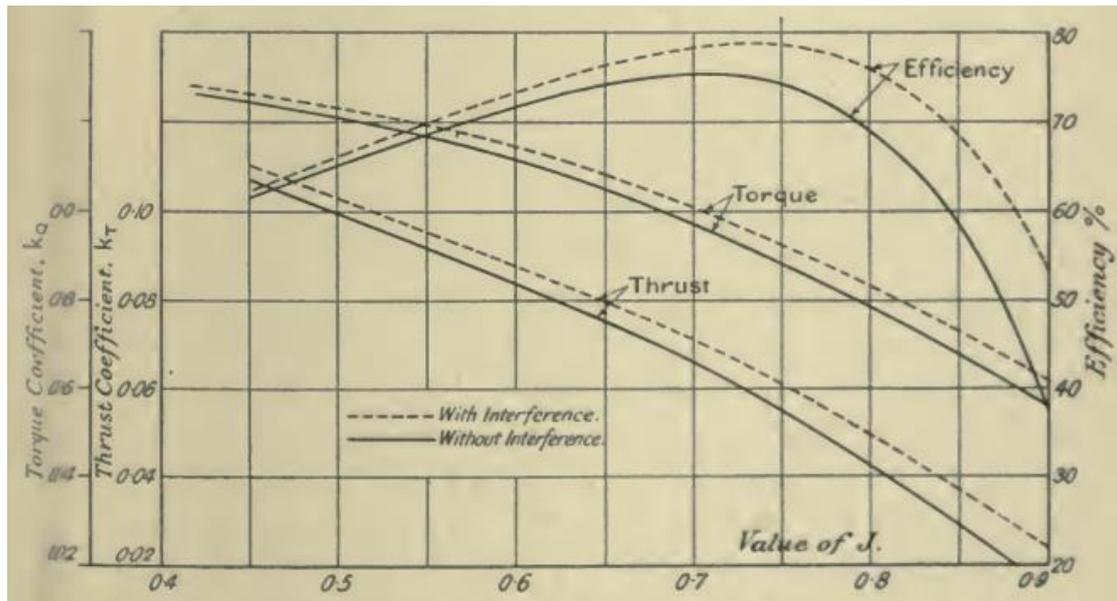


Figura 5.3. Comparación en coeficientes de torque y empuje y rendimiento de la hélice R.A.F. T. 4966 con y sin interferencia [1]

5.1.5 Factor de actividad

El factor de actividad es un parámetro de diseño relacionado con la geometría de la hélice. Representa su capacidad para absorber potencia como función del ratio del área de la pala con el área del disco de la hélice [2]. A más delgada (esto es, a mayor radio y menor anchura de pala), menor es el factor de actividad [20]. En su forma adimensional más usada, por cada pala

$$AF = \frac{100000}{16} \int_{x_h}^1 \frac{\bar{c}}{d_p} x^3 dx \quad (5.13)$$

donde \bar{c} es la cuerda, d_p , el diámetro de la hélice y x , es la posición radial en la pala adimensionalizada con el radio total de la pala. Los valores de para geometrías habituales oscilan entre 70 y 140 [2].

Para obtener el factor de actividad total de la hélice, basta con multiplicar el resultado de la expresión 5.13 por el número de palas.

5.2 Regímenes propulsor, de freno y de molinete

Los regímenes propulsores, de freno y de molinete se refieren a un conjunto de puntos de operación, que es necesario mencionar para comprender de qué formas puede operar una hélice. En función del parámetro J , el funcionamiento de la hélice cambia sustancialmente [29]:

- El régimen propulsor ($C_T > 0$, $C_P > 0$), es el deseado para la hélice propulsora. Se comunica potencia desde el eje a la hélice y esta genera una tracción en la dirección y sentido de avance.
- En el régimen de freno ($C_T < 0$, $C_P > 0$), se comunica potencia a la hélice a través del eje pero la fuerza producida es de sentido contrario al de avance y tiende a frenar. Ocurre en valores de J inmediatamente superiores a los de régimen propulsor.
- El régimen de molinete ($C_T < 0$, $C_P < 0$), ocurre a valores de J inmediatamente superiores a los del régimen de freno. En este régimen, la hélice produce un empuje en el sentido opuesto al avance y entrega potencia al eje que le comunica el aire.

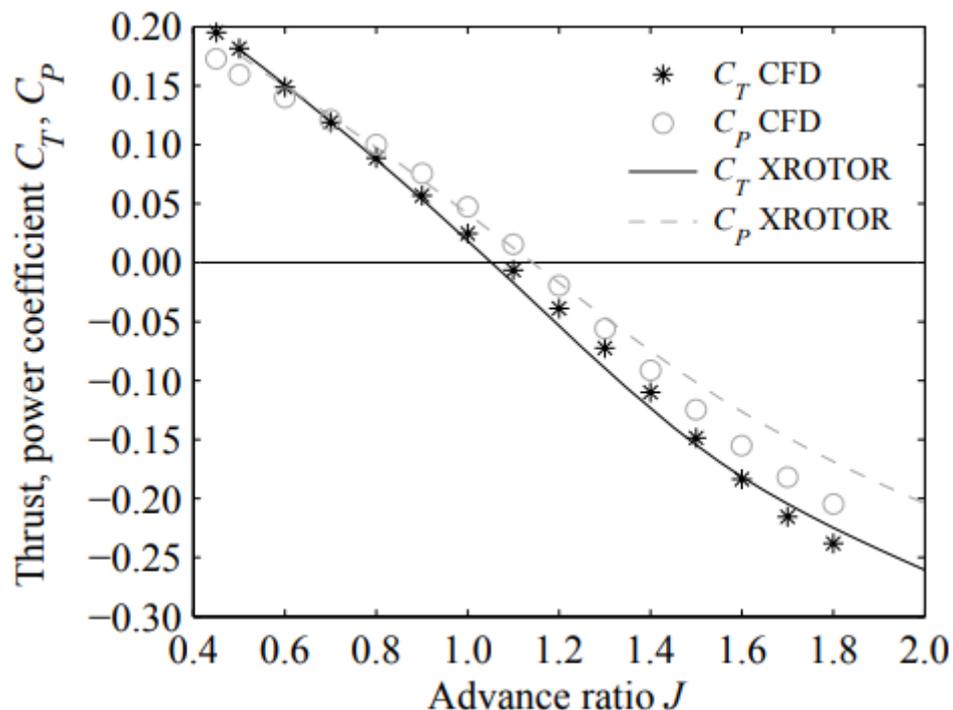


Figura 5.4. Los tres regímenes de funcionamiento (aproximados por dos softwares distintos) de la hélice en valores de C_T y C_P en función de J [30]

5.2.1 Potencia entregada y absorbida

La potencia calculada difiere de la potencia real al no tener en cuenta distintos factores de pérdida. Esto afecta al rendimiento propulsivo y se dice que

$$\eta_{pr} = \frac{FV_0}{P_S} < \eta_{pr,i}. \quad (5.14)$$

Esto implica que inicialmente en los cálculos, la potencia necesaria calculada en el eje va a ser menor y por tanto el rendimiento propulsivo será mayor. Sin embargo, con una planta de potencia real, la potencia real necesaria va a ser mayor y el rendimiento disminuirá. En [30] se dan indicaciones de que el factor de corrección que diferencia entre la potencia real e ideal calculada por la Teoría BEMT es de entre 0.75~0.8. Vendría según la expresión

$$F(V_0 + w) = F.corrección \cdot P_S \quad (5.15)$$

Por otro lado, en función del tipo de hélice de que se trate, el valor del rendimiento propulsivo real, en su punto máximo puede oscilar, según [31] entre:

- $\eta_{pr} = 0.65\sim 0.7$ para hélices de paso fijo de madera.
- $\eta_{pr} = 0.7\sim 0.75$ para hélices de paso fijo metálicas.
- $\eta_{pr} = 0.8\sim 0.85$ para hélices de paso variable.

En el capítulo dedicado a resultados de este Trabajo, la potencia descrita por el modelo es la ideal. La observada en los ensayos es la real. No obstante, la potencia absorbida va a venir dada en parte por el grupo motopropulsor.

5.3 Parámetros geométricos de la hélice

Para realizar una reproducción geométrica de la hélice descrita en [1], es importante usar los términos geométricos según los define el autor aunque algunos de ellos son muy genéricos. Se presentan en esta sección términos relativos a la descripción geométrica de una hélice. En primer lugar, los más básicos se presentan en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Elementos geométricos básicos de una hélice [1]

Nombre	Definición
El buje	Es la porción central de la hélice, desde la que se proyectan las palas
El hueco central	Es la perforación central del buje
El encastre	La fijación metálica encajada en el hueco central cuyas fijaciones están remachadas al buje de adelante hacia atrás. Une el eje del motor y transmite el torque desde el motor a las palas.
La raíz de la pala	Es un término genérico aplicado a la porción de la pala adyacente al buje.
La punta de la pala.	Es el punto de la pala más distante del centro y la distancia desde este punto hasta el centro del eje de rotación se conoce como radio de la punta.
El diámetro	Es la distancia que hay de punta de pala a punta de pala.
La relación de aspecto	Es el ratio $\frac{\text{Radio de punta}}{\text{cuerda máx. de pala}}$. Es un término convencional y no está vinculado necesariamente con la relación alar equivalente.
El ángulo de pala	El ángulo de pala en cualquier sección es el ángulo entre esa sección (la línea de cuerdas) y el plano de rotación
Los bordes de ataque y de salida.	Son los equivalentes alares, de forma que el aire incidente los ve en sentido de rotación de la hélice. El lado con curvatura se llama “posterior” mientras que el lado plano se conoce como la “cara”.

La hélice suele describir su forma mediante una serie de secciones características. La Figura 5.5 muestra a la izquierda la proyección en planta y perfil (“en elevación”) de la hélice y a la derecha se dan las secciones características AA, BB, etc.

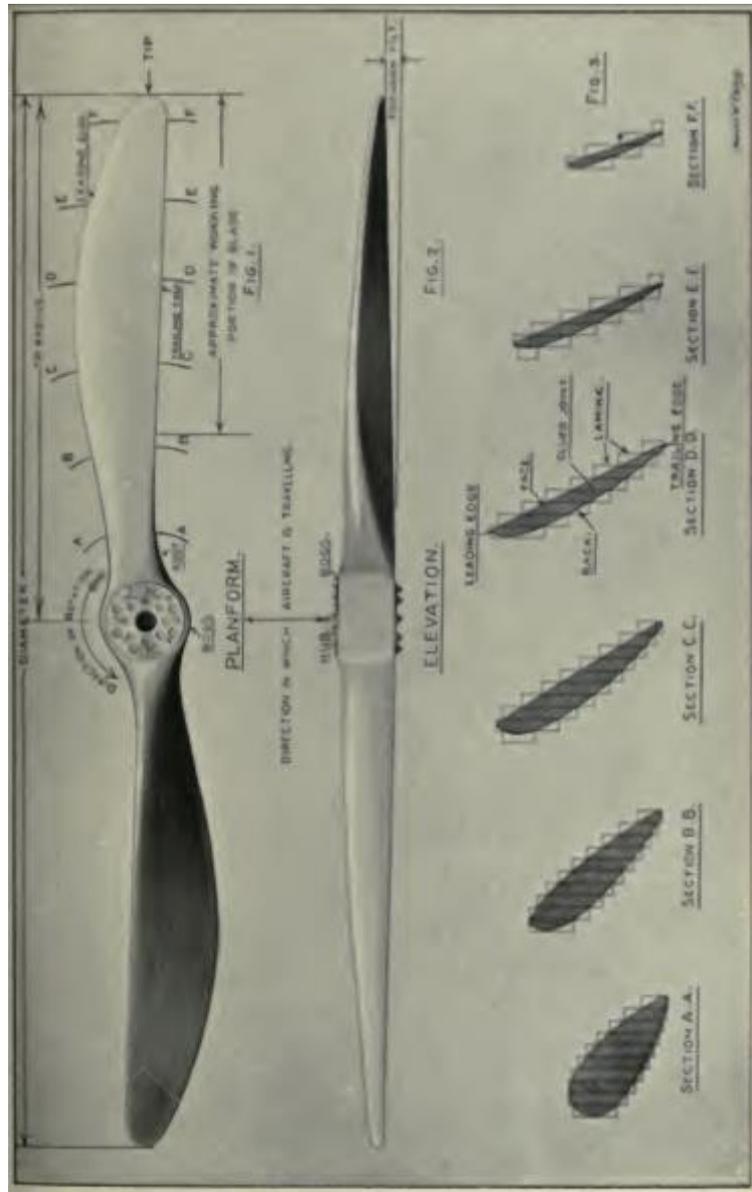


Figura 5.5. Vistas de una hélice y sus secciones características [1]

A continuación se enumeran una serie de términos generalistas usados en la descripción de hélices y en su ensayo. Vienen recogidos en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2. Elementos geométricos y relativos al ensayo de una hélice [1]

Nombre	Definición
Hélice tractora.	Se encuentra en frente del motor o su mecanismo de accionamiento.
Hélice propulsora.	Trabaja tras el motor o mecanismo de accionamiento. Ambas configuraciones se ven en la Figura 5.6
Revoluciones normales.	Las mayores rpm que se puedan mantener durante largos periodos de tiempo.
Máximas revoluciones.	El número de revoluciones más alto que se pueden mantener en un periodo corto de tiempo, por lo general 5 minutos.
Potencia normal del motor.	Potencia máxima utilizada a revoluciones normales de la hélice.
Potencia máxima.	Potencia máxima utilizada en condiciones de revoluciones máximas.

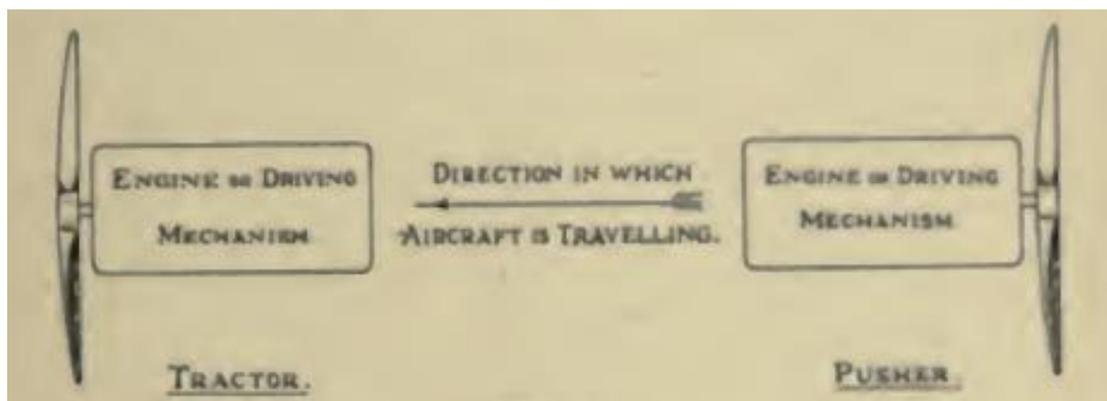


Figura 5.6 Configuración de las hélices tractoras o propulsoras relativas a su accionamiento [1]

El paso de la hélice. El paso de un objeto rotatorio solidario a un eje y moviéndose en la dirección de ese mismo eje es la distancia recorrida hacia adelante durante una revolución. No es equivalente a la distancia recorrida en

dicha dirección por la aeronave. Existen dos pasos: el geométrico, relacionado con la forma y el experimental, relacionado con las características aerodinámicas.

El paso geométrico φ_B de una sección de la hélice es el paso de la espiral descrito por un punto de esa sección y que guarda un ángulo con el plano de rotación igual al ángulo de esa sección. La sección elegida suele estar en $3/4$ del radio.

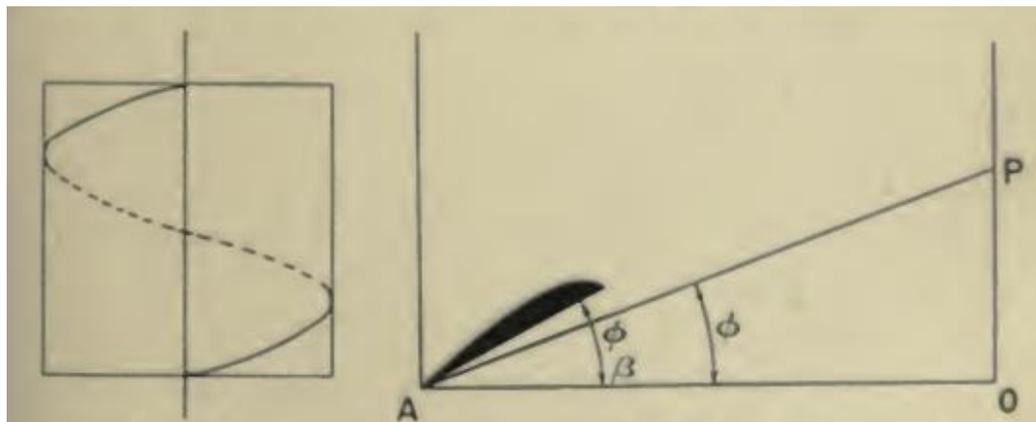


Figura 5.7. Espiral descrita por el paso geométrico y la misma espiral desarrollada [1]

En la Figura 5.7 se puede observar en AP la espiral desarrollada que describe el paso durante una revolución. AO representa el plano de rotación, de forma que OP será la distancia en el sentido de avance buscada.

El paso experimental de una sección de hélice es la distancia recorrida a lo largo del eje de la hélice durante una revolución para que el empuje producido por unidad de área para esa sección sea nulo [1].

La velocidad de punta. La velocidad de punta de una hélice es la distancia recorrida por unidad de tiempo en el plano de rotación por la punta de la hélice.

5.4 Parámetros geométricos del perfil aerodinámico

Se hará un repaso de los parámetros que definen a un perfil aerodinámico que tienen relación con el diseño de hélices. Interesa crear un perfil que, al moverlo por el aire, experimente una reacción con la menor resistencia posible y que dicha reacción pueda usarse para la propulsión de una aeronave.

Las palas de una hélice son en esencia perfiles aerodinámicos en rotación. La fuerza resultante se puede ver en la Figura 5.8 producida por un perfil que se mueve en la dirección señalada con un ángulo de ataque asumido pequeño.

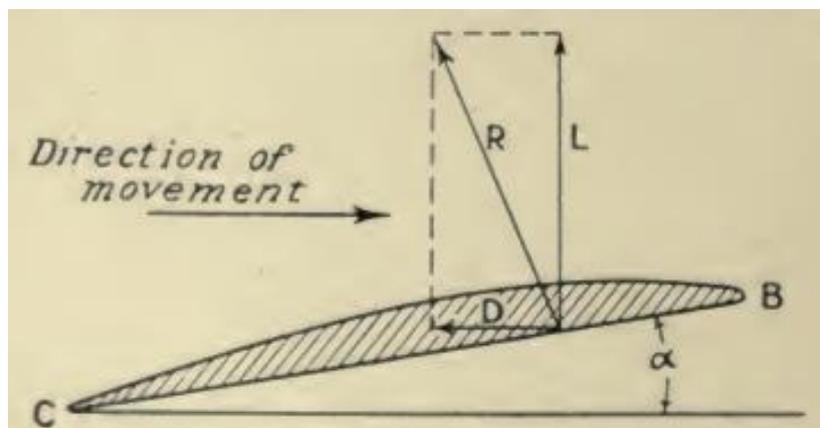


Figura 5.8. Resultante de la fuerza para una sección de pala [1]

Se exponen los siguientes términos, relativos al perfil aerodinámico que serán de utilidad más adelante, tomada su definición de [1]. Se exponen en la Tabla 5.3.

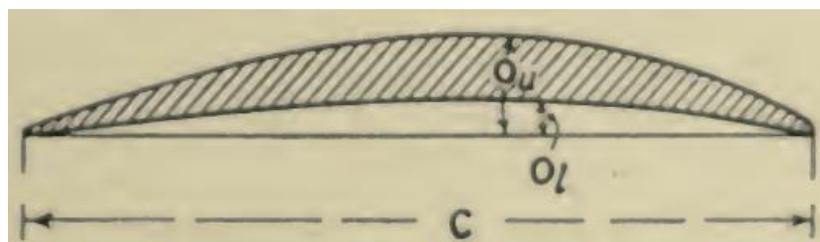


Figura 5.9. Combaduras superior e inferior [1]

En [1] vienen incluidos otros conceptos en relación con la aerodinámica en términos de fuerzas, coeficientes y ratios ya conocidos por el lector. Posteriormente, [1] trata de forma experimental como los cambios geométricos suponen o no cambios en la aerodinámica de las palas.

Tabla 5.3. Elementos relativos al perfil aerodinámico [1]

Nombre	Definición
Envergadura.	La longitud media de todos los bordes de ataque y de salida.
Ángulo de incidencia.	Es el ángulo medido entre la cuerda y la dirección de movimiento.
Combadura superior.	<p>Es el ratio de la altura de la máxima ordenada del extradós, O_u, con respecto a la longitud de la cuerda C.</p> $\text{Combadura superior} = \frac{O_u}{C}$
Combadura inferior.	<p>De haberlo, es el ratio de la altura de la máxima ordenada del intradós, O_l, con respecto a la longitud de la cuerda C. Combadura superior e inferior se muestran en la Figura 5.9.</p> $\text{Combadura inferior} = \frac{O_l}{C}$
La cuerda.	La línea más corta que une borde de ataque y de salida. Es también la anchura de la pala.

6 Condiciones de evaluación y correcciones en ensayos (I)

Como paso previo a la exposición de los resultados, es necesario comentar las particularidades del modelo teórico y por otro lado, las restricciones que enfrentan los ensayos en túnel de viento que hay que advertir antes de poder comparar sus resultados. En este primer capítulo se tratan las consideraciones para el modelo y parte de las correcciones hechas a los ensayos.

6.1 Consideraciones aerodinámicas

De cara a medir con mayor exactitud las prestaciones de la hélice, se toman una serie de consideraciones en la estimación del modelo teórico. Dichas correcciones son el tener en cuenta la variación en forma del perfil aerodinámico y el nivel de energía turbulenta.

6.1.1 Variación en forma del perfil aerodinámico

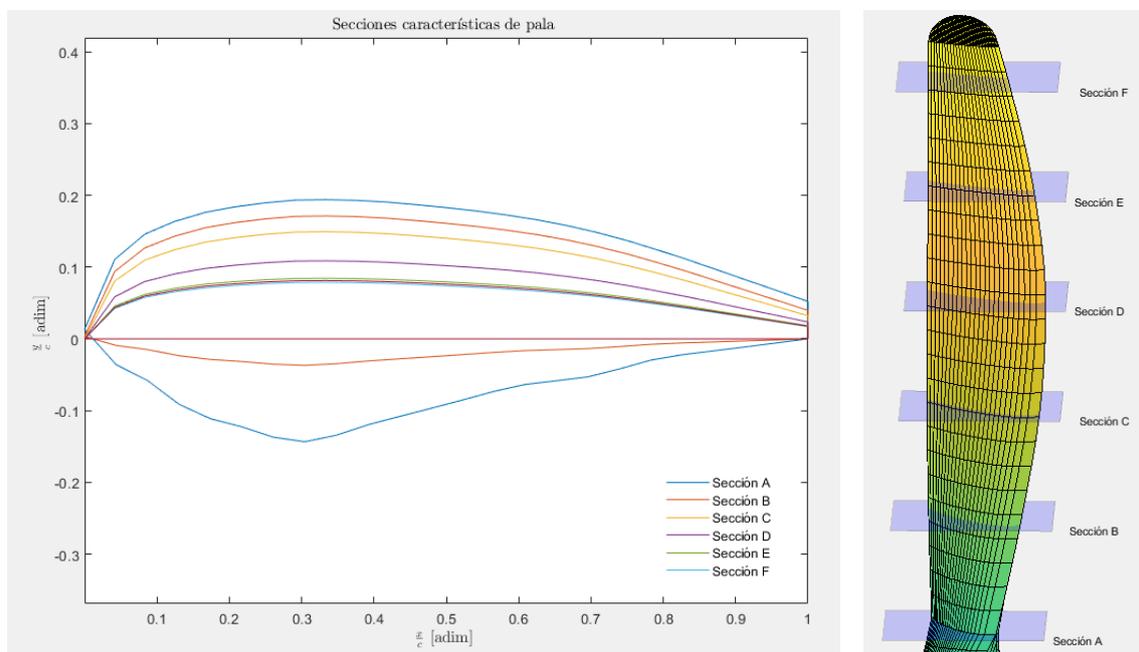


Figura 6.1. Secciones características de la pala

Es habitual que en una pala el perfil aerodinámico usado cambie en forma y dimensiones sustancialmente a lo largo de una pala. El perfil parte de una forma básica que puede deformarse. Entre las deformaciones posibles, el perfil

puede combarse, alargarse o ensancharse. Estas deformaciones llevan a que sus propiedades aerodinámicas no puedan ser representadas adecuadamente solo por la variación del número de Reynolds durante un ensayo.

En la Figura 6.1 se encuentran adimensionalizadas con la cuerda una serie de secciones características de las palas. En el caso de la sección característica 'A', es algo irregular debido a la representación unitaria.

Además, se observa que las secciones más combadas, 'A' y 'B', ven ángulos de ataque considerablemente menores y por lo general negativos debido al perfil de velocidades que estos ven al encontrarse cercanos al buje. La forma de las secciones 'A' y 'B' les permite producir sustentación positiva aun en ángulos de ataque negativos como se ve en la Figura 6.2. En ella, el C_l es positivo en ángulos de ataque mucho menores que cero.

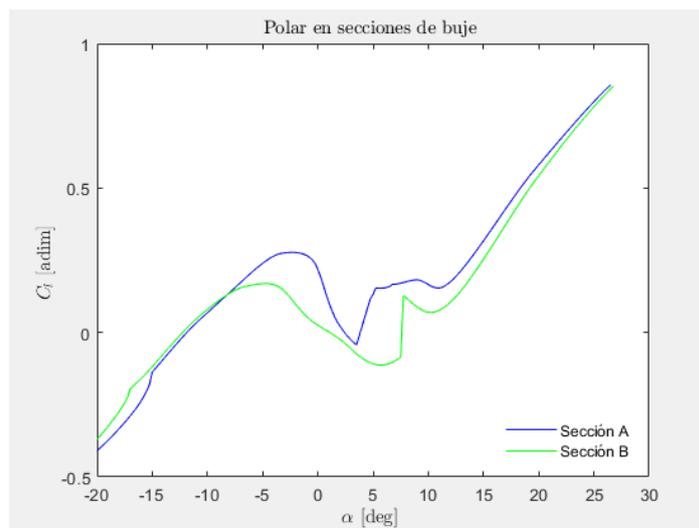


Figura 6.2. Polares para las secciones cercanas al buje

Por tanto, se considera dividir la pala en 6 secciones características con propiedades aerodinámicas propias con el fin de representar con mayor exactitud las propiedades propulsivas de la pala. Con respecto a los perfiles entre secciones características, se le aplican las propiedades de la sección característica que tengan por mayor proximidad.

6.1.2 Nivel de energía turbulenta

El parámetro N_{crit} (criterio de N) está relacionado con la transición de la capa límite desde régimen laminar a turbulento [32]. Concretamente es una

medida de la turbulencia del flujo libre y es equivalente a proporcionar una posición en cada uno de los perfiles aerodinámicos en la que se produzca la transición desde flujo laminar a turbulento.

Del manual de XFLR5 [33] se observa que pese a todo, hay que aportar tanto un criterio de N como una localización para la transición para poder definir una curva polar.

Dicho parámetro está adaptado de la Teoría de Transición según e^N . Al ser lineal con el logaritmo de la energía turbulenta, pierde su validez con un nivel de fluctuación de entre el 1 y 1.5%, equivalente a un factor N de entre 6.9 y 7.3 por lo que no es apropiado para flujos muy turbulentos [32]. Según esta teoría, el nivel de energía turbulenta y el parámetro N_{crit} se relacionan [34] mediante la expresión

$$N_{crit} = -8.43 - 2.4 \ln T_u, \quad (6.1)$$

con T_u el nivel de energía turbulenta expresada como porcentaje. Como no se conoce un N_{crit} o un nivel de energía turbulenta específico para esta aplicación, se recurre a un N_{crit} de 0.01 que según Heeres [15] en 3.1, converge satisfactoriamente con su aplicación en X-Foil y además las polares descritas son semejantes a los ensayos de hélice en túnel de viento realizados por este mismo autor.

Finalmente, queda por estimar un punto de la cuerda del perfil donde la corriente transite de laminar a turbulenta. De acuerdo con [35], se escoge un valor de 20% de la cuerda como valor genérico.

Cada uno de los perfiles infinitesimales que componen la pala está sometido a un perfil de velocidades distinto y trabaja a un número de Reynolds y porcentaje de la cuerda donde entra en régimen turbulento distintos.

Para expresar los resultados, todas las secciones trabajarán en el modelo al mismo número de Reynolds. Posteriormente, se considerará el cambio en Reynolds para las secciones características. El número de Reynolds de cada sección característica se estima asumiendo que $V_e \approx V_R$ dado que V_e y Re están acoplados.

6.2 Escalado

Frecuentemente, no se suele disponer de un túnel en el que se pueda ensayar a escala real la hélice a escala real, por lo que se recurre a un modelo a escala. Dos tamaños distintos de hélice pueden trabajar a igualdad de parámetro de avance.

La hipótesis de partida es encontrar un modelo a escala tan cercana al tamaño original, mientras esta pueda ser ensayada en las instalaciones disponibles y su resultados estén lo menos distorsionados posibles por la velocidad inducida o por la capa límite de las paredes.

El escalado cambia las magnitudes de empuje o torque pero no los puntos de operación o los coeficientes adimensionales, ya que son funciones del parámetro de avance junto al número de Mach y el número de Reynolds de forma que $C_p, C_T = f(J, M, Re)$ [29], [36]. La mayor influencia sobre estos coeficientes la tiene J , en velocidades próximas a la velocidad del sonido, M , y en último lugar el número de Reynolds, Re .

De la definición del parámetro de avance se puede observar que si se quiere mantener su valor constante tras disminuir el tamaño del modelo, se ha de mantener el cociente $\frac{V_\infty}{\omega R}$ original. Esto plantea varias soluciones en función de V_∞ , ω . Entonces se tiene

$$\text{Incógnitas} = (\omega, V_\infty, R), \quad (6.2)$$

$$\text{Constantes} = (C_T, C_p, J).$$

A priori, se puede eliminar R como variable pues el tamaño no es variable durante los ensayos y queda fijado a un valor constante. Entonces queda la combinación de V_∞ , ω , que va definiendo los puntos de operación sucesivos.

Cualquier combinación de velocidad de flujo libre y velocidad angular que cumpla los puntos de operación es válida. No obstante, el túnel de viento donde se va a ensayar el modelo cuenta con una serie de límites. La celda de carga tiene límites en torque y tracción.

Por otro lado, la velocidad angular y de la corriente que se pueden conseguir también están limitadas según se establece en la Tabla 6.1. Estas se pueden medir pero no controlar directamente ya que responden a una señal de potencia introducida.

Tabla 6.1 Límites de la celda de carga y del túnel de viento

Límites de tracción [N]	-50~0~50
Límites de torque [N·m]	-2~0~2
Límite de velocidad angular [rpm]	0~3000
Límite de velocidad de corriente [m·s⁻¹]	0~22

Queda por fijar el tamaño del disco de la hélice. *Glauert* en [14] no da límites específicos acerca del ratio de áreas sección-modelo pero sí que da la corrección correspondiente para cada valor de ratio. Esta corrección (discutida en 6.3.2) es mayor conforme crece el valor de τ_4 . A mayor empuje, mayor será la corrección necesaria.

Aporta que esta relación de áreas por lo general suele encontrarse en torno al 15% en los modelos que ha ensayado. El disco que forma el plano de la hélice no da lugar a un bloqueo sólido (cuyo límites sí están definidos hasta un ratio de áreas de hasta el 10%, [36]).

Tras estimar inicialmente con el modelo BEMT las prestaciones de forma preliminar, se llega a la conclusión que un tamaño del 20% del área de la sección de ensayos registra tracciones superiores a 5N. A este tamaño, el disco se mantiene a una distancia razonable de las paredes del túnel para evitar problemas con la capa límite que distorsionen el flujo de aire.

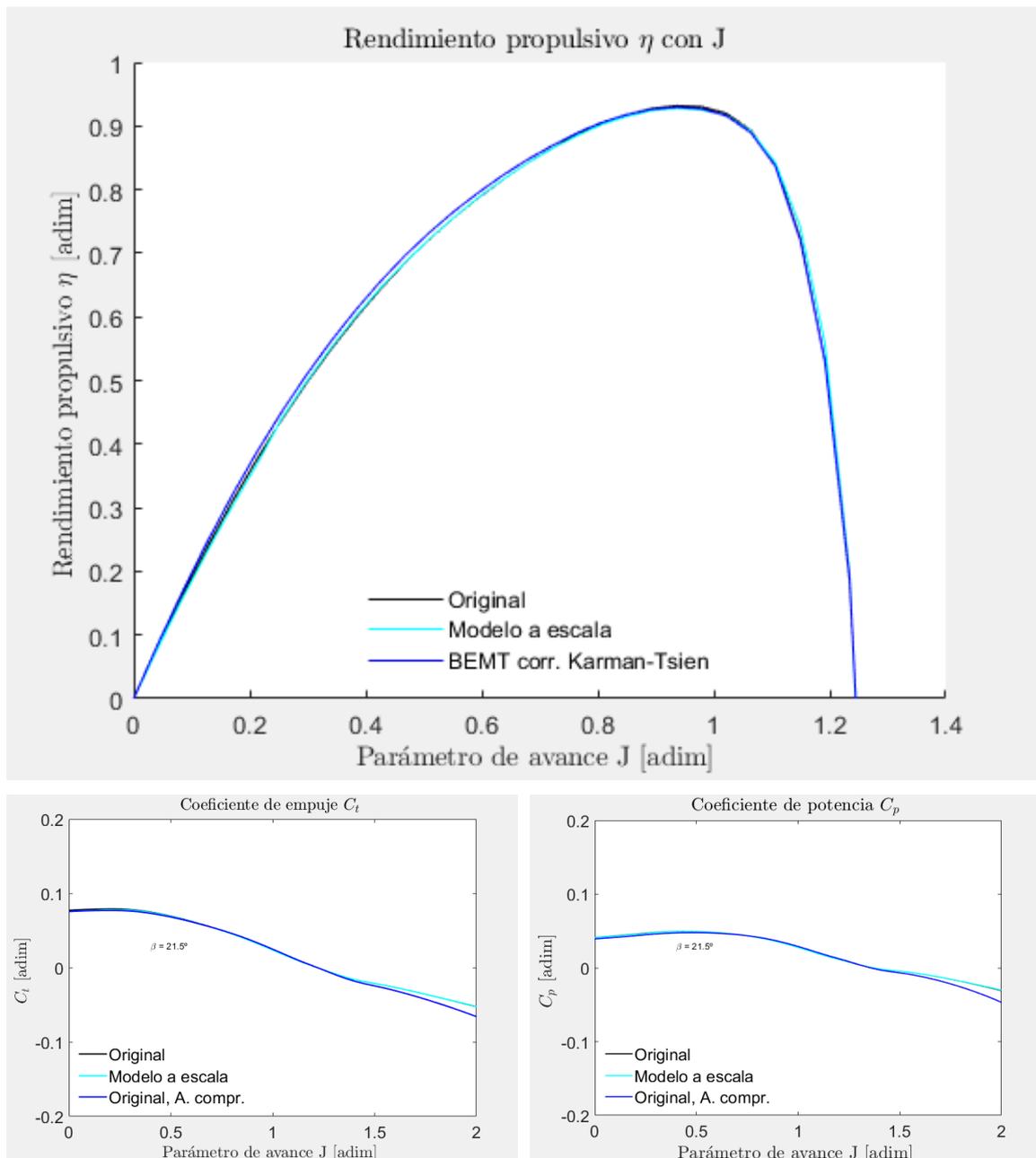


Figura 6.3. Gráficas características del modelo BEMT a igualdad de Re

En la Figura 6.3, se añaden las gráficas que muestran coeficientes adimensionales de empuje, de potencia y rendimiento propulsivo para el modelo BEMT para el modelo a escala a igualdad de Re .

6.3 Correcciones en los ensayos de túnel de viento

Los ensayos se llevarán a cabo en un túnel de viento. Dado que toda la información del modelo práctico se va a obtener en una galería cerrada que es el túnel de viento, los resultados van a medirse en condiciones que no serían

las vistas en una corriente libre. Se realiza una revisión breve de las correcciones habituales, en ensayos y las realizadas en este Trabajo para un modelo en túnel de viento.

A modo de resumen, se representa un diagrama de flujo en la Figura 6.4 que expresa todas las transformaciones realizadas a los datos obtenidos del ensayo en túnel de viento, con el orden seguido en la rutina. Esta rutina filtra y ordena los valores, a la vez que propaga los errores en el cálculo de los distintos parámetros.

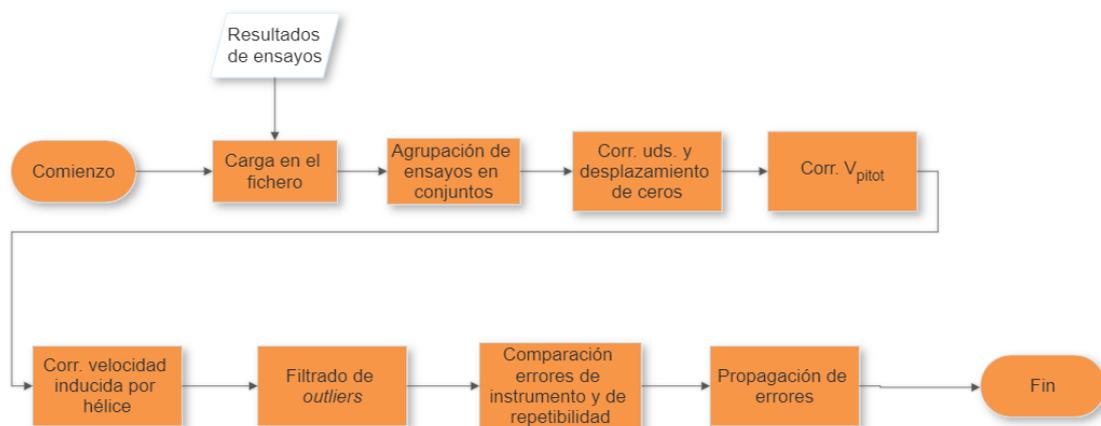


Figura 6.4. Diagrama de flujo de las correcciones aplicadas a los datos de los ensayos en el orden seguido en la rutina informática

6.3.1 Bloqueo

Se consideran dos términos con respecto al bloqueo: El bloqueo sólido y el bloqueo por la estela turbulenta:

6.3.1.1 Bloqueo sólido

La presencia de las paredes del túnel conteniendo el flujo de aire que envuelve el modelo, reduce el área de paso para este aire, acelerando la corriente de aire. La velocidad y presión dinámica del flujo aguas arriba del plano de la hélice cambian. Este efecto se ve acrecentado por la obstrucción del área de paso (el bloqueo sólido) que suponga el modelo.

Esta aceleración de la corriente se asume constante para tamaños del modelo de prueba habituales. Para que el bloqueo se considere despreciable, el área frontal del modelo debe oscilar entre el 1 y 10% del área de la sección

de ensayos. Su magnitud depende del tamaño del modelo a probar, de su espesor y de cómo se distribuye este espesor. Por el contrario, no depende de la curvatura o combado que esté dicho modelo [36].

El aumento en velocidad tiene su mayor impacto en la región cercana a las paredes del túnel y de acuerdo con [36] la hélice de prueba solo experimenta una cuarta parte del incremento en velocidad.

Frecuentemente, algunos autores fijan que en ensayos aerodinámicos en túnel de viento, el tamaño del modelo no debe superar el 5% del área de la sección de ensayos según se ve en trabajos como [15]. No obstante, el disco de la hélice no supone un bloqueo sólido apreciable, y el cambio en la presión dinámica que pudieran suponer las palas se ve compensado por la aceleración de la corriente inducida por el funcionamiento de la propia hélice. Además, según [16], la presión dinámica en el túnel es semejante a la vista en corriente libre por la hélice.

6.3.1.2 Bloqueo de estela turbulenta

Es similar al bloqueo sólido, pero más complejo debido al tamaño relativo de la estela con la longitud del túnel y determinar el tamaño de la estela. La magnitud de la corrección es proporcional al tamaño de la estela. En un túnel cerrado, incrementa la resistencia aerodinámica y en uno abierto es despreciable. Este fenómeno de bloqueo es propio de perfiles aerodinámicos de ensayo y tiene su equivalente para hélices recogido en 6.3.2.

6.3.2 Atenuación inducida por hélice.

En el túnel de viento, el volumen de la corriente aguas arriba y aguas abajo del disco de la hélice es el mismo. Con esto, aguas abajo del disco, la corriente se separa en dos: una céntrica; afectada por la velocidad inducida w por la hélice a una velocidad V_2 mayor que la de la corriente libre, y otra, periférica cuya velocidad ha de disminuir [36] para mantener la continuidad del gasto. Dichas corrientes se ven en la Figura 6.5.

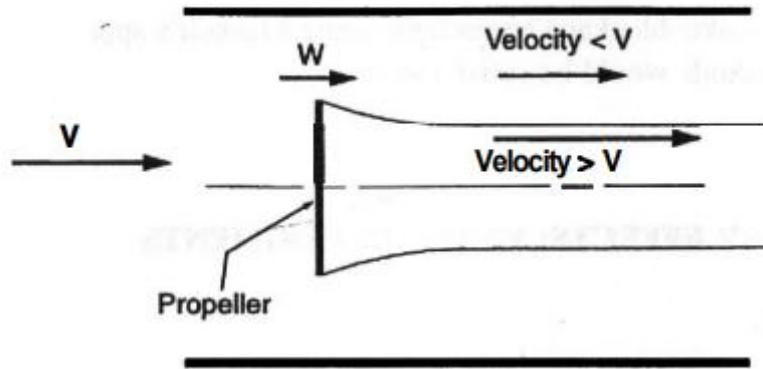


Figura 6.5. Nomenclatura para una hélice en un banco de ensayos cerrado [36]

El cambio de velocidad no se restringe solo a generar corrientes a distintas velocidades, sino presiones estáticas también. La corriente periférica ve su presión estática incrementada y de igual forma, la corriente céntrica. Este aumento de la presión estática aguas abajo acaba afectando al disco de la hélice y da lugar a una generación de empuje superior a la que tendría en un flujo no carenado [36].

Este incremento en empuje experimentado se puede utilizar si posteriormente al ensayo se corrige la velocidad de la corriente libre a un valor algo menor. La expresión

$$\frac{V'}{V} = 1 - \frac{\tau_4 \alpha_1}{2\sqrt{1 + 2\tau_4}}, \quad (6.3)$$

con

$$\tau_4 = \frac{T}{\rho AV^2} \text{ y } \alpha_1 = \frac{A}{C},$$

expresa la relación entre la velocidad de flujo carenado y no carenado para el empuje registrado T . ρ, A, V son la densidad del aire, el área del disco de la hélice y la velocidad de la corriente libre del túnel respectivamente. C es el área de la sección de ensayo.

La ecuación 6.3 expresa la relación V' , la velocidad registrada en el ensayo y V la velocidad en corriente libre que se corresponde con el valor de empuje registrado. Dicha expresión solo está definida para empujes positivos y la

corrección tiende a infinito con empujes negativos [36]. Su monotonía viene expresada en la Figura 6.6.

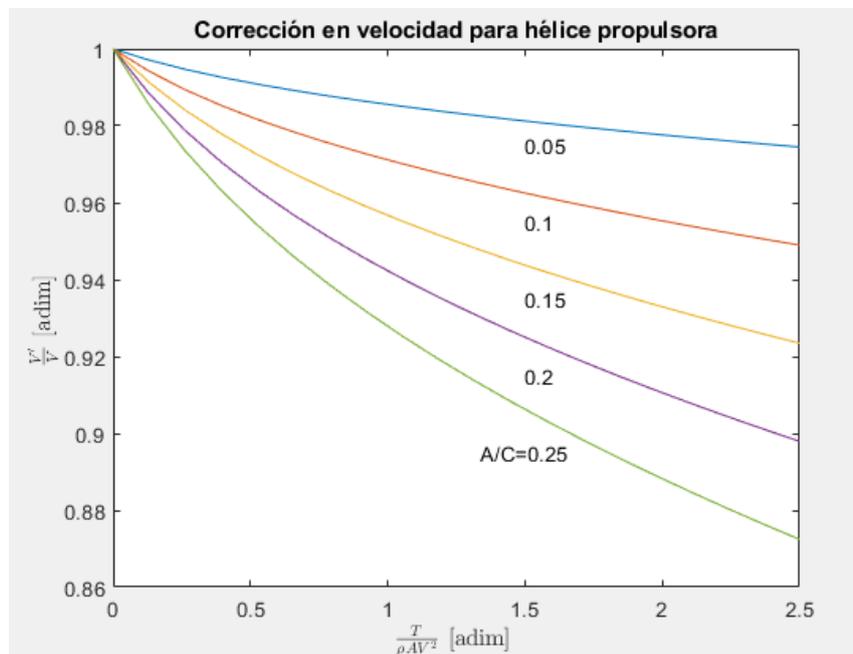


Figura 6.6 Corrección para la velocidad según la relación de bloqueo. (adaptado de [36])

A *Glauert* se le atribuye esta primera corrección para el ensayo de hélice en túneles de viento. Usando la Teoría de la Cantidad de Movimiento [37], *Glauert* resolvió el problema de la interferencia de corrientes en ensayos de hélices a motor en túneles de viento a velocidades subsónicas bajas.

El método desarrollado sigue usándose en la actualidad y es válido para ensayos a baja velocidad en túneles de viento cerrados. No aporta limitaciones específicas con respecto al ratio de áreas máximo. No obstante, no hace distinciones en cuanto a la geometría de la sección de ensayos y que la teoría en la que se basa no puede extenderse a túneles no cerrados si no se conocen de antemano los flujos de aire adicionales.

6.3.2.1 Otros modelos de corrección de velocidad inducida

Por último, es necesario señalar que existen más modelos de esta corrección para adaptar los resultados de ensayos en túnel a resultados en vuelo. Entre ellos está la corrección de *Hackett-Wilsden* que aporta cálculos en la presión aparte de las correcciones de velocidad y coincide con la corrección

de *Glauert* hasta $C_T \approx 2$ [38]. Parten de la corrección de *Hensel* pero considerando fuentes y sumideros en lugar de dobletes para simular el contorno equivalente de una hélice tractora. Tras determinar la intensidad de sumideros y fuentes mediante mediciones en todas las caras de la sección de ensayos, se calcula el cambio en el campo de presiones.

La corrección propuesta por *Sørensen* y *Mikkelsen* [38] es coincidente con la descrita por *Glauert* para coeficientes de empuje de hasta 1.2 pero está originalmente concebida para aerogeneradores y no para hélices tractoras.

6.4 Otras correcciones propias del ensayo

En el túnel de viento, los ensayos recogen una serie de mediciones de magnitudes relevantes para el análisis de hélices. Intrínsecas al túnel son la presión de impacto P_t , y la presión estática P_s con las que se deduce la velocidad de la corriente. Respecto al motor de la hélice, la velocidad de giro de esta ω , y la celda de carga, recoge el torque τ y la tracción T , cargadas al eje del rotor. Por las características propias del ensayo, alguna de estas mediciones se ven distorsionadas

6.4.1 Puntos de operación en el túnel de viento

Para comprender la motivación que hay detrás de algunas de las correcciones introducidas, se presentan los puntos de operación que se puede encontrar en el túnel de viento y vienen representados en la Figura 6.7. La forma que tiene el tubo de corriente es determinante en el planteamiento de las correcciones en apartados posteriores.

- En primer lugar, bajo las condiciones de velocidad $V_\infty = 0$ en el túnel, va a tenerse un tubo de corriente como el descrito en el recuadro 3. En él, el tubo no está definido aguas arriba del plano de la hélice y diverge.
- Conforme se aumenta el parámetro de avance y aún dentro del régimen propulsor, se pasaría al punto de operación del recuadro 2, donde aguas arribas del disco, el área de captura es mayor que dicho disco y se

extiende considerablemente en longitud. Tras el disco, el tubo de corriente se estrecha.

- En regímenes de freno y molinete se pasa al punto del cuadro 1, donde aguas arriba del disco, el área de captura se ha ido estrechando hasta ser menor que dicho disco y aguas abajo, el tubo es más ancho que el disco.
- Los siguientes puntos no se observan en este Trabajo pero se exponen a título informativo. Si se diera una inversión del flujo, se pasaría al punto 4, donde se forman sendos vórtices cerrados alrededor del disco de la hélice.
- Los puntos 5 y 6 se dan si se incrementa la velocidad de flujo en sentido opuesto al de avance. En el punto 5 se observaría una acumulación de vórtices similar al perfil de turbulencia que se ve aguas abajo de un cuerpo romo y en el punto 6, vuelve a formarse un tubo de corriente semejante al del punto 1, pero en sentido opuesto al de avance.

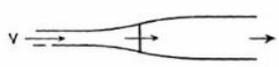
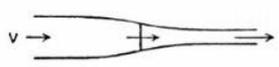
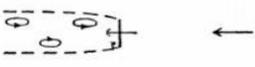
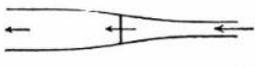
No.	Type of flow
1	
2	
3	$v=0$ 
4	
5	
6	

Figura 6.7. Puntos de operación del túnel de viento [14]

Debido a la relación de áreas disco-túnel elegida, se observan distorsiones en las medidas recogidas de los ensayos cuyas lecturas se deben de corregir para poder obtener los resultados más fidedignos y cercanos a la realidad posibles. Estas distorsiones se corrigen en 6.4.4.

6.4.2 Corriente en el túnel

Cuando dos espacios se encuentran a diferente presión, se produce una corriente de aire del espacio desde el de mayor presión al de menor presión. En el caso del túnel de viento, es necesario abrir el banco de ensayos al exterior para evacuar el aire acumulado por la operación del ventilador. Por esto se induce una pequeña corriente de aire dentro del túnel.

Esta perturbación lleva a un error sistemático por el cual todos los puntos de operación se miden a un parámetro de avance sensiblemente mayor del real (desplaza las curvas a la derecha). Se actúa restando un valor constante a la velocidad de la corriente medida.

6.4.3 Descompensación de la celda de carga

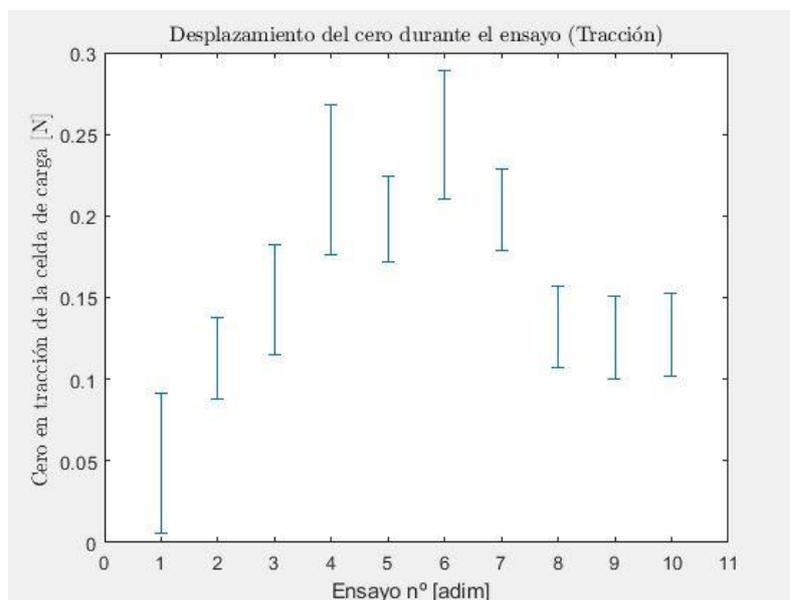


Figura 6.8. Desplazamientos de los ceros en tracción de la celda de carga durante su testeo

La lectura de tracción en la celda sin carga registra tracción positiva, lo que lleva a asumir que las posiciones en las que no se registran tracción y torque (los “ceros” de la celda) están ligeramente desplazados en el sentido de

tracción. Este desplazamiento se incrementa después de concluir los ensayos por lo que es necesario asumir que la medida se encuentra perturbada. Tras analizar de forma dedicada la respuesta en tracción de los ceros de la celda de carga, se obtiene que entre ensayos con distintas cargas la evolución vista en la Figura 6.8 y en la Figura 6.9.

Al no percibir una tendencia clara, esta perturbación se opta corregir asumiendo que este desplazamiento del cero evoluciona linealmente con el transcurso del ensayo desde su valor previo al inicio hasta su valor posterior a la finalización del ensayo, a modo de primera estimación. Con respecto al desplazamiento de ceros en torque se asume como invariable.

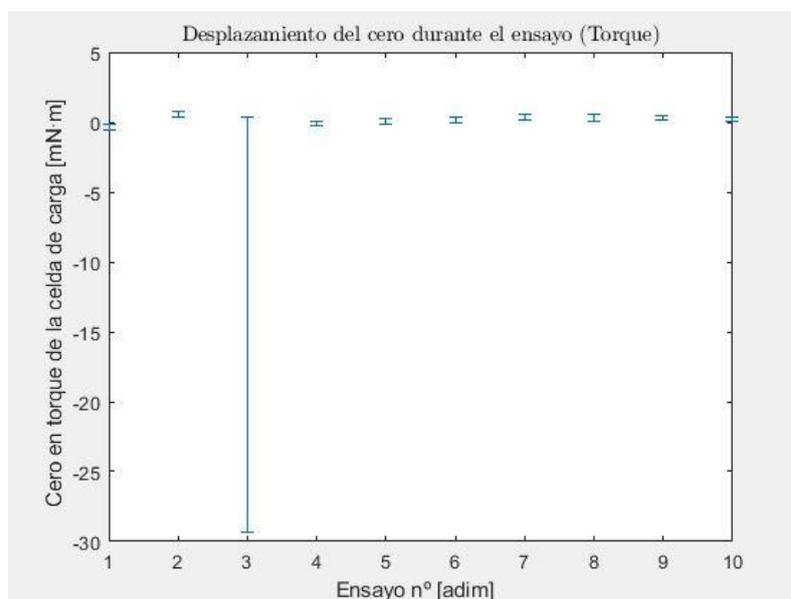


Figura 6.9. Desplazamientos de los ceros en torque de la celda de carga durante su testeo

6.4.4 Toma de presión total en el tubo de corriente

Debido a las limitaciones dimensionales existentes en el túnel de viento, el tamaño del modelo de la hélice y la consiguiente cercanía de este a la toma de presión total, esta última tiene su medición perturbada por el tubo de corriente producido por la hélice en rotación.

El tamaño del modelo es tal que genera un tubo de corriente que captura por completo el sensor de presión total como se ilustra en la Figura 6.10. Esta

circunstancia no se puede evitar y perturba la medición. Por ello, es necesario corregir esta medición.

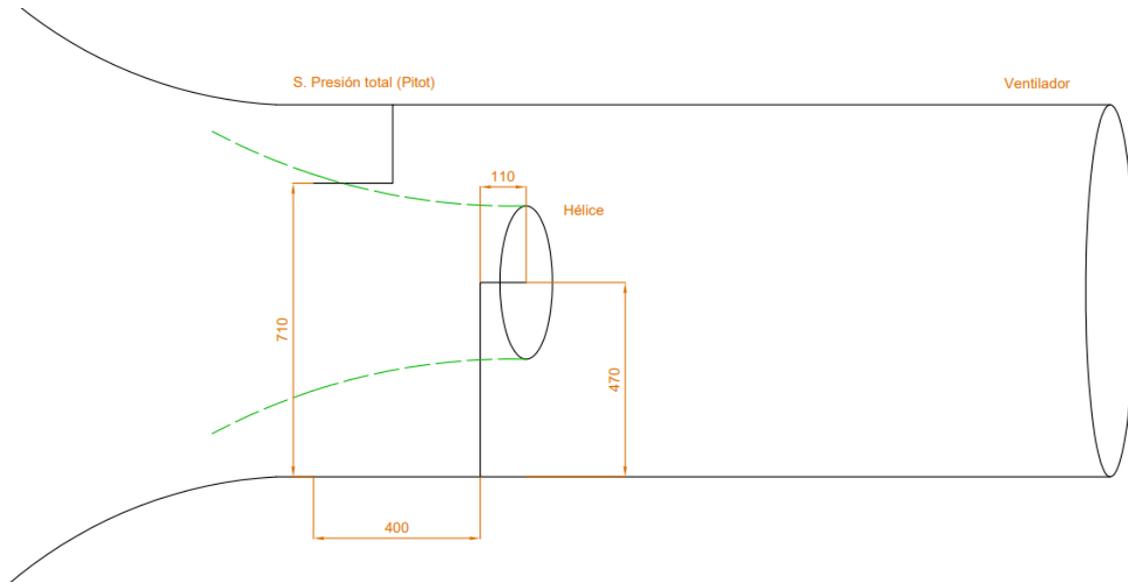


Figura 6.10. Esquema del túnel de viento y el sensor contenido en el del tubo de corriente (uds. en mm)

La estrategia seguida es realizar un ensayo con el ventilador del túnel de viento parado con el objetivo de determinar el porcentaje de velocidad inducida, x , que capta el sensor de forma aislada. Se planteará el sistema, para $J = 0$ como

$$\begin{cases} T = G_h V_{sh}, \\ P = \tau\omega = \frac{1}{2} G_h V_{sh}^2, \\ V_{pitot} = xW. \end{cases} \quad (6.4)$$

En este sistema se introducen las expresiones que describen el empuje y la potencia según la Teoría de Disco Actuador con los términos ya descritos en 4.3. Queda por mencionar que G_h es el gasto másico de la hélice y que V_{sh} es la velocidad en el plano de salida de la hélice, escrita como V_3 en 4.3, donde se ha demostrado que se puede escribir en función de la velocidad de flujo libre y la velocidad inducida.

Además, se introduce una tercera igualdad que entiende la medición del tubo de Pitot como únicamente un porcentaje, x , ($0 \leq x \leq 1$) de la velocidad inducida por la hélice, w , en ausencia de una velocidad de velocidad de flujo

libre, V_0 . Téngase en cuenta que en el plano de la hélice, este valor es 1 y aguas abajo del plano, es el doble como se ve en la Figura 6.11

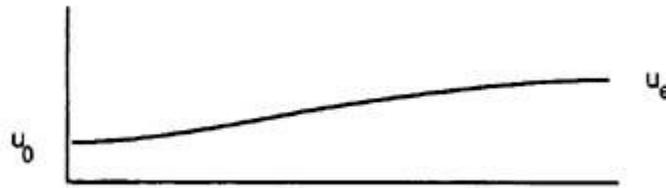


Figura 6.11. Evolución de la velocidad antes y después del plano de la hélice [39]

Las variables desconocidas de este sistema son x, W y G_h . Para poder resolver el sistema de ecuaciones, es necesario aportar un germen para arrancar el método numérico. Se escoge tomar estos valores de los datos de los que se disponen hasta ahora sacados de los cálculos de la BEMT.

Se puede estimar el gasto de aire con la simplificación habitual para la ecuación de conservación de la masa, que sigue

$$G = \rho V A, \tag{6.5}$$

con V el componente de la velocidad efectiva que es normal al plano de la hélice (usado en la obtención de esta expresión) y A es el área del disco de la hélice. Para el componente inducido de la velocidad, w , se recurre a la estimación de la BEMT y para x , cualquier valor entre 0 y 1.

Tras resolver el sistema es interesante comprobar la convergencia a valores semejantes en distintas instancias de medición, como prueba de la robustez del sistema. Por otro lado, el solver no ha dado señales de que el sistema esté mal condicionado o no converja adecuadamente. Para el gasto de aire de la hélice, se recogen algunos resultados junto a su germen elegido en función del punto de operación en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2. Comparación de resultados del sistema de ecuaciones

Germen								
G_h [kg·s ⁻¹]	0.7517	0.6201	0.7154	0.6948	0.635	0.5804	0.5729	0.5943
Resultado								
G_h [kg·s ⁻¹]	0.2087	0.4531	0.4067	0.4843	0.2904	0.3834	0.3868	0.3799

Los resultados recogidos en la Tabla 6.2 son solo una muestra indicativa, y la mediana del ratio entre gastos estimados y resultantes es del 60.44%. El desacuerdo entre estos valores viene dado por las limitaciones del modelo BEMT y el asumir en la igualdad 6.5 que nada del gasto escapa por la periferia del tubo de corriente, entre otras circunstancias.

Tras resolver el sistema en $J = 0$, se puede plantear un sistema semejante para el resto de valores del parámetro de avance, considerando la perturbación como decreciente con el incremento del parámetro de avance, a falta de una simplificación más cercana a la realidad. El nuevo sistema

$$\begin{cases} T = G_h(V_{sh} - V_0), \\ P = \tau\omega = \frac{1}{2}G_h(V_{sh}^2 - V_0^2), \\ V_{pitot} = V_0 + xW, \end{cases} \quad (6.6)$$

considera la existencia de una velocidad de túnel, la que originalmente debe de determinar el sensor de presión total. Ahora, con las tres expresiones disponibles, se consideran como variables G_h , W y V_0 .

Este sistema permite conocer en primera aproximación la velocidad de flujo libre como principal utilidad. Nótese que gasto y velocidad inducida por la hélice no son constantes al cambiar con V_0 .

Una vez más el *solver* consigue resolver el sistema satisfactoriamente. A partir de parámetros de avance que se encuentran en el régimen de freno y molinete, el sistema converge de forma no satisfactoria con gastos y velocidades inducidas claramente fuera del rango de aceptación. Por ello, a partir de $J = 1.2$, $V_{pitot} = V_0$, y esto se sustenta en el menor tamaño que tiene el tubo de corriente (Figura 6.7) en estos puntos de operación y deja al tubo de Pitot fuera del área de captura.

6.4.5 Ensayos previos

Como resultado de haber ensayado una hélice desequilibrada a elevadas revoluciones, la celda de carga ha tenido episodios de trepidaciones violentas en intervalos muy pequeños de tiempo. Estas vibraciones es posible que hayan

dañado la sensibilidad del instrumento tras hipotéticamente haber perdido capacidad de amortiguamiento. Se puede hacer una estimación inicial conociendo:

- La masa de la hélice antes y después del equilibrado (84~92 g.).
- La velocidad angular donde se han registrado las vibraciones más severas (700 rpm).
- La distancia media al centro de masas de las masas introducidas durante el equilibrado (5.5cm.).

Se puede determinar la fuerza que ha sido necesaria para equilibrar las trepidaciones, siguiendo 7.1, y que resulta de 2.4N. Si se aplica el principio de acción-reacción, la fuerza perturbadora tiene ese mismo valor.

De cara a los resultados obtenidos en 10, esta suposición cobra relevancia tras observarse que la diferencia en coeficientes de tracción C_T entre modelo y ensayos responde a una diferencia de empujes que es de media este mismo valor de la fuerza.

6.4.5.1 Validación

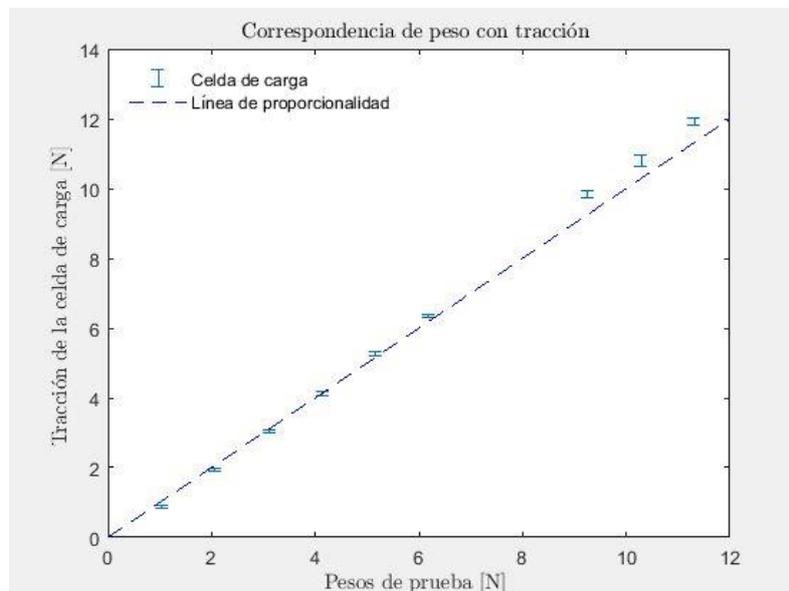


Figura 6.12. Correspondencia de tracción de la celda con medidas conocidas según ensayos

Tras examinarse la celda de carga y comparado sus lecturas con tracciones y torques conocidos, se observa que la celda no muestra

distorsiones en el empuje o en el torque que justifiquen la variabilidad de los resultados que se ve en 10.

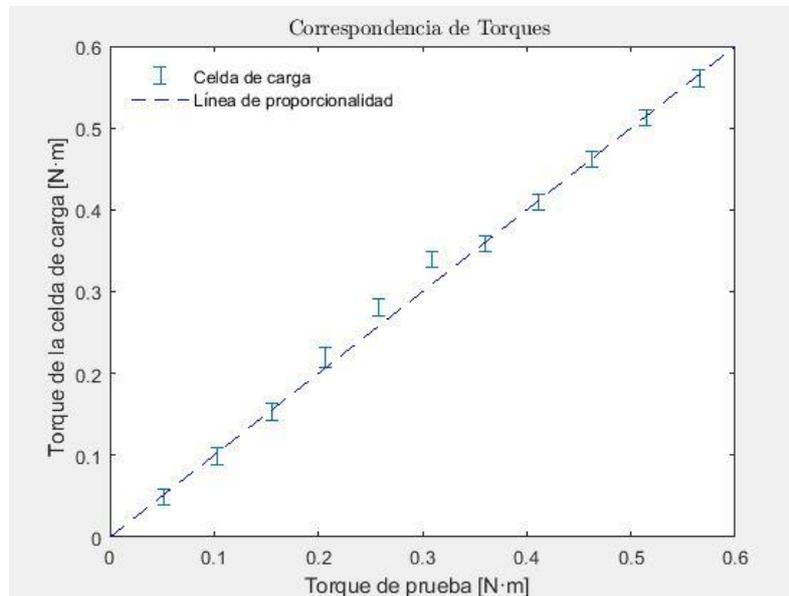


Figura 6.13. Correspondencia de torque de la celda con medidas conocidas según ensayos

Como se aprecia en la Figura 6.12 y en la Figura 6.13, la correspondencia entre la medidas conocidas en el eje de abscisas con las lecturas de la celda en el eje de ordenadas siguen una proporcionalidad directa casi perfecta. El modelo de regresión lineal devuelve los valores siguientes, contenidos en la Tabla 6.3:

Tabla 6.3. Propiedades del modelo de regresión lineal mediciones-celda

Ensayo	Coefficiente R^2	Pendiente [adim]
Tracción	1	1.0444
Torque	0.995	1.0083

El coeficiente R^2 expresa la adecuación de la muestra a un modelo lineal de tipo $y = ax$, siendo 1 una adecuación perfecta y para $0 < x < 1$, la similitud es menor. La pendiente expresa la linealidad entre las lecturas de la celda y los valores conocidos.

No se puede demostrar la existencia de un fallo en la lectura de los datos de ensayo como justificación de los resultados obtenidos en 10. No obstante, como resultado de estos ensayos iniciales fue necesario el equilibrado de

masas de la hélice de ensayo cuyo proceso se introduce en el siguiente capítulo 7.

7 Condiciones de evaluación y correcciones en ensayos (II)

Este segundo capítulo de condiciones de ensayo está dedicado a abordar y corregir la última corrección necesaria durante los ensayos del modelo de pruebas: el desequilibrio estático-dinámico. Tras haberse reducido lo suficiente, es posible realizar los ensayos.

7.1 Equilibrio de masas

Cualquier objeto que se vea sometido a rotación pura desde un eje debe de vigilar su equilibrado estático y dinámico. El no hacerlo o hacerlo deficientemente da lugar a trepidaciones proporcionales a la velocidad de giro que distorsionan la lectura de las prestaciones de la hélice. Dichas trepidaciones son en esencia oscilaciones alternativas respecto a un punto de equilibrio, medidas en unidades de aceleración.

Desde el punto de vista del CAD, el diseño asistido por ordenador, el diseño es completamente simétrico. Su centro de masas es coincidente con el eje de giro al asumirlo como una estructura completamente sólida. No obstante esto no tiene por qué cumplirse tras la fabricación, puesto a que puede haber irregularidades en relleno, forma o sustentación producida.

Tabla 7.1. Posición del centro de masas con relación al centro geométrico

	Coordenada	Dist. c. de masas-c. coords. [mm]
	x	-0.021
	y	7.61
	z	0.003

Para comprobar la integridad del diseño en términos de simetría y que no existen desequilibrios de masa desde el manejo del archivo CAD, este es rápidamente leído por el software *Onshape* y se obtienen los siguientes

resultados recogidos en la Tabla 7.1. En dicha figura se observa como el eje de giro y el centro de masas son prácticamente coaxiales pero no coincidentes.

Durante la impresión 3D, hay que tener en cuenta que la estructura es hueca y cuenta en su interior con una serie de vigas de refuerzo localizadas. Esto permite el ahorro de material innecesario, agiliza el proceso de fabricación y no compromete la robustez de las piezas. No obstante, y derivado de que este proceso de fabricación no es perfecto, puede haber:

- Deposiciones involuntarias de material, visibles o no.
- El patrón de relleno puede no ser el mismo en forma o en disposición de pala a pala.

Para hélices de producción pueden darse otras circunstancias en la cadena de montaje que pueden llevar a una distribución no homogénea de masa llevando a problemas de equilibrado.

Debido a estas imperfecciones no se puede garantizar el equilibrio estático o dinámico de las piezas fabricadas incluso si el diseño CAD es perfectamente simétrico y con una distribución homogénea de masas.

7.1.1 Conceptos del equilibrado de rotores

En un sólido rígido existen dos lugares geométricos que son relevantes en el análisis del equilibrado: el centro de masa y el centro de gravedad. El primero es el punto del cuerpo en el que se puede asumir que la masa del cuerpo está distribuida equitativamente. El segundo responde a fuerzas gravitatorias y se asume como igual al centro de masas para la aplicación de este Trabajo.

Por otro lado, existen dos ejes de importancia: el eje de giro y el eje principal: El primero es el lugar geométrico alrededor del cual rota una masa y está determinado por las características geométricas de un rotor. El segundo se refiere al triedro de ejes ortogonales que tiene cualquier sólido rígido alrededor del cual el cuerpo está en equilibrio (no hay productos de inercia y la masa está distribuida uniformemente)

La fuerza centrífuga es la reacción de una masa puntual durante un movimiento circular, frente a la fuerza centrípeta aplicada externamente. La primera actúa en la dirección radial hacia afuera y la segunda radialmente hacia adentro.

Cuando el centro de masas y el eje de giro no son concéntricos la fuerza centrífuga se denomina fuerza de desequilibrio y lleva a un desequilibrio estático. Este desequilibrio estático tiene dos elementos: el primero es la fuerza centrífuga que sigue

$$F_c = m r \omega^2 = U \omega^2, \quad (7.1)$$

y el segundo es el desequilibrio, U en sí como componente de la fuerza,

$$U = m r, \quad (7.2)$$

con m la masa en desequilibrio, r la distancia del centro de masas a esa masa. El desequilibrio en sí es independiente de la velocidad de giro. En la Figura 7.1 se observa el crecimiento exponencial de la fuerza de desequilibrio en función de la velocidad angular para distintas magnitudes de desequilibrio. Nótese como se acrecienta con mayor rapidez conforme es mayor la magnitud del desequilibrio.

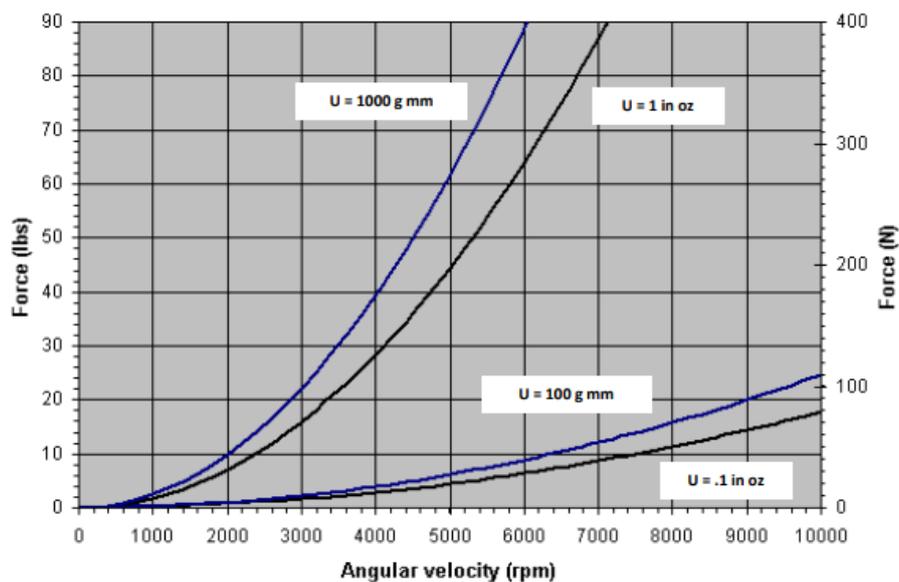


Figura 7.1. Fuerzas de desequilibrio en función de la magnitud del desequilibrio [40]

Los desequilibrios posibles se resumen en los siguientes [41], [42]:

- **El desequilibrio estático** ocurre cuando el centro de masas no es concéntrico al centro de giro. Es causado por una masa puntual a cierta distancia radial del centro de rotación. Se ve representado en la Figura 7.2.
- **El desequilibrio dinámico** es una combinación entre desequilibrio estático y acoplamiento. Se debe a veces a que una pala produzca mayor sustentación que otra. Es debido a que los perfiles son distintos de pala a pala por distintas razones. Varía con la carga de la hélice y las rpm.
- **El desequilibrio por acoplamiento.** Dos masas iguales distanciadas 180° angularmente desplazan el eje de inercia del de giro con el rotor en movimiento. Generalmente, puede encontrarse en un rotor cuyo diámetro es menor que entre 7 a 10 veces su anchura.

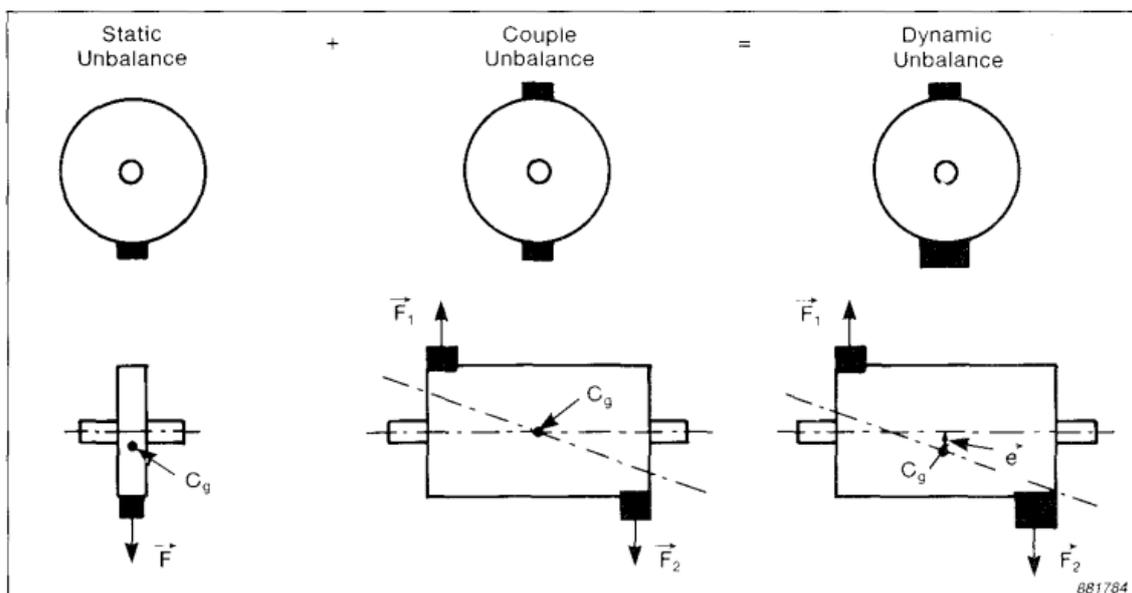


Figura 7.2. Tipos de desequilibrio [40]

El desequilibrio suele graficarse en función de la posición angular y las revoluciones por minuto y expresa la vibración en unidades de aceleración como se ve en la Figura 7.3. De esta forma, puede detectarse el desequilibrio de forma muy precisa tanto en magnitud como en posición angular.

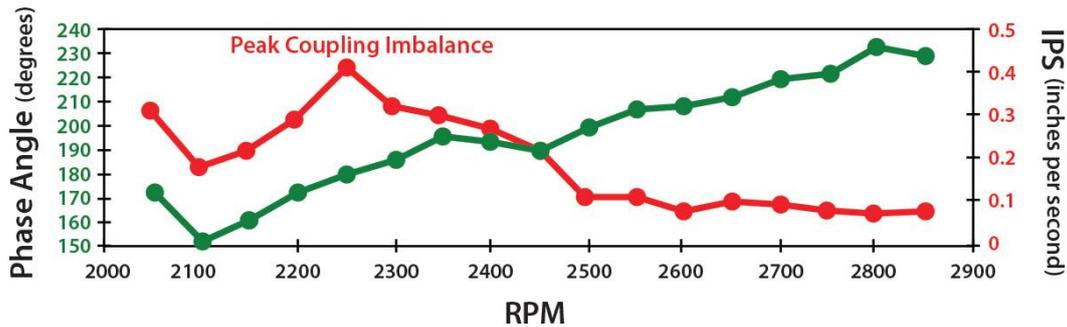


Figura 7.3. Vibraciones en función de la posición angular y revoluciones por minuto [42].

7.1.2 Corregir el desequilibrio

Para corregir un cierto desequilibrio a una determinada velocidad angular hay que tener en cuenta dos elementos que las caracterizan:

- La magnitud de la aceleración en unidades de aceleración
- Su localización, medida como posición angular

Para corregir el desequilibrio estático se resuelven fuerzas primarias en un plano mediante la adición de masa en ese plano. Si el rotor tiene un diámetro superior o igual a 7 y 10 veces su anchura, se considera un rotor de un único plano. Cuando se considere que solo existe un plano en el que concentrar toda la masa, el problema se considera de equilibrio estático

Para corregir un desequilibrio dinámico es necesario medir las vibraciones en rotación y añadir contrapesos en dos planos. Este es también el caso si se observa un acoplamiento.

En una hélice como las usadas en aviación ligera, estas masas se pueden añadir al volante de inercia del motor a una distancia del centro y de un valor adecuados. Proveídos de los instrumentos adecuados, se puede conocer tanto la posición angular como la masa necesaria para contrarrestar un determinado desequilibrio. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que durante el proceso de equilibrado [42], la medida se puede distorsionar por:

- La precesión giroscópica hace que la posición angular donde se da el desequilibrio se mueva en sentido de la rotación en medida que

aumente la carga asimétrica de las palas. De esta forma, tanto la magnitud de la aceleración como su posición cambian.

- Las fuerzas centrífugas cambian con las rpm. Esto afecta a la magnitud de la vibración pero no al desbalance en sí, que es independiente de la velocidad.

7.1.3 Procedimiento de equilibrado

Para este Trabajo de Fin de Máster el proceso de equilibrado es el usado en el aeromodelismo. El equilibrado, se suele limitar a realizar un equilibrado estático y el dinámico por regla general no se realiza. De realizarse, se necesita poder conocer la vibración de cada pala en movimiento.

En el equilibrado estático se puede tanto quitar como añadir masa. Para esta aplicación es recomendable añadir masa. Restar masa implicaría limar parte de los bodes de ataque lo que puede alterar la aerodinámica sustancialmente. En función del tamaño de la hélice a escala puede ser más conveniente añadir masa a las palas o al buje.

El proceso de equilibrado estático consiste en colocar la hélice en reposo sobre un eje liso y nivelado que gire libremente como se ve en la Figura 7.4. En reposo, no debe darse ninguna aceleración que ponga en movimiento la hélice hacia una nueva posición de equilibrio porque de ser así, el centro de masas no es concéntrico al eje de giro. Al frenarse, tampoco deben retroceder las palas.



Figura 7.4. Equilibrado de hélices a escala [43]

Para solventar la excentricidad del centro de masas hay que cargar con lastre las palas más ligeras, que en la posición de equilibrio actual se encuentran en el semiplano vertical superior. Hay dos formas de solventar el problema [43]:

- Se puede añadir lastre en el buje, normalmente en hélices a escala de mayor tamaño. Mediante sendos taladros de unos 2mm en diámetro en la parte posterior del buje, se puede introducir líquido o pequeñas piezas de plomo que actúe de lastre. En este caso, se elige lastre de pesca que permite llegar a una alta exactitud de la masa necesaria por la amplia variedad de masas disponibles.

Conforme se añada lastre, se ha de repetir el ensayo de equilibrio estático hasta que la hélice pueda mantenerse en reposo en cualquier posición angular en su plano de rotación. Otra metodología es comunicar pocas revoluciones momentáneamente y observar si la hélice se detiene en cualquier posición angular o por el contrario, intenta retroceder. Si se confirma lo segundo todavía no hay equilibrio.

- Cuando las hélices son de pequeño tamaño, es preferible añadir peso a las palas o limar parte de estas dentro de un límite. Para añadir peso a las palas más ligeras basta con pegar cinta al intradós de la palas. Para realizar los ensayos en túnel de viento es una solución suficiente aunque también podría ser válido usar barniz o pintura sobre el intradós o depositar una gota de pegamento a la altura del buje y dejar que solidifique.



Figura 7.5. Equilibrado de hélices pequeñas pegando cinta en el intradós de las palas ligeras [43]

7.1.4 Aplicación del equilibrado a la hélice de prueba

Tras ensayar la hélice recién ensamblada se experimentan episodios de trepidaciones severas a partir de las 700 *rpm*. Se interpreta que se trata de un caso de desequilibrio estático donde la fuerza centrífuga se acrecienta con el cuadrado de la velocidad angular.

Es necesario un equilibrado estático. Al tratarse de una hélice de gran tamaño, es aconsejable añadir lastre, mientras la masa añadida no suponga un incremento al momento de inercia que complique acelerar la hélice

Al taladrar sobre los bujes, queda descubierta la estructura hueca de la hélice, como se ve en la Figura 7.6, donde el lastre se mueve libremente dentro de parte de las palas. Realizar el equilibrado en estas condiciones puede parecer en principio contraintuitivo pues, con el giro de la hélice, el lastre no queda en una posición fija y la sola inercia de este limita la exactitud del proceso

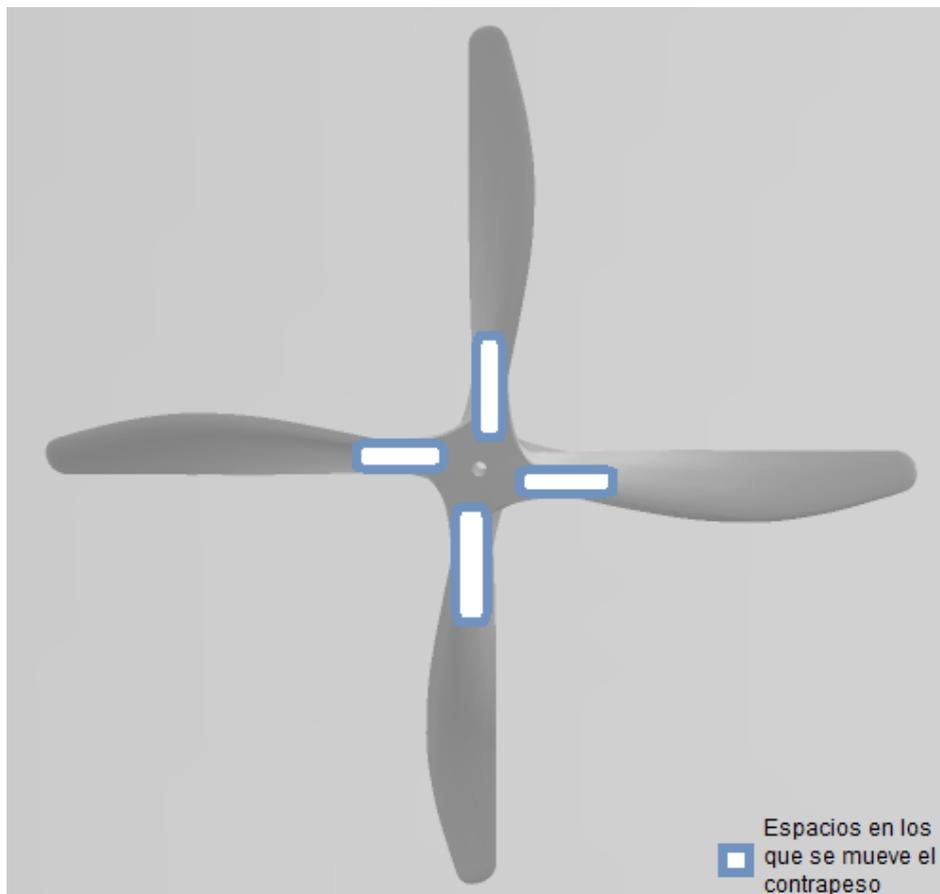


Figura 7.6. Secciones huecas en las que el contrapeso se mueve libremente

A partir de aquí se pueden tomar varias decisiones:

- Imprimir un nuevo diseño con las hendiduras ya consideradas para poder rellenar con masa según corresponda.
- Probar a intentar compensar la hélice actual e intentar disminuir el desequilibrio lo suficiente.

Optando por la segunda opción, durante un hipotético ensayo, la fuerza centrífuga va a ser tal que moverá todos el lastre en la dirección radial a una nueva posición de equilibrio en movimiento y si se recurre a la expresión integral que gobierna la posición del centro de masas disponible en [44], se tiene que

$$C_G W = g \iiint x \rho (x, y, z) dx dy dz \quad (7.3)$$

y por tanto la posición del centro de masas es sensible y cambiaría ante el desplazamiento de las masas infinitesimales. Nótese que en la expresión 7.3, C_G es la posición del centro de masas en la coordenada x , y ρ es la densidad como función tridimensional, W es el peso y g es la aceleración gravitatoria.

Tras aplicar el proceso de equilibrado descrito en 7.1.3, se ha conseguido reducir el desequilibrio notablemente aún sin poder conocer cuánto se ha reducido. El ensayo posterior en el banco de ensayos muestra que inicialmente existe un desequilibrio mucho más reducido que disminuye conforme se aumenta la velocidad de giro.

7.1.5 Justificación de los resultados del ensayo

En base a lo expuesto y a falta de poder medir el desequilibrio actual con los instrumentos apropiados, se concluye que el procedimiento de equilibrado se invalida en el momento en el que hay masas libres dentro del cuerpo rígido.

En principio, conforme se intente perseguir un estado de equilibrio durante el equilibrado, el desequilibrio se desplaza angularmente y no puede ser percibido debido a el desplazamiento libre de masas. Entonces cuando se crea que se ha alcanzado un estado de equilibrio, es solo el correspondiente a esa

posición angular. De esta forma el resultado de equilibrado puede resultar incompleto o engañoso.

No solo eso, sino que según la teoría, durante un ensayo las masas internas van a aumentar su distancia al centro de masas por la fuerza centrífuga, en efecto deshaciendo el equilibrado.

Sin embargo, lo que se observa de la experimentación es que tras introducir estas masas libres como contrapesos es que el desequilibrio ha disminuido notablemente y llega incluso a ser imperceptible a simple vista. Se proponen dos justificaciones al respecto:

- La primera asume que el desequilibrio estático ha disminuido considerablemente (región derecha en la Figura 7.1) si se baja la magnitud de la masa desequilibrada lo suficiente. El equilibrio dinámico es el producto de un acoplamiento con un desequilibrio estático y si se asume una ausencia acoplamiento, podría darse un equilibrio estático y dinámico.

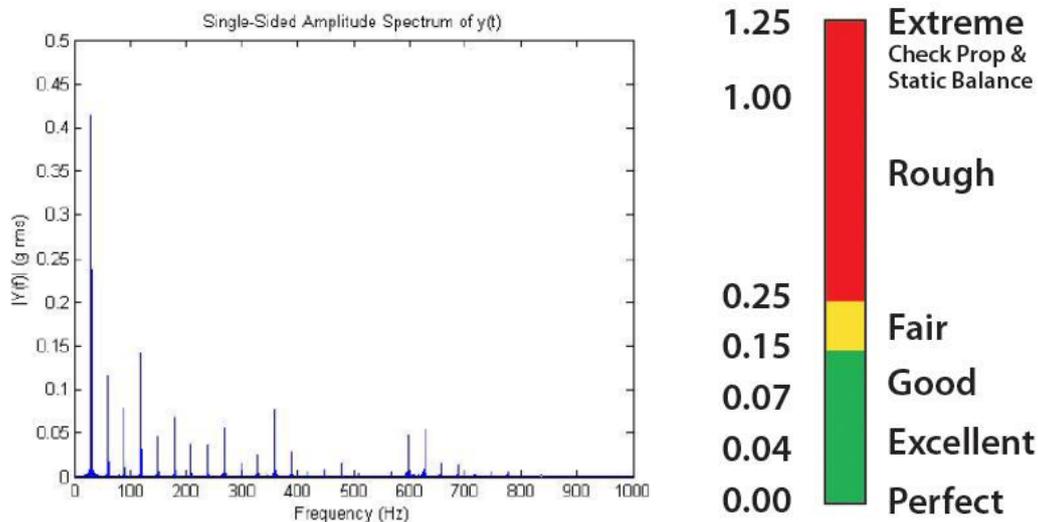


Figura 7.7. (izq.) Espectro en la Transformada de Fourier de las vibraciones de un eje libre [45] y (dcha.) Escala de vibración en $in. \cdot s^{-2}$ junto a su condición cualitativa [42]

El problema de este supuesto es que no es muy realista asumir no existen acoplamiento, pues se dan en cualquier rotor. Tampoco explicaría que se reduzca el desequilibrio a mayores revoluciones cuando tendría que aumentar.

En la Figura 7.7 izquierda se observa para un rotor de ejemplo, la forma que tiene en espectro de la frecuencia las vibraciones de un rotor y sus correspondientes armónicos que son múltiplos de la velocidad de giro. Los picos (señalados según el medidor RMS) indican posibles frecuencias de resonancia. La hélice de ensayos sin equilibrar debe de contar con un diagrama en espectro de frecuencia similar al mostrado en la Figura 7.7 izquierda y al llegar a determinadas revoluciones podrían percibirse episodios de vibraciones.

Por esto es necesario encontrar otra explicación que justifique la presencia de acoplamientos y que explique la disminución del desequilibrio con el aumento de la velocidad de giro.

- La segunda justificación también parte del supuesto de que el desequilibrio estático se reduce lo suficiente como para poder disminuir las vibraciones hasta hacerlas tolerables, según se aprecia de forma indicativa en la escala cualitativa de la Figura 7.7 derecha. Las vibraciones quedarían reducidas en este supuesto tras haber añadido lastre en las palas más ligeras.

Aparte de disminuir el desequilibrio estático, estas masas pueden haber introducido un acoplamiento nuevo que está desfasado angularmente unos 180° (véase Figura 7.3) con una forma en espectro de la frecuencia similar al de la Figura 7.7 izq. que cancela el acoplamiento inicial con el que cuenta el rotor y por tanto reduce el producto del desequilibrio estático con acoplamiento y por tanto un desequilibrio dinámico en algunas de las velocidades de giro. Esto podría explicar la disminución de las vibraciones a mayor velocidad de giro.

7.2 Otras correcciones para ensayos de hélices

Cuando una hélice es montada a una carena o ala, la carena cambia las propiedades de la hélice. La resistencia estructural también juega un papel fundamental en la perturbación del funcionamiento de la hélice [37].

La estructura de soporte está sometida a una serie de fuerzas y de momentos que flectan en mayor o menor medida dicho soporte y esto se traslada a que los distintos perfiles que componen la hélice ven un ángulo de ataque distinto.

Por otro lado la aerodinámica otros perfiles alares como los del ala puede afectar al comportamiento en vuelo de la hélice. Una hélice tractora montada delante de un ala puede ver su punto de funcionamiento alterado (mediante el parámetro de avance) debido a los torbellinos producidos en el extradós del ala, incrementando J . Estos torbellinos inducidos por el ala hacen experimentar a la hélice momentos de cabeceo y otras reacciones que se deben de equilibrar con conocimiento acerca de las cargas estructurales de la hélice a varios ángulos de ataque [37].

7.3 Resumen

Se han expuesto una serie de correcciones en este y el anterior capítulo para que los resultados obtenidos por la celda de carga en el túnel de viento se asemejen a los obtenidos en corriente libre.

El túnel de viento presenta una serie de particularidades que requieren de correcciones post-ensayo para solventar las distorsiones en parte de las medidas. La cercanía en tamaños del modelo de hélice y uno de los sensores induce una perturbación que debe de ser corregida.

Se ha realizada un equilibrado estático en respuesta a una situación de desequilibrio, añadiendo lastre al buje. El proceso de equilibrado resuelve el problema y se puede realizar el ensayo aunque no se puede medir con los instrumentos adecuados como es la situación de equilibrado precisa.

8 Construcción de la hélice

La realización de este Trabajo de Fin de Máster supone el reproducir el modelo de hélice sin más que la descripción geométrica de la pala recogida en la Tabla 2.2 y que se reproduce en este capítulo nuevamente en la Tabla 8.1 y algunas indicaciones geométricas recogidas en [1].

Tabla 8.1. Descripción geométrica de las palas de la hélice A.B. 692 [1]

4-BLADED PROPELLER A.B. 692

$D = 2900 \text{ mm}$

$P_g = 3340 \text{ mm}$

PARTICULARS OF PROPELLER

Radius (mm.).	Blade Angles (φ_B).	Blade widths (c. mm.)	Camber	
			Upper (mm.).	Lower (mm.).
1340	22° 10'	159	12.5	0.0
1130	25° 40'	218.5	19.0	0.0
920	30° 0'	253	28.1	0.0
710	36° 25'	257	39.8	0.0
500	45° 40'	240	40.5	-11.2
290	56° 10'	209	37.8	-32.7

La hoja de ruta pasa por la generación de un archivo CAD en un software, convertirlo a un formato que permita su fabricación (CAM), su fabricación y posterior ensamblado. Por su facilidad de uso y versatilidad, la técnica de fabricación usada es la impresión 3D. Además para la aplicación de la hélice en el túnel de viento, la impresión 3D:

- Imprime materiales con la resistencia estructural necesaria para soportar los ensayos.
- Permite imprimir formas intrincadas como las de los perfiles aerodinámicos.
- Los tiempos de fabricación son relativamente cortos.

El diagrama de flujo del proceso de diseño y reproducción de la hélice se ve en la Figura 8.1.

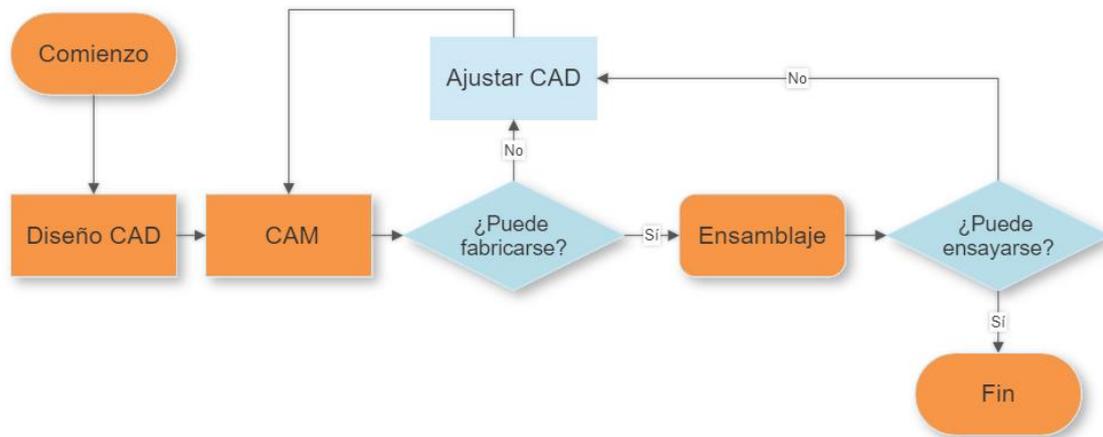


Figura 8.1. Diagrama de flujo para la reproducción del modelo de hélice

8.1 Reconstrucción CAD de la hélice

Para reproducir con la mayor precisión posible el modelo de hélice, se recurre al software MATLAB. No es un software concebido particularmente para el diseño de piezas pero permite mucha flexibilidad para manejar grandes listas de información numérica, como la que hay en los perfiles aerodinámicos involucrados y controlar cambios en estas dentro del modelo así como la capacidad de interpolar y extrapolar la información disponible para completar aquella de la que no se dispone. Por otro lado, este software permite manejar simultáneamente la información geométrica de la hélice y el modelo BEMT usado en el análisis, lo cual facilita la comunicación de información de un script a otro.

Dentro de MATLAB se pueden crear objetos tridimensionales. El espacio 3D en este *software* viene dado por un triedro cartesiano tridimensional. Existen comandos como *plot3* que construyen en el espacio a partir de tres listas: (X, Y, y Z). Otros como *surf* extruyen una superficie tridimensional a partir de superficies bidimensionales.

Por simplicidad, el enfoque tomado en este Trabajo es el de utilizar formas tridimensionales precargadas en MATLAB y deformarlas hasta obtener el cuerpo de la pala. Se escoge un cilindro para formar las secciones centrales de la pala y un elipsoide truncado para formar la punta elipsoidal de la pala. Dichas formas se pueden apreciar en la Figura 8.2.

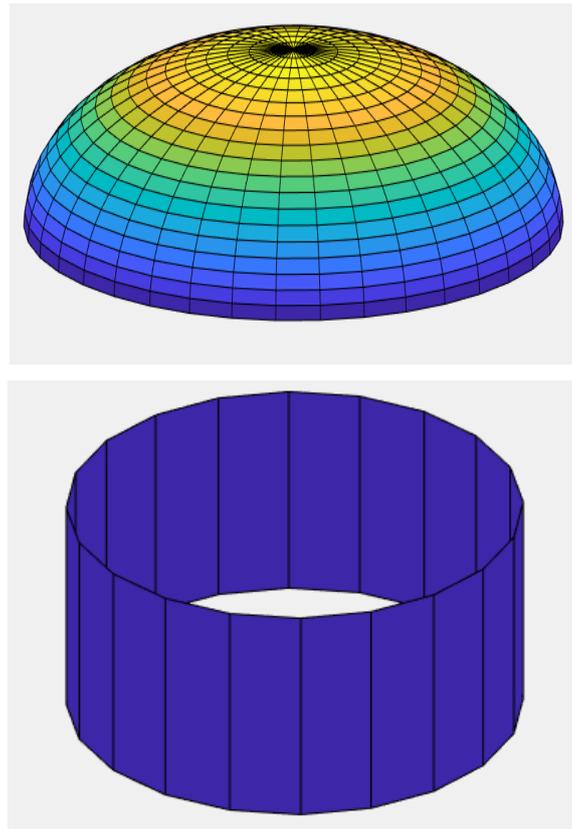


Figura 8.2. Formas tridimensionales de elipsoide truncado y cilindro

La elección de estas formas tiene la ventaja de recoger toda la pala central en solo tres matrices e igualmente para la punta elipsoidal. Tras una serie de escalados, deformaciones, giros y desplazamientos derivados de aplicar la Tabla 8.1, estas formas se adaptan al perfil que tendría una pala como se ve en la Figura 8.3

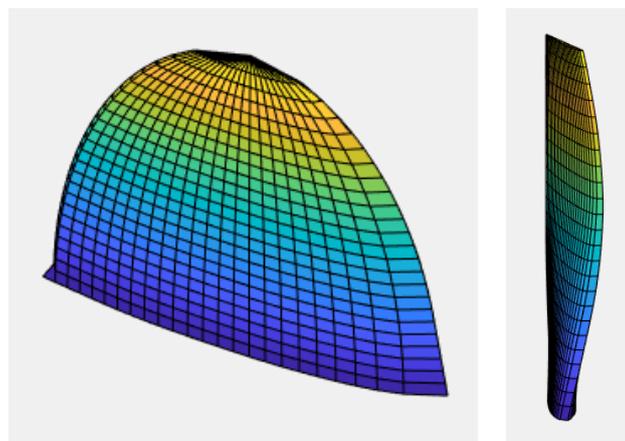


Figura 8.3. Secciones de punta de pala y centrales tras dárselos forma

Como gráficas relevantes, se adjuntan en la Figura 8.4 la evolución de la cuerda con la posición radial en 'Z', y la evolución de la torsión geométrica (ángulo β) con la posición radial.

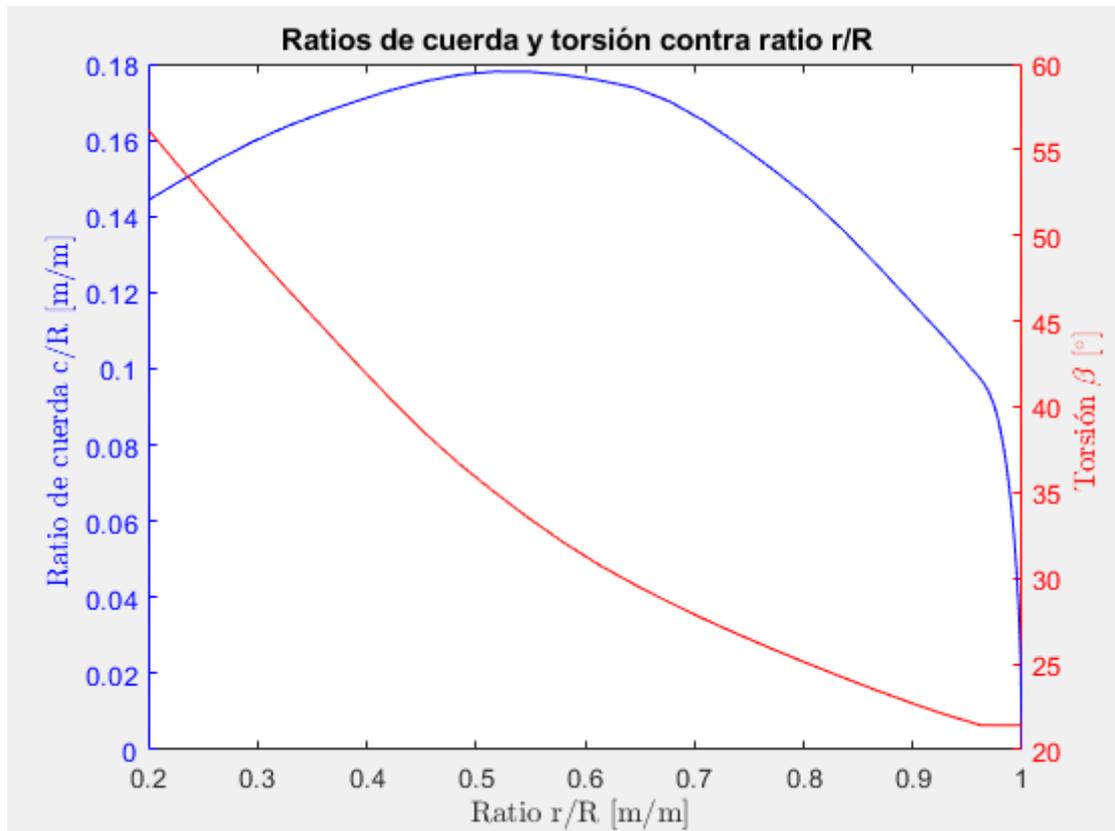


Figura 8.4. Ratios de cuerda y torsión contra ratio r/R

Tras construir la primera pala, las otras 3 se forman copiando y rotando la pala 1 en el plano XZ, 90° , 180° y 270° . Esto es posible por la simetría que existe dos a dos entre palas. Para realizar el giro se recurre a las matrices de actitud que se encuentran en MATLAB como las funciones precargadas *rotx*, *roty* y *rotz*. Las matrices de actitud giran cada uno de los puntos de la pala con respecto a un origen fijo y común para todos. Las matrices de actitud tienen la forma

$$L_{b \leftarrow a} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}, \quad (8.1)$$

$$L_{b \leftarrow a} = \begin{pmatrix} \cos \delta & 0 & -\sin \delta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \delta & 0 & \cos \delta \end{pmatrix}, \quad (8.2)$$

$$L_{b \leftarrow a} = \begin{pmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8.3)$$

en función de si es una rotación respecto al origen en el eje X, Y o Z respectivamente. Tras girar las palas, se tiene el esquema básico de una hélice, como se ve en la Figura 8.5, faltando solo la sección del buje por construir.

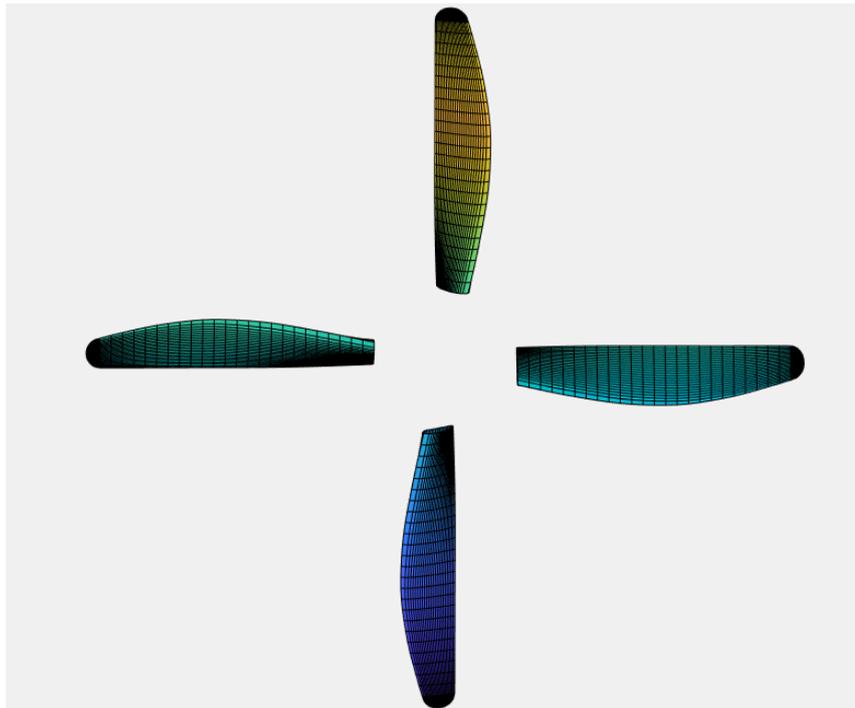


Figura 8.5. Las palas y puntas de pala de la hélice

El buje es la sección más compleja de construir a nivel geométrico. Ha de unir las 4 palas de una forma que no induzca perturbaciones aerodinámicas y que aguante la fuerzas centrífugas y de torsión durante los ensayos. Por estos motivos ha de ser lo más similar posible al buje original aún sin contar con indicaciones al respecto.

El enfoque tomado es unir cada uno de los puntos del extradós de cada pala con los del intradós de la pala siguiente que tiene en sentido levógiro mediante sendas curvas de ajuste exponencial que respete la forma del contorno del buje. Cada una de estas curvas une un par de puntos extradós-intradós y la acumulación de estas curvas define la superficie lateral del buje.

Este par de puntos que une el extradós de una pala con el intradós de la otra definen una dirección que no tiene por qué formar parte de los planos cartesianos por lo que es necesario una nueva rotación en el espacio para girar la curva de ajuste exponencial. Se recurre a la expresión para la rotación de *Rodrigues*.

La expresión para la rotación de *Rodrigues* permite girar un juego de vectores ortonormales en $[x, y, z]$ con respecto al eje z local un ángulo θ en sentido levógiro [46]. Este giro debe de ser tal que alineé los puntos de la curva con los extremos de unión a las palas.

El vector de partida tiene la forma $v = ax + by + cz$ y se desea llegar a un vector v' con la forma $v' = ax' + by' + cz'$. La expresión acaba [46] quedando

$$v' = \cos \theta (ax + by) + \sin \theta (ay - bx) + cz, \quad (8.4)$$

donde a, b, c son constantes. Tras aplicar 8.4, se llevan los extremos de la exponencial a sus inicios y fin correspondientes. Habida cuenta de la simetría doble, se puede volver a rotar esta construcción para unir las otras tres palas tras haber unido la primera. La hélice queda entonces como se ve en la Figura 8.6.

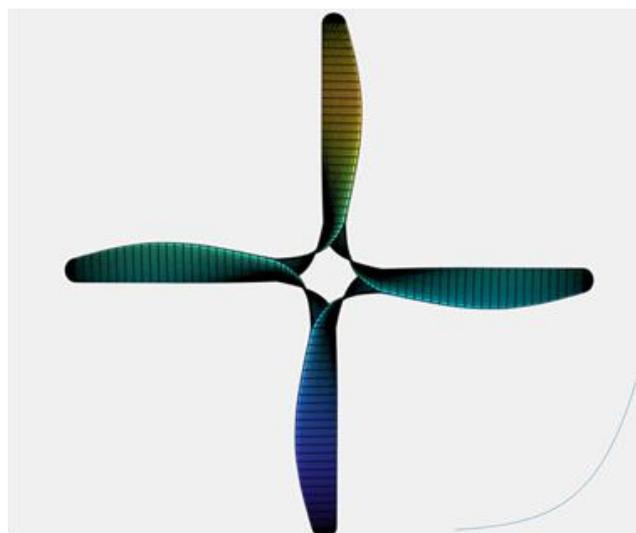


Figura 8.6. Hélice con la superficie exterior del buje.
Curva de ajuste exponencial en esquina inferior

Tras haber unido las palas entre sí, quedaría considerar el agujero pasante que lleva en el buje que alberga el eje del motor. El agujero puede considerarse

como un cilindro compuestos por un número de vértices en sus bases tal que sirvan de unión con cada uno de los puntos de las curvas de ajuste exponencial que se encuentran en el borde de ataque y de salida. El radio de este cilindro es el del eje del motor en el que se realizarán los ensayos.

Tras incorporar el agujero pasante y unir este al resto del buje, se termina el diseño CAD de la hélice y el resultado se ve en la Figura 8.7.

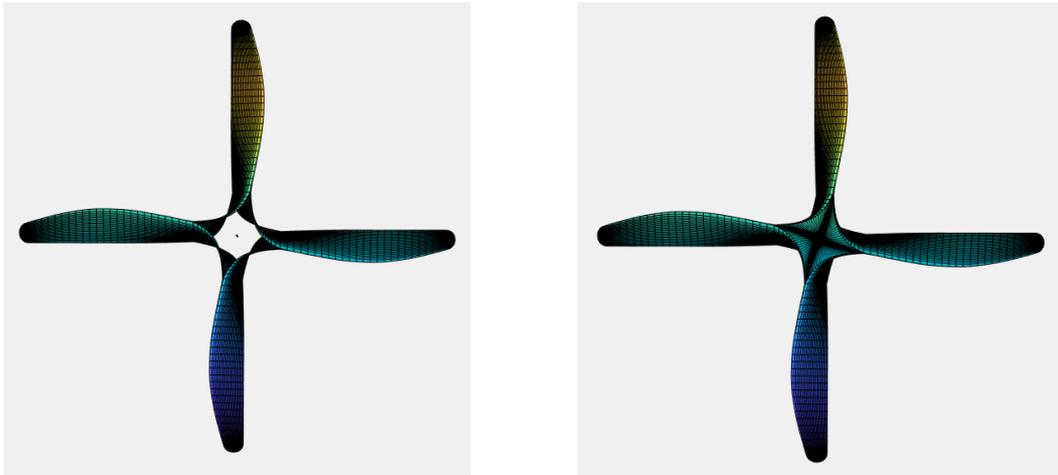


Figura 8.7. Hélice con el agujero pasante y la unión de este al resto del cuerpo

8.2 Modificaciones del archivo CAD

Una vez que se construya el modelo completo, hay que transformar el formato de archivo desde una lista de puntos hacia una colección de caras y vértices unidos. El formato de este archivo se denomina STL y el procedimiento que lo consigue se denomina triangulación de Delaunay.

El proceso puede realizarse manualmente y consiste en escribir en lenguaje ASCII en un archivo de texto las relaciones entre las distintas caras y vértices que tengan por vecinos cada una de las celdas. En este Trabajo, se opta por utilizar la función *surf2stl* creada por Bill McDonald y disponible en [47].

Tras utilizar *surf2stl* se dispone de archivos STL de cada una de las piezas individuales que componen la hélice: 4 puntas, 4 secciones centrales de pala, 4 secciones de buje, la forma del agujero pasante y las 2 tapas que cierran el buje de la hélice.

A partir de aquí, habiendo resuelto todas las cuestiones numéricas, se deja de usar MATLAB y se empieza a trabajar con un software de diseño 3D, eligiéndose en este caso el programa de diseño 3D que viene de serie en muchos equipos, *3D Builder*. En este programa, se cargan todos los elementos y se combinan en uno solo, dando lugar al modelo de hélice final, como se ve en la Figura 8.8.

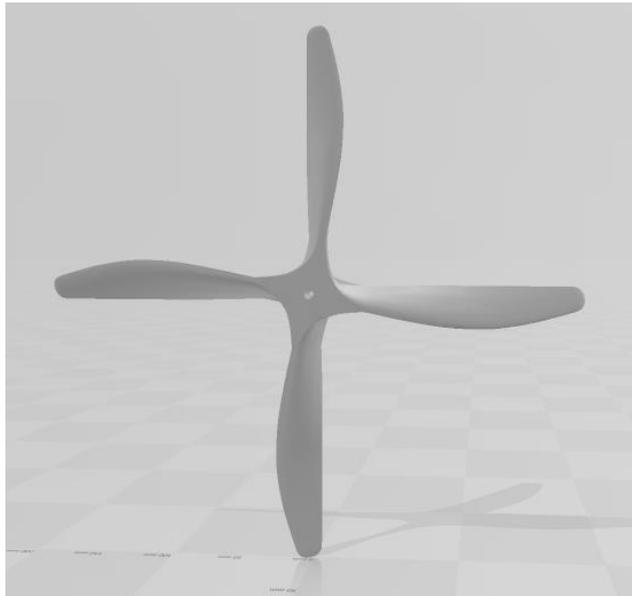


Figura 8.8. La hélice completa en 3D Builder

El problema que surge a continuación es la impresión 3D de este archivo CAD. Por sus dimensiones, no es posible imprimirla de forma completa en las bandejas de impresión habituales, que tienen un área de 30 x 30 cm². Además, el acabado, que vendrá marcado por la deposición del material, también tiene relevancia en la aerodinámica final de la hélice. Por tanto se decide imprimir cada una de las palas por separado.

Para imprimir cada una de las palas por separado y lograr un buen acabado, esto es, con la menor rugosidad posible, es conveniente imprimirlas todas de pie. De esta forma, durante la fabricación, la deposición de hilo tendrá la forma del perfil aerodinámico, manteniéndose fiel al diseño original. Además se elegirá el grosor de filamento más fino disponible para reducir la segmentación de la superficie y lograr el acabado más liso como se ilustra en la Figura 8.9.

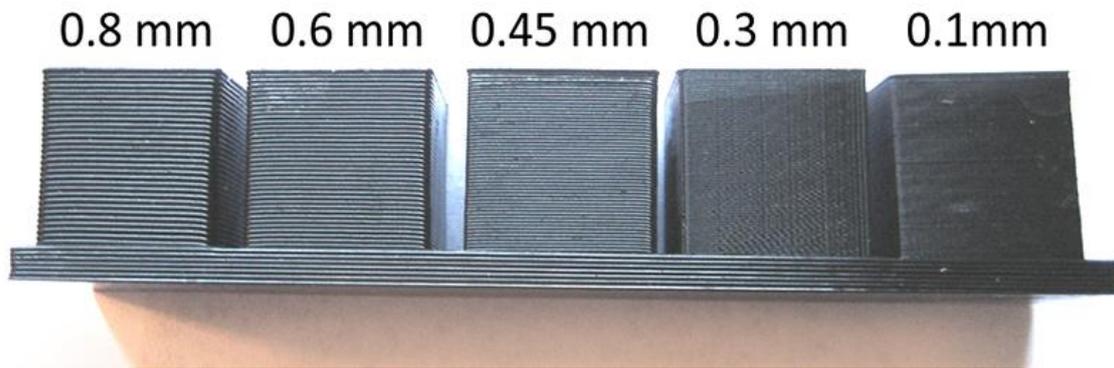


Figura 8.9. Comparación de grosores de filamento [48]

Una vez que se llega a la conclusión de que las palas se van a imprimir con esa orientación surge la problemática de poder volver a ensamblarlas de forma que se mantengan rígidas en la posición de trabajo durante los ensayos a elevadas velocidades de giro. Para lograr esa unión se propone una de estas dos opciones:

- Unión adhesiva
- Unión mecánica

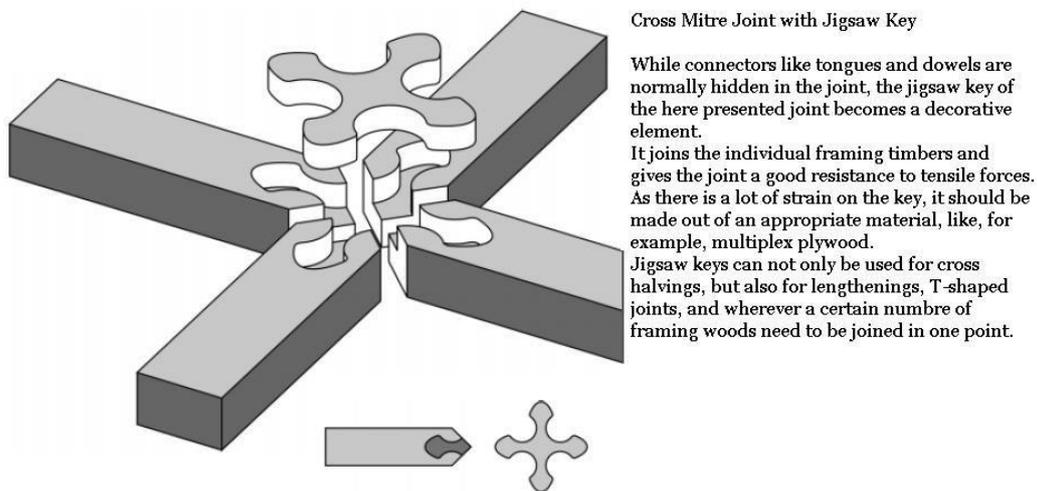


Figura 8.10. Unión mecánica de tipo “puzzle” [49]

El tipo de material usado frecuentemente en la impresión 3D no supone una incompatibilidad con los adhesivos en líneas generales. No obstante, por las características mecánicas del material, se puede considerar una unión mecánica mediante una serie de muescas y la creación de una quinta pieza que haga una unión del tipo “puzzle” con todas las palas tal y como se muestra en la Figura 8.10.

Esta unión se puede conseguir mediante la creación de esa quinta pieza (llamada llave) y sustraer esa misma forma en cantidad de material a la hélice y luego proceder a su división en las palas. La forma elegida para la llave se observa en la Figura 8.11 izquierda. Posteriormente, esas cuatro piezas se disponen con la pala orientada en vertical, quedando como figura en la Figura 8.11 derecha.

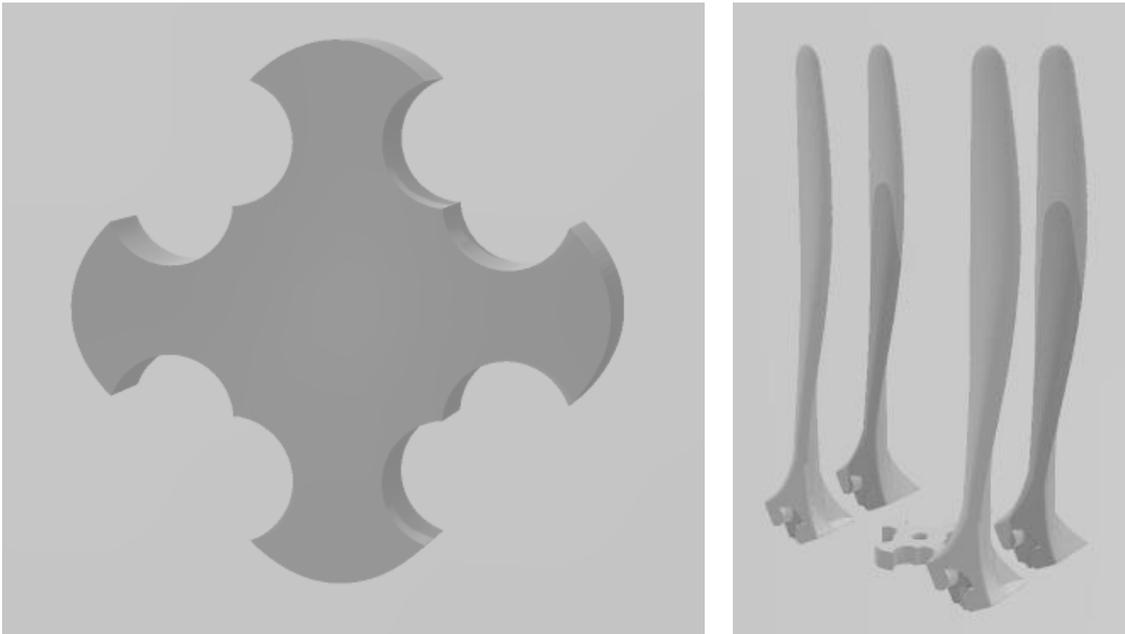


Figura 8.11. Quinta pieza “llave” y las palas en su disposición para imprimir

Tras haber realizado todos estos pasos, concluiría todo lo que implica la creación del archivo CAD. No obstante, queda verificar que los espesores tan delgados pueden ser impresos por la impresora 3D. Es necesario tener en cuenta que el espesor mínimo al que puede llegar la boquilla que deposita el filamento puede ser limitante.

Para comprobar si el archivo CAD tiene un espesor mínimo que puede ser alcanzado por la impresora (que generalmente es de 0.4 mm como lo es en este caso), se puede pasar el fichero STL final por un análisis de anchura gracias a la herramienta de libre acceso de Autodesk, *Meshmixer*.

Dadas las formas intrincadas de las palas y por extensión, la cantidad de polígonos con los que cuenta la hélice, el análisis es muy exigente en términos de poder computacional. Tras realizar el análisis se observa que una gran parte

del borde de ataque y parte del borde de salida (marcados en rojo) son muy delgados para el espesor mínimo.

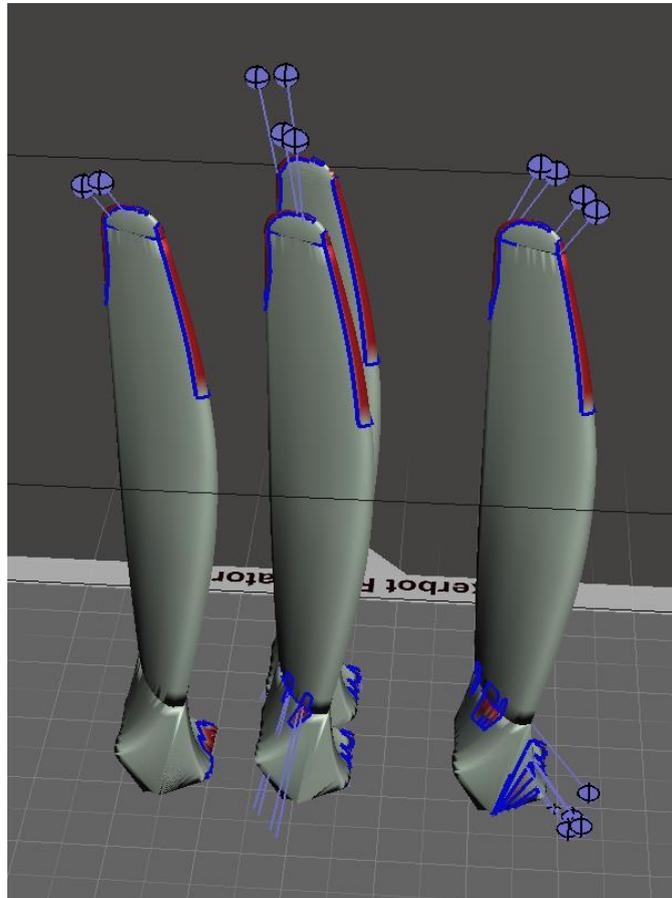


Figura 8.12. Análisis de espesor en *Meshmixer*

La solución para corregir los bordes de ataque y salida sin modificar el comportamiento aerodinámico es mediante el añadir grosor de pared a toda la pala por igual de forma uniforme (*offset distance*) fijando como criterio que el grosor mínimo sea el mínimo admisible por la impresora. Este proceso puede dar lugar a cambios locales en la disposición entre los polígonos que conforman la pala pero las proporciones y forma se conservan.

No obstante, estos cambios locales dan lugar a una superficie más rugosa que vuelve a suponer un problema aerodinámico. Para mitigar esto, lo óptimo es suavizar toda la superficie útil de la pala. Como riesgo puede darse que se pierda algo de exactitud en la forma del perfil. Entre estas inexactitudes están:

- Pérdida de bordes afilados y bordes más romos.
- Cambios sensibles en las dimensiones del perfil.

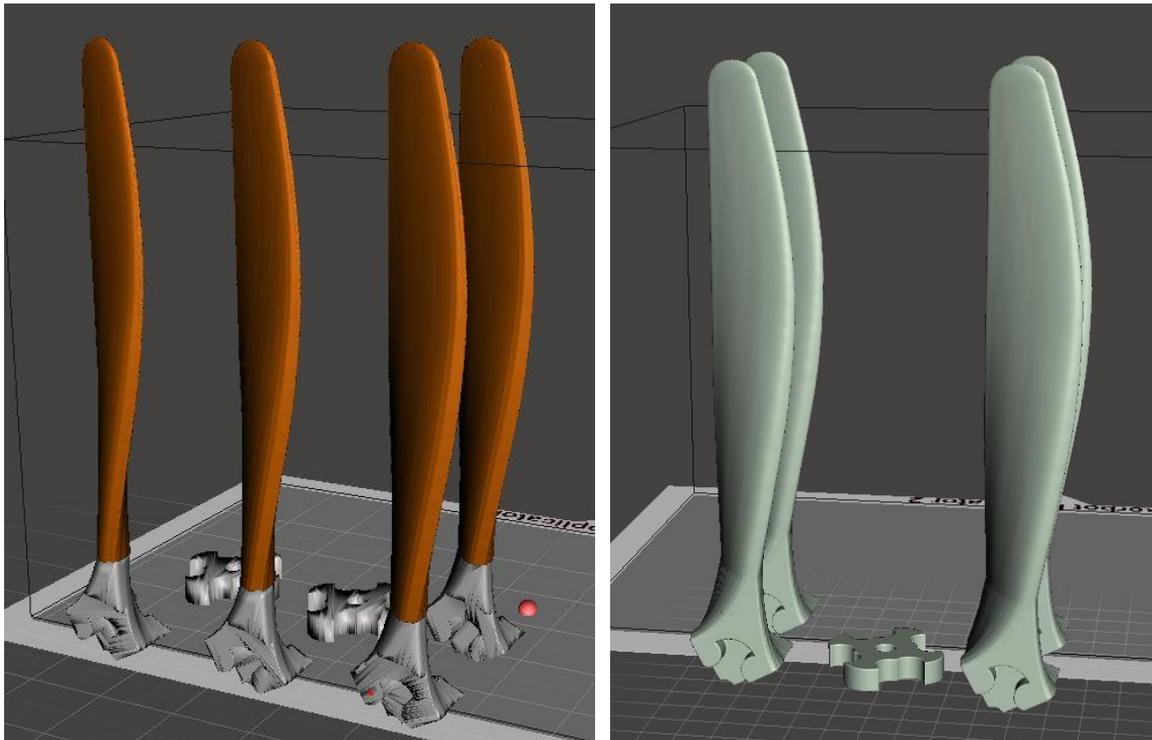


Figura 8.13. Resultado final de los cambios sobre el CAD

Tras realizar el aumento de grosor de pared y su suavizado, el resultado se observa en dos casos distintos en la Figura 8.13. Los perfiles han suavizado sus formas y ahora todas las palas cumplen con el grosor mínimo. El archivo CAD ahora es definitivo.

8.3 Preparación del archivo CAM

El CAM se refiere a la Manufactura Asistida por Ordenador y convierte las formas geométricas en instrucciones de posición, velocidad y extrusión para la fabricación mediante la impresora 3D.

Este proceso utiliza el archivo STL final dentro del software conocido como “*slicer*” que generará el archivo binario (.*gcode*) con las órdenes a la impresora. En este paso también se fijan otros parámetros como el material de fabricación, el grado de relleno y el tipo de soportes sobre los que construir las estructuras más intrincadas.

8.3.1 Material usado

La impresión 3D permite trabajar con una amplia variedad de polímeros termoestables y termoplásticos. En líneas generales, las resinas son más frágiles y su manejo es complicado, pero capturan mejor los detalles pequeños y acabados muy suaves. Por otro lado, el uso de filamentos termoplásticos como PLA o ABS proporcionan mejores propiedades mecánicas y capacidad de imprimir grandes volúmenes, pero el detalle que pueden alcanzar es menor [50].

La impresora disponible es una Creality CR-5 Pro capaz de imprimir en PLA y ABS. La diferencia entre usar uno u otro material es que el ABS ofrece propiedades mecánicas algo mejores y mejor aguante térmico y el PLA tiene propiedades mecánicas algo inferiores, pero es fácil de trabajar, válido para varias geometrías y por lo general, presenta un equilibrio entre ventajas y desventajas. Por este motivo se elige filamento PLA para la impresión.

8.3.2 Grado de relleno

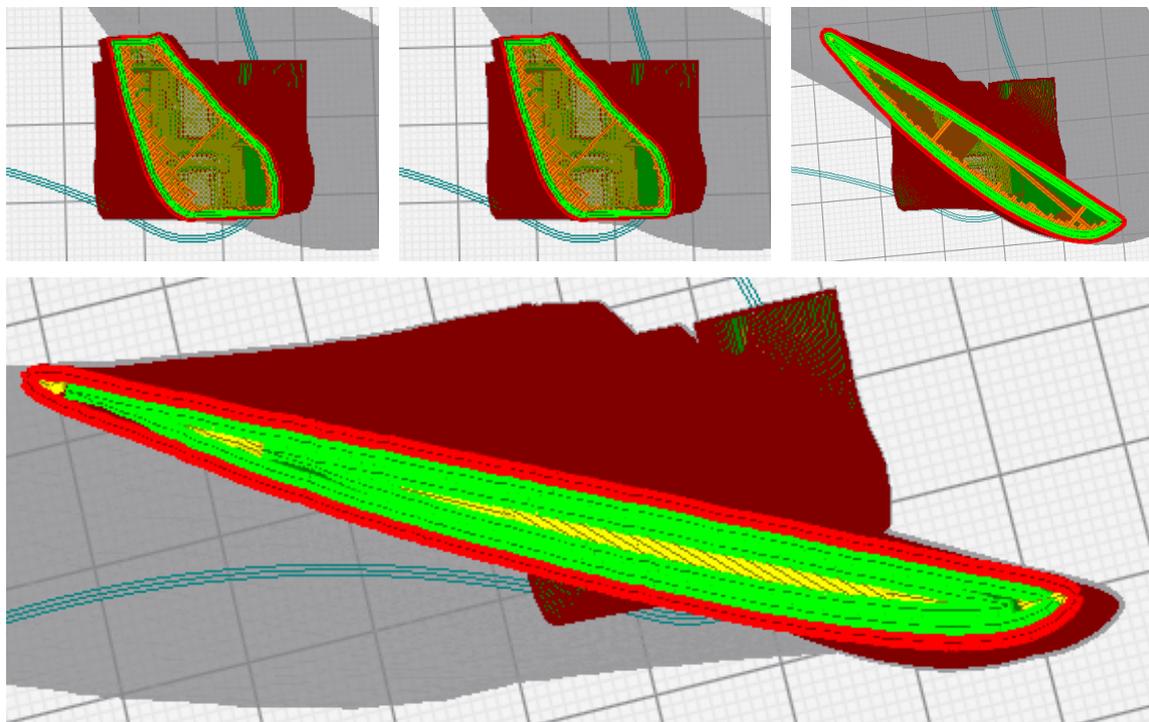


Figura 8.14. (De izqda. a dcha. y de arriba a abajo) Vistas en planta de las secciones a mayor radio de pala con el relleno gradualmente incrementado

Por una consideración de economía en la fabricación, las estructuras impresas suelen estar huecas, pero sin ello comprometer su integridad estructural (Figura 8.14). El interior de las palas es hueco y cuenta con una serie de barras dispuestas de lado a lado que se rellenan durante las trayectorias de la impresora de un borde a otro y actúan de refuerzo. En función de la resistencia estructural que se desee, este patrón puede variar o incluso acentuarse o reducirse en distintas porciones de las piezas a imprimir.

Del modelo BEMT se presume que las solicitaciones aerodinámicas no van a suponer un desafío a la integridad estructural de la hélice. No obstante, esta opción sí que es relevante en la distribución de masas en un objeto en rotación. El *slicer* permite ciertas opciones de relleno en porcentaje desde el 0% (hueco por completo) hasta el 100% (macizo) y una última opción de “relleno gradual” que “aumenta gradualmente la cantidad de relleno hacia arriba” lo que debería de ayudar en la distribución uniforme de masa. Esta última opción es la elegida.

8.3.3 Adición de soportes

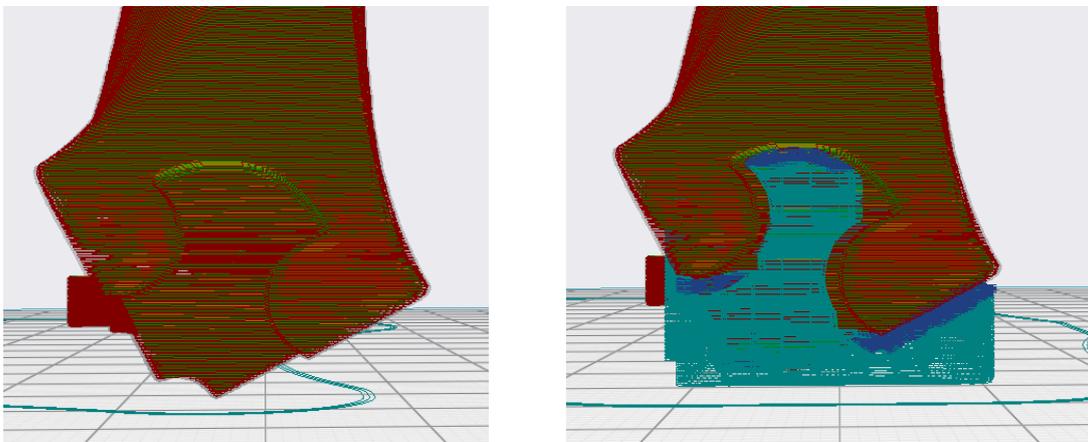


Figura 8.15. Comparación entre la base de la pala sin y con soporte

La falta de una superficie de contacto lo suficientemente ancha de la pala con la base de la impresora hace que no pueda mantenerse en su posición de impresión. Para paliar este problema, el *slicer* puede crear una superficie de soporte semiadherida a la pieza de trabajo cuya misión es mantenerla fijada a la plataforma como se ve en la Figura 8.15.

Nótese como según la Figura 8.16, la región sombreada en gris tenue no se podrá imprimir. Esto es por la misma circunstancia de antes y es que los

bordes de ataque y salida son demasiado estrechos, mucho más que el espesor mínimo que permite la impresora y esto es intrínseco a la morfología del perfil aerodinámico. Si bien se ve que esta circunstancia reduce heterogeneidades de la superficie, por otro lado hará más romo el perfil.



Figura 8.16. Detalle de bordes de ataque y salida previos a la impresión

La consecuencia de un borde de ataque más romo en el régimen subsónico en el que va a operar la hélice en el banco de ensayos es un incremento de la sustentación y la ausencia de torbellinos en el borde de ataque debido a la existencia de un punto de remanso definido.

8.4 Impresión 3D

Tras terminar la elaboración del archivo CAM, se dispone a la impresión. Desde el *slicer* se estima que, con los parámetros elegidos, se gastarán unos 28m de filamento, la hélice pesará unos 84g y tardará la elaboración 25 horas.

En la Figura 8.17 se aprecian capturas de la fabricación y resultado final de la hélice lista para ensayar. Queda por comprobar cómo se comporta dicha hélice cuando es fijada a un rotor en movimiento. En este caso, la distribución de masas de esta y la correcta fijación al eje tendrán un papel fundamental.



Figura 8.17. Fabricación y resultado final de la elaboración de la hélice

9 Comparación de modelo con estimaciones bibliográficas

Finalmente en este capítulo se expresan los resultados obtenidos. Se determinará la validez de la corrección por compresibilidad, se compararán entre sí distintas alteraciones del modelo BEMT y a su vez se compararán estas con los ensayos en el túnel de viento de un modelo a escala

En el capítulo 4 se eligieron dos posibles correcciones para tener en cuenta la compresibilidad: la de *Karman-Tsien* y la de *Laitone*. Se determina en este primer capítulo la corrección por compresibilidad más apropiada para añadir al modelo BEMT. Una vez aplicada, se compara el efecto de añadirla o no con un gráfico proveniente de la bibliografía y ver en cuanto difieren.

9.1 Metodología para la representación de mediciones: propagación de errores

Es habitual que las mediciones de laboratorio no se representen como un continuo sino como puntos discretos contenidos dentro de una cota de error. Para este caso, se expresarán como una media con desviación típica. En los gráficos vendrán representados por puntos con barras de error.

Para este análisis se van a tener en cuenta dos fuentes de error: las provenientes del instrumento y las derivadas de la repetición de la medida. Cada una de estas fuentes tendrá una desviación asociada y se elegirá para cada medición la desviación máxima de entre estas dos. El procedimiento completo de propagación de errores viene descrito en [51].

9.1.1 Error del instrumento

Durante estos ensayos se identifican 5 fuentes de error según el instrumento que vienen recogidas en las medidas de la tracción, torque, velocidad de giro y velocidad de corriente. Tras revisar las fichas técnica se recogen los siguientes datos de cota de error de los instrumentos en la Tabla 9.1.

Por último, para estimar el error de instrumento en la velocidad de giro, se conoce que a ω cte. esta varía siempre entre dos valores que equivalen a una posición más adelantada o no de los polos magnéticos que mueven el eje. Por tanto, el error de instrumento se admite como la media entre estos dos valores.

Tabla 9.1. Instrumentos y sus cotas de error

Instrumento	Cota error [\pm %]
Sensirion SDP 816 125 Pa (Pitot)	0.5
ALTEN 310 UF (Tracción)	0.05
ALTEN 310 UF (Torque)	0.05
PCE-THB-40 (Cond. atm.)	2 hPa y 0.8°C *

*No son porcentajes

Estas cotas de error son las desviaciones propias del instrumento en su medida. Cuando se desea calcular la desviación de una magnitud que es combinación de medidas fundamentales, se recurre a la propagación de errores.

9.1.2 Propagación de errores

Cuando se necesitan calcular magnitudes que son combinación de otras elementales, el error de esas magnitudes elementales se propaga. De esta forma, la medición de una magnitud compuesta “y” viene dada por una función de sucesivas $\bar{x} + \Delta x$ [51]. Para estimar el error se puede recurrir a la regla del neperiano o a la regla de las derivadas parciales, optando en este Trabajo por la segunda. La regla de las derivadas parciales enuncia que

$$\Delta x_n = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\bar{x}_i} \Delta x_i. \quad (9.1)$$

La función que hay que derivar es la expresión en función de magnitudes elementales que describe una magnitud compuesta. Por ejemplo, la potencia extraída de la corriente es

$$P_S = \tau \omega, \quad (9.2)$$

y aplicando la regla de las derivadas parciales, ΔP_S sería la derivada de un producto, según

$$\Delta P_S = |\omega| \Delta \tau + |\tau| \Delta \omega. \quad (9.3)$$

Para el parámetro de avance se tiene un cociente de la forma

$$J = \frac{\pi V_\infty}{\omega R}, \quad (9.4)$$

y su desviación según la propagación de errores sería

$$\Delta J = \frac{\pi}{R} \left[\left| \frac{1}{\omega} \right| \Delta V_\infty + V_\infty \left| \frac{-1}{\omega^2} \right| \Delta \omega \right]. \quad (9.5)$$

El mismo procedimiento aplicaría para la estimación del error en los coeficientes de empuje, potencia y rendimiento propulsivo. El redondeo de las cifras de media y desviación se realiza tras la propagación de errores en los valores finales de media y desviación típica.

9.1.3 Error de repetibilidad

Cada medición cuenta con varias lecturas realizadas en instantes consecutivos en los cuales los valores varían. El criterio que separa este grupo de mediciones de otro es el nivel de potencia dedicado al motor para girar la hélice o la velocidad de la corriente incidente.

Una vez que se tienen agrupadas las medidas que corresponden a un punto de operación determinado, se calcula la desviación estándar de ese grupo de medidas con la expresión

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}}, \quad (9.6)$$

con \bar{x} la media de la medida, x la medición n-ésima y N el número total de medidas. La media vendrá dada por

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N}. \quad (9.7)$$

9.1.4 Puesta en común

Tras calcular las desviaciones según ambas fuentes, prevalece la máxima de estas. Entonces la medida final viene expresada según

$$x = \mu \pm \sigma. \quad (9.8)$$

Una vez más, el redondeo solo se hace una vez, a las cifras de media y desviación finales.

9.2 Metodología para la representación de mediciones: errores absoluto y relativo

A la hora de comparar dos mediciones distintas del mismo punto de operación, se recurre al error absoluto y relativo. Permiten ver la diferencia existente entre dos medidas en el caso del primero y ver cuánto de distintas son en órdenes de magnitud el segundo.

El error absoluto viene dado por

$$e_{abs} = |\bar{C}_{ensayo} - \bar{C}_{modelo}|. \quad (9.9)$$

Siendo \bar{C} una medida de un determinado parámetro característico para un cierto punto de operación. El error relativo sigue

$$e_{rel} = \frac{|\bar{C}_{ensayo} - \bar{C}_{modelo}|}{\bar{C}_{ensayo}}. \quad (9.10)$$

Téngase en cuenta que si las mediciones comparadas son pequeñas en comparación con la diferencia que hay entre estas, el error relativo tiende a dispararse al ser un cociente y puede distorsionar la percepción del error que realmente existe.

9.3 Elección de corrección por compresibilidad

El objetivo de esta sección es determinar con cuáles de las correcciones por compresibilidad se realiza el estudio, de las propuestas en 4.4.4. Para ello, y dada la existencia de información bibliográfica que permita contrastar, se recurre a dos gráficas contenidas en [1] con las cuales poder comparar ambas correcciones: *Karman-Tsien* y *Laitone*.

9.3.1 Curvas de potencia y torque del grupo motopropulsor

Por un lado se dispone en la Figura 9.1 de un gráfico en el que se ilustra la evolución de potencia suministrada y el torque con la velocidad de giro. El grupo motopropulsor usado para su construcción es un motor alternativo *Rolls-Royce VIII* (2ª versión) de 360 hp de potencia nominal. Esta es la misma planta de potencia usada con la hélice y podría dar indicaciones válidas del consumo de potencia y torque producidos durante la operación de la hélice.

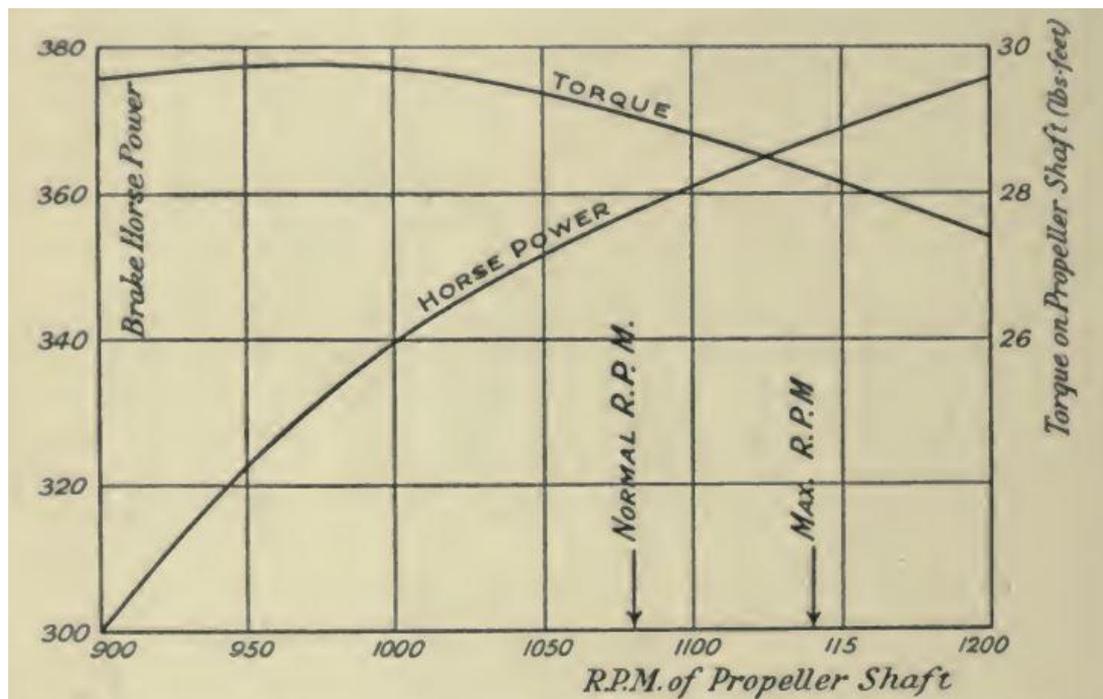


Figura 9.1. Cambio en potencia suministrada y torque con la velocidad de giro [1]

De este gráfico se puede extraer las curvas dibujadas mediante herramientas en línea como *WebPlotDigitizer* con el objetivo de poder compararlas con la información de los modelos desarrollados en este Trabajo.

De esta forma, se puede observar si añadir la corrección acerca más la curva del modelo a la real o por el contrario la aleja o es indiferente una que otra.

Es necesario hacer dos consideraciones antes de trabajar con este gráfico:

- Sería preferente comparar coeficientes de empuje, torque y potencia adimensionales antes que torque y potencias dimensionales, dado que de esta forma se observa en verdadera magnitud, cuál es la diferencia entre dos mediciones y se pueden presentar conclusiones generales, sin verse distorsionadas por el tamaño o la energía involucrados. No obstante, no se dispone de información suficiente como para poder estimarlos en el caso de la bibliografía.
- No se tiene información bibliográfica exacta sobre el parámetro de avance para este gráfico. Por esto, la comparación puede ser completamente incorrecta. En [1] viene recogido que la Figura 9.1 está medida en banco, por lo que se asume $J = 0$.

Tras comparar las curvas de potencia absorbida y torque con el modelo BEMT asumiendo los puntos de operación, sus resultados se ven en la Figura 9.2. De acuerdo con la curva de potencia, las correcciones por compresibilidad alejan al resultado del modelo de lo descrito en bibliografía. La corrección de *Karman-Tsien* es casi inocua mientras que la de *Laitone* es marcadamente más distinta y más lejana. Por el contrario en la curva de torque, *Karman-Tsien* resulta ligeramente más cercano a los resultados bibliográficos.

También es de notar que tanto la curva de potencia como la de torque transcurren por valores considerablemente distintos a los disponibles en bibliografía. Esta tendencia sería necesario contrastarla con más comparaciones antes de llegar a una conclusión. Por otro lado, ambas gráficas están llevando a conclusiones opuestas y es derivado de no conocer bien las condiciones en las que poder comparar esta información.

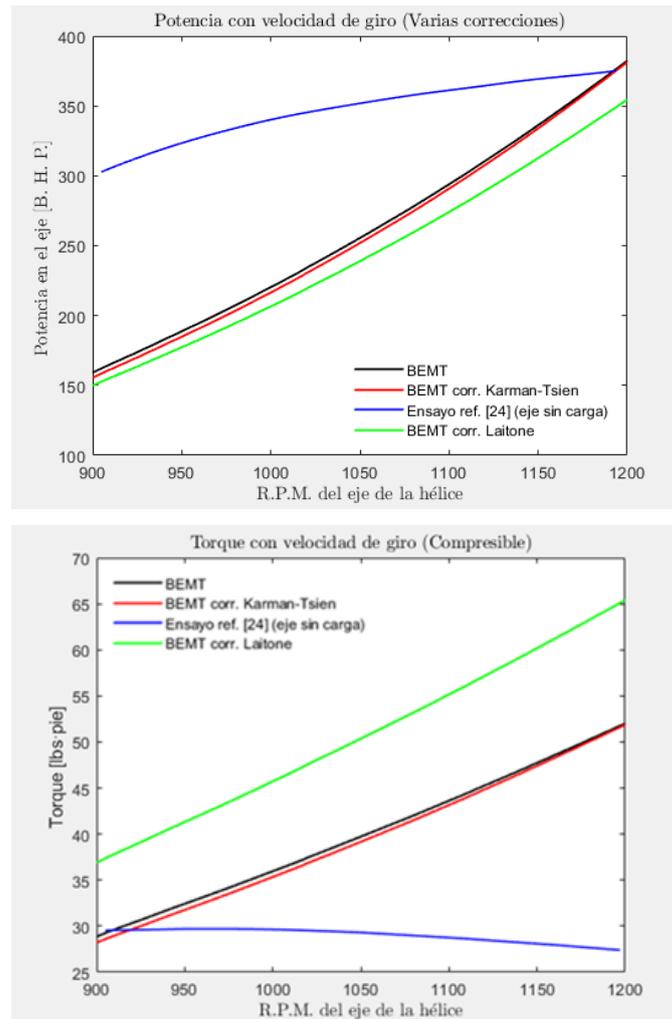


Figura 9.2. Comparación de potencia y torque con datos tomados de [1]

Hay que señalar que en [1] viene recogido que las curvas aumentarían linealmente con la velocidad de giro si la carga por carrera y la relación estequiométrica de la mezcla se mantuvieran constantes. Esta tendencia hipotética es la que se observa en el modelo BEMT. La tendencia real de las curvas es a suavizarse al aumentar revoluciones debido a la disminución de la carga de aire-combustible por carrera (en un motor naturalmente aspirado).

Este último comentario revela más sobre la planta motriz, que es un motor alternativo, que sobre el funcionamiento de la hélice pero es conveniente de cara a señalar posibles tendencias en el análisis de resultados en las secciones posteriores. En lo relativo a la elección de la corrección por compresibilidad no revela mejores o peores adecuaciones del modelo y hay que usar otra comparativa.

9.3.2 Puntos de operación de la hélice en torque y potencia absorbida

En [1] se dispone de resultados del ensayo en vuelo de la hélice y cuyos valores deben de servir de guía indiscutible para la idoneidad del modelo BEMT realizado y de si la reproducción a escala de dicha hélice se adecúa a la realidad. Son los puntos de la Tabla 2.1

Tabla 2.1. En dicha tabla vienen recogidos resultados de ensayos y de predicciones de otro modelo BEMT, similar al usado en este Trabajo, que en este caso sobreestima el valor registrado en los ensayos.

Se plantea nuevamente la misma cuestión que en el apartado anterior y es cuál de las correcciones propuestas se acerca más a los resultados bibliográficos de [1] que se consideran como la solución real. Realizando la comparativa con potencia y torque tal y cómo se hizo en el apartado anterior, se obtienen los resultados descritos en la Figura 9.3.

La línea de asteriscos en verde describe la estimación BEMT de la referencia [1] y es muy similar a los ensayos en vuelo de esta misma referencia (asteriscos en rojo) y mantienen esa similitud en el análisis de todos los parámetros mostrados hasta ahora. Para esta hélice en concreto, la BEMT bibliográfica sobreestima ligeramente los valores, pero en el análisis de otras hélices, subestima el valor de los ensayos, por lo que no siempre se puede usar como cota superior de error.

Tras observar la Figura 9.3, de entrada se aprecia una mayor correspondencia de los datos bibliográficos con las curvas obtenidas del modelo y sus distintas correcciones. Se aprecia que ambas correcciones suponen una ligera alteración frente al modelo básico. En general ambas correcciones subestiman el modelo en bajos parámetros de avance, mientras que lo opuesto sucede a altos parámetros de avance.

Con respecto a la conformidad entre resultados bibliográficos de ensayos o en su defecto, con el otro modelo BEMT planteado en [1], las curvas descritas son similares, solo que se encuentran desplazadas en parámetro de avance. Por mayor proximidad, podría darse a entender que la corrección de *Karman-*

Tsien es más adecuada que la de *Laitone* pero no se conoce si estos puntos que se encuentran más cercanos entre sí podrían estar algo distorsionados por el uso de magnitudes dimensionales.

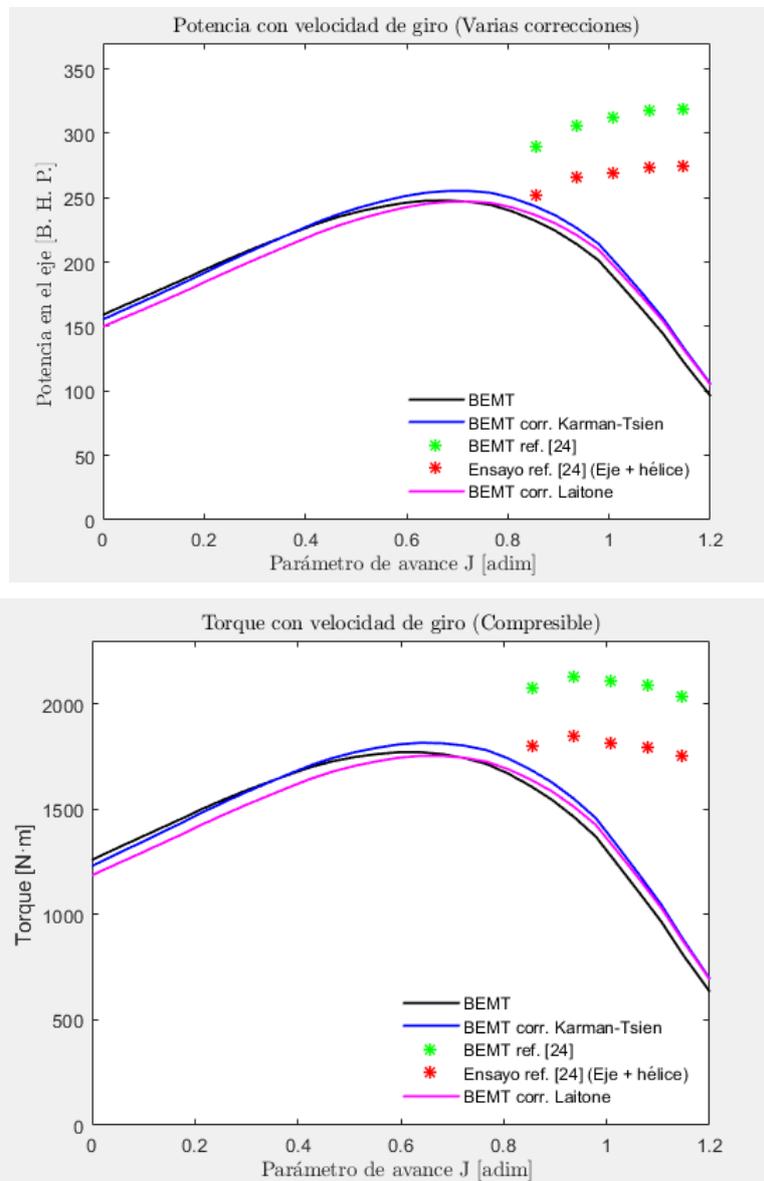


Figura 9.3. Comparativa de BEMT con distintas correcciones e información bibliográfica

Por este mismo hecho, podría darse a entender incluso que hay que reconsiderar las unidades de velocidad a las que se fijaron que están los datos bibliográficos, puesto que al considerar millas terrestres en vez de náuticas, se correrían los puntos de los resultados bibliográficos hacia la izquierda un 13% del valor de J actual.

Por lo señalado en este último párrafo, se pone de manifiesto la necesidad de usar parámetros adimensionales en medida de lo posible para evitar distorsiones en los resultados derivadas del tamaño o las velocidades a las que se opera que lleven a conclusiones erróneas o contradictorias.

9.3.3 Puntos de operación de la hélice en coeficientes de empuje, potencia y rendimiento propulsivo

Se procede a continuación a realizar la misma comparación en términos del coeficiente de empuje C_T , de potencia C_P y el rendimiento propulsivo η_p . Téngase en cuenta que tanto el coeficiente de empuje y por tanto el rendimiento propulsivo procedentes de la información bibliográfica son una estimación debido a la falta de datos.

El empuje según los datos disponibles en la bibliografía no se conoce y se ha de estimar. A tal efecto se puede plantear el siguiente sistema de ecuaciones con la información disponible:

$$\begin{cases} P = T(V_0 + w), \\ P = \tau\omega = \frac{1}{2}G_h(V_{sh}^2 - V_0^2), \\ G_h = \rho [V_0 + w \cos(\varphi + \alpha_i)] A. \end{cases} \quad (9.11)$$

El sistema de ecuaciones es similar al propuesto en 6.6 con la diferencia de que ahora las variables a resolver son G_h, T, w . En este caso, se introduce la simplificación habitual para la ecuación de la conservación de masa, asumiendo que no escapa gasto fuera del tubo de corriente. A su vez, se utilizan valores medios de los ángulos de la velocidad inducida tomados del modelo BEMT a falta una aproximación mejor.

Resolver este sistema debería de poder dar una primera aproximación a los parámetros adimensionales de C_T, C_P, η_p . Estos parámetros se darán para una sola pala.

Tras ejecutarse, el *solver* señala que la ecuación se ha resuelto aunque este se ha “estancado” (*solver stalled*) durante la ejecución, esto es, se ha encontrado una solución numérica dentro de las cotas de error solicitadas, pero intentar encontrar una solución más exacta a mayores no ha sido posible [52].

A continuación se exponen los resultados obtenidos, comparando la estimación de coeficientes para la referencia [1] y lo calculado para el modelo BEMT.

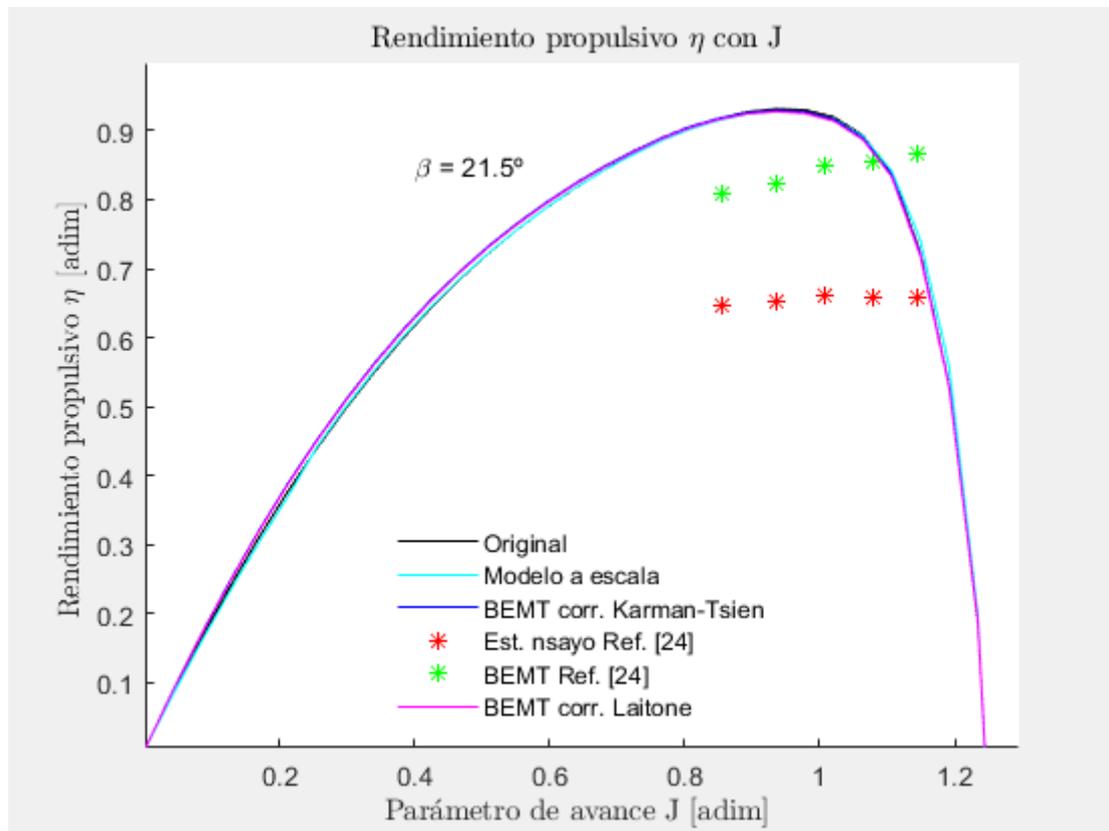


Figura 9.4. Curva de rendimiento propulsivo, varias correcciones

En primer lugar, en la Figura 9.4 el rendimiento propulsivo pone de manifiesto que las curvas correspondientes al modelo BEMT con todas sus respectivas correcciones son prácticamente coincidentes. Utilizar una corrección frente a otra no supone de momento ninguna diferencia. Hay que recordar que esta comparación está hecha a igualdad de:

- Parámetro de avance.
- Número de Reynolds.
- Nivel de energía turbulenta.

La igualdad en estas condiciones en el cálculo justifica que las curvas sean tan similares. La comparación ha de hacerse siempre a igualdad de parámetro de avance para medir puntos de operación iguales. Por otro lado, y con un impacto menor en el resultado, el número de Reynolds será determinante a la

hora de describir las propiedades aerodinámicas de las palas. El número de Mach gobierna los fenómenos de compresibilidad y su efecto es acusado a partir de $M = 0.7$. La turbulencia también condicionará la aerodinámica.

Volviendo al estudio de la Figura 9.4, se observa la no correspondencia de la estimación bibliográfica, que persiste desplazada de la parábola descrita por el modelo. Si el criterio utilizado para preferir una corrección por compresibilidad frente a otra es el grado de acercamiento del modelo a la estimación, no se puede responder con esta información. Haciendo enfoque en la región de interés de la Figura 9.4 se obtiene la Figura 9.5.

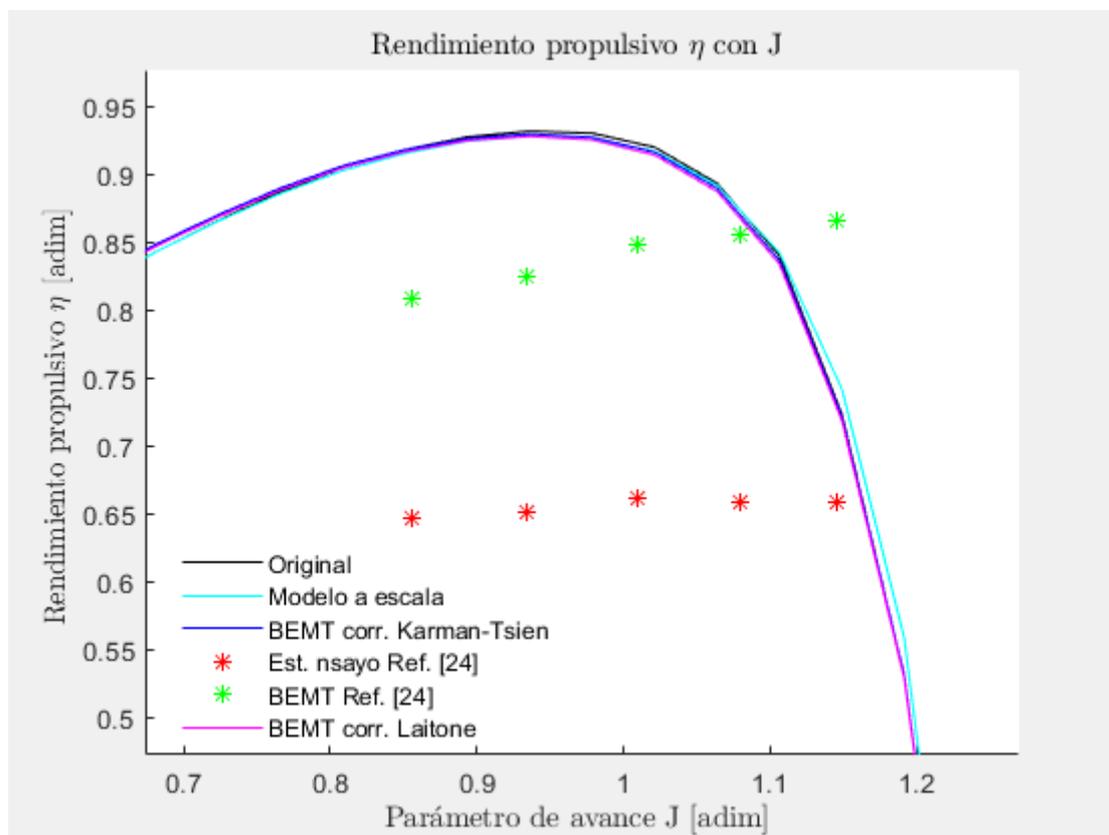


Figura 9.5. Región de interés en la gráfica de la curva de rendimiento propulsivo

En la región de interés se observa que la corrección de *Laitone* ofrece resultados sensiblemente más conservadores en rendimiento propulsivo η_p que la de *Karman-Tsien* y ambas ofrecen rendimientos menores que el modelo básico. La cuestión sigue siendo que no hay forma de comparar la referencia bibliográfica pues las curvas descritas parecen desplazadas la una de la otra.

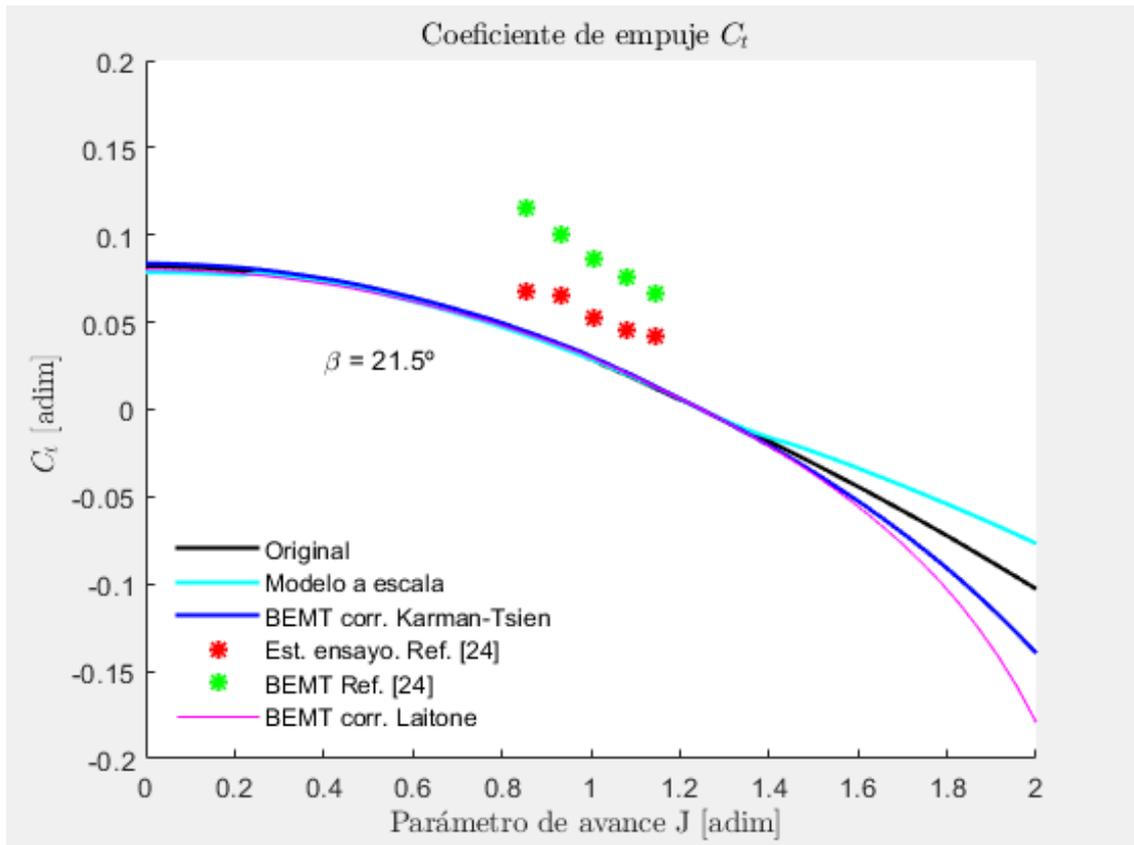


Figura 9.6. Coeficiente de empuje para varias correcciones

En la Figura 9.6 se observa la siguiente gráfica que compara modelo y estimaciones mediante el coeficiente de empuje. Una vez más se repite que las variaciones realizadas al modelo son prácticamente imperceptibles, por lo menos dentro del régimen propulsor. A partir de $J = 1.2$, que es cuando se pasa del régimen propulsor al régimen de freno, estas divergen.

En este caso el acuerdo entre los valores de coeficiente de empuje del modelo y la estimación bibliográfica es mayor al seguir tendencias similares. La curva del modelo que mayor coeficiente de empuje tenga será la más cercana a la estimación. Para esto se realiza un enfoque en la región de interés nuevamente y se ve en la Figura 9.7.

En este caso se observa ahora que el coeficiente de empuje es más cercano a la estimación bibliográfica con la corrección de *Karman-Tsien* seguida muy de cerca por la de *Laitone* en parámetros de avance inferiores mientras que conforme crece J , las curvas del modelo se diluyen en una sola. Por otro lado hay que notar que las pendientes de las curvas del modelo son distintas a la muestra de la estimación.

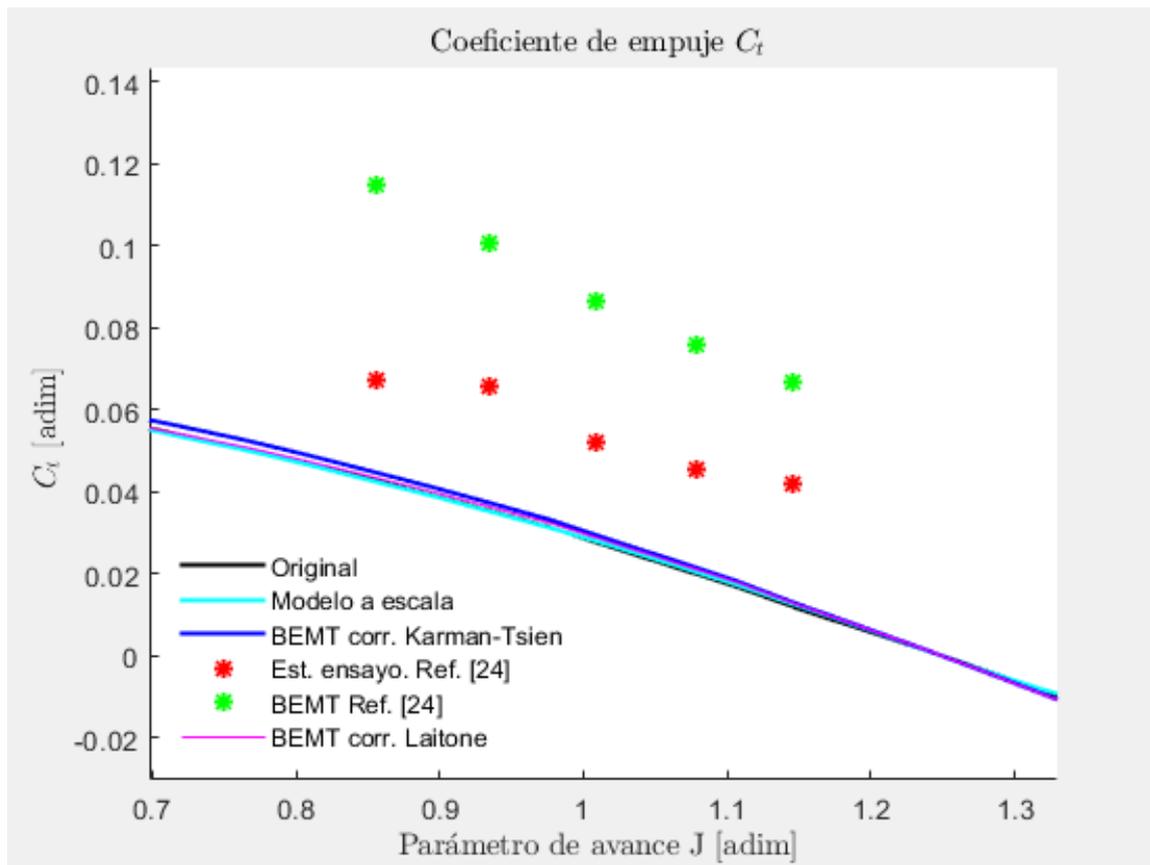


Figura 9.7. Región de interés para coeficiente de empuje según varias correcciones

A continuación, en la Figura 9.8 se expone la evolución del coeficiente de potencia, C_p , de modelos y de la referencia bibliográfica [1]. A diferencia de los gráficos anteriores, este coeficiente no está estimado ya que se dispone de toda la información para poder representarlo sin tener que asumir ningún dato, por lo que va a tener más peso en la comparación.

Las tendencias generales vistas en el coeficiente de empuje C_T , se mantienen. Son muy cercanos los valores de modelo y referencia aunque no coincidentes. La pendiente de los resultados bibliográficos es menos acusada que la predicha por el modelo BEMT.

El coeficiente de potencia mantiene una diferencia notable con lo estimado por el modelo aunque mantengan tendencias similares. De hecho la referencia [1] considera el doble para este coeficiente que el modelo lo que indica que este último subestima considerablemente el consumo de potencia real.

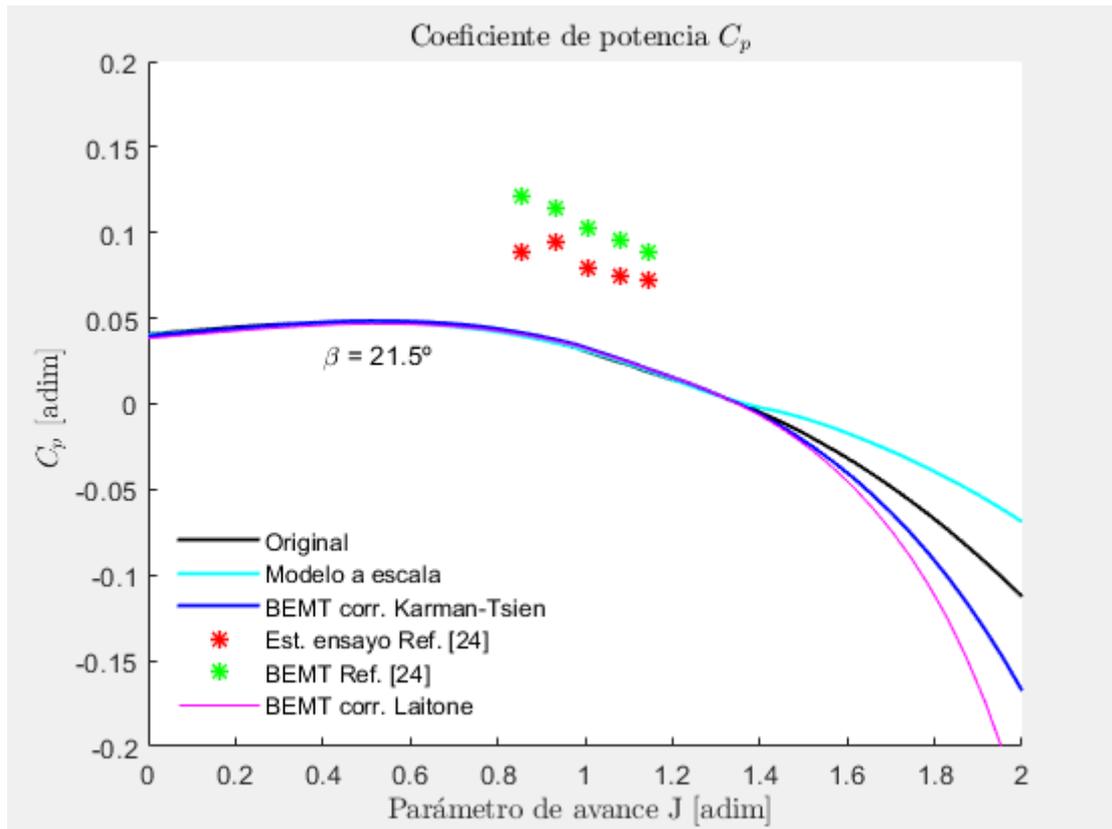


Figura 9.8. Coeficiente de empuje para varias correcciones

Es necesario comentar el efecto de considerar coeficientes adimensionales, al igual que ha pasado con el coeficiente de empuje. Esto ha permitido ver que la estimación bibliográfica y lo mostrado por el modelo están en valores algo más coherentes que los que sugerían los resultados en 9.3.1 que no eran adimensionales. Por tanto, los coeficientes adimensionales permiten llegar a conclusiones más generalistas. Nuevamente, haciendo enfoque en la región de interés, se llega a la Figura 9.9.

Por último, en esta Figura 9.9, la región de interés para el coeficiente de potencia clarifica que en los valores de parámetro de avance que se pueden contrastar, la corrección de *Karman-Tsien* es ligeramente más cercana a lo predicho por la bibliografía y a parámetros de avance mayores, ambas correcciones son prácticamente idénticas entre sí. La corrección por compresibilidad elegida es la de *Karman-Tsien* por su mayor cercanía a la información bibliográfica aunque sea prácticamente indistinta de la corrección de *Laitone*.

Queda comprobado que en los números de Mach en los que se mueven las palas no se aprecia mayor diferencia con el modelo incompresible. Esto se puede afirmar habiendo considerado números de Reynolds iguales en la toma de datos aerodinámicos (esto es, tomando coeficientes de sustentación y resistencia de polares que se encuentran en el mismo número de Reynolds). Claramente, un modelo a escala va a trabajar a un número de Reynolds entre uno y dos órdenes de magnitud más bajos que el modelo original para este caso y esto afecta a las propiedades aerodinámicas.

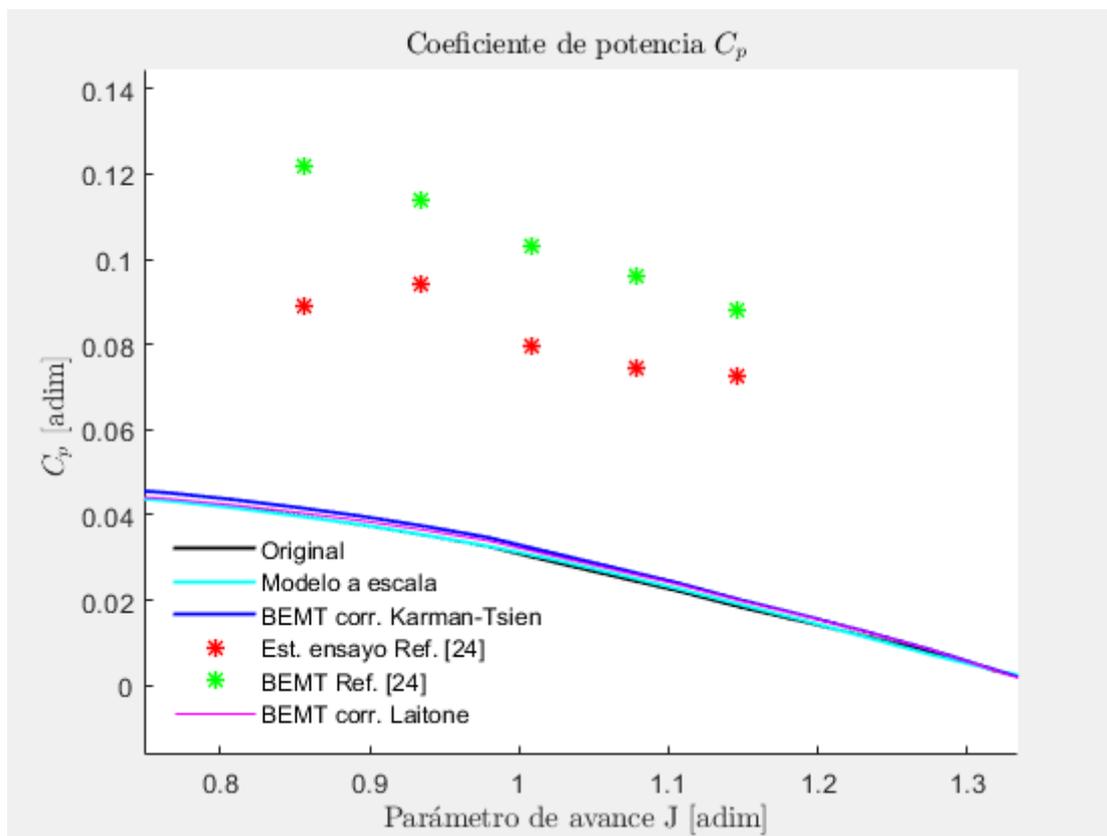


Figura 9.9. Región de interés para el coeficiente de potencia según varias correcciones

Una vez elegida la corrección por compresibilidad, las curvas de coeficientes de empuje y potencia del modelo finales son los vistos en la Figura 9.10. En ellas se observan los tres regímenes de operación diferenciados por líneas discontinuas. Recuérdese que el cambio desde el régimen propulsor al de freno ocurre cuando $C_T = 0$ y de este al de molinete ocurre cuando $C_p = 0$.

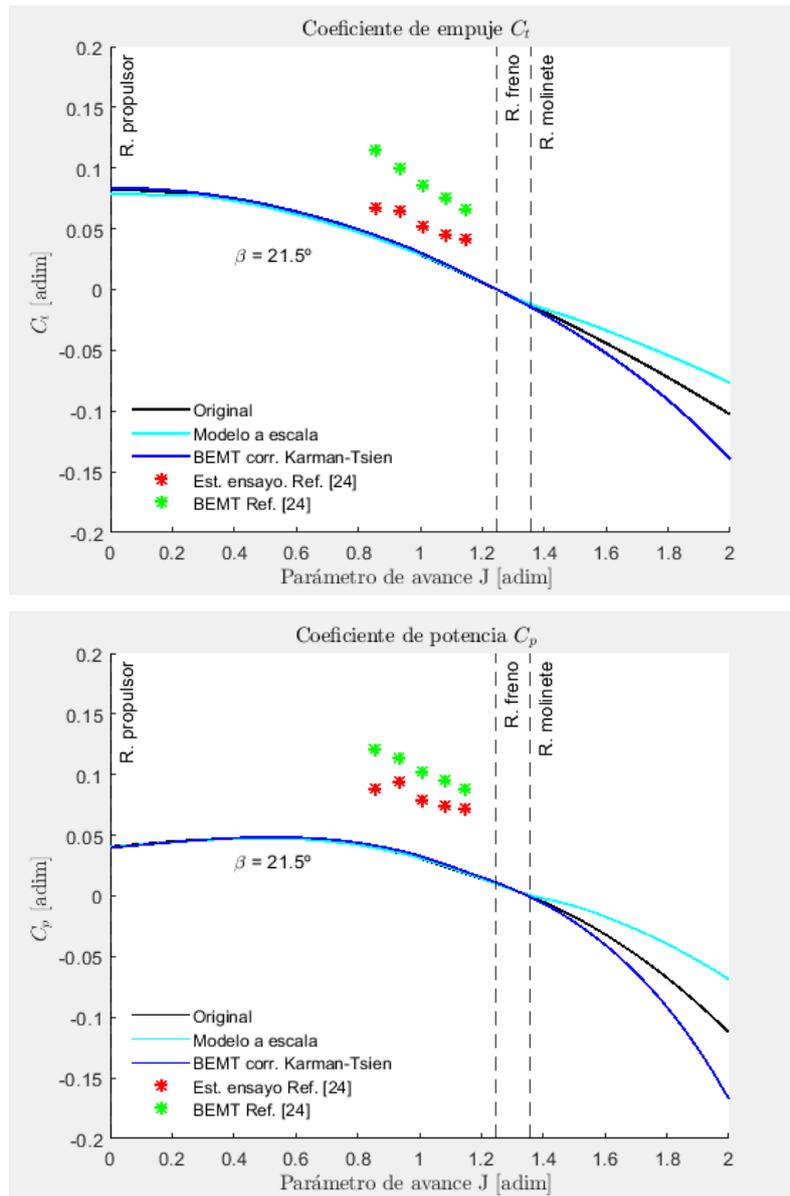


Figura 9.10. Regímenes de operación en coeficientes de empuje y potencia.

10 Comparación entre modelo BEMT y ensayos en túnel

Tras haberse expuesto la metodología de ensayos y algunos resultados parciales en 9, se presentan ahora los resultados en coeficiente de tracción, de potencia y rendimiento propulsivo del modelo BEMT en el mismo conjunto de parámetros de avance y se exponen las distintas alteraciones del propio modelo (incompresible a escala real, con compresibilidad a escala real, escalado para ensayos) comparadas con los ensayos en túnel de viento.

Tras lo expuesto en la comparativa, se determinará si existen diferencias y qué las motiva. Para poder expresar los valores obtenidos de los ensayos en túnel de viento se recurre a la propagación de errores y se expresarán las mediciones como puntos con una media y desviación típica, en contraste con la línea continua con la que se expresan los valores del modelo.

10.1 Comparación del modelo BEMT con ensayos en túnel de viento

Según se explicó en 9.1, los resultados de ensayos vendrán especificados por una media y desviación típica que agrupe conjuntos de mediciones instantáneas. Gráficamente vendrán representados por puntos con su barra de error que contienen media y desviación típica respectivamente.

Se han realizado dos ensayos. El primero de ellos (Ensayo I) se ha realizado a dos velocidades de corriente libre ($V_\infty = 0$ una de ellas) y principalmente cambiando la velocidad de giro de la hélice. En el segundo (Ensayo II), se han mantenido constantes las rpm del motor y se han probado varias velocidades de túnel, V_∞ .

En primer lugar se abordará el coeficiente de empuje en la Figura 10.1. Se comparan a la vez el modelo BEMT, la información bibliográfica ya conocida y los resultados de ambos ensayos tras aplicar las correcciones pertinentes.

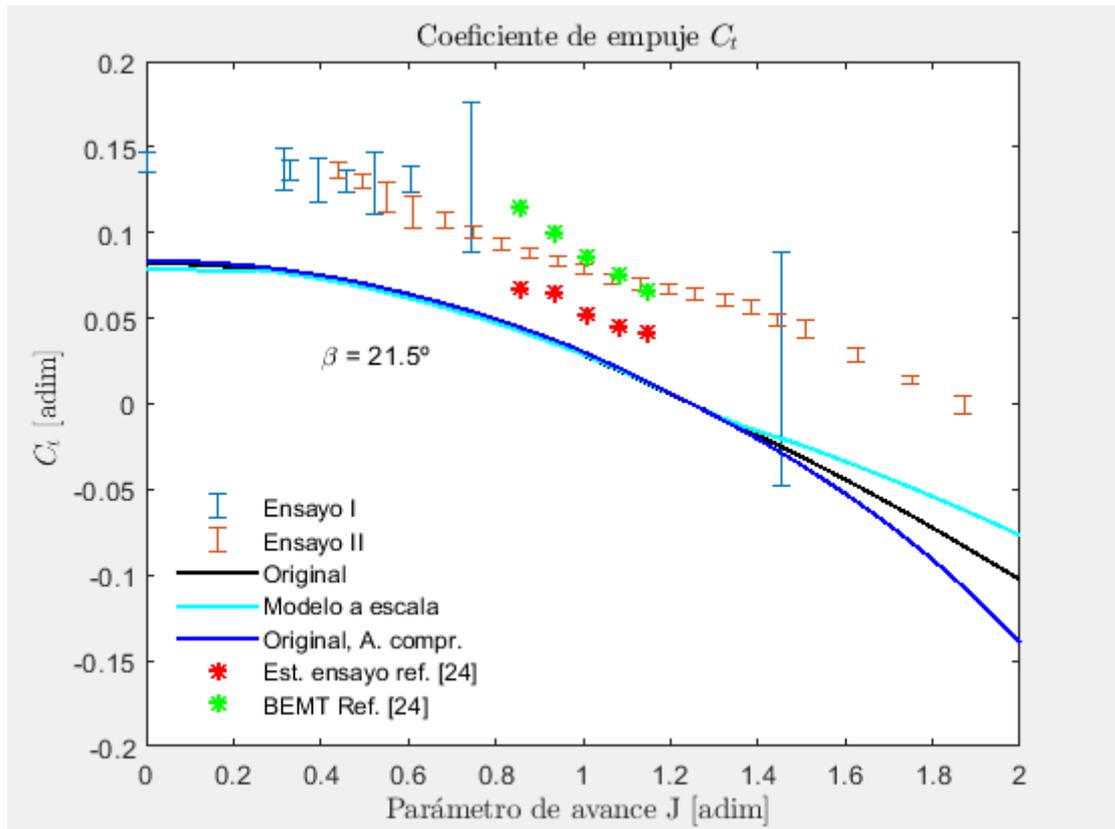


Figura 10.1. Coeficiente de empuje. Comparación con resultados de ensayos

Las tendencias en ambos ensayos son similares, marcados por una curva descendente. Lo que más llama la atención es que las muestras de los ensayos están consistentemente separadas del modelo en torno a un 79% del valor dado por el modelo.

El motivo por el que el coeficiente de empuje está tan separado del modelo no es por la dispersión en abscisas del parámetro de avance asociado a cada punto del ensayo ya que es prácticamente despreciable. En este caso se debe a que en los ensayos se está registrando alrededor de casi el doble de empuje sin una explicación a priori. La muestra bibliográfica coincide con el ensayo en 3 puntos pero no la estimación de los ensayos, que queda más por debajo.

En la Tabla 10.1 se recoge una selección de puntos y se compara su diferencia según los errores absolutos y relativos para empuje y coeficiente de empuje.

Según *Weick* en [53], la Teoría simple de Elemento de Pala (que no considera el efecto de velocidad y ángulos de ataque inducidos) puede

sobreestimar los ensayos en túnel de viento en hasta un 28%. Este valor debería de reducirse considerablemente al incorporar los elementos inducidos e incluso subestimar los valores reales. En la Tabla 10.1, el modelo subestima el valor de los coeficientes de empuje en hasta 6 puntos porcentuales. Esta subestimación por parte del modelo está fundamentada en efectos de escalado, el nivel de turbulencia tenido en cuenta y diferencias en forma entre los perfiles ensayados y simulados. Estos motivos se abordan más profundamente en 10.1.

Tabla 10.1. Diferencias en empuje y coeficiente de empuje entre BEMT y Ensayo II en algunos puntos de operación

Parámetro de avance [adim]	Error absoluto Empuje [N]	Error relativo [%]	Error absoluto C_T [adim]	Error relativo C_T [%]
1.75	1.75	367.11	0.06	453.88
1.63	1.92	197.32	0.06	228.94
1.32	2.30	110.84	0.07	114.37
1.26	2.21	101.31	0.06	101.74
0.84	1.87	61.94	0.04	49.58
0.76	1.89	59.05	0.04	45.74
0.39	2.54	56.99	0.06	43.02
0.32	2.73	58.60	0.06	45.17

El primer ensayo cuenta en líneas generales con mayor dispersión mientras que el segundo no, puesto que el cambio en la velocidad del túnel es inmediato pero el cambio en la velocidad de giro no lo es. Los datos del Ensayo II cubren una región mayor de parámetros de avance y se observa que, descontando la diferencia en empuje, sus trayectorias son prácticamente paralelas a la del modelo sin ajustes.

En siguiente lugar, para el coeficiente de potencia se tiene el gráfico descrito en la Figura 10.2 en el cual se aprecian tendencias similares a las ya descritas en la Figura 10.1. En este caso, el valor en potencia de los ensayos es de media 2.73 veces el estimado por la BEMT.

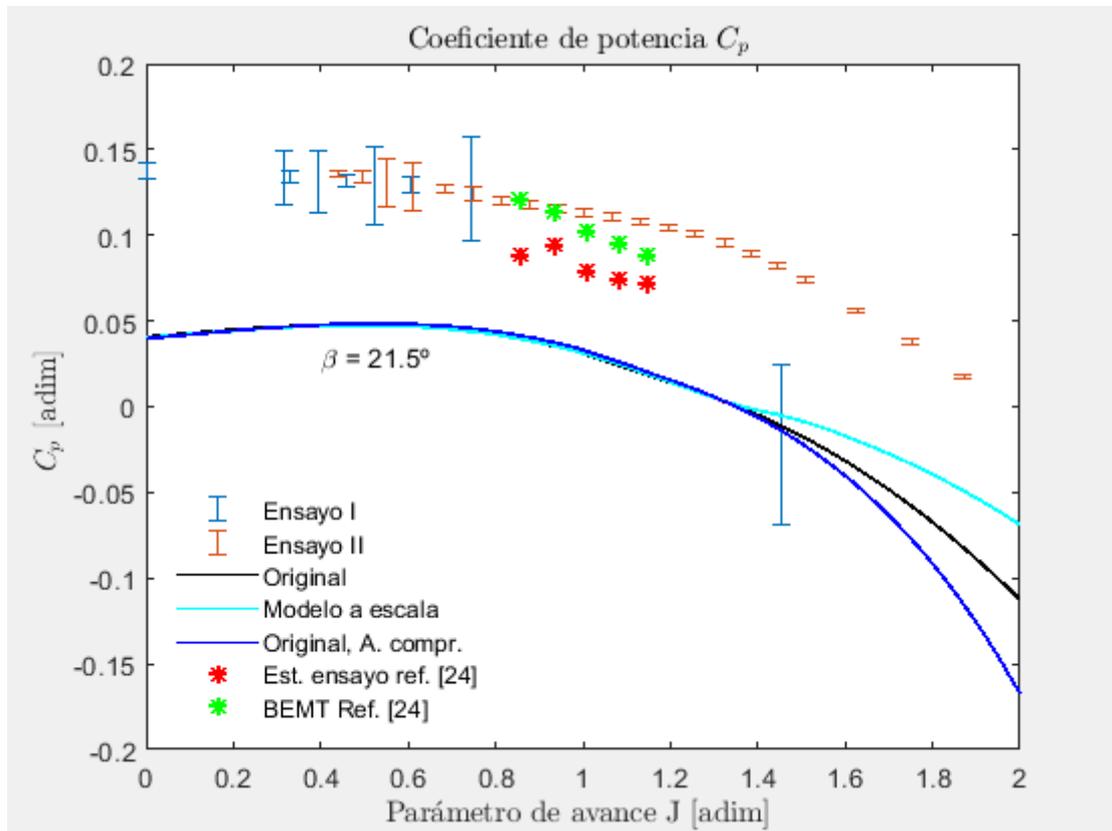


Figura 10.2. Coeficiente de potencia. Comparación con resultados de ensayos

Llama la atención que uno de los valores del Ensayo I que se encuentra en el régimen de molinete tiene su media y desviación dentro de la región de aceptación de lo predicho por la BEMT. El proceso de filtrado de *outliers* es idéntico para todas las muestras y consiste en descartar todos los datos que se encuentren en el primer y último cuartil de la muestra. Se observa que este proceso de selección es más bien laxo y puede motivar la aparición de algún valor que no siga la tendencia general.

En el régimen propulsor, la region de parámetro de avance $0 < J < 0.31$, ninguno de los dos ensayos ha conseguido capturar aunque se puede interpolar en forma de estimación, al tenerse el valor con $J = 0$ y $J > 0.31$.

En la Tabla 10.2 se recogen las diferencias de modelo y ensayos para la potencia y el coeficiente de potencia de la misma manera que la Tabla 10.1 lo hace para el empuje y el coeficiente de empuje. Ahora se observan diferencias en potencia de unos vatios y diferencias en el coeficiente de empuje de hasta 9 puntos porcentuales.

Tabla 10.2. Diferencias en potencia y coeficiente de potencia entre BEMT y Ensayo II en algunos puntos de operación

Parámetro de avance [adim]	Error absoluto Potencia [W]	Error relativo [%]	Error absoluto C_p [adim]	Error relativo C_p [%]
1.75	5.789	75.41	0.07	189.07
1.63	3.53	31.05	0.09	135.97
1.32	0.34	1.76	0.10	96.69
1.26	1.31	6.41	0.09	91.13
0.84	6.64	27.92	0.08	65.38
0.76	7.13	29.42	0.09	63.59
0.39	7.76	28.51	0.09	64.68
0.32	7.50	27.28	0.09	66.15

Por último, se tiene el rendimiento propulsivo en la Figura 10.3. La primera impresión que da es que la curva de ensayos está corrida a la derecha pero esto se explica en la diferencia en coeficientes de empuje y potencia, cuyo cociente define el rendimiento propulsivo. Si la diferencia entre coeficientes de ensayo y modelo desapareciera, los valores de rendimiento irían a la misma posición en modelo y ensayos. La estimación BEMT de la bibliografía deja entrever que la solución real está en el punto medio entre lo que dan modelo y los ensayos, probablemente algo más inclinado hacia lo que indiquen los ensayos, si las estimaciones de ensayos son correctas.

Con los valores de rendimiento propulsivo dentro de los límites de régimen propulsor ($0 < J < 1.2$), se observa que en estas condiciones alcanzan su valor pico en torno al 70% de η_p , lo cual es consistente con los valores esperables para el rendimiento propulsivo real para una hélice de paso geométrico fijo de estas características, según se habló en 5.2.1.

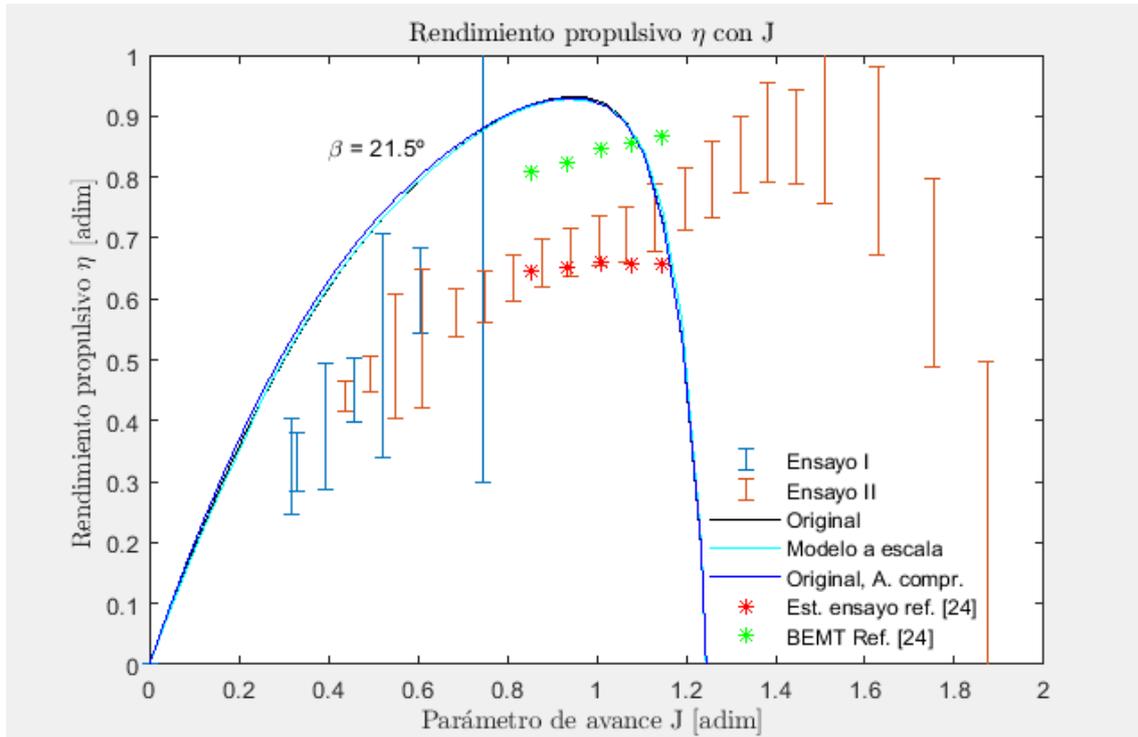


Figura 10.3. Rendimiento propulsivo. Comparación con resultados de ensayos

En segundo lugar se observa que algunas barras de error exceden la región de aceptación teórica ($\eta_p > 1$), por lo que en realidad el límite teórico actuaría de limitación a la cota de error. Las cotas de error son mucho mayores para el rendimiento propulsivo, dado que el error se ha propagado más, arrastrado de otras estimaciones previas.

Existen algunas mediciones de los ensayos I y II, que se solapan, lo que reduce significativamente el error de repetibilidad para algunos puntos.

10.2 Efecto de escalado

Hasta ahora se han comparado gráficos en los que las curvas del modelo BEMT siguen trayectorias razonablemente similares y es en parte porque se han medido a igualdad de número de Reynolds. Esta suposición hasta ahora

estaba justificada para poder observar aisladamente las diferencias entre modelo y resultado de ensayos sin la distorsión causada por el escalado.

Como una de las últimas consideraciones en este capítulo de resultados, se muestran a continuación en la Figura 10.4 como varían las curvas características del modelo a escala una vez son medidas en el número de Reynolds que le es propio a cada sección característica de la pala a escala. Si bien, antes velocidad y ángulos variaban con el escalado, ahora a esto se añade que las propiedades aerodinámicas también se ven alteradas por el cambio en Re .

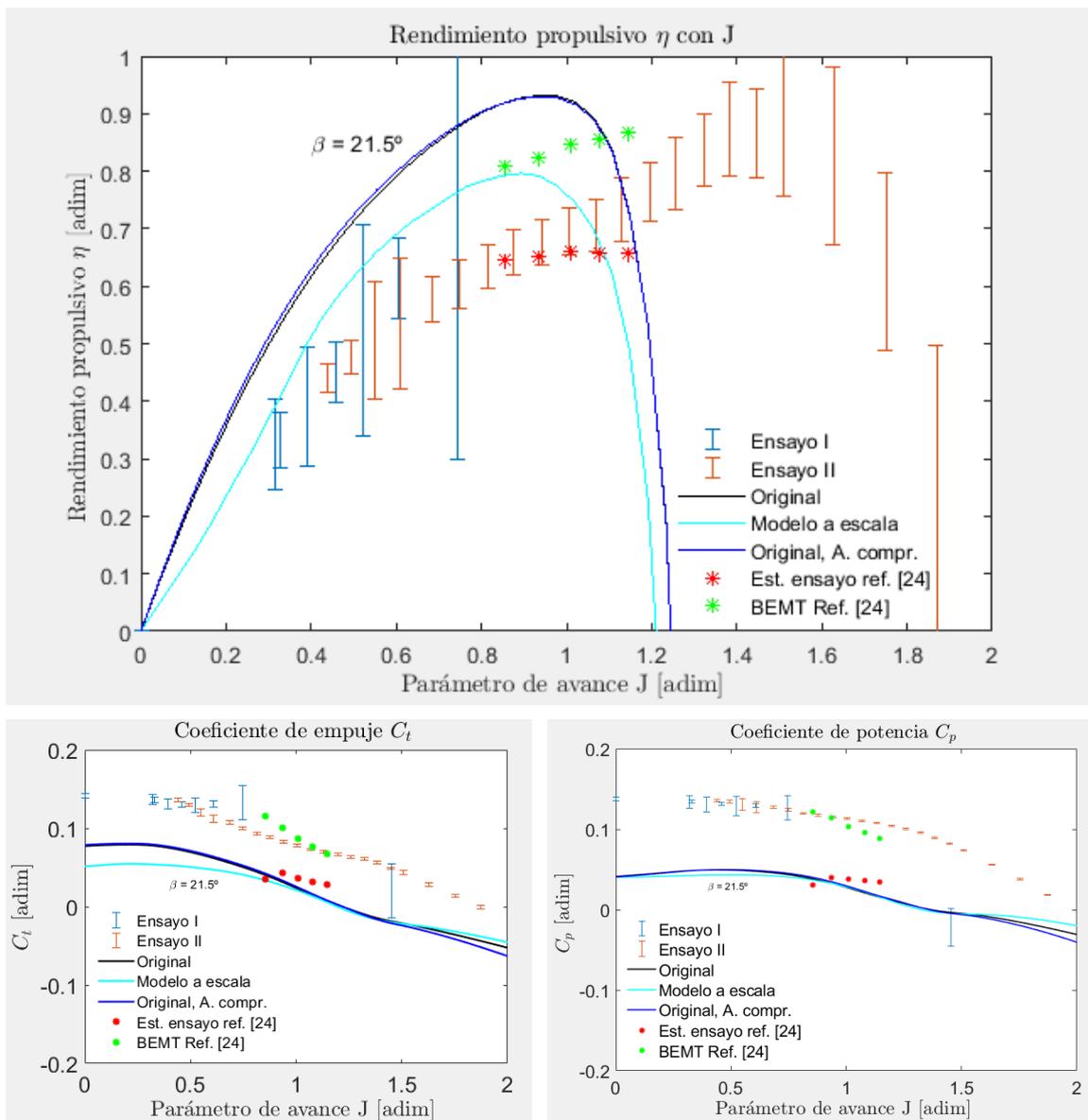


Figura 10.4. Gráficos característicos con el efecto de escalado en el modelo a escala

En términos de C_T y C_p lo que se observa del modelo BEMT a escala es que se aplanan y vuelven más irregulares. Se observa que a parámetros de avance cercanos a 0, el valor de C_T y C_p es prácticamente plana o con una ligera depresión, y esta misma tendencia se puede dilucidar de los ensayos. En C_T , en el rango $0 < J < 0.4$, se concreta esta tendencia (Se ha elegido en $J = 0$ una única muestra característica pero de los datos tomados en este punto de operación, hay muestras que sugieren una ligera depresión en el valor de C_T). Para el C_p hay una región más amplia ($0 < J < 0.8$) donde se identifica esta misma similitud con el modelo de ensayos, quitando la diferencia en coeficientes que hay entre las curvas de modelo y ensayos.

Por otro lado, en los parámetros de avance que corresponden al régimen de molinete se observa esa misma tendencia. El coeficiente de potencia apenas se deteriora a mayor parámetro de avance según el modelo y en discordancia con lo que sugieren los ensayos, poniendo de manifiesto que los supuestos aerodinámicos (ángulos pequeños y sustentación mucho mayor que resistencia) con los que trabaja el modelo dejan de ser válidos en este régimen de operación. La misma tendencia, aunque menos exaltada se observa para el coeficiente de empuje.

La curva del rendimiento ha disminuido considerablemente, bajando a un rendimiento máximo directamente inferior al 80%. Este valor sigue siendo muy elevado para un modelo práctico de una hélice de paso fijo con esta geometría, que debería encontrarse en $65\% < \eta_p < 70\%$, pero válido para un rendimiento teórico. Se observa por tanto que el número de Reynolds tiene un impacto perceptible en el rendimiento propulsivo, que lo acerca a lo devuelto por los ensayos prácticos.

El haber considerado el efecto de escalado en esta sección da una idea de la robustez del modelo, pues si bien ha cambiado la forma que tienen algunas partes de la curva del modelo a escala, las curvas de los coeficientes en general se mantienen en líneas generales en los mismos valores. El modelo BEMT es altamente dependiente de las curvas polares del perfil aerodinámico con las que trabaja y en qué condiciones han sido medidas estas curvas, por lo

que cambiar estas condiciones de medición podría tener un impacto significativo en las predicciones del modelo.

10.3 Comparación con otros modelos BEMT

Tras haber expuesto en el punto anterior el efecto de considerar el efecto de escalado, se siguen observando diferencias entre modelo y resultado experimentales. El modelo considerado para este Trabajo asume que α_i , es pequeño y que $L \gg D$.

Estas afirmaciones pueden no ser necesariamente ciertas para el tipo de hélice considerado. Además, los perfiles aerodinámicos considerados no son delgados o simétricos sino que son gruesos y de formas embotadas. Esta sección viene a responder a que si usando otros modelos, consigue incrementarse la correspondencia entre modelo y ensayos en túnel.

En primer lugar se analiza un modelo utilizado para describir aerogeneradores, recogido en [54]. Considerar un modelo BEMT para aerogeneradores tiene las ventajas de estar pensado para perfiles aerodinámicos similares al de la hélice considerada pero por otro lado, no está pensado para trabajar el régimen propulsor y su estimación puede ser menos fiable. Además, presentan una indeterminación en $J = 0$.

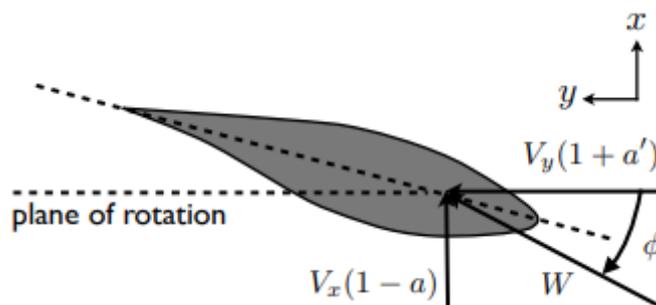


Figura 10.5. Triángulo de velocidades del elemento de pala [54]

El ángulo de ataque inducido viene presentado de una forma algo distinta, considerándose como un factor añadido o restado al ángulo ϕ según se ve en la Figura 10.5. Para molinos de viento se considera, al igual que en hélices propulsoras, que el factor de inducción contribuye positivamente al torque. No

obstante, ahora se distingue en que dicho factor frena la corriente inducida a la hélice en vez de frenarla.

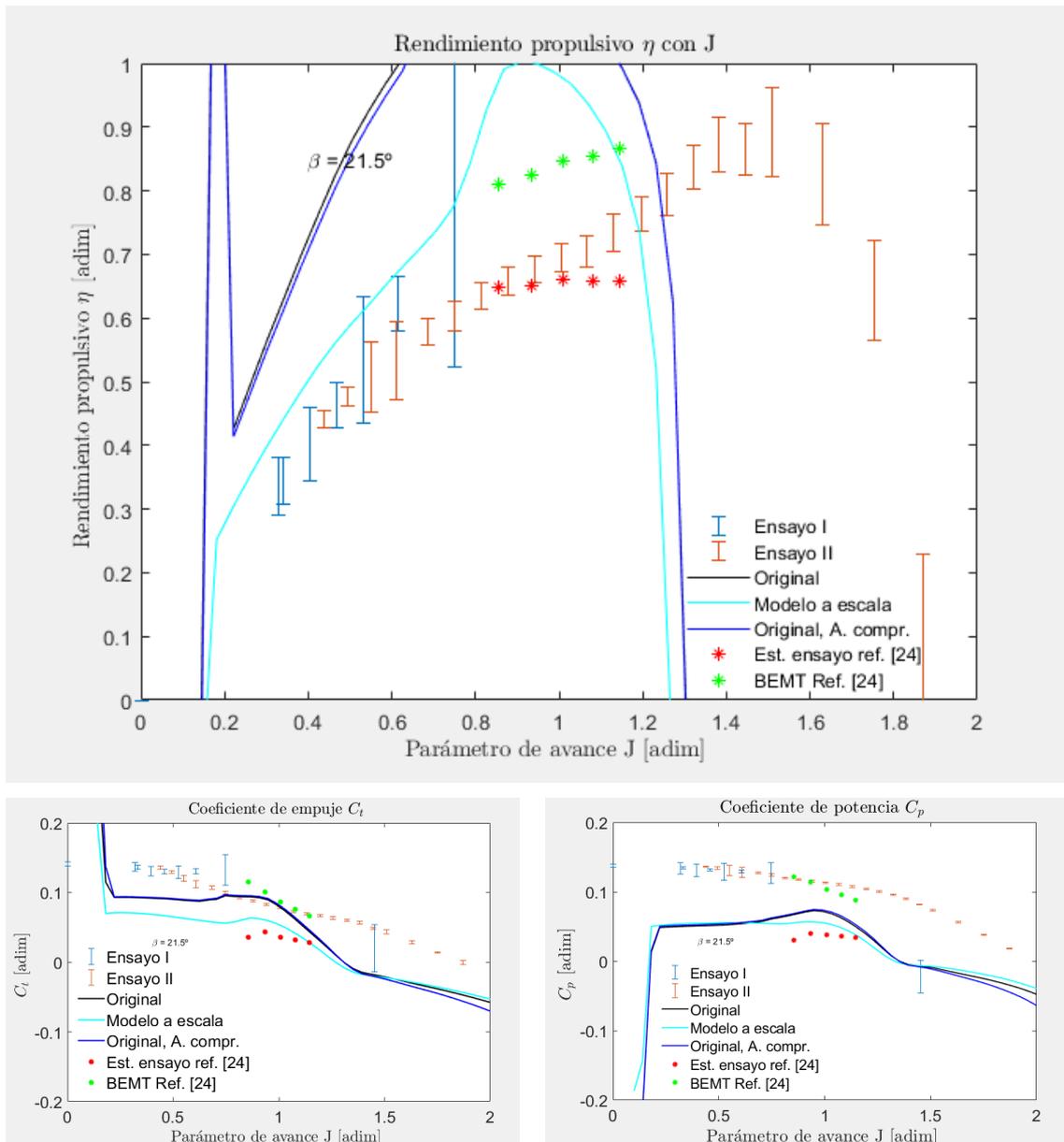


Figura 10.6. Resultados de aplicar el modelo BEMT recogido en [54]

En la Figura 10.6 se puede observar el resultado de aplicar este modelo BEMT pensado para aerogeneradores. Hay una indeterminación en $J = 0$ y en sus cercanías, el modelo se deteriora considerablemente. La curva de coeficiente de empuje crece considerablemente en toda la región, lo que lleva a rendimientos propulsivos claramente irreales.

Este modelo claramente pierde aceptación fuera de los regímenes de molinete y de freno que es donde se encuentra los regímenes de

funcionamiento para aerogeneradores. A pesar de que el coeficiente de empuje ha crecido y se iguala puntualmente a los resultados del Ensayo II, si el coeficiente de potencia absorbida no lo hace en igual manera, el rendimiento propulsivo se disparará.

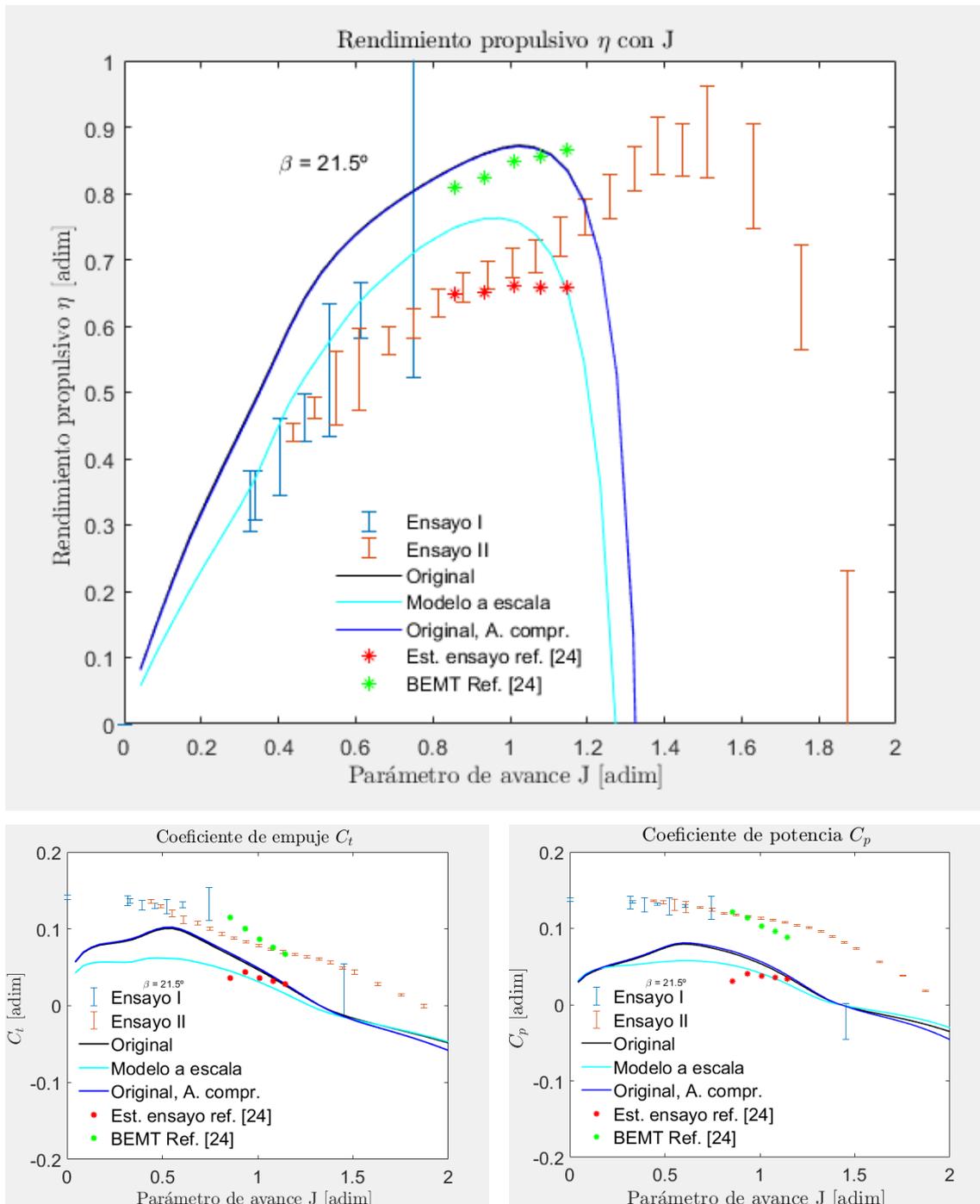


Figura 10.7. Modelo BEMT para aerogeneradores según [55]

En segundo lugar, se recoge otro modelo pensado para aerogeneradores [55], que parte de un planteamiento similar, considerando un esquema iterativo

para hallar el valor de α_i cuando este no es pequeño y cuando no se cumple que $L \gg D$. Los resultados se observan en la Figura 10.7.

Para este modelo además se considerará que el factor de velocidad inducido es favorable a la corriente libre (transcurren en el mismo sentido). Aún con esta consideración el modelo se deteriora en las cercanías de $J = 0$ aunque esta vez la curva de rendimiento no se sale fuera de la región de aceptación para los valores en los que se encuentra definida.

Ambas curvas parecen más semejantes en tendencias a la información bibliográfica y el modelo se acerca ligeramente a los resultados de los ensayos pero sigue manteniendo una separación elevada en la mayor parte de valores de parámetro de avance.

Finalmente un modelo recogido en [17] proporciona, a partir de la estimación inicial de α_i recogida en 4.3, un método iterativo no lineal para refinar el cálculo de este ángulo para valores no pequeños de él. El modelo asume que la resistencia aerodinámica no es despreciable. Este modelo sí que está pensado para hélices propulsoras.

Tras estimar iterativamente al ángulo de ataque inducido, se recalculan los coeficientes aerodinámicos de sustentación y resistencia por el efecto que tiene sobre Re el considerar este nuevo ángulo de ataque inducido. A su vez, el nuevo ángulo tiene un efecto sobre la velocidad relativa que va a ver el perfil.

Finalmente, en la Figura 10.8, se observa que el efecto sobre el modelo es escaso de cara a acercarse o alejarse a los resultados de ensayos, pero sí que consigue diferenciar las curvas de los modelos compresible e incompresibles, otorgando un mayor rendimiento propulsivo a la curva del modelo con corrección por compresibilidad aunque ambas curvas han decrecido.

En definitiva, la consideración de otros modelos de Teoría de Elemento de Pala combinada, consiguen resultados variados pero ninguno de ellos consigue con éxito acercar las prestaciones del modelo a los resultados obtenidos en el túnel de viento.

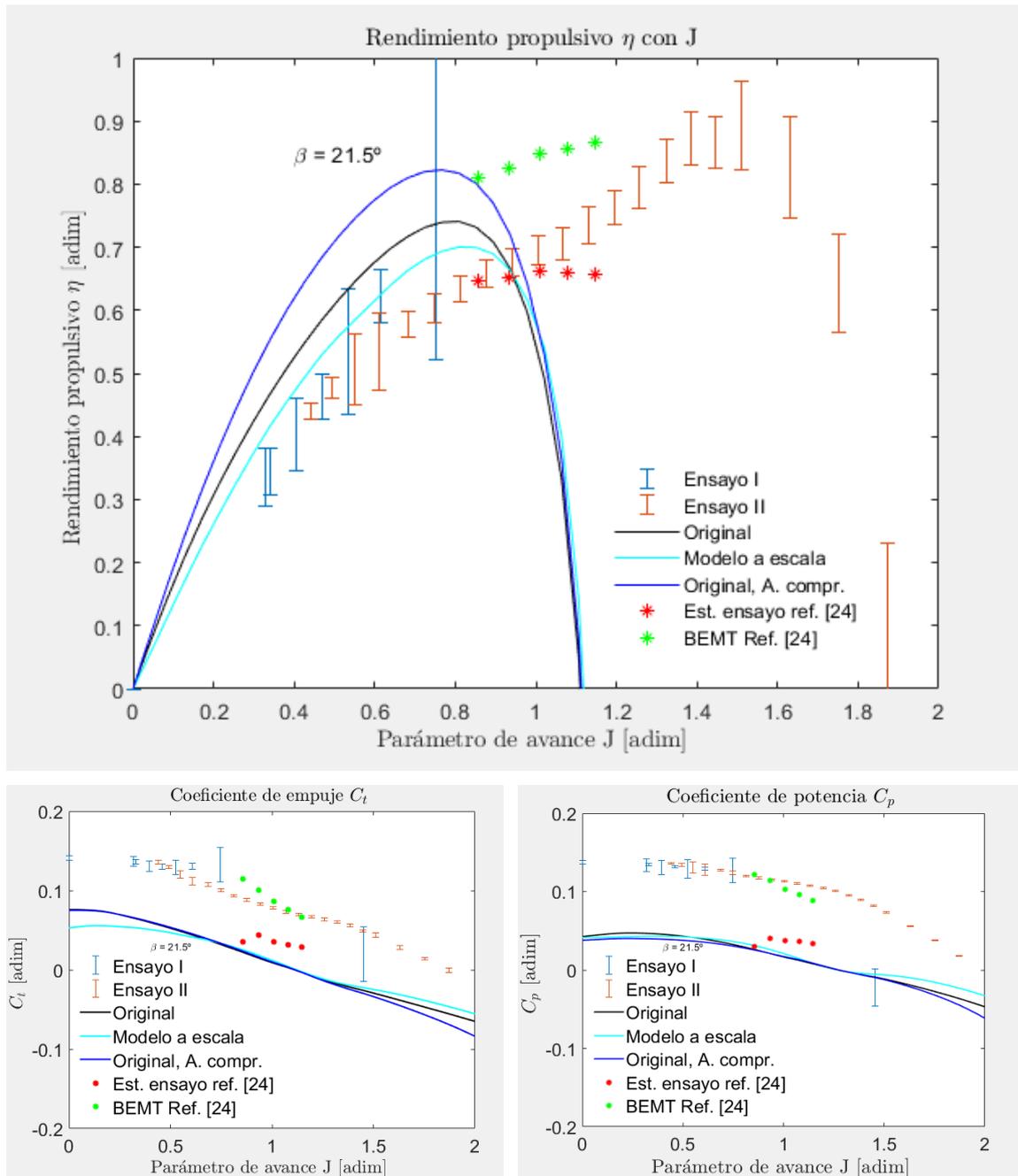


Figura 10.8. Modelo BEMT para hélices propulsoras y α_i grandes según [17]

10.4 Interpretación de la no correspondencia entre ensayos y modelo

Existen varias perturbaciones o desviaciones del comportamiento ideal que separan lo que predicen los modelos y lo experimentado en el túnel de viento. Dichas diferencias se manifiestan en los parámetros adimensionales, que pueden presentar diferencias significativas. No obstante, lo visto en la Figura 10.1, la Figura 10.2 y la Figura 10.3 pone de manifiesto diferencias muy elevadas, que no son atribuibles a un solo fenómeno.

Varias circunstancias podrían concurrir a explicar estas diferencias entre modelo y ensayos:

- Los perfiles impresos en 3D son distintos a los simulados con el modelo potencial, tanto en dimensiones, como en forma.
- Algunas de las decisiones tomadas en materia de geometría de la hélice pueden no ser correctas para el modelo de ensayos.
- El modelo potencial está construido con una serie de condiciones pesimistas, en términos de turbulencia y de separación del fluido, aunque justificadas según trabajos similares en 3.1.
- Los perfiles aerodinámicos considerados en el modelo potencial tienen pocos paneles, lo que es computacionalmente más tolerable pero puede llevar a que el modelo potencial sea menos exacto.
- Los efectos másicos derivados de la rotación de la hélice de ensayos no son tenidos en cuenta por la BEMT.
- El coeficiente de interferencia debido a la carena de ensayos favorece los ensayos en túnel de viento.
- Los componentes inducidos (w, α_i) en cada elemento de pala parten de asunciones aerodinámicas que no tienen por qué cumplirse siempre ($L \gg D$ y $\alpha \ll 1$).
- El modelo a escala utiliza polares en el mismo número de Reynolds que el modelo a escala real, lo cual es falso en términos de las velocidades y dimensiones involucradas. El efecto de considerar el cambio en Re se ha visto en 10.4, pero la estimación del modelo potencial puede no ser muy buena. Por lo general, el modelo a escala va a ser entre uno y dos

órdenes de magnitud más bajos ($10^3 \sim 10^4$) que el modelo real ($10^5 \sim 10^6$), que es el efecto de escalado.

En primer lugar, los perfiles usados en el modelo son distintos de los usados para predecir la aerodinámica en el modelo potencial. Los segundos son los originales que siguen la formulación descrita y adaptada de la bibliografía. Son afilados, algo más delgados y más angulosos y con un bajo número de coordenadas que describan sus puntos. Los primeros son una versión suavizada de los segundos, sin vértices angulosos y con sus bordes de ataque y de salida redondeados.

En segundo lugar, es necesario recordar que esta hélice se reconstruye desde cero. No se cuenta con más que una tabla describiendo la geometría de la pala y con algunas pinceladas para describir las puntas de pala y el buje. No necesariamente son elementos muy significativos pero contribuyen a alcanzar el resultado obtenido. Por ejemplo, según [1], a igualdad de condiciones de ensayo, una hélice con bordes de ataque rectos absorbe más potencia que la misma hélice con bordes de salida rectos.

Originalmente, y en línea con lo descrito en trabajos similares, se crearon las polares aerodinámicas del modelo en condiciones de turbulencia severas ($N_{crit} = 0.01$) bajo la premisa de conseguir resultados más próximos a los de los ensayos (antes de haber realizado estos) Por otro lado, la separación de la corriente se fijó para que ocurra en el extradós en el 20% de la cuerda. Esto puede contribuir negativamente a la sustentación que se puede conseguir de los perfiles y de forma perceptible como se vio en 3.3 y por extensión, a la estimación de empuje y potencia absorbida.

La diferencia en potencia absorbida puede justificarse en parte porque la hélice es un cuerpo con masa. Los efectos máxicos derivados de la rotación de la hélice de ensayos no son tenidos en la BEMT. Según la conservación del momento angular, se induce un torque cuando existe una aceleración angular. Las muestras están tomadas en ensayos a ω cte. pero este equilibrio no es perfecto y ω suele oscilar ligeramente. No obstante este torque inducido por

aceleración es dependiente de la inercia de la hélice y no debería de ser muy elevado.

En línea con el último punto, la conservación del momento angular no tiene en cuenta las fuerzas de rozamiento que deben de vencerse para mantener ω cte. Esta fuerza es mayor conforme mayor es la masa del cuerpo. Hay que señalar que la densidad másica del PLA usado es entre dos y tres veces más grande que la de la madera usada en la hélice original.

Por otro lado se encuentra el coeficiente de interferencia k_i que, como se mencionó en 5.1.4, lleva a un aumento de los coeficientes de empuje, torque y eficiencia propulsiva. Esto es derivado de la interacción entre encastres o soportes de la hélice y el funcionamiento de esta. Esta interacción es bastante elevada puesto que la celda de carga actúa como obstrucción de la corriente justo aguas arriba del plano de la hélice

Por último, el cálculo en primera aproximación de la velocidad y ángulo de ataque inducidos son sensibles a la aerodinámica y puede ocurrir que en algunos elementos de pala se obtengan valores que no se corresponden con la realidad. Esto se debe en parte al deterioro del modelo en el momento de que alguna de las simplificaciones aerodinámicas asumidas deja de cumplirse.

11 Conclusiones

Una vez expuestos y comentados los resultados, se procede a extraer las siguientes conclusiones tras la finalización del Trabajo de Fin de Máster:

Se ha realizado una reproducción geométrica de la hélice descrita en la referencia señalada. Se han seguido todas las indicaciones descritas en dicha referencia y respecto a la información que ha quedado sin indicar, se ha recurrido a diseños similares dentro de la propia referencia. La reproducción geométrica conseguida se ha adaptado a las limitaciones de la impresión 3D para poder obtener un modelo a escala válido para ensayar en túnel de viento.

Se ha implementado un modelo de la Teoría combinada de Elemento de Pala y Cantidad de Movimiento asistido por las simulaciones CFD del modelo potencial de malla de torbellinos incluido en XFLR5. Además se ha considerado la corrección por compresibilidad en distintos parámetros aerodinámicos y la variación de la forma del perfil aerodinámico con la altura de la pala como formas de mejorar la exactitud del método. Se simulan una serie de puntos de operación en el intervalo $0 \leq J \leq 2$, y se obtienen las curvas de los parámetros adimensionales característicos del coeficiente de empuje, de potencia y de rendimiento propulsivo, con $C_{T\text{máx}} = 0.08$, $C_{P\text{máx}} = 0.05$, $\eta_{p\text{máx}} = 0.92$.

El modelo de ensayos, tras corregir sus deficiencias en el CAD es ensayado en el túnel de viento. Durante el ensayo se da la necesidad de realizar un equilibrado de la hélice. El equilibrado consigue reducir las vibraciones a una escala aceptable para realizar los ensayos.

Se han realizado dos ensayos prácticos. En el primero de ellos se realiza principalmente en $J = 0$, y el parámetro J se cambia principalmente con las revoluciones del motor que conduce la hélice. Las muestras de este ensayo son escasas y de elevada dispersión.

Durante el segundo ensayo, se cambia el punto de operación a través del cambio en la velocidad de corriente libre. La dispersión es menor y se ensayan un mayor número de puntos de operación, hasta cubrir la totalidad del régimen

propulsor y de freno y parte de la región de régimen de molinete, concretamente el intervalo $0 \leq J \leq 1.87$.

Los resultados de ambos ensayos son consistentes entre sí en términos de parámetros adimensionales de empuje, potencia y rendimiento propulsivo. Concretamente, se registra un coeficiente de empuje y un coeficiente de potencia máximos $C_{T_{máx}} = C_{P_{máx}} = 0.15$ y un rendimiento propulsivo máximo $\eta_{p_{máx}} = 0.87$.

No hay concordancia entre los resultados del modelo y de ensayos. En tendencia, las curvas describen trayectorias similares, pero existe una diferencia del 100% en términos de error relativo para el coeficiente de empuje y de potencia.

Estos resultados se verifican al comprobar que el modelo predice en torno a tres veces menos potencia absorbida y dos veces menos el empuje que los ensayos. Esta diferencia en empujes y potencias absorbidas por el modelo de ensayos “tumba” la curva.

Con estos resultados, el diagnóstico final es que la diferencia no es achacable únicamente a un solo factor, sino más bien a un conjunto de estos que hacen que la hélice ensayada sea sustancialmente distinta de la modelada con la BEMT. Por un lado el modelo fue medido en condiciones de turbulencia y separación bastante adversas afectando negativamente a la aerodinámica y por tanto a las prestaciones propulsivas. Por otro, las modificaciones hechas al perfil para permitir su impresión (suavizado de bordes, mayor espesor y bordes de ataque y salida más romos) aumentan en cierta medida las prestaciones aerodinámicas. La hélice por su inercia e interferencia de carenas podría absorber más potencia. Por último, el número de Reynolds tiene una influencia limitada pero perceptible en las curvas que describen los parámetros.

Tras exponer las diferencias entre modelos y ensayo de la hélice, queda por comentar las mejoras a mayores que podrían realizarse con el objetivo de mejorar la exactitud del modelo.

La impresión 3D tiene ciertas limitaciones: La distribución de masas debe de conocerse para evitar problemas en el equilibrado. Los efectos máscicos pueden alterar los resultados. Las dimensiones y acabado también determinarán las correcciones necesarias y condicionará la aerodinámica.

Por último, las estimaciones del modelo son fundamentales para el funcionamiento de la Teoría de Elemento de Pala. Conocer adecuadamente estas condiciones de antemano permite aprovechar todo el potencial del modelo BEMT. Por otro lado, realizar una estimación adecuada del ángulo de ataque inducido es fundamental. No vale cualquier estimación, sino una que se adapte a las particularidades de la geometría y velocidades involucradas.

12 Referencias

- [1] H. C. Watts, *The Design of Screw Propellers for Aircraft*, London: Longman's Green and Co., 1920.
- [2] R. D. Kimberlin, *Flight Testing of Fixed-Wing Aircraft*, AIAA Educational Series, 2003.
- [3] Hartzell Propeller, «A short History of the Aircraft Propeller,» Hartzell, [En línea]. Available: <https://hartzellprop.com/a-short-history-of-the-aircraft-propeller/>. [Último acceso: 25 Junio 2023].
- [4] MIT Lincoln Laboratory, «Toroidal Propeller,» MIT, 2022. [En línea]. Available: https://www.ll.mit.edu/sites/default/files/other/doc/2023-02/TVO_Technology_Highlight_41_Toroidal_Propeller.pdf. [Último acceso: 19 Julio 2023].
- [5] J. W. McDaniel, «1905-1915 Bent-End Propellers,» Wright Brothers.org, 2011. [En línea]. Available: https://www.wright-brothers.org/Information_Desk/Just_the_Facts/Engines_&_Props/1905-1915_Props.htm. [Último acceso: 19 Julio 2023].
- [6] «DH4 - Rolls Royce,» Wooden Propeller, 04 Abril 2011. [En línea]. Available: <http://woodenpropeller.com/DH4RollsRoyce.html>. [Último acceso: 19 Julio 2023].
- [7] O. Luderer, M. Jünemann y M. Thielecke, «Validation of an aerodynamic model for the analysis of subscale test aircraft with distributed electrical propulsion,» de *International council of the Aeronautical Sciences*, Shanghai, 2021.
- [8] W. H. Hager y Ó. Castro-Orgaz, «William Froude and the Froude Number,» *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 143, nº 4, 2016.

- [9] Samolotypolskie, «Drzewiecki, Stefan,» samolotypolskie.pl, [En línea]. Available: <http://www.samolotypolskie.pl/samoloty/884/126/Drzewiecki-Stefan>. [Último acceso: 19 Julio 2023].
- [10] K. Kallstrom, «Exploring Airfoil Table Generation using XFOIL and OVERFLOW,» NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA., 2022.
- [11] J. D. J. Anderson, Fundamentals of Aerodynamics, Seattle: Mc Graw Hill, 1984.
- [12] R. V., «History of the Airfoil,» Century of Flight, 23 Octubre 2019. [En línea]. Available: <https://www.century-of-flight.net/history-of-the-airfoil/>. [Último acceso: 13 Abril 2023].
- [13] H. Glauert, The elements of Aerofoil and Airscrew Theory, London: R&M, 1947.
- [14] H. Glauert, «Wing Tunnel Interference on Wings, Bodies and Airscrews,» Air Ministry, London, 1933.
- [15] F. S. Heeres, «A propeller analysis and sizing method in takeoff conditions,» Delft University of Technology, Delft, 2021.
- [16] J. L. Tnagle y M. S. Selig, «An Evaluation of an Emprical Model for Stall Delay due to Rotation for HAWTS,» de *Windpower*, Austin, Texas, 1997.
- [17] R. S. Merrill, «Nonlinear Aerodynamic Corrections to Blade Element Momentum Model with Validation Experiments,» Utah State University, Salt Lake City, 2011.
- [18] F. Götten, O. Bergmann, C. Braun y F. Janser, «Comparison and Evaluation of Blade Element Methods against RANS Simulations and Test Data,» *CEAS Aeronautical Journal*, vol. 13, pp. 535-557, 2022.
- [19] University of Notre Dame, «Aerodynamic Performance: Momentum Theory,» [En línea]. Available: https://www3.nd.edu/~tcorke/w.WindTurbineCourse/Aerodynamics_Presenta

- tion.pdf. [Último acceso: 03 Julio 2023].
- [20] D. R. Greatrix, *Powered Flight: The Engineering of Aerospace Propulsion*, London: Springer, 2012.
- [21] M. Á. García, E. Olgúin-Díaz, Á. Flores Abad y M. Nandayapa, «Experimental Validation of an Aerodynamic Sectional Modeling Approach in Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles,» *IEEE*, vol. 4, p. 99, 2018.
- [22] Auld & Srinivas, «Blade Element Theory for Propellers,» *Aerodynamics for Students*, [En línea]. Available: <http://www.aerodynamics4students.com/propulsion/blade-element-propeller-theory.php>. [Último acceso: 28 Julio 2023].
- [23] H. Glauert, «The effect of Compressibility on the lift of an aerofil,» *Royal Society*, vol. 118, nº 779, pp. 113-119, 1928.
- [24] E. V. Laitone, «New Compressibility Correction for Two-Dimensional Subsonic Flow,» *JAS Aeronautical Science*, vol. 18, nº 5, p. 350, 1951.
- [25] A. L. Caldwell, «Solutions of the two-dimensional, subsonic flow about an airfoil,» Oregon State College, Portland, Oregon, 1949.
- [26] D. Weaver, «A Comparison of The Aerodynamic Centers for Panel Code Compressible Corrections and OpenFoam 5 for Mach 0.1 to 0.8,» Utah State University, Salt Lake City, 2017.
- [27] M. Nita y D. Scholz, «Estimating the Oswald Factor From Basic Aircraft Geometrical Parameters,» de *Deutscher Luft und Raumfahrtkongress*, Hambourg , 2012.
- [28] E. P. Hartman y D. Biermann, «Informe N° 640,» NACA, 1938.
- [29] S. Franchini y O. Lopez, *Introducción a la Ingeniería Aeroespacial*, Madrid: Garceta, 2012.
- [30] T. Sinnige, T. Stokkermans, N. van Arnhem y L. Veldhuis, «Aerodynamic

Performance of a Wingtip-Mounted Tractor Propeller Configuration in Windmilling and Energy-Harvesting Conditions,» de *AIAA Aviation Forum*, 2019.

- [31] D. Thurston, *Design for Flying*, 1978.
- [32] Aviation Stack Exchange, «Aviation Stack Exchange,» 5 Julio 2019. [En línea]. Available: <https://aviation.stackexchange.com/questions/66175/what-does-the-ncrit-parameter-indicate-in-a-cfd-analysis>. [Último acceso: 15 Marzo 2023].
- [33] M. Navas Vienne, «XFLR5.tech,» Febrero 2011. [En línea]. Available: <http://www.xflr5.tech/docs/Acerca%20de%20XFLR5%20%20V6.03.pdf>. [Último acceso: 06 Marzo 2023].
- [34] J. L. van Ingen, «The e^N method for transition prediction. Historical review of work at TU Delft,» de *38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, Seattle, 2008.
- [35] S. Gambuzza y B. Ganapathissubramani, «The effects of free-stream turbulence on the performance of a model wind turbine,» *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, vol. II, n^o 13, 2021.
- [36] J. B. Barlow, A. Pope y W. H. Rae, *Low-speed Wind Tunnel Testing*, Washington D.C.: Wiley, 1966.
- [37] AGARDograph 336, «Wind Tunnel wall corrections,» Octubre 1998. [En línea]. Available: <https://www.sto.nato.int/publications/AGARD/AGARD-AG-336/09chap07.pdf>. [Último acceso: 10 Marzo 2023].
- [38] R. E. Fitzgerald, «Wind Tunnel Blockage Corrections for Propellers,» University of Maryland, Washington D.C., 2007.
- [39] MIT Education, «Performance of Propellers,» MIT, [En línea]. Available: <https://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/thermodynamics/notes/node86.html>. [Último acceso: 21 Mayo 2023].

- [40] G. K. Grim, J. W. Haidler y B. J. Mitchell, «The Basics of Balancing 202,» 2014. [En línea]. Available: <https://balancetechnology.com/wp-content/uploads/2021/02/Basics-of-Balancing-202.pdf>. [Último acceso: 20 Mayo 2023].
- [41] M. MacCamhaoil, Static and Dynamic Balancing of Rigid Rotors, Brüel & Kjaer.
- [42] D. Anders, «Propeller Balancing,» KitPlanes, 24 Febrero 2022. [En línea]. Available: <https://www.kitplanes.com/propeller-balancing/>. [Último acceso: 15 Mayo 2023].
- [43] P. Carpenter, «How to balance an RC propeller,» R/C Airplane World, [En línea]. Available: <https://www.rc-airplane-world.com/rc-propeller-balance.html>. [Último acceso: 17 Mayo 2023].
- [44] T. Benson, Glenn Research Center, 13 Mayo 2021. [En línea]. Available: <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/cg.html>. [Último acceso: 17 Mayo 2023].
- [45] T. Plante, A. Nejadpak y C. Xia Yang, «Faults Detection and Failure Prediction using Vibration Analysis,» de *IEEE AUTOTESTCON*, 2015.
- [46] S. Cheng, «Proof of Rodrigues' rotation formula,» Planet Math, 9 Febrero 2013. [En línea]. Available: <https://planetmath.org/proofofrodriguesrotationformula>. [Último acceso: 09 Junio 2023].
- [47] B. McDonald, «surf2stl,» Matlab File Exchange, 24 Febrero 2004. [En línea]. Available: <https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/4512-surf2stl>. [Último acceso: 27 Febrero 2023].
- [48] Two Trees, «11 Tips to Increase 3D Printing Speed & Save more time,» Two Trees 3D, [En línea]. Available: <https://twotrees3d.com/11-tips-to-increase-3d-printing-speed/>. [Último acceso: 01 Mayo 2023].

- [49] Woodford Woodworking Tools and Machines UK, «Cross Mitre Joint with Jigsaw Key,» Pinterest, [En línea]. Available: <https://www.pinterest.cl/pin/450008187742626280/> . [Último acceso: 24 Febrero 2023].
- [50] «Choosing a 3D Printer: Filament or resin,» Creality Experts, [En línea]. Available: <https://www.crealityexperts.com/filament-or-resin-3d-printer>. [Último acceso: 12 Junio 2023].
- [51] Universidad Carlos III de Madrid, «Guía práctica para la realización de la medida y el cálculo de errores,» 1998. [En línea]. Available: https://laboratoriofisica.uc3m.es/guiones_esp/errores/Incertidumbres.pdf. [Último acceso: 22 Mayo 2023].
- [52] W. Roberson, «What is "Equation solved,fslove stalled'?,» Matlab Answers, 9 Enero 2020. [En línea]. Available: <https://es.mathworks.com/matlabcentral/answers/432854-what-is-equation-solved-fslove-stalled>. [Último acceso: 15 Junio 2023].
- [53] F. E. Weick, Aircraft Propeller Design, London: McGrawHill, 1930.
- [54] S. A. Ning, G. Hayman, R. Damiani y J. Jonkman, «Development and Validation of a New Blade Element Momentum Skewed-Wake Model within AeroDyn,» National Renewable Energy Laboratory, Provo, Utah, 2014.
- [55] P. Shin y K. Kim, «Aerodynamic performance prediction of SG6043 airfoil for a horizontal-axis small wind turbine,» *Journal of Physics*, vol. 1452, 2020.

13 Anexos

13.1 Dedicación e hitos para el Trabajo de Fin de Máster

Se adjunta el Diagrama de Gantt que refleja el tiempo utilizado y su reparto en tareas para la elaboración del Trabajo de Fin de Máster:

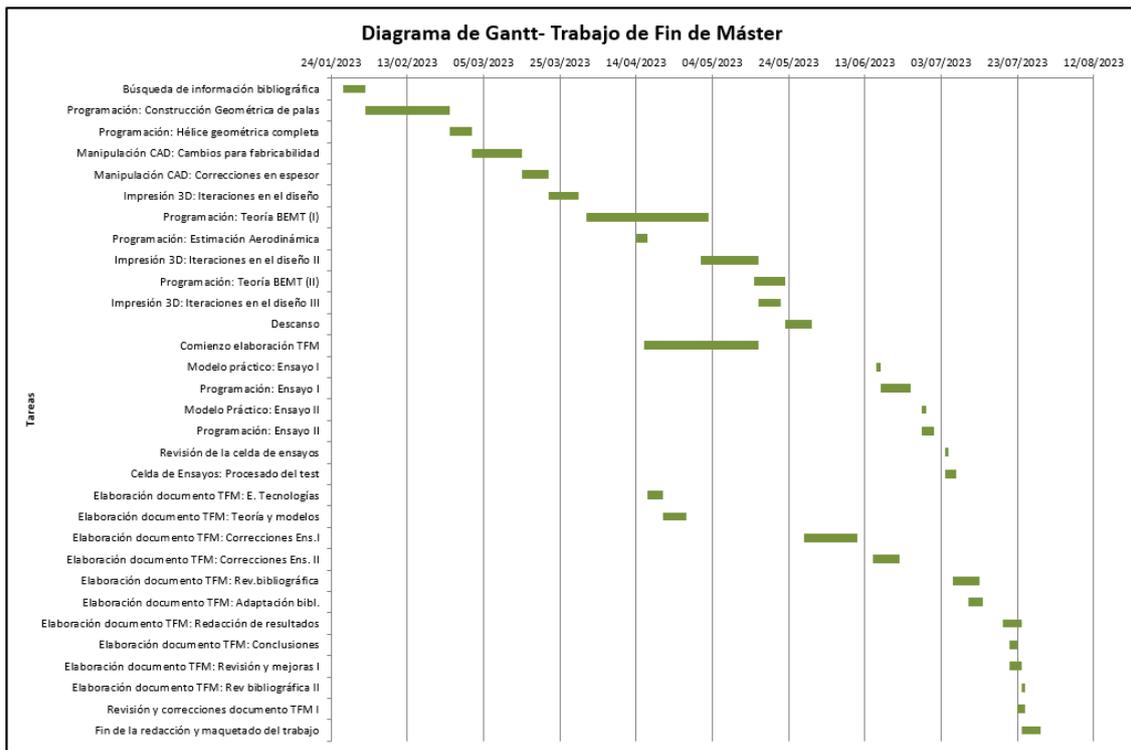


Figura 13.1. Diagrama Gantt para la elaboración del Trabajo

A este Trabajo de Fin de Máster se le han dedicado en torno a unas 540 horas de Trabajo total, de entre las cuales, unas 15 se han dedicado a tutorías. La idea original para este Trabajo se formula en octubre de 2022 y se comienza a investigar a finales de enero de 2023. El Trabajo concluye en julio de 2023. Los primeros dos meses se centran en la reproducción de un modelo a escala de la hélice elegida. Posteriormente y durante 45 días se desarrolla el modelo teórico BEMT con sus sucesivos cambios. En mayo de 2023 se aborda la impresión 3D y los ensayos ocurren a lo largo del mes siguiente. La redacción comienza en abril de 2023 y concluye en julio de 2023.

13.2 Gráficos de potencia y de torque

Dentro del capítulo 9 de resultados, se introduce en una sección un gráfico de la bibliografía que utiliza curvas de potencia absorbida y de torque para ilustrar el comportamiento de estas magnitudes con la velocidad de giro.

Para la comparación se asume que dichas curvas son tomadas a parámetro de avance constante, $J = 0$. A continuación se adjunta el mismo gráfico de la Figura 9.1 en la Figura 13.2, formado con el modelo BEMT para parámetros de avance $0 \leq J \leq 1.2$ considerando el caso incompresible y el caso compresible con la corrección de *Karman-Tsien*.

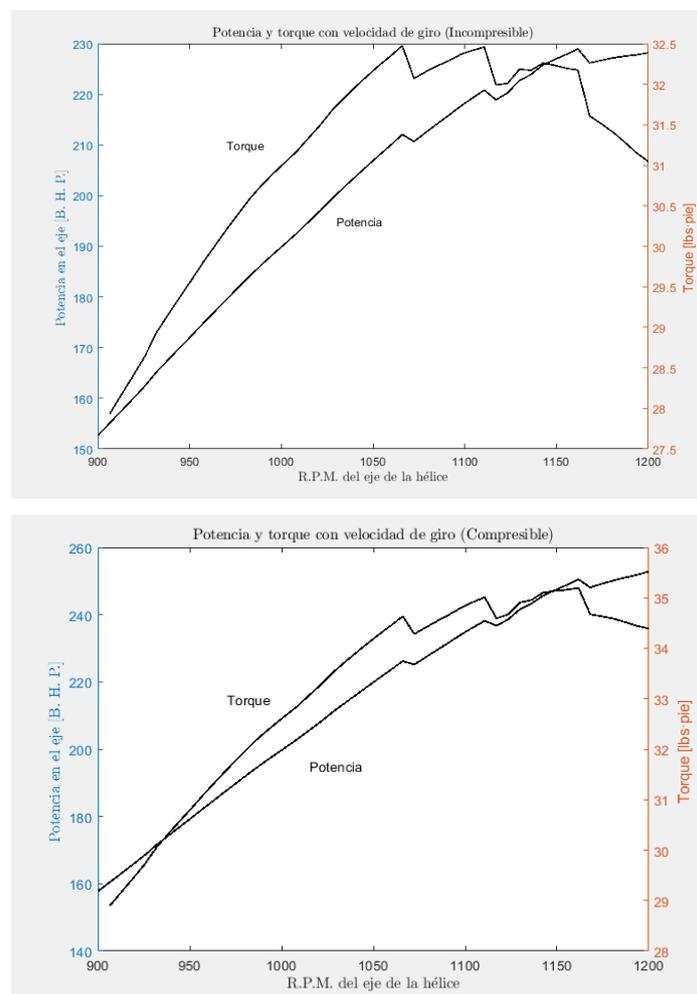


Figura 13.2. Evolución de torque y potencia según BEMT

Es de destacar en la Figura 13.2 que el punto de coincidencia de ambas curvas no es relevante, dado que están en diferentes escalas en ordenadas. Las curvas presentan unas “crestas” a elevada velocidad de giro y se deben probablemente al cambio de coeficientes de sustentación al cambiar de ángulo

de ataque tras cambiar el triángulo de velocidades que describen la corriente incidente y la velocidad de giro de los elementos de pala.

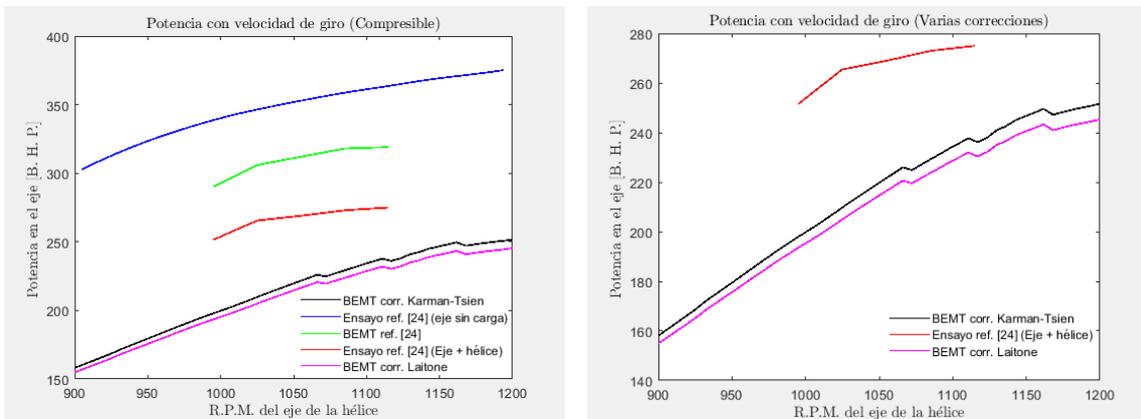


Figura 13.3. Comparación de correcciones por compresibilidad con $0 \leq J \leq 1.2$

A continuación en la Figura 13.3 y para el nuevo conjunto de parámetros de avance, se comparan ambas correcciones por compresibilidad en potencia y torque y ensayos de hélice, dando la impresión de que es más idónea en este caso la corrección de *Karman-Tsien* frente a la de *Laitone*.

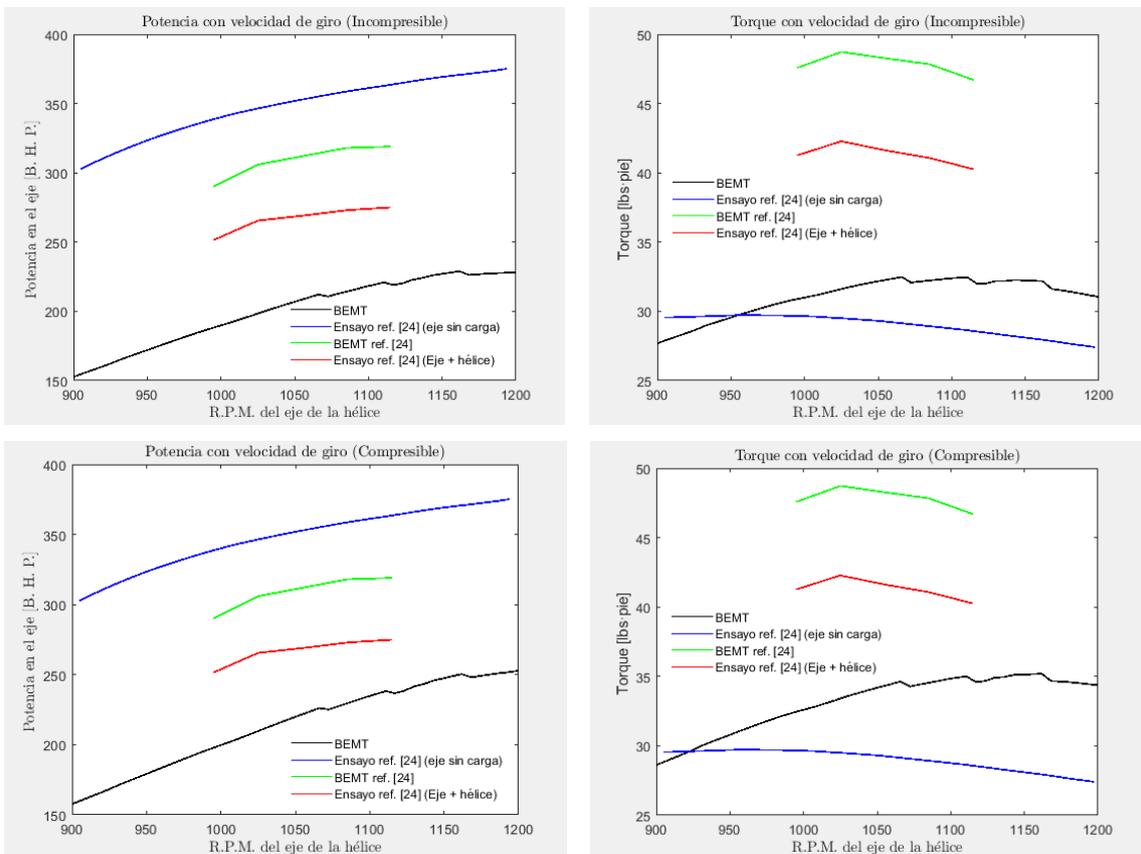


Figura 13.4. Comparativa de modelo BEMT en torque y potencia con grupo motopropulsor con y sin hélice

Por último se recogen comparativas del modelo BEMT con la información bibliográfica de hélice y grupo motopulsor sin la hélice montada tanto en torque como potencia absorbida en la Figura 13.4.

13.3 Errores absolutos en empuje y potencia

Se adjunta la colección de todos los puntos de operación medidos durante los ensayos en el túnel de viento y su comparación con los resultados que arroja el modelo a escala. En primer lugar, en la Tabla 13.1 para el empuje y el coeficiente de empuje.

Tabla 13.1. Diferencias en empuje y coeficiente de empuje entre BEMT y Ensayo II

Parámetro de avance [adim]	Error absoluto Empuje [N]	Error relativo [%]	Error absoluto C_T [adim]	Error relativo C_T [%]
1.87	1.60	12918.52	0.06	17147.76
1.75	1.75	367.11	0.06	453.88
1.63	1.92	197.32	0.06	228.94
1.51	2.14	143.64	0.07	157.82
1.45	2.19	130.25	0.07	140.08
1.38	2.32	119.66	0.07	126.05
1.32	2.30	110.84	0.07	114.37
1.26	2.21	101.31	0.06	101.74
1.19	2.11	92.30	0.06	89.80
1.12	2.00	83.31	0.05	77.89
1.05	1.90	75.65	0.05	67.74
0.98	1.89	70.25	0.05	60.59
0.91	1.86	65.54	0.05	54.35
0.84	1.87	61.94	0.04	49.58
0.76	1.89	59.05	0.04	45.74

0.69	1.98	57.48	0.04	43.66
0.62	2.09	56.79	0.04	42.75
0.52	2.16	55.35	0.04	39.79
0.45	2.34	55.88	0.05	40.87
0.39	2.54	56.99	0.06	43.02
0.32	2.73	58.60	0.06	45.17

Por último se hace lo propia para la potencia absorbida y el coeficiente de potencia en la Tabla 13.2.

Tabla 13.2. Diferencias en potencia y coeficiente de potencia entre BEMT y Ensayo II

Parámetro de avance [adim]	Error absoluto Potencia [W]	Error relativo [%]	Error absoluto C_p [adim]	Error relativo C_p [%]
1.87	8.40	229.60	0.06	373.62
1.75	5.79	75.41	0.07	189.07
1.63	3.53	31.05	0.09	135.97
1.51	1.72	11.52	0.09	112.59
1.45	0.97	5.85	0.09	105.81
1.38	0.41	2.28	0.09	101.53
1.32	0.34	1.76	0.10	96.69
1.26	1.31	6.41	0.09	91.13
1.19	2.30	10.88	0.09	85.78
1.1	3.37	15.49	0.09	80.27
1.05	4.40	19.64	0.09	75.30

0.98	5.28	23.02	0.08	71.25
0.91	6.01	25.75	0.08	67.9778
0.84	6.64	27.92	0.08	65.39
0.76	7.13	29.42	0.09	63.59
0.69	7.49	29.77	0.09	63.17
0.61	7.71	29.84	0.09	63.09
0.52	7.85	29.81	0.09	62.47
0.45	7.85	29.29	0.09	63.32
0.39	7.76	28.51	0.09	64.68
0.32	7.50	27.28	0.09	66.15

13.4 Gráficas relativas a la geometría

Se añaden de forma indicativa algunas gráficas relativas a la geometría de la pala en relación a su torsión y a su cuerda. Vienen recogidas en la Figura 13.5.

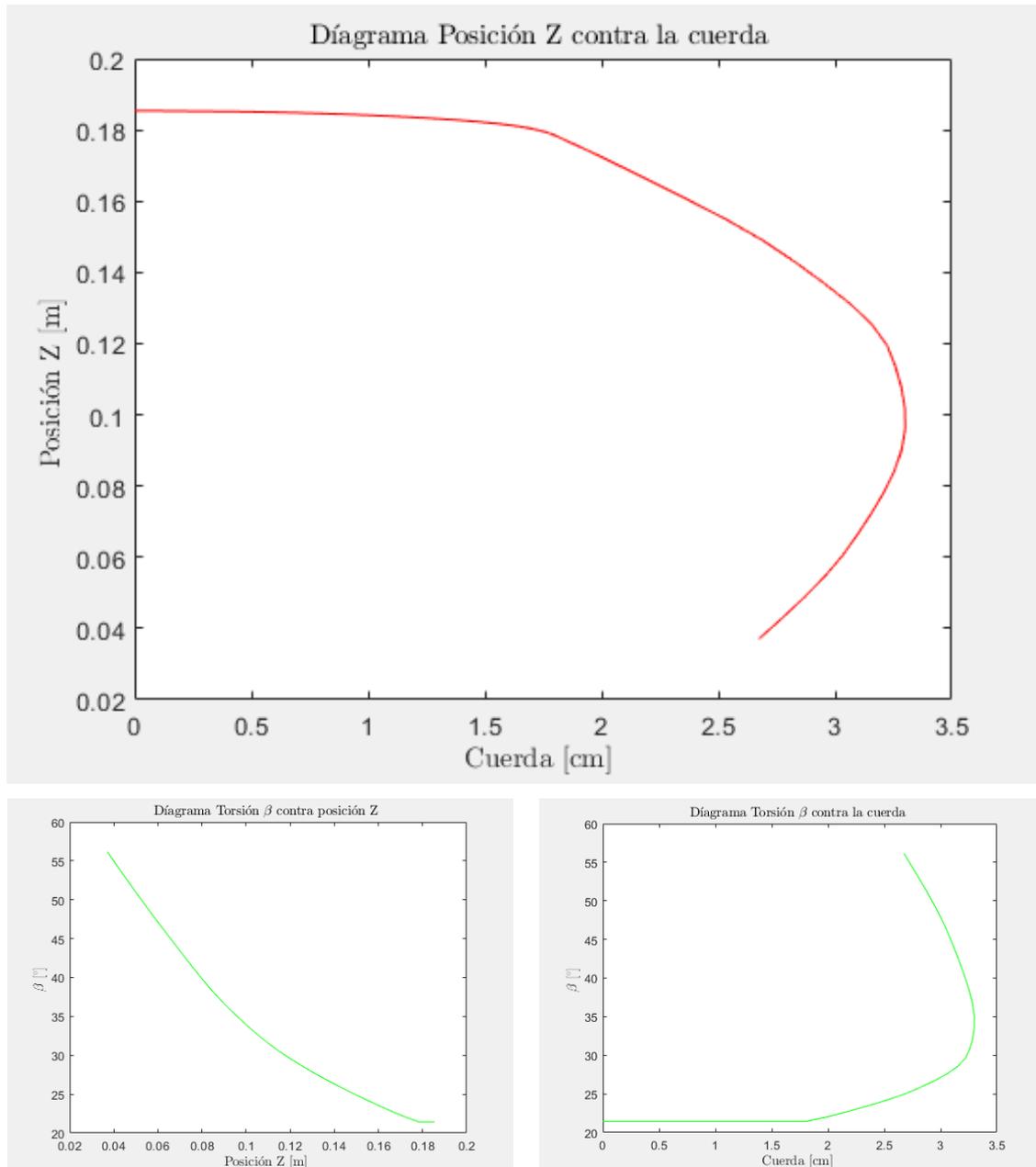


Figura 13.5. Geometría de pala en torsión y cuerda

13.5 Scripts usados

Se adjunta una selección de las rutina informáticas usadas en la elaboración de este Trabajo de Fin de Máster. En primer lugar se añade la rutina para el procesado de los datos de ensayo:

Procesado de datos de Ensayo

```

fid = fopen('Jorge.txt','rt');
C = textscan(fid, '%*D%f%f%f%f%f%f%f',
'MultipleDelimsAsOne',true,'HeaderLines',1, 'Delimiter',';');
fclose(fid);
A=cell2mat(C);

B=A(:,[3,5,6,7,8]);%thrust, torque, rpm, pwr, wind speed

area=0.2*0.54;rad=(area/pi)^0.5;rho=923.5e2/(287*(18.7+273));
delta_rho=2e2/(287*291.7)+923.5e2*0.8/(287*291.7^2);

B(:,1)=-1.*B(:,1);%thrust
B(:,2)=1e-3.*B(:,2);%mN·m to N·m
B(:,3)=pi/30.*B(:,3);
    B(:,5)=B(:,5)-median(B(1:8,5));
B(B(:,3)==0,:)=[];

cor=linspace(0.1,0.4,size(B,1))';B(:,1)=cor+B(:,1);% ha sido lineal con el
transcurso del exp
cella=find(ischange(B(:,4),'linear','Threshold',200),1,'first');
B=[B,pi.*B(:,5)./(B(:,3).*rad),B(:,4)];%thrust, torque, rpm, power, wind
speed, jota, PWR
B(:,4)=B(:,2).*B(:,3);
wi=results{6}(end,7);
ge=1.1031*results{6}(end,8)*0.97*0.2*0.54;
clint=results{6}(end,8)/results{6}(end,7);
vestra=zeros(size(B,1),3);
% prim=[];
warning('off')
for i=1:cella-1
    F=@(x) [x(1)*(+2*x(2))-B(i,1);
0.5*x(1)*(+(2*x(2))^2)-B(i,4);
x(3)*x(2)-B(i,5)];
    x0=[0.3,2,0.05];
    options =optimset('Display','off');
    [y,~] = fsolve(F,x0,options);
vestra(i,:)=y;
end

cigarra=median(vestra(1:cella-1,3));
cit=interp1(results{1}(:,4),avance,0,'linear');

for i=cella:size(B,1)

    S=find(avance>=B(i,6)&avance<=B(i,6));
    if size(S,1)==0
        uno=find(avance>=B(i,6),1,'last');

```

```

dos=find(avance<=B(i,6),1);
wi=interp1(avance(uno:dos),results{6}(uno:dos,7),B(i,6),'linear');
vee=interp1(avance(uno:dos),results{6}(uno:dos,8),B(i,6),'linear');
cosi=interp1(avance(uno:dos),results{1}(uno:dos,8),B(i,6),'linear');
    if B(i,6)>cit
        cigo=0;
    else

cigo=interp1(linspace(0,cit,25),linspace(cigarra,0,25),B(i,6),'linear');
    end
    elseif size(S,1)>1
        wi=interp1(avance(S),results{6}(S,7),B(i,6));
        vee=interp1(avance(S),results{6}(S,8),B(i,6));
    else
        wi=results{6}(S,7);
        vee=results{6}(S,8);
    end
    ge=vee*1.1*0.2*0.54*.977;

F=@(x) [x(1)*((x(3)+2*x(2))-x(3))-B(i,1);
0.5*x(1)*((x(3)+2*x(2))^2-x(3)^2)-B(i,4);
x(3)+cigo*x(2)-B(i,5)];
x0=[0.4,2,2];
    options =optimset('Display','off');
    [y,~] = fsolve(F,x0,options);
% verano=[y(1)/ge,verano];

vestra(i,:)=y;
% trit(i,:)=y;
end

B(1:cella-1,5)=0;
B(cella:end,5)=vestra(cella:end,3);

asia=pi.*rad.^2;%wind tunnel o modelo?
tau=B(:,1)./(rho*asia.*B(:,5).^2);
tau(tau<0)=0;tau(isinf(tau))=0;

correction=1-(tau.*asia./0.54)./(2.*(1+2.*tau).^0.5);
correction(correction<0)=1;
B(:,5)=B(:,5).*correction;

B(:,6)=pi.*B(:,5)./(B(:,3).*rad);%thrust, torque, rpm, pwr, wind speed, jota,
pwr

parte1=B(1:cella-1,:);parte2=B(cella:end,:);
% acc1=zeros(1,size(B,2));
acc2=zeros(nnz(ishange(parte2(:,7)))+1,size(B,2));
% acc11=zeros(1,size(B,2));
acc22=zeros(nnz(ishange(parte2(:,7)))+1,size(B,2));

parte1(ishange(parte1(:,7)),:)=[];
parte1(parte1(:,7)~=138,:)=[];
% ch=1;
% for i=parte1(1,7):parte1(end,7)
gresco=rmoutliers(parte1,'quartiles');%para quitar transitorios na mas
% sinistra(parte1(:,7)==i)=campogiro;

```

```

acc1=mean(gresco);acc11=std(gresco,1);

delta_rpm=0.5*(max(gresco(:,3))-min(gresco(:,3)));
ivy=[0.05*0.01*50,0.05*0.01*2,1,1,0.5*1e-2,1,1];
ivy(3)=delta_rpm;
ivy(4)=delta_rpm*abs(acc1(2))+0.05*0.01*2*abs(acc1(3));
ivy(5)=acc1(5).*ivy(5);
ivy(6)=pi/rad*(ivy(5)/acc1(3)+delta_rpm*acc1(5)/acc1(3)^2);
% ivy
% acc11
tal=cummax([ivy;acc11]);%se quedara con la desv max entre repet. y de instrum
acc11=tal(end,:);%es la desv final //acc1 es media

% ch=ch+1;
% end

        %jbstest tells if set of data comes from normal distribution with nu
and
        %sigma unknown
parte2(ishange(parte2(:,7)),:)=[];
ch=1;
for i=parte2(1,7):parte2(end,7)

gresco2=rmoutliers(parte2(parte2(:,7)==i),'quartiles');%para quitar
transitorios na mas
% syriza(parte2(:,7)==i)=campogiro2;
acc2(ch,:)=mean(gresco2);acc22(ch,:)=std(gresco2,1);
% gresco2
delta_rpm=0.5*(max(gresco2(:,3))-min(gresco2(:,3)));
ivy=[0.05*0.01*50,0.05*0.01*2,1,1,0.5*1e-2,1,1];
ivy(3)=delta_rpm;
ivy(4)=delta_rpm*abs(acc2(ch,2))+ivy(2)*abs(acc2(ch,3));
ivy(5)=acc2(ch,5).*ivy(5);
ivy(6)=pi/rad*(ivy(5)/acc2(ch,3)+delta_rpm*acc2(ch,5)/acc2(ch,3)^2);

% ivy
% acc22

tal=cummax([ivy;acc22(ch,:)]);
acc22(ch,:)=tal(end,:);%es la desv final// acc2 es media
ch=ch+1;
end

E=[acc1;acc2];E2=[acc11;acc22];%thrust, torque, rpm, pwr, wind speed, jota,
pwr
[E,palo]=sortrows(E,6);E2=E2(palo,:);
% B=sortrows(B,6);

D=zeros(size(E,1),9);D2=D;
D(:,1)=E(:,1);D(:,2)=E(:,4);D(:,3)=E(:,2);
D(:,4)=pi^2.*D(:,1)./(16*rho.*E(:,3).^2.*rad.^4);%ct
D(:,5)=pi^3.*D(:,2)./(16*rho.*E(:,3).^3.*rad.^5);%cp
D(:,6)=D(:,4).*E(:,6)./D(:,5);%eta_p

% D(:,7)=D(:,1).*0.25./(rho.*(E(:,3).*rad).^2.*rad^2);%C_tt
% D(:,8)=D(:,3)./(rho.*(E(:,3).*rad).^2.*rad.^3);%C_q

```

```
% D(:,9)=(rho.*E(:,5).^5./(D(:,2).*0.25.*(E(:,3)./(2*pi)).^2)).^0.2;%C_s

%thrust, torque, rpm, pwr, wind speed, jota, PWR

D2(:,1)=E2(:,1);D2(:,2)=E2(:,4);D2(:,3)=E2(:,2);
D2(:,4)=(pi^2/(16*rad^4)).*((1./abs(rho.*E(:,3).^2)).*E2(:,1)+abs(E(:,1)./(rho
o^2.*E(:,3).^2)).*delta_rho+abs(2.*E(:,3).*E(:,1)./(rho.*E(:,3).^4)).*E2(:,3)
);%ct
D2(:,5)=(pi^3/(16*rad^5)).*((1./abs(rho.*E(:,3).^3)).*E2(:,4)+abs(E(:,4)./(rho
o^2.*E(:,3).^3)).*delta_rho+abs(3.*E(:,3).^2.*E(:,4)./(rho.*E(:,3).^6)).*E2(
,3));%cp
D2(:,6)=abs(E(:,6)./D(:,5)).*D2(:,4)+abs(D(:,4)./D(:,5)).*E2(:,6)+abs(D(:,4).
.*E(:,6)./D(:,5).^2).*D2(:,5);%eta_p
```

Modelo BEMT

```
micah=cell(6,8,2);
load(fullfile('F:\propeller2204','helice.mat'))
load(fullfile('F:\propeller2204','survivor.mat'))
h=5000;h=h*0.3048;factor=0.064;
rho=1.225*(1-22.558e-6*h)^4.2559;
viscosity=1.79e-5;area=60*90*1e-4;
sir=[];lady=[];choni=[];

% conditions=[120,1115,275;%siempre puesto de mayor a menor omega por 1.103
%           110,1085,273;
%           100,1055,269;
%           90,1025,265.5;
%           80,995,251.5;
%           0,900,0];

amount=48;
avance=linspace(2,0,amount)';
%
avance=flip([0.3193;0.3867;0.4526;0.5221;0.6150;0.6880;0.7644;0.8369;0.9088;0
.9805;1.0501;1.1216;1.1935;1.2571;1.3228;1.3832;1.4462;1.5095;1.6296;1.7522;1
.8721]);
% amount=length(avance);

conditions=zeros(amount,3);%give avance from greater to lower always 2->0
conditions(:,2)=linspace(1200,900,size(conditions,1));
conditions(:,1)=3.6/1.852*pi/30.*conditions(:,2).*avance.*1.45./pi;

escan=zeros(size(chasen,1)+size(lokus{1,1,1},1)-1,3);%radio (m),beta
(rad),cuerda (m)
escan(1:size(chasen,1),1)=lokus{2,3,1}(:,1)*1e-
3;escan(size(chasen,1)+1:end,1)=lokus{1,3,1}(2:end,1)*1e-3;
escan(1:size(chasen,1),2)=deg2rad(chasen(:,2));escan(size(chasen,1)+1:end,2)=
deg2rad(chasen(end,2));

ka=3;ak=1;
while ka~=1
ka=ka-1;
for i=1:size(lokus{ka,1,1},1)
if ka==1&&i==1
continue
```

```

    end
escan(ak,3)=norm([lokus{ka,1,1}(i,slices),lokus{ka,2,1}(i,slices)]-
[lokus{ka,1,1}(i,1),lokus{ka,2,1}(i,1)])*1e-3;
ak=ak+1;
end
end
conditions(:,1)=conditions(:,1)*1.852/3.6;conditions(:,2)=conditions(:,2)*2*p
i/60;
results=cell(1,6);recuerdo=cell(1,2);
results{1}=zeros(size(conditions,1),9);results{2}=results{1};results{5}=resul
ts{1};results{6}=results{1};
results{3}=zeros((size(escan,1)-
1)*size(conditions,1),3);results{4}=zeros((size(escan,1)-
1)*size(conditions,1),3);

recuerdo{1}=zeros(size(escan,1)-
1,size(conditions,1));recuerdo{2}=recuerdo{1};
AR=9.75;
% AR=escan(end,1)/max(escan(:,3));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for s=1:2
akk=1;
for j=1:size(conditions,1)
efe=0;pe=0; efe2=0;pe2=0;
V_t=conditions(j,2)*escan(end,1);
% jota=pi*conditions(j,1)/V_t;
jota=avance(j);
lambda=jota/pi;

    for i=1:size(escan,1)-1
equis=((escan(i,1)+escan(i+1,1))/2)/escan(end,1);

    rota=conditions(j,2)*(escan(i,1)+escan(i+1,1))/2;
phi=atan(conditions(j,1)/rota);
V_r=(conditions(j,1)^2+rota^2)^0.5;
reynolds=rho*V_r*0.5*(escan(i,3)+escan(i+1,3))/viscosity;
results{s+2}(akk,1)=escan(i,1);
results{s+2}(akk,2)=reynolds;

    if s==1 %&&&&
index1=find(1e-3.*flip(chosen(2:end,1))<=escan(i,1),1,'last');te=278.3;
if size(index1,1)==0
[es,em]=min(1e-3.*flip(chosen(2:end,1))-escan(i,1));
index1=em;
end
index3=2;

for h=1:size(regulator,2)-1
if regulator(index1,h)<=reynolds&&regulator(index1,h+1)>=reynolds
index2=h;
break
elseif h==size(regulator,2)-1&&reynolds<regulator(index1,1)
index2=1;
break
elseif h==size(regulator,2)-1&&reynolds>regulator(index1,size(regulator,2))
index2=size(regulator,2)-1;
break

```

```

end
end
recuerdo{1}(i,j)=index1;recuerdo{2}(i,j)=index2;%matriz que reaplica los Re
del caso r=2.9m
    else          %&&&&
        index1=recuerdo{1}(i,j);index2=recuerdo{2}(i,j);te=297;    %&&&&
    end          %&&&&

weight2=1-abs(reynolds-
regulator(index1,index2+1))/(regulator(index1,index2+1)-
regulator(index1,index2));
weight1=1-abs(reynolds-regulator(index1,index2))/(regulator(index1,index2+1)-
regulator(index1,index2));
if weight2>=weight1
polar=micah{index1,index2+1,index3};
else
polar=micah{index1,index2,index3};
end

% index1
% index2

% index1=4;
% index2=7;

tres=1;cla=0;
while true

tf=ischange(polar(:,2), 'linear', 'Threshold', tres);
candidates=find(tf==1);
elem=[1,candidates',size(polar,1)];

    if size(candidates,1)>7          %!!!!!!
        for q=1:length(elem)-1
            ccla=(polar(elem(q+1),2)-polar(elem(q),2))/(polar(elem(q+1),1)-
polar(elem(q),1));
            if ccla>=cla&&ccla<=2*pi
                cla=ccla;
            end
        end
        break
    end

tres=tres*9e-1;
end

for r=1:size(polar,1)
if polar(r,2)>0
    break
end
end
    if polar(1,2)>0
        [~,erre]=min(polar(:,2));
zll=interp1(polar(erre:erre+1,2),polar(erre:erre+1,1),0, 'linear', 'extrap');
    else
        zll=interp1(polar(r-1:r,2),polar(r-1:r,1),0, 'linear');
    end
end

```

```

% index1
% index2
% cla

sigma=4*0.5*(escan(i,3)+escan(i+1,3))/(pi*escan(end,1));%global?
beta=(escan(i,2)+escan(i+1,2))/2+z11;

msch=V_r/(1.4*287*te)^0.5;e2=(1-msch^2)^0.5;

em1=lambda/equis+sigma*cla*V_r/(8*equis^2*V_t);
alpha_i=0.5*(-(em1)+(em1^2+sigma*cla*V_r*(beta-
phi)/(2*equis^2*V_t))^0.5);
alpha=beta-phi-alpha_i;
c1=interp1(polar(:,1),polar(:,2),alpha,'linear','extrap');
cd=interp1(polar(:,1),polar(:,3),alpha,'linear','extrap');

w=V_r*sin(alpha_i);
V_e=((rota-
w*sin(phi+alpha_i))^2+(conditions(j,1)+w*cos(phi+alpha_i))^2)^0.5;
results{s+2}(akk,3)=V_e/334.394;
akk=akk+1;

defe=0.5*rho*V_e^2*escan(i,3)*4*(c1*cos(phi+alpha_i)-
cd*sin(phi+alpha_i))*(escan(i+1,1)-escan(i,1));
efe=efe+defe;

depe=0.5*rho*V_e^2*escan(i,3)*4*conditions(j,2)*0.5*(escan(i+1,1)+escan(i,1))
*(c1*sin(phi+alpha_i)+cd*cos(phi+alpha_i))*(escan(i+1,1)-escan(i,1));
pe=pe+depe;

% cla2=cla/(e2+(msch^2/(1+e2))*cla*0.5); %Helmbold?
% cla2=cla2/((1+(cla2/(0.9*pi*AR))^2)^0.5+cla2/(pi*AR));

cla2=cla/(e2+cla/(pi*0.95*AR));

em2=lambda/equis+sigma*cla2*V_r/(8*equis^2*V_t);
alpha_i2=0.5*(-(em2)+(em2^2+sigma*cla2*V_r*(beta-
phi)/(2*equis^2*V_t))^0.5);
alpha2=beta-phi-alpha_i2;

c12=c1/(e2+(msch^2/(1+e2))*c1*0.5); %Karman-Tsien
cd2=cd/(e2+(msch^2/(1+e2))*cd*0.5);

% c12=c1/(e2+((1+0.2*msch^2)*msch^2/e2)*c1*0.5); %Laitone
% cd2=cd/(e2+((1+0.2*msch^2)*msch^2/e2)*cd*0.5);

w2=V_r*sin(alpha_i2);
V_e2=((rota-
w2*sin(phi+alpha_i2))^2+(conditions(j,1)+w2*cos(phi+alpha_i2))^2)^0.5;

defe2=0.5*rho*V_e2^2*escan(i,3)*4*(c12*cos(phi+alpha_i2)-
cd2*sin(phi+alpha_i2))*(escan(i+1,1)-escan(i,1));
efe2=efe2+defe2;

depe2=0.5*rho*V_e2^2*escan(i,3)*4*conditions(j,2)*(escan(i+1,1)+escan(i,1))/2
*(c12*sin(phi+alpha_i2)+cd2*cos(phi+alpha_i2))*(escan(i+1,1)-escan(i,1));
pe2=pe2+depe2;

```

```

end

results{s}(j,1)=efe;results{s}(j,2)=pe;results{s}(j,3)=pe/conditions(j,2);
results{s}(j,4)=pi^2*efe*0.25/(4*rho*conditions(j,2)^2*escan(end,1)^4);%ct
results{s}(j,5)=pi^3*pe*0.25/(4*rho*conditions(j,2)^3*escan(end,1)^5);%cp
results{s}(j,6)=results{s}(j,4)*jota/results{s}(j,5);%eta_p
results{s}(j,7)=efe*0.25/(rho*V_t^2*(escan(end,1))^2);%C_tt
results{s}(j,8)=median(choni);%C_q

if pe>=0&&efe>=0
results{s}(j,9)=(rho*conditions(j,1)^5/(pe*0.25*(conditions(j,2)/(2*pi))^2))^
0.2;%C_s
end

results{s+4}(j,1)=efe2;results{s+4}(j,2)=pe2;results{s+4}(j,3)=pe2/conditions
(j,2);
results{s+4}(j,4)=pi^2*efe2*0.25/(4*rho*conditions(j,2)^2*escan(end,1)^4);%ct
results{s+4}(j,5)=pi^3*pe2*0.25/(4*rho*conditions(j,2)^3*escan(end,1)^5);%cp
results{s+4}(j,6)=results{s+4}(j,4)*jota/results{s+4}(j,5);%eta_p
results{s+4}(j,7)=median(sir);%C_tt
results{s+4}(j,8)=median(lady);%C_q

% results{s+4}(j,7)=efe2*0.25/(rho*V_t^2*(escan(end,1))^2);%C_tt
% results{s+4}(j,8)=results{s+4}(j,3)/(rho*V_t^2*(escan(end,1))^3);%C_q

if pe2>=0&&efe2>=0
results{s+4}(j,9)=(rho*conditions(j,1)^5/(pe2*0.25*(conditions(j,2)/(2*pi))^2
))^0.2;%C_s
end
clear sir lady
sir=[];lady=sir;choni=lady;
end

if s==2
break
end

eleccion=4;%tamanno
liste=linspace(0.05,0.25,5);list3=(liste.*area./pi).^0.5;
jota=pi.*conditions(:,1)/(conditions(:,2).*escan(end,1));

omega=1057.*ones(size(conditions,1),1).*pi./30;
uve=avance.*omega.*list3(eleccion)./pi;
rho=923.5e2/(287*(18.7+273));
conditions(:,1:2)=[uve,omega];

% list3(eleccion)/escan(end,1)

chosen(:,[1,3,4,5])=chosen(:,[1,3,4,5]).*list3(eleccion)./escan(end,1);
chasen(:,[1,3,4,5])=chasen(:,[1,3,4,5]).*list3(eleccion)./escan(end,1);
escan(:,[1,3])=escan(:,[1,3]).*list3(eleccion)./escan(end,1);

end

```