



universidad
de león



Escuela de Ingenierías Industrial, Informática y Aeroespacial

GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL

Trabajo de Fin de Grado

DISEÑO DE MISILES TIERRA-AIRE DE LARGA DISTANCIA
UTILIZANDO DIFERENTES SISTEMAS PROPULSIVOS

LONG-RANGE SURFACE-TO-AIR MISSILE DESIGN USING
DIFFERENT PROPULSIVE SYSTEMS

Autor: David Doncel del Amo
Tutor: Diego Domínguez Fernández

(Junio, 2022)

UNIVERSIDAD DE LEÓN
Escuela de Ingenierías Industrial, Informática y
Aeroespacial

GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL
Trabajo de Fin de Grado

ALUMNO: David Doncel del Amo

TUTOR: Diego Domínguez Fernández

TÍTULO: Diseño de misiles tierra-aire de larga distancia utilizando diferentes sistemas propulsivos

CONVOCATORIA: Junio, 2022

RESUMEN

El propósito de este trabajo es diseñar dos misiles tierra-aire que sean capaces alcanzar un objetivo con una velocidad máxima de Mach 1, a 200 kilómetros de distancia del punto de lanzamiento y 20 kilómetros de altura desde el nivel del mar.

Cada uno de los misiles se propulsará de manera diferente. Uno de ellos lo hará únicamente mediante motor cohete mientras que el otro será propulsado con un estatorreactor. De esta manera se podrá observar cómo se integra cada sistema propulsivo dentro del misil, cómo afecta a sus prestaciones y qué ventajas o limitaciones presenta cada uno. Además se detallará el diseño de los diferentes subsistemas que componen ambos misiles, adecuándolos a sus necesidades.

Los resultados del trabajo son que las dimensiones del misil que utiliza el estatorreactor son mucho menores y es capaz de alcanzar el objetivo más rápido. Este misil alcanza el objetivo en 190 segundos y cuenta con un peso de 976 kilogramos y una longitud de 5.1 metros, mientras que el misil que utiliza solo motor cohete (gracias a sus dos etapas de propulsante sólido) alcanza el objetivo en 219 segundos, su peso es de 2214 kilogramos y su longitud, 8 metros. Ambos misiles tienen un diámetro de 0.5 metros, para facilitar su comparación. El techo de vuelo del misil propulsado por motor cohete es de 32 kilómetros, mientras que el techo del estatorreactor es de 20 kilómetros, limitado por las características de este tipo de motor.

Ambos misiles han sido comparados con otros misiles similares ya fabricados para asegurar un diseño lo más realista posible. El resultado de la comparación es positivo, ya que ambos diseños están dentro de lo esperado.

Palabras clave: Misil, motor cohete, estatorreactor, aerodinámica, propulsión.

Firma del alumno:

VºBº Tutor/es:

UNIVERSIDAD DE LEÓN
Escuela de Ingenierías Industrial, Informática y
Aeroespacial

DEGREE IN AEROSPACE ENGINEERING
End of Degree Project

STUDENT: David Doncel del Amo

TUTOR: Diego Domínguez Fernández

TITLE: Long-range surface-to-air missile design using different propulsive systems

EXAMINATION: June, 2022

ABSTRACT:

The purpose of this project is to design two surface-to-air missiles able to intercept a target moving at a maximum speed of Mach 1, 200 kilometers away from the launch point and 20 kilometers above sea level.

Each one will be powered differently. One of them will use only rocket motors while the other will be powered by a ramjet so it will be possible to observe how each propulsive system is integrated into the missile, how it affects its performance and what advantages or limitations each one has. Furthermore, the design of the different subsystems that shape the missile will be detailed, adapting it to the needs of both missiles.

The ramjet missile turns out to be faster, and its dimensions are much smaller. This missile intercepts the target in 190 seconds, its weight is 976 kilograms, and its length is 5.1 meters. The rocket missile, thanks to its two solid propellant stages, is able to intercept the target in 219 seconds. Its weight is 2214 kilograms, and its length is 8 meters. Both missiles have a diameter of 0.5 meters to facilitate their comparison.

The rocket motor missile's flight ceiling is 32 kilometers, while the ramjet missile has a ceiling of 20 kilometers, limited by its own propulsive characteristics.

Both missiles have been compared with other similar missiles already on use to ensure the most realistic design possible. The result of the comparison is positive, as both designs are within expectations.

Keywords: Missile, rocket motor, ramjet, aerodynamics, propulsion

Student's signature:

Tutor's approval:

Índice de contenidos

Índice de ilustraciones.....	8
Índice de tablas.....	13
Glosario de términos.....	14
1. Introducción.....	16
2. Objetivos del trabajo.....	19
2.1 Establecimiento de la misión.....	19
3. Sistemas semejantes. Estado del arte.....	21
4. Consideraciones aerodinámicas.....	29
4.1 Resistencia aerodinámica.....	29
4.2 Fuerza de sustentación.....	33
4.3 Momentos y estabilidad estática.....	38
4.4 Modelado de la atmósfera.....	43
5. Ecuaciones del movimiento.....	45
5.1 Vuelo propulsado acelerado. “Boost”.....	45
5.2 Vuelo no propulsado. “Coast”.....	46
5.3 Giro. “Turn”.....	46
5.4 Vuelo de crucero. “Cruise”.....	47
6. Diseño del misil propulsado por motor cohete.....	48
6.1 Radomo.....	53
6.2 Subsistema de control y guiado.....	58
6.3 Cabeza de guerra.....	65
6.4 Estructura del misil.....	74
6.5 Sistema propulsivo.....	80
6.5.1 Elección del propulsante.....	82
6.5.2 Material y estructura del motor.....	84

6.5.3	Actuaciones generales del motor cohete	87
6.5.4	Dimensionado del motor cohete de la primera etapa del misil	90
6.5.5	Dimensionado del motor cohete de la segunda etapa del misil.....	95
6.5.6	Análisis de las actuaciones del motor cohete de la primera etapa	99
6.5.7	Análisis de las actuaciones del motor cohete de la segunda etapa.	103
6.6	Superficies de control y superficies fijas.....	109
6.7	Estimación del peso y centro de gravedad	116
6.8	Trayectoria del misil	119
6.9	Fase terminal. Impacto.....	127
6.10	Análisis térmico.....	141
7.	Diseño del misil propulsado por estatorreactor	150
7.1	Radomo. Entrada de aire	157
7.2	Subsistema de control y guiado	170
7.3	Cabeza de guerra	172
7.4	Subsistema de combustible	174
7.5	Estructura del misil.....	176
7.6	Sistema propulsivo.....	178
7.6.1	Estructura del sistema propulsivo	181
7.6.2	Combustión del estatorreactor.....	187
7.6.3	Ciclo termodinámico del estatorreactor.....	189
7.6.4	Análisis de las actuaciones del motor cohete del misil.....	199
7.6.5	Análisis de las actuaciones del estatorreactor	203
7.7	Superficies de control.....	208
7.8	Estimación del peso y centro de gravedad	212
7.9	Trayectoria del misil	215
7.10	Fase terminal. Impacto	227
7.11	Análisis Térmico	232

8.	Resultados del trabajo	238
8.1	Comparación misil motor cohete	238
8.2	Comparación misil estatorreactor	240
8.3	Comparación de ambos misiles diseñados	242
9.	Conclusiones del trabajo	247
10.	Referencias bibliográficas	249
11.	ANEXO I – DIAGRAMA GANTT	254
12.	ANEXO II – PLANOS DE LOS MISILES	256

Índice de ilustraciones

Figura 1.1 Diagrama de flujo del diseño conceptual típico de un misil.....	18
Figura 3.1 Lanzamiento del misil MIM-104C (PAC-2) Patriot	22
Figura 3.2 Misil 48N6E2 en su tubo de lanzamiento. Cola doblada.....	23
Figura 3.3 Peso en función del alcance. Motor cohete.	25
Figura 3.4 Misil ASALM.....	26
Figura 3.5 Peso en función del alcance. Motor cohete.	28
Figura 4.1 Resistencia inducida	30
Figura 4.2 Parámetros de las superficies planas.....	32
Figura 4.3 Gráfica C_{D0}	33
Figura 4.4 Relación geométrica entre fuerzas aerodinámicas	34
Figura 4.5 Variación de C_N dependiendo de la sección del misil	35
Figura 4.6 Control de cola	36
Figura 4.7 Eficiencia aerodinámica misil ramjet.....	38
Figura 4.8 Situación del centro aerodinámico de una superficie plana	39
Figura 4.9 Situación de fuerzas y centros aerodinámicos en un misil con control de cola	40
Figura 4.10 Capas de la ISA. Perfil de temperaturas.....	43
Figura 6.1 Misil motor cohete v1.0	48
Figura 6.2 Configuración del misil SM-3.....	50
Figura 6.3 Perfil del misil motor cohete v2.0 y situación de las toberas	50
Figura 6.4 Perfil del misil motor cohete v3.0 (Final) y situación de las toberas.	52
Figura 6.5 Perfil de la forma de ojiva tangente con punta redondeada.....	54
Figura 6.6 Ángulo de incidencia de la señal radar	55
Figura 6.7 Funcionamiento del buscador semiactivo.....	59
Figura 6.8 Funcionamiento del sistema de guiado del <i>Patriot</i>	59
Figura 6.9 Elementos que conforman el subsistema de control y guiado del misil	60
Figura 6.10 Tabla de especificaciones de sistemas de control y guiado	61
Figura 6.11 Diferencias entre cabezas de guerra cilíndricas y esféricas	65
Figura 6.12 Energía cinética en función de la relación “ <i>charge-to-metal</i> ”	66
Figura 6.13 Comparación entre ambas teorías de ondas expansivas	68
Figura 6.14 Área de los fragmentos disparados desde el misil.....	69

Figura 6.15 Distancia máxima entre el misil y el objetivo	70
Figura 6.16 Funcionamiento de la espoleta de proximidad. Etapas.....	72
Figura 6.17 Sección transversal. Estructura del misil	74
Figura 6.18 Esquema de un motor cohete de combustible sólido	81
Figura 6.19 Regímenes de flujo en tobera C-D. Evolución de presión y velocidad a lo largo de la tobera.	81
Figura 6.20 Presión interna de la cámara de combustión.....	86
Figura 6.21 Toberas múltiples de la primera etapa	91
Figura 6.22 Medidas de las toberas múltiples	92
Figura 6.23 Geometría del grano del motor cohete de la primera etapa.....	95
Figura 6.24 Sistema de motor de pulsos del AGM-69 SRAM.	96
Figura 6.25 Geometría del grano de los dos pulsos del motor de la segunda etapa.	99
Figura 6.26 Evolución de la superficie del grano a lo largo del tiempo.	100
Figura 6.27 Flujo másico y presión en la cámara del motor de la primera etapa	101
Figura 6.28 Impulso específico del motor de la primera etapa	101
Figura 6.29 $P_{\text{SALIDA}} / P_{\text{ATMOSFÉRICA}}$ en el motor de la primera etapa.....	102
Figura 6.30 Perfil de empuje del motor de la primera etapa	103
Figura 6.31 Evolución de la superficie del grano de geometría Finocyl a lo largo del tiempo	104
Figura 6.32 Flujo másico de ambos pulsos del motor de la segunda etapa.....	105
Figura 6.33 Presión en la cámara de cada pulso en el motor de la segunda etapa.	105
Figura 6.34 Impulso específico de cada pulso del motor de la segunda etapa... ..	106
Figura 6.35 $P_{\text{SALIDA}} / P_{\text{ATMOSFÉRICA}}$ en el motor de la segunda etapa.	107
Figura 6.36 Perfil de empuje del motor de la segunda etapa.....	108
Figura 6.37 Superficies planas del misil	109
Figura 6.38 Parámetros geométricos de las superficies planas.....	109
Figura 6.39 Margen estático final del primer misil	115
Figura 6.40 Trayectoria del primer misil	124
Figura 6.41 Mach de vuelo del primer misil a lo largo del tiempo.	124
Figura 6.42 Resistencia aerodinámica y altura de vuelo en función del tiempo ..	125

Figura 6.43 Resistencia aerodinámica y presión dinámica en función del tiempo	126
Figura 6.44 CEP e intervalos de confianza de la distancia de fallo	127
Figura 6.45 Guiado proporcional. Ángulos.	128
Figura 6.46 Constante de tiempo. Respuesta no instantánea.	129
Figura 6.47 Gráfica C_{L_TAIL} vs α'	132
Figura 6.48 Error en la percepción del buscador.....	133
Figura 6.49 Aceleración necesaria para compensar un error en el rumbo.....	135
Figura 6.50 Relación de aceleración necesaria dependiendo de N'	136
Figura 6.51 Relación n_{misil} / n_{target}	137
Figura 6.52 <i>Miss distance</i> en función de t_0/τ	138
Figura 6.53 Temperatura de la estructura del misil	143
Figura 6.54 Temperatura de la superficie exterior del radomo	145
Figura 6.55 Temperatura de la punta del radomo.	147
Figura 6.56 Diferencia de temperatura gracias al uso de un aislante.	149
Figura 7.1 Mach de vuelo óptimo de los diferentes sistemas propulsivos	151
Figura 7.2 Misil soviético “SS-N-22 <i>Sunburn</i> ”	152
Figura 7.3 Geometrías de radomo desechadas durante el diseño	153
Figura 7.4 Esquema del misil <i>ramjet</i> (Final)	155
Figura 7.5 Modelo 3D de la forma del radomo	157
Figura 7.6 Esquema del radomo. Ondas de choque	160
Figura 7.7 Esquema del derrame de aire en un difusor	161
Figura 7.8 Ejemplo eficiencia de captura.....	162
Figura 7.9 Análisis de la regresión de la altura de captura	164
Figura 7.10 Presión total máxima recuperable	165
Figura 7.11 <i>Inlet Unstart / Inlet Start</i>	168
Figura 7.12 Resistencia aerodinámica típica	178
Figura 7.13 Esquema de un estatorreactor	180
Figura 7.14 Tipos de materiales ablativos en función de los requerimientos	185
Figura 7.15 Estructura de los materiales ablativos que carbonizan	186
Figura 7.16 Ciclo Brayton del estatorreactor	189
Figura 7.17 Estaciones del estatorreactor	190

Figura 7.18 Evolución de la geometría del grano del motor cohete del segundo misil	200
Figura 7.19 Flujo másico y presión en la cámara del motor cohete del segundo misil	200
Figura 7.20 Impulso específico del motor cohete del segundo misil	201
Figura 7.21 $P_{\text{SALIDA}} / P_{\text{ATMOSFÉRICA}}$ en el motor cohete del segundo misil	202
Figura 7.22 Perfil de empuje del motor cohete del segundo misil.....	202
Figura 7.23 Impulso específico adimensional en función del Mach de vuelo. [60]	204
Figura 7.24 Empuje adimensional en función del Mach de vuelo	205
Figura 7.25 Impulso específico del segundo misil.	205
Figura 7.26 Fuerza de empuje del segundo misil	206
Figura 7.27 Consumo de combustible y gasto de aire del segundo misil	207
Figura 7.28 Geometría de la cola del misil	208
Figura 7.29 Margen estático final del segundo misil.....	211
Figura 7.30 Eficiencia aerodinámica del segundo misil	221
Figura 7.31 Trayectoria del segundo misil.....	223
Figura 7.32 Mach de vuelo del segundo misil a lo largo del tiempo.....	224
Figura 7.33 Resistencia aerodinámica y altura de vuelo en función del tiempo..	224
Figura 7.34 Resistencia aerodinámica y presión dinámica en función del tiempo	225
Figura 7.35 Diferencia entre la fuerza de empuje y la resistencia aerodinámica	225
Figura 7.36 Temperatura de la estructura del segundo misil.	233
Figura 7.37 Temperatura de la superficie exterior del radomo del segundo misil	234
Figura 7.38 Temperatura de la punta y el final del radomo del segundo misil	235
Figura 7.39 Diferencia de temperatura gracias al uso de un aislante	237
Figura 8.1 Comparación del primer misil con el 48N6E2.....	239
Figura 8.2 Comparación del primer misil con misiles reales.	240
Figura 8.3 Comparación del segundo misil con el ASALM	241
Figura 8.4 Comparación del segundo misil con misiles reales	242
Figura 8.5 Diseño de ambos misiles. Situación de subsistemas de cada uno	243
Figura 8.6 Comparación de las dimensiones de ambos misiles	244
Figura 8.7 Comparación de las trayectorias de ambos misiles.....	244

Figura 8.8 Comparación de las velocidades de ambos misiles245
Figura 8.9 Distancia recorrida a lo largo del tiempo por ambos misiles246

Índice de tablas

Tabla 3.1 Especificaciones del misil MIM-104C (PAC-2) Patriot	22
Tabla 3.2 Especificaciones del misil 48N6E2	24
Tabla 3.3 Especificaciones de misiles tierra-aire y propulsados con motor cohete	24
Tabla 3.4 Especificaciones del ASALM.....	26
Tabla 3.5 Especificaciones de misiles propulsados con estatorreactor	27
Tabla 6.1 Propiedades de la pirocerámica	54
Tabla 6.2 Propiedades Titanio 6Al-4V	75
Tabla 6.3 Características del HTPB/AP/Al	84
Tabla 6.4 Propiedades Acero PH 15-7 Mo	85
Tabla 6.5 Dimensiones de la cola	112
Tabla 6.6 Dimensiones del ala	112
Tabla 6.7 Análisis de estabilidad.....	114
Tabla 6.8 Resumen de pesos y centro de gravedad. Lanzamiento	116
Tabla 6.9 Resumen de pesos y centro de gravedad. Final del <i>boost</i>	117
Tabla 6.10 Resumen de pesos y centro de gravedad. Final del <i>sustain 1</i>	117
Tabla 6.11 Resumen de pesos y centro de gravedad. <i>Burnout</i>	118
Tabla 6.12 Soluciones aproximadas de la función error complementaria	144
Tabla 6.13 Propiedades del Min-K	148
Tabla 7.1 Dimensiones de las partes del radomo.....	158
Tabla 7.2 Datos experimentales de la altura de captura.....	163
Tabla 7.3 Cálculos. Ondas de choque en la entrada de aire	167
Tabla 7.4 Propiedades del RJ-5 y RJ-6.....	174
Tabla 7.5 Propiedades del INCONEL 718.....	181
Tabla 7.6 Dimensiones de la cola del misil.....	208
Tabla 7.7 Análisis de estabilidad	210
Tabla 7.8 Resumen de pesos y centro de gravedad. Lanzamiento	212
Tabla 7.9 Resumen de pesos y centro de gravedad. Final del <i>rocket boost</i>	213
Tabla 7.10 Resumen de pesos y centro de gravedad. Fin de combustible.....	213
Tabla 8.1 Especificaciones de ambos misiles	243

Glosario de términos

ASALM – *Advanced Strategic Air Launched Missile*.

ATA – *Air-To-Air*. (Misil Aire-Aire).

ATS – *Air-To-Surface*. (Misil Aire-Tierra).

BATES – *Ballistic Test and Evaluation System*. (Tipo de geometría del grano).

Blunted – Redondeado.

Boost – Aceleración.

BTT – *Bank-To-Turn* (Forma de maniobrar).

CEP – *Circular Error Probable* (Medida de precisión de un arma).

Climb - Ascenso

Coast – Vuelo no propulsado

Cruise – Vuelo de crucero.

Drag – Resistencia aerodinámica.

EE. UU – Estados Unidos.

FOS – *Factor Of Safety*. (Factor de seguridad).

Glint – Destello.

GPS – *Global Positioning System* (Sistema de Posicionamiento Global).

Head-On – De frente

Hinge moment – Momento en la bisagra. (La bisagra es el punto de giro de la cola).

HMX – *High Melting eXplosive*. (Carga explosiva de la cabeza de guerra).

ICBM – *Intercontinental Ballistic Missile*. (Misil balístico intercontinental).

INS – *Inertial Navigation System*. (Sistema de navegación inercial).

IR – *Infrared*. (Infrarrojo).

IRR – *Integrated Rocket-Ramjet*. (Configuración del motor del segundo misil).

ISA – *International Standard Atmosphere*. (Atmósfera estándar internacional).

KE – *Kinetic Energy*. (Energía cinética).

Lift – Fuerza de sustentación.

LOS – *Line Of Sight*. (Línea de visión)

MEOP – *Maximum Effective Operative Pressure*. (Presión operativa efectiva máxima)

Miss distance – Distancia de fallo.

Ramjet – Estatorreactor.

RCS – *Radar Cross Section*. (Mide lo detectable que es el misil por un radar).

RF – *Radiofrequency*. (Radiofrecuencia).

RJC – *Reaction Jet Control*. (Tipo de control no convencional).

Rocket – Motor cohete.

SM-3 – *Standard Missile-3*.

SOTA – *State Of The Art*. (Estado del arte).

STA – *Surface-To-Air*. (Misil tierra-aire).

STS – *Surface-To-Surface*. (Misil tierra-tierra).

Sustain – Vuelo sostenido.

Trim – Ajuste de fuerzas aerodinámicas.

TTT – *Time-to-target* (Tiempo que tarda en alcanzar el objetivo).

Turn – Giro.

TVC – *Thrust Vector Control*. (Tipo de control no convencional).

TVM – *Track-Via-Missile*. (Sistema de guiado).

Ápex – Punta del morro del misil.

1. Introducción

Un misil es un proyectil autopropulsado, por lo general guiado electrónicamente [1].

Los misiles se pueden clasificar como tácticos o estratégicos. Algunas de las características que diferencian a los misiles tácticos (que son los que se estudiarán en este trabajo) de los estratégicos son:

- Son usados con frecuencia en guerras y combates, mayoritariamente para defenderse de un ataque ya iniciado, pero también para causar daños en el enemigo. Los misiles estratégicos son más destructivos y se espera no tener que llegar a usarlos.
- El número de misiles tácticos de los que se dispone supera enormemente la cantidad de misiles estratégicos de los que dispone un país. En EE. UU. el 99.6% de los misiles fabricados (de un total de más de 1 millón de unidades) son tácticos. [2]
- El coste, tamaño y rango efectivo de los misiles tácticos es menor.
- Montan cabezas de guerra convencionales (confeccionadas a partir de explosivos) pero no cabezas de guerra nucleares.
- Son más versátiles, pueden cumplir varios tipos de misión, y cuentan con una mayor maniobrabilidad.

Otra de las clasificaciones empleadas con frecuencia es en función de la misión a realizar por el misil. Dependiendo de desde dónde se lanzan y cuál es su objetivo, los misiles se dividen en:

- Tierra – Tierra. (*STS*)
- Tierra – Aire. (*STA*)
- Aire – Tierra. (*ATS*)
- Aire – Aire. (*ATA*)

Los misiles en los que se centrará este trabajo son de la categoría Tierra-Aire.

El diseño conceptual de un misil y los subsistemas que lo componen es un proceso altamente creativo e iterativo, en el que hay que realizar evaluaciones constantes del diseño para asegurarse de que haya un “balance” entre todos los sistemas que

forman el misil y que éste es capaz de cumplir la misión para la que ha sido diseñado.

Lo más probable es que el primer diseño no sea capaz de satisfacer los requerimientos, por lo que una serie de iteraciones de este serán necesarias.

Por lo general, no suele haber una solución de diseño mejor que otras, si no que una mejora en alguna de las especificaciones del misil suele conllevar que otra especificación se vuelva peor, por lo que es necesario encontrar un “compromiso” entre todas, sin perder de vista la misión final para la que está diseñado el misil. Lo mejor será contar con varias alternativas durante el diseño y evaluar sus ventajas, inconvenientes y cuál se adecúa mejor a lo que pretendemos conseguir para implementarlo.

De acuerdo con Fleeman [3], el diseño conceptual de un misil debe seguir la siguiente hoja de ruta:

- Establecer los requisitos de la misión que debe satisfacer el misil.
- Elegir una línea base a partir de otro misil ya diseñado que nos permita agilizar el diseño del nuestro.
- Calcular los parámetros aerodinámicos del misil.
- Diseñar el sistema propulsivo del misil.
- Diseñar los diferentes subsistemas necesarios del misil.
- Estimar el peso y el centro de gravedad del misil.
- Calcular la trayectoria que se planea que siga el misil.
- Evaluar sus actuaciones y rendimientos y decidir si se sigue adelante con el diseño o hay que iterar sobre alguno de los puntos interiores.
- Si se sigue adelante, se evaluarán otras características que es deseable que posea el misil (*measures of merit*) y las restricciones que hay que aplicarle.
- Si todo converge correctamente hacia los requerimientos que se esperaban al inicio, el diseño está acabado. Si no lo hace, habrá que iterar y realizar cambios sobre los puntos anteriores hasta que se pueda satisfacer la misión.

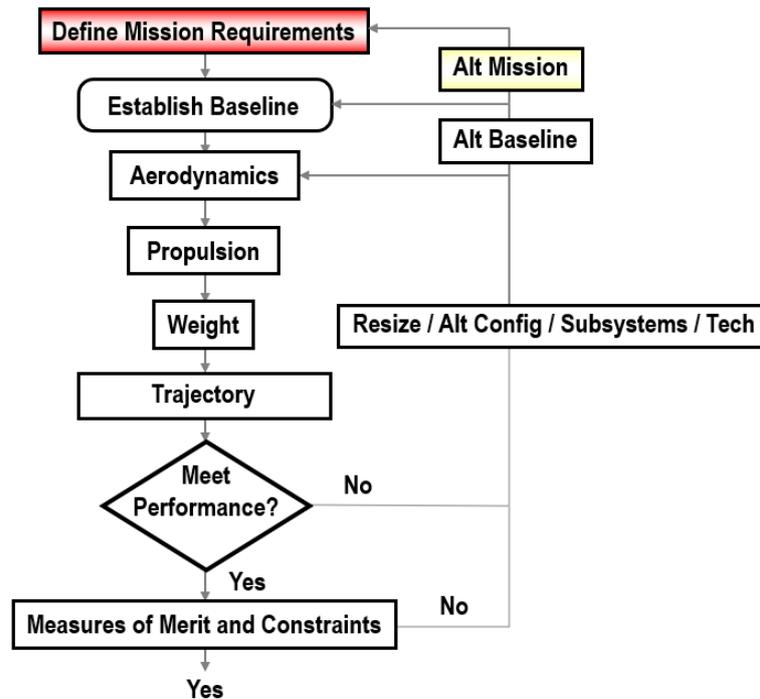


Figura 1.1 Diagrama de flujo del diseño conceptual típico de un misil [3]

Este diagrama será el utilizado durante este trabajo para desarrollar los misiles. Sin embargo, en la práctica, aunque un apartado se encuentre por encima de otro, no tiene por qué significar que su importancia sea mayor.

Por poner un ejemplo sobre esta disyuntiva, un morro con una mayor longitud nos proporciona mejores características aerodinámicas, pero si imponemos una restricción en el tamaño del misil, esto nos dejará menos espacio para el sistema propulsivo, con lo que será menos potente, impidiéndonos cumplir la misión.

Además, puede que para calcular algún parámetro dentro de un bloque necesitemos información de otro bloque aguas abajo en el diagrama.

Los misiles que se desarrollarán en este trabajo serán tierra-aire y de larga distancia. El estado del arte (*SOTA*) de este tipo de misiles se centra en la altitud y la velocidad que este tipo de misiles pueden alcanzar [3], por lo que se pondrá especial atención en ambos parámetros.

2. Objetivos del trabajo

Los objetivos que pretende alcanzar este trabajo son los siguientes:

- Diseñar dos misiles tierra-aire de larga distancia capaces de cumplir con la misión que se expondrá en este capítulo, pero que utilizarán diferentes sistemas propulsivos para conseguirlo.
 - o El primero será un misil balístico propulsado mediante un motor cohete.
 - o El segundo será un misil de crucero, propulsado mediante un estatorreactor (*ramjet*).
- Mostrar cuáles son los subsistemas que forman parte de un misil y cómo funcionan o por qué se caracterizan.
- Comparar los misiles diseñados con otros misiles similares (ya fabricados), que cumplan una misión parecida, con el fin de comprobar que las ecuaciones teóricas con las que han sido modelados corresponden (con cierta precisión) a los modelos reales y que el diseño realizado no está lejos de la realidad y por tanto, bien hecho.
- Comparar ambos misiles diseñados para ver qué ventajas e inconvenientes ofrece cada sistema propulsivo, cuáles son sus diferencias, qué prestaciones tiene cada uno...

2.1 ESTABLECIMIENTO DE LA MISIÓN

Antes de realizar cualquier diseño debe existir una motivación que lo propicie, ya que, de no haberla, el diseño no se llevaría a cabo.

En nuestro caso, lo primero es declarar la misión que se pretende conseguir y por la que se diseñan los misiles. La misión será la parte más importante y será ella la que conduzca el diseño para garantizar que se cumplen los requerimientos propuestos.

Para este trabajo se pide diseñar un misil, que será lanzado desde una plataforma (móvil o no) terrestre, y que debe derribar un avión de combate enemigo, a una

distancia de 200 km desde el punto de lanzamiento y a una altura de 20 km sobre el nivel del mar.

Alrededor de 20 km sobre el nivel del mar tienen su techo de vuelo aviones de combate como: [4]

- *Lockheed Martin F-22 Raptor.* (20 000 m).
- *McDonnell Douglas F-15 Eagle.* (20 000 m).
- *Sukhoi Su-57.* (20 000 m).
- *Eurofighter Typhoon.* (19 812 m).
- *Sukhoi Su-27.* (19 000 m).

Con el fin de interceptar el avión de combate, la velocidad en el punto de impacto de nuestro misil debe ser superior a la velocidad que tenga el objetivo por lo que se marcará que el misil debe tener una velocidad de impacto de al menos Mach 1.5.

Lo recomendado es que la velocidad del misil sea al menos un 50% superior a la del objetivo, por lo que Mach 1.5 permitiría interceptar aviones en crucero a Mach 1 o inferior. Por lo tanto, los aviones de combate anteriormente citados son demasiado rápidos como para ser interceptados en estas condiciones.

Si la velocidad del objetivo fuera supersónica, podrían ser interceptados, pero a una distancia menor, por lo que el alcance del misil ya no sería de 200 km.

Por lo tanto, nuestras condiciones de diseño serán:

- Alcance efectivo: 200 km.
- Techo de vuelo: > 20 km.
- Velocidad de impacto en esas condiciones: ~ Mach 1.5.

3. Sistemas semejantes. Estado del arte.

A la hora de iniciar el diseño de un nuevo producto, es útil contar con información de productos similares desarrollados anteriormente. Lo mismo ocurre en el diseño de un misil.

Usar otro misil anteriormente producido como base nos permite realizar un diseño conceptual más rápido y preciso, ya que, al disponer de las características de un misil real, testado y probado en combate, las iteraciones que se necesitan para desarrollar uno nuevo, son mucho menores.

De hecho, uno de los procesos más utilizados para desarrollar un nuevo misil es mejorar y adaptar un misil ya producido a una nueva misión.

Para que un misil pueda ser utilizado de base de referencia en el diseño de otro, el sistema propulsivo debe de ser del mismo tipo (no mezclar motores cohete con aerorreactores, por ejemplo). Además, la misión que deben llevar a cabo, así como sus prestaciones, deben ser similares.

Sin embargo, el misil de referencia solo debe considerarse como una ayuda en el diseño. Deben seguir aportándose alternativas creativas en el diseño del nuevo misil, porque si no se aporta nada nuevo, no sería necesario crear otro misil.

Para el desarrollo del misil propulsado mediante motor cohete, se comenzó utilizando como misil de referencia el "*MIM-104C (PAC-2) Patriot*" estadounidense.



Figura 3.1 Lanzamiento del misil MIM-104C (PAC-2) Patriot¹

Las características de este misil se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Especificaciones del misil MIM-104C (PAC-2) Patriot [5], [6]

País	EE. UU.
Año de entrada en servicio	1984
Longitud	5.31 m
Diámetro	0.41 m
Envergadura	0.87 m
Alcance efectivo	80 - 160 km
Peso	912 kg
Techo de vuelo	24 km
Velocidad máxima	Mach 5.0
Sistema propulsivo	Motor cohete de propulsante sólido 10900 kg de empuje
Cabeza de guerra	200 lb (91 kg). Explosión - Fragmentación
Sistema de guiado	Radio guiado / Semiactivo / TVM
Probabilidad de impacto	0.8 / 0.4-0.6 combate

¹ Fotografía tomada por Anthony Sweeney. U.S. Army.

El lanzamiento de este misil se produce desde la plataforma de lanzamiento *M901* estadounidense, que cuenta con cuatro contenedores de misiles Patriot. Cada caja contenedora mide 6.1 metros de largo, 1.09 metros de ancho y 0.99 metros de alto [7].

Como se verá más adelante, las medidas de ancho y alto de esta plataforma se establecerán como restricción de los misiles, con el objetivo de realizar un diseño más realista.

Este misil nos sirve de base de referencia, ya que es similar a lo que se pretende conseguir con este trabajo y una gran cantidad de información sobre este está disponible.

Varios de los subsistemas de los misiles se diseñarán en base al *MIM-104C*, sin embargo, como se pretende mejorar las prestaciones de este misil, sobre todo en relación con su alcance máximo, utilizaremos también como línea de referencia el misil ruso “48N6E2”, lanzado por el sistema de misiles ruso “S-300PMU2 Favorit” y que cuenta con un alcance efectivo de 200 km.



Figura 3.2 Misil 48N6E2 en su tubo de lanzamiento. Cola doblada. [8]

Las características de este misil se muestran en la tabla 3.2.

Tabla 3.2 Especificaciones del misil 48N6E2 [9]–[11]

País	Rusia
Año de entrada en servicio	1996
Longitud	7.5 m
Diámetro	0.519 m
Envergadura	1.134 m
Alcance efectivo	200 km
Peso	1835 kg
Techo de vuelo	27-30 km
Velocidad máxima	< Mach 7
Sistema propulsivo	Motor cohete de propulsante sólido
Cabeza de guerra	397.4 lb (180 kg). Explosión - Fragmentación
Sistema de guiado	Radio guiado / Semiactivo / TVM

Para tener un mejor contexto de las dimensiones que tienen este tipo de misiles, se han escogido varios misiles con alcances similares al que se pretende conseguir y se ha elaborado la figura 3.3, que muestra el peso que tienen los diferentes misiles en función de su alcance. Además, servirá para comparar las dimensiones del misil diseñado con el resto de los misiles.

Aunque puede que realicen misiones completamente diferentes y puede que tengan una o varias etapas, todos los misiles elegidos para la comparación son del tipo tierra-aire y se propulsan mediante motor cohete. Sus datos se han obtenido de la referencia [5] y se muestran en la tabla 3.3.

Tabla 3.3 Especificaciones de misiles tierra-aire y propulsados con motor cohete

NOMBRE	ALCANCE (km)	PESO (kg)
MIM-104 Patriot PAC-2	160	912
MIM-14 Nike Hercules	155	4850
Rheinbote Rh-Z-61/9	220	1656
S-200 Angara	250	2800
S-300 PMU-1	150	1500

S-300V	100	1500
THAAD	200	900
XLIM-49A Nike Zeus	320	4980
48N6E2	200	1835

Misiles tierra-aire con motor cohete

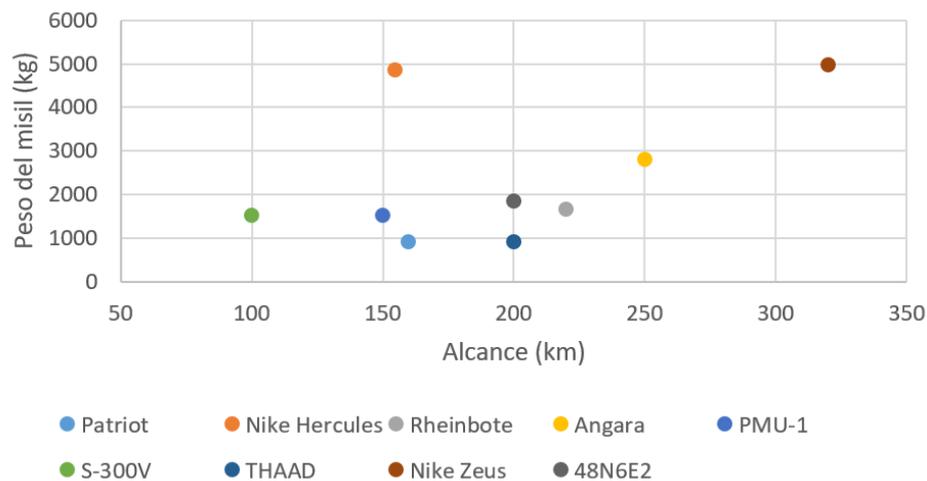


Figura 3.3 Peso en función del alcance. Motor cohete.

Para el diseño del misil propulsado mediante estatorreactor se han elegido como base de referencia principal el misil estadounidense “ASALM” (*Advanced Strategic Air Launched Missile*) pero también se ha obtenido información del misil indio-ruso “BrahMos”.

Este último solo se ha tenido en cuenta a nivel de tecnología, pues al ser un misil tierra-tierra difiere en gran medida de la misión que este trabajo pretende llevar a cabo.

La mayoría de los misiles propulsados por estatorreactor realizan su crucero a una menor altitud que la que se pretende conseguir con este misil debido a las limitaciones de este sistema propulsivo, ya que dependen del gasto de aire que puedan conseguir para obtener una fuerza de empuje, por lo que en zonas de la atmósfera poco densas, estos misiles experimentarán dificultades a la hora de producir un empuje suficiente para acelerar o mantener el vuelo.

El misil ASALM, aunque usado como misil aire-tierra (además de su uso aire-aire), y con un mayor alcance efectivo que el que se necesita para este trabajo, sirve para obtener una idea de las tecnologías que se emplean en misiles de crucero y de su funcionamiento.

El diseño del misil *ramjet* será más diferente de su base de referencia que el misil propulsado mediante motor cohete, pero eso no quiere decir que la base no sea un buen punto de partida para su diseño.

Además, en el diseño del misil de crucero se tomarán tecnologías diseñadas para el primer misil, con el objetivo de poder comparar con una mayor precisión ambos sistemas propulsivos.

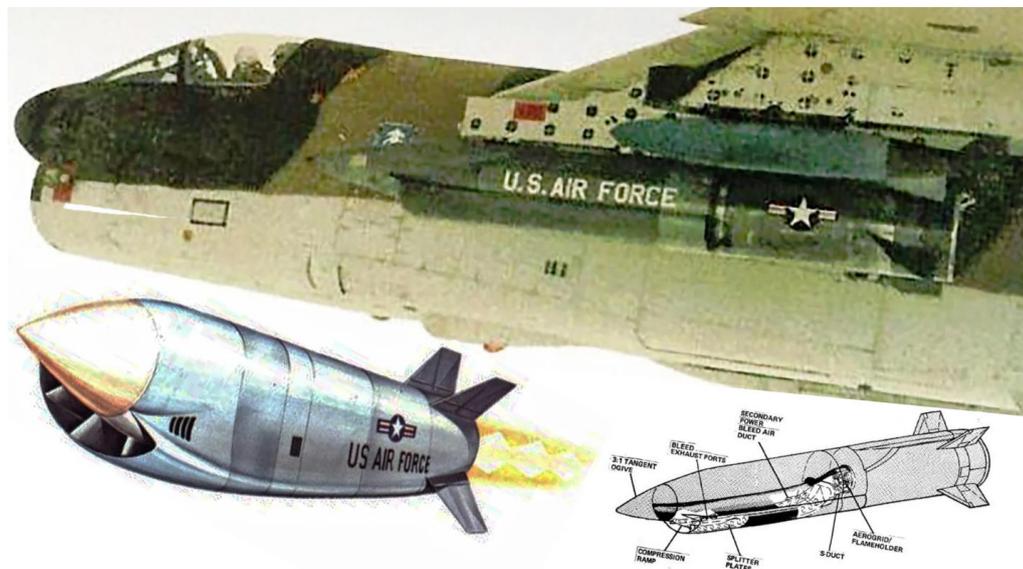


Figura 3.4 Misil ASALM [12]

Las características de este misil se muestran en la tabla 3.4.

Tabla 3.4 Especificaciones del ASALM [13]

País	EE. UU
Año de entrada en servicio	1980
Longitud	4.3 m
Diámetro	0.54 m
Alcance efectivo	480 km
Peso	1225 kg

Techo de vuelo	12 km
Velocidad máxima	Mach 4.5 teórico (Alcanzó Mach 5.5)
Sistema propulsivo	IRR (Motor cohete – Estatorreactor integrado)
Cabeza de guerra	Termonuclear. <i>W69. 200 kt</i>
Sistema de guiado	Sistema de navegación inercial. Buscador IR – RF

Igual que antes, se han elegido una lista de misiles para obtener una mejor percepción de las dimensiones de los misiles existentes propulsados por estatorreactor con el fin de compararlos con el misil diseño una vez esté terminado.

No hay demasiados misiles tierra-aire que utilicen estatorreactor, por lo que, para aumentar la muestra de datos se han escogido también algunos misiles tierra-tierra (ya que este tipo de propulsión es muy utilizada en este tipo de misiones) y dos misiles lanzados desde el aire pero con características similares a lo que se busca. Los datos de los misiles de ejemplo se han obtenido de la referencia [5] y se muestran en la tabla 3.5.

Tabla 3.5 Especificaciones de misiles propulsados con estatorreactor

NOMBRE	ALCANCE (km)	PESO (kg)
Bloodhound MK-2	160	2270
ASALM	480	1225
RIM-8 Talos	120	1990
ASN	300	1500
Kh-41	250	3950
ANNG	180	920
C-201	200	1950
P-800 Ónix	250	3000
PJ-10 BrahMos	300	3000

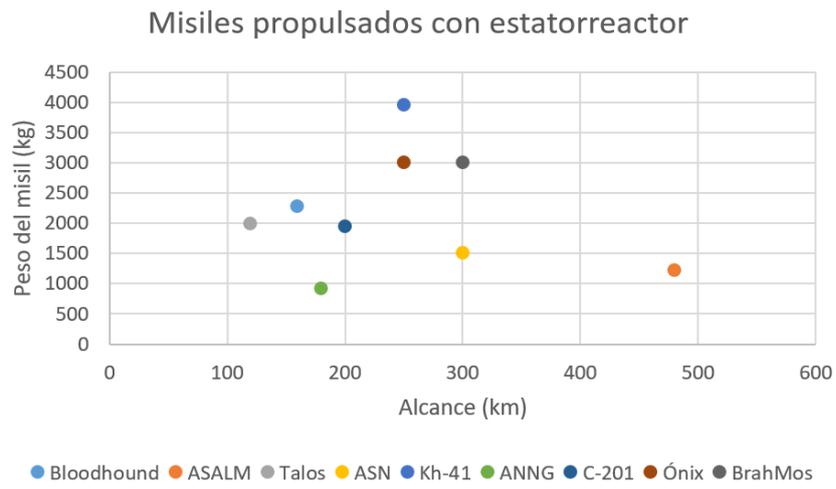


Figura 3.5 Peso en función del alcance. Motor cohete.

4. Consideraciones aerodinámicas

Antes de comenzar con el desarrollo de los misiles, hay una serie de consideraciones aerodinámicas y fórmulas que aplican a ambos misiles y tienen una gran importancia.

4.1 RESISTENCIA AERODINÁMICA

La resistencia aerodinámica (*drag*), denotada como "*D*" es la fuerza que sufre un cuerpo al moverse a través del aire, en dirección de su velocidad relativa con el aire y en sentido contrario, por lo que se opone al avance del cuerpo.

Es uno de los parámetros más importantes a la hora de diseñar un misil, y, por tanto, hay que conocerlo. La forma de calcular el *drag* es la siguiente:

$$D = C_D \cdot q \cdot S_{ref} \quad (4.1)$$

siendo C_D el coeficiente de resistencia del misil, q la presión dinámica (que depende de la velocidad del cuerpo " v " y de la densidad del aire del punto en el que se encuentre el cuerpo " ρ ") y S_{ref} la superficie de referencia (que en misiles, depende del diámetro de este).

$$q = 0.5 \cdot \rho \cdot v^2 \quad (4.2)$$

$$S_{ref} = 0.25 \cdot \pi \cdot d^2 \quad (4.3)$$

C_D a su vez es la suma de dos coeficientes, C_{D0} (coeficiente de resistencia parásita, o *zero-lift drag coefficient* en inglés) y C_{Di} (coeficiente de resistencia inducida). El primer término no depende de la fuerza de sustentación, sin embargo, el segundo término se produce ya que, al existir un determinado ángulo de ataque " α ", la fuerza de sustentación que se genera no es totalmente perpendicular a la resistencia aerodinámica y por eso, se induce una resistencia mayor. En la figura 4.1 se puede apreciar perfectamente:

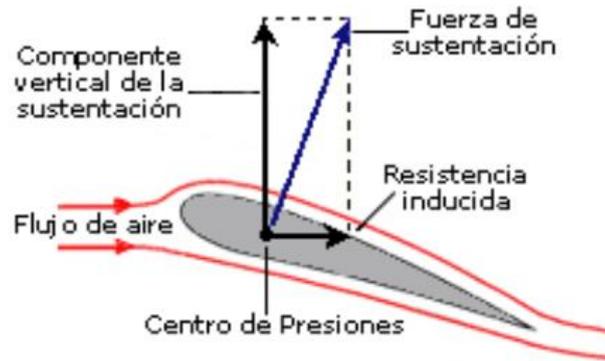


Figura 4.1 Resistencia inducida

Una de las partes del misil que genera *drag* es el cuerpo del misil. Este *drag* es la suma de la resistencia base del cuerpo, la resistencia generada por fricción con el aire y la resistencia generada por las ondas de choque. [3]

$$(C_{D0})_{Body} = (C_{D0})_{Base} + (C_{D0})_{Body,Friction} + (C_{D0})_{Body,Wave} \quad (4.4)$$

$(C_{D0})_{Base}$ depende únicamente del Mach si el vuelo del misil no es propulsado (*coast flight*), pero si lo es, depende del Mach y el área de la salida de la tobera " A_e ". Las ecuaciones para calcularlo son: [3]

Coast	$(C_{D0})_{Base} = 0.25/M, \text{ si } M > 1$ $(C_{D0})_{Base} = (0.12 + 0.13M^2), \text{ si } M < 1$	(4.5)
Powered	$(C_{D0})_{Base} = (1 - A_e/S_{ref})(0.25/M), \text{ si } M > 1$ $(C_{D0})_{Base} = (1 - A_e/S_{ref})(0.12 + 0.13M^2), \text{ si } M < 1$	(4.6)

$(C_{D0})_{Body,Friction}$ depende de la presión dinámica, el Mach de vuelo, y la longitud y el diámetro del misil. Jerger [14] indica cómo calcular este coeficiente:

$$(C_{D0})_{Body,Friction} = 0.053 \cdot (l/d) \cdot [M / (ql)]^{0.2} \quad (4.7)$$

$(C_{D0})_{Body,Wave}$ depende del Mach de vuelo, el diámetro del misil y la longitud del morro. Como es el *drag* que producen las ondas de choque, solo será distinto de 0 si el vuelo es supersónico. Bonney [15] indica cómo calcular este coeficiente:

$$(C_{D0})_{Body,Wave,Sharp} = (1.586 + 1.834/M^2) \cdot \{\tan^{-1}[0.5 / (l_N / d)]\}^{1.69} \quad (4.8)$$

$$(C_{D0})_{Body,Wave,Hemisphere} = 0.665 \cdot (1.586 + 1.834/M^2). \quad (4.9)$$

Si el morro del misil es afilado, solo se utiliza la ecuación (4.8), pero, si tiene la punta redondeada (*blunted*), se calcula utilizando la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} (C_{D0})_{Body,Wave,Blunted} &= (C_{D0})_{Body,Wave,Sharp} \cdot (S_{ref} - S_{Nose_{tip}}) / S_{ref} \\ &+ (C_{D0})_{Body,Wave,Hemisphere} \cdot (S_{Nose_{tip}}) / S_{ref}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Además de la resistencia generada por el cuerpo, hay que tener en cuenta el *drag* que generan las superficies que se acoplan a él (canard, alas, colas...) y que se calcularán a continuación.

A este coeficiente de resistencia se le denotará como $(C_{D0})_{Surface}$ y será la suma de la resistencia generada por la fricción entre la superficie y el aire y la resistencia generada por las ondas de choque.

$$(C_{D0})_{Surface} = (C_{D0})_{Surface,Friction} + (C_{D0})_{Surface,Wave} \quad (4.11)$$

$(C_{D0})_{Surface,Friction}$ depende del número de superficies que existan " $n_{surface}$ " y de la superficie de una de ellas " $S_{surface}$ ". Además, dependerá del Mach de vuelo, la presión dinámica " q " y la cuerda media aerodinámica de la superficie " c_{mac} ". Su ecuación, formulada por Jerger [14] es la siguiente:

$$(C_{D0})_{Surface,Friction} = n_{surface} \{0.0133 [M / (q \cdot c_{mac})]^{0.2}\} \left(\frac{2S_{surface}}{S_{ref}} \right). \quad (4.12)$$

La ecuación que calcula $(C_{D0})_{Surface,Wave}$ está basada en teoría Newtoniana descrita en [16]. Depende del Mach de vuelo, el coeficiente de dilatación adiabática " γ ", y un gran número de parámetros de la superficie, como su número " $n_{surface}$ ", su ángulo de flecha " Λ_{LE} ", el máximo grosor de la cuerda aerodinámica media " t_{mac} ", su envergadura " b " y el ángulo que tenga la sección del borde de ataque de la superficie " δ_{LE} ".

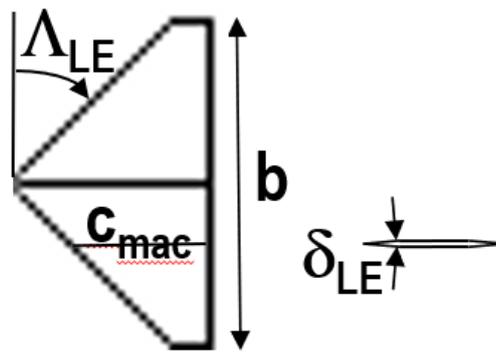


Figura 4.2 Parámetros de las superficies planas [3]

Para facilitar la notación en la siguiente ecuación se utilizará $M_{\Lambda_{LE}} = M \cdot \cos(\Lambda_{LE})$

$$\begin{aligned}
 (C_{D0})_{Surface,Wave} &= n_{surface} [2 / (\gamma M_{\Lambda_{LE}}^2)] \left\{ \left[\frac{(\gamma + 1) M_{\Lambda_{LE}}^2}{2} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \right. \\
 &\cdot \left. \left\{ \frac{(\gamma + 1)}{[2\gamma M_{\Lambda_{LE}}^2 - (\gamma - 1)]^{1/(\gamma-1)} - 1} \right\} \cdot \text{sen}^2 \delta_{LE} \right. \\
 &\cdot \cos \Lambda_{LE} \cdot t_{mac} \cdot b / S_{ref}.
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Una vez calculados los coeficientes de resistencia parásita del cuerpo del misil y las superficies que tenga, se suman para obtener C_{D0} . Se desprecian las interferencias cuerpo-superficies.

En la siguiente figura se puede observar cómo varía C_{D0} con el Mach de vuelo, si el resto de las variables se mantienen constantes. De la gráfica se pueden sacar las conclusiones de que la resistencia parásita es más alta en valores cercanos a Mach 1 (sobre todo porque empiezan a generarse ondas de choque), y que, cuando propulsamos el vuelo tenemos una menor resistencia que si realizamos un *coast*.

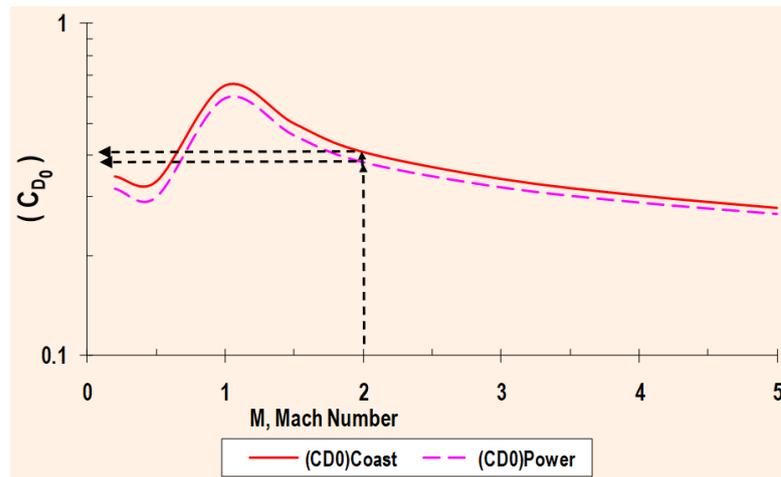


Figura 4.3 Gráfica C_{D0} [3]

Para calcular la resistencia inducida, basta con calcular la proyección de la fuerza de sustentación sobre la dirección del vector velocidad del misil. (Ver figura 4.1).

$$C_D = (C_{D0})_{Body} + \sum (C_{D0})_{Surfaces} + C_{Di}. \quad (4.14)$$

Una vez calculado el coeficiente de resistencia del misil, se podrá calcular el *drag* mediante la ecuación (4.1).

4.2 FUERZA DE SUSTENTACIÓN

La fuerza de sustentación (*lift*), denotada como "*L*" es la fuerza que ejerce un fluido sobre un cuerpo en dirección perpendicular a la dirección del vector velocidad.

Esta fuerza se puede obtener calculando la fuerza normal "*N*" que ejerce el fluido sobre un cuerpo y proyectándola. La fuerza normal no es perpendicular al vector velocidad como el *lift*, sino que es perpendicular al eje longitudinal del cuerpo. Al igual que en otras fuerzas como el *drag* visto anteriormente, se calcula a través de coeficientes.

$$N = C_N \cdot q \cdot S_{ref}. \quad (4.15)$$

En la figura 4.4 se puede observar claramente la relación que hay entre la fuerza normal y el *lift*:

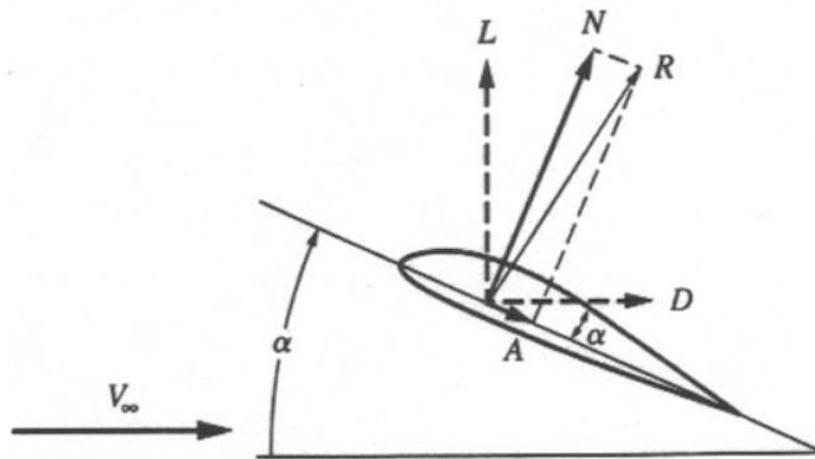


Figura 4.4 Relación geométrica entre fuerzas aerodinámicas

Al igual que antes, el objetivo será calcular C_N . Para ello se dividirá el misil en cuerpo y superficies (canard, alas, colas...).

$$C_N = C_{N_Body} + \sum C_{N_Surfaces}. \quad (4.16)$$

Teniendo en cuenta que la sección transversal de ambos misiles diseñados para este trabajo es circular y no elíptica, la ecuación que modela el coeficiente de fuerza normal del cuerpo del misil, basada en la teoría de cuerpos esbeltos [17] (perfectamente aplicable para ángulos de ataque no muy grandes) es la siguiente:

$$|C_{N_Body}| = [|\text{sen}(2\alpha) \cos(\alpha/2)| + 1.3(l/d)\text{sen}^2\alpha] \quad (4.17)$$

depende del ángulo de ataque " α " y de la relación entre la longitud y el diámetro del cuerpo del misil. Al ser el cuerpo del misil una superficie axisimétrica, este coeficiente será positivo siempre que α lo sea, y viceversa.

Aunque los misiles con una sección elíptica u de otro tipo que favorezca la sustentación consiguen valores mucho más altos de C_N (con las ventajas que eso conlleva), la mayoría de los misiles tienen una sección transversal circular, debido a que los hace mucho más sencillos de diseñar y por tanto, el coste es menor.

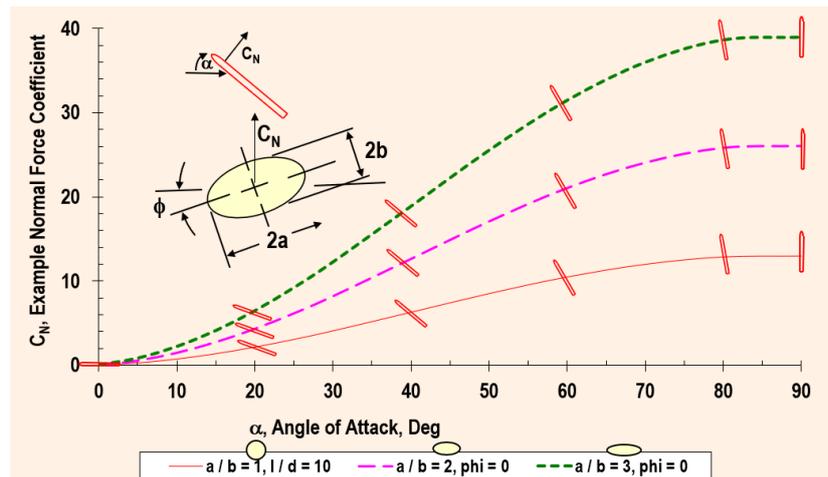


Figura 4.5 Variación de C_N dependiendo de la sección del misil [3]

Un parámetro muy importante, que debe conocerse pues se usará más tarde, es la derivada del coeficiente de fuerza normal del cuerpo (variando α). Como antes, para α no demasiado grandes y una sección transversal circular:

$$(C_{N\alpha})_{Body} = 2 \text{ per rad.} \quad (4.18)$$

Una vez calculado el coeficiente de la fuerza normal del cuerpo, se pasará a estudiar las superficies externas, este estudio será un poco más complicado.

Estas superficies también son simétricas y van a depender del ángulo de ataque que tengan respecto a la corriente de aire. Sin embargo, este ángulo no siempre será el mismo que el ángulo de ataque del misil, marcado por el misil. Por lo tanto, el ángulo de ataque real de la superficie se denotará como " α' ", ángulo de ataque efectivo de la superficie.

Ambos misiles diseñados poseen un control de cola. Este tipo de control tiene las siguientes ventajas:

- La colocación de los actuadores es eficiente, ya que se colocan en el hueco que existe alrededor de la tobera.
- El momento en la bisagra, y por tanto, el torque de los actuadores es menor, por lo que no necesitan tanta potencia, lo que resulta en un menor peso de los mismos.
- Momento de cabeceo más bajo, debido a que los vórtices generados por la cola se producen detrás del misil.

- Buena eficiencia cuando el ángulo de ataque es elevado, ya que el panel no entra en pérdida tan rápido, debido a que el ángulo de ataque efectivo es menor.

Sin embargo, este tipo de control también tiene sus inconvenientes (para un misil estáticamente estable):

- La fuerza de sustentación que se genera es menor, debido al sentido de la deflexión de la cola.
- La dirección inicial del movimiento tiene el sentido contrario, por lo que tarda más en realizar una maniobra.

En la figura 4.6 se puede observar un esquema del control de cola de un misil y de cómo el ángulo de ataque efectivo se calcula $\alpha' = \alpha - \delta$.

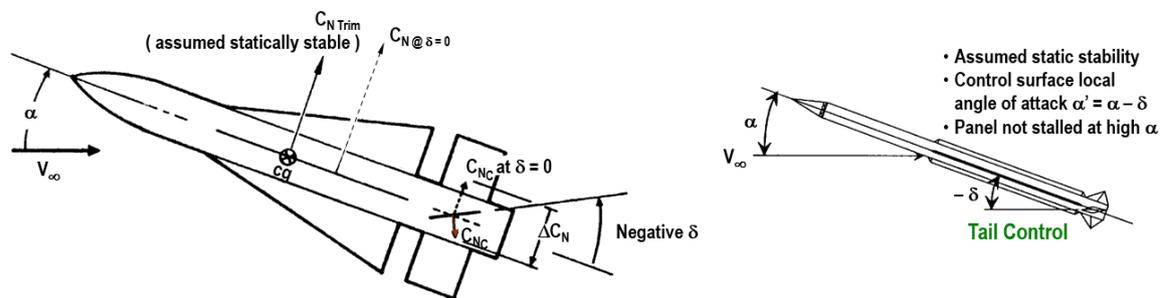


Figura 4.6 Control de cola [3]

Conocido α' ya se puede calcular el coeficiente de fuerza normal de la superficie. Para ello se utilizarán dos teorías: teoría lineal (*linear wing theory*) [18] y teoría de cuerpos esbeltos (*slender wing theory*) [17]. Esto se debe a que, al variar el Mach de vuelo, este coeficiente cambia, y los datos reales se parecen más a una predicción u otra dependiendo del Mach.

Se puede afirmar que la teoría lineal tiene una mayor precisión de predicción si:

$$M > \{1 + [8/(\pi A)]^2\}^{0.5} \quad (4.19)$$

siendo A la relación de aspecto de la superficie.

Por lo tanto, si el Mach es superior a ese valor, se utilizará la teoría lineal, y si es inferior, la teoría de cuerpos esbeltos.

Dependiendo de la teoría elegida, se utilizarán las siguientes ecuaciones para calcular el coeficiente de fuerza normal de la superficie:

<i>Linear</i>	$ C_{N_Surface} = [4 \text{sen } \alpha' \cos \alpha' /(M^2 - 1)^{0.5} + 2\text{sen}^2 \alpha'] \cdot (S_{Surface}/S_{Ref})$	(4.20)
<i>Slender</i>	$ C_{N_Surface} = [(\pi A/2) \cdot \text{sen } \alpha' \cos \alpha' + 2\text{sen}^2 \alpha'] \cdot (S_{Surface}/S_{Ref})$	(4.21)

Igual que con el cuerpo del misil, es importante conocer la derivada de este coeficiente (utilizando α como variable independiente):

<i>Linear</i>	$(C_{N\alpha})_{Surface} = [4/(M^2 - 1)^{0.5}] \text{ per rad}$	(4.22)
<i>Slender</i>	$(C_{N\alpha})_{Surface} = (\pi A/2) \text{ per rad}$	(4.23)

una vez calculados los valores:

$$C_{N\alpha} = (C_{N\alpha})_{Body} + \sum (C_{N\alpha})_{Surface} \cdot (S_{Surface}/S_{Ref}). \quad (4.24)$$

Sin embargo, C_N no varía solamente debido a una variación de α . Las superficies aerodinámicas, dependen de $\alpha' = \alpha - \delta$, en el que está implicada la deflexión de la superficie δ , por lo tanto, también se puede calcular la derivada de C_N usando δ como variable independiente:

$$C_{N\delta} = -(C_{N\alpha})_{Surface_Mobile} \cdot (S_{Surface}/S_{Ref}). \quad (4.25)$$

Observando la figura (4.4), se puede obtener fácilmente la fuerza de sustentación y también la resistencia inducida, de la que se habló en el apartado anterior.

Un parámetro muy importante (sobre todo para el vuelo en crucero) es la eficiencia aerodinámica, que no es más que la relación entre la fuerza de sustentación y la resistencia aerodinámica (L/D). Una vez más, teniendo presente la figura (4.4):

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_N \cos \alpha - C_{D0} \text{sen} \alpha}{C_N \text{sen} \alpha + C_{D0} \cos \alpha}. \quad (4.26)$$

Usando los datos del segundo misil diseñado, que realizará una fase de crucero,

se puede observar cómo varía la eficiencia aerodinámica en función del ángulo de ataque del misil:

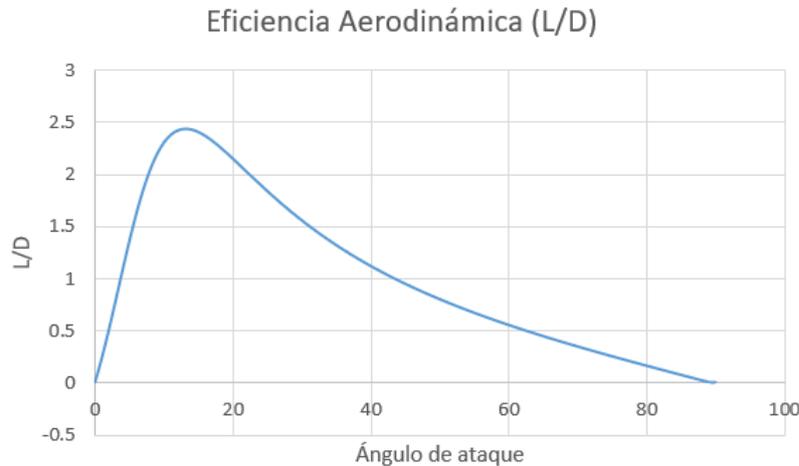


Figura 4.7 Eficiencia aerodinámica misil ramjet

La eficiencia aerodinámica máxima se obtiene en ángulos de ataque ~ 10 grados (exactamente, en este caso, 13 grados). Sin embargo, el valor máximo no es muy elevado $L/D = 2.44$. Este valor podría incrementarse utilizando una sección transversal elíptica, que permitiera conseguir una fuerza normal mayor para el mismo ángulo de ataque.

4.3 MOMENTOS Y ESTABILIDAD ESTÁTICA

El centro de gravedad del misil "*cdg*" se estudiará en concreto para cada misil en posteriores capítulos. Es de suma importancia, ya que es el punto en el que se aplica la resultante de todos los pesos del misil. Además, será el punto sobre el que se tomen momentos para estudiar la estabilidad estática del misil.

La fuerza normal, que es la que produce momentos sobre el misil al tener una dirección perpendicular al eje longitudinal de este, ya ha sido estudiada en el apartado exterior.

El punto en el que se aplica esta fuerza se conoce como centro aerodinámico "*ac*" y será necesario conocer su posición para saber la distancia (entre el *ac* y el *cdg*) que provoca el momento.

Se empezará calculando el centro aerodinámico del cuerpo del misil, este depende del ángulo de ataque " α ", la longitud del morro del misil " l_N " y la longitud del cuerpo del misil, sin contar con el morro " l_B ". Utilizando la teoría de cuerpos esbeltos: [17]

$$(x_{AC})_{Body}/l_N = 0.63(1 - \text{sen}^2\alpha) + 0.5(l_B/l_N)\text{sen}^2\alpha. \quad (4.27)$$

La predicción de la localización del centro aerodinámico de las superficies, basada en la teoría lineal [18], depende de la relación de aspecto de la superficie " A ", del Mach de vuelo y de la longitud de la cuerda media aerodinámica " c_{mac} " de la superficie:

$$(x_{AC})_{Surface}/c_{mac} = [A(M^2 - 1)^{0.5} - 0.67]/[2A(M^2 - 1)^{0.5} - 1]. \quad (4.28)$$

En la figura 4.8 se puede observar cómo el centro aerodinámico de una superficie se sitúa en el 25% de la c_{mac} cuando el Mach de vuelo es subsónico y se desplaza hasta el 50% cuando el Mach es muy elevado:

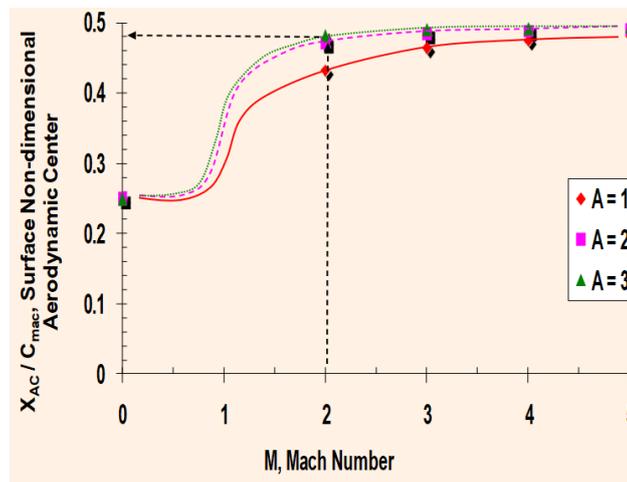


Figura 4.8 Situación del centro aerodinámico de una superficie plana [3]

Los dos misiles diseñados están compuestos por cuerpo y cola, por lo que tendremos una fuerza normal por delante del cdg y otra por detrás.

Para que el misil sea estáticamente estable, el centro aerodinámico resultante de los dos elementos debe situarse por detrás del centro de gravedad. Esto provocará que un aumento (no deseado) del ángulo de ataque provoque un momento de cabeceo negativo que empuje el morro hacia abajo y vuelva a colocar el misil en la posición deseada. Sin embargo, el misil no puede ser demasiado estable, ya que

su maniobrabilidad se vería afectada, y podría provocar que no se pudiese interceptar el objetivo.

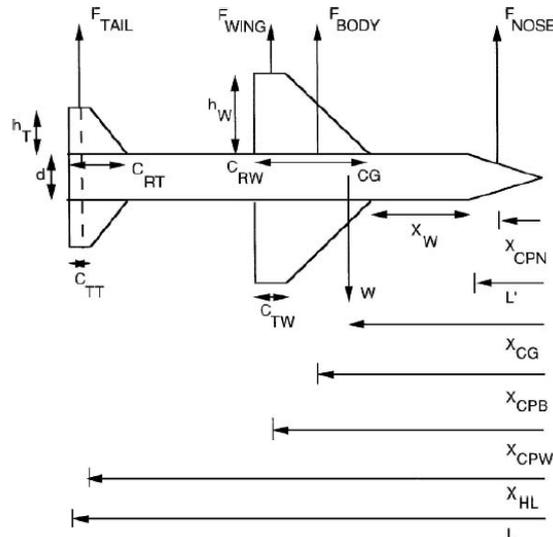


Figura 4.9 Situación de fuerzas y centros aerodinámicos en un misil con control de cola [19]

Aunque en la figura anterior están presentes más fuerzas, para este trabajo solo será necesario estudiar las contribuciones de la superficie de control que posee el misil y su cuerpo, siguiendo las ecuaciones de Fleeman [3]

La distancia entre el centro aerodinámico y el centro de gravedad se denomina margen estático, y se suele adimensionalizar dividiendo la distancia entre el diámetro del misil. [3]

$$\begin{aligned}
 \text{Margen Estático} &= \frac{X_{AC} - X_{cdg}}{d} = \\
 &= \frac{-\{(C_{N\alpha})_{Body}\} \left\{ \frac{(X_{cdg} - X_{AC_{Body}})}{d} \right\} + (C_{N\alpha})_{Tail} \left\{ \frac{(X_{cdg} - X_{AC_{Tail}})}{d} \right\} \left(\frac{S_{Tail}}{S_{Ref}} \right)}{[(C_{N\alpha})_{Body} + (C_{N\alpha})_{Tail} \left(\frac{S_{Tail}}{S_{Ref}} \right)]} \quad (4.29)
 \end{aligned}$$

siendo X_{AC} y X_{cdg} la distancia entre la punta del morro del misil y el centro aerodinámico y el centro de gravedad, respectivamente.

Si el misil es estáticamente estable, la pendiente del coeficiente de momento de cabeceo C_M al variar α es negativa. Calculamos esta derivada teniendo en cuenta las contribuciones del cuerpo y la cola del misil:

$$C_{M\alpha} = (C_{N\alpha})_{Body} \frac{(X_{cdg} - X_{AC_{Body}})}{d} + (C_{N\alpha})_{Tail} \frac{(X_{cdg} - X_{AC_{Tail}})}{d} \left(\frac{S_{Tail}}{S_{Ref}} \right). \quad (4.30)$$

También será necesario calcular la pendiente del coeficiente de momento de cabeceo al variar la deflexión de la cola δ , teniendo en cuenta que, en el control de cola, el ángulo de ataque efectivo que recibe la cola es $\alpha - \delta$. Derivando C_M con respecto a δ , se obtiene que:

$$C_{M\delta} = -(C_{N\alpha})_{Tail} \frac{(X_{cdg} - X_{AC_{Tail}})}{d} (S_{Tail}/S_{Ref}). \quad (4.31)$$

Además de que $C_{M\alpha}$ sea negativo, debe cumplirse que:

$$|C_{M\alpha}| < |C_{M\delta}|$$

esto significa que el momento de cabeceo generado por un cambio en el ángulo de ataque debe ser menor que el momento de cabeceo generado por un cambio en la deflexión de la superficie, para poder controlar adecuadamente el misil.

Con estas dos últimas derivadas se puede calcular el coeficiente de momentos.

$$C_M = C_{M\alpha} \cdot \alpha + C_{M\delta} \cdot \delta \quad (4.32)$$

este coeficiente debe ser nulo cuando el misil está en equilibrio. La condición en la que se produce el equilibrio se conoce como “trim” del misil.

Se introduce entonces el parámetro de “efectividad del control”. Este nos dice qué deflexión debe producirse en la cola para estabilizar el misil en un ángulo de ataque concreto.

$$\alpha/\delta = -C_{M\delta}/C_{M\alpha} \quad (4.33)$$

el módulo de este valor, teniendo en cuenta que se necesita que $|C_{M\alpha}| < |C_{M\delta}|$, debería ser mayor que 1.

El límite en el ángulo de ataque en el que se puede estabilizar un misil lo marca en este caso la deflexión de la cola. La mayoría de las superficies de control de un misil tienen sus límites de deflexión en ± 30 grados. [3]

Por poner un ejemplo sencillo, si el misil, en un cierto momento, cuenta con un $\alpha/\delta = 1.5$, si se pudiera deflectar la cola 30° , podríamos “*trimar*” el misil (mantenerlo en equilibrio), hasta un ángulo de ataque de 45° . Hay que tener en cuenta también que la superficie de control no debe entrar en pérdida, aunque, en el caso del control de cola, esta situación es poco probable.

Cuanto mayor sea el margen estático del misil, menor será la efectividad del control, por lo que, una vez más, no interesa que sea demasiado grande.

Si el centro de gravedad y el centro aerodinámico del misil coincidieran en el mismo punto, el margen estático sería nulo (misil neutralmente estable) y $\alpha/\delta = \infty$.

4.4 MODELADO DE LA ATMÓSFERA

Con el objetivo de ser capaces de predecir las fuerzas que actúan sobre el misil en el punto en el que se encuentre, hay que conocer las condiciones del fluido que le rodea en cada momento, pues de él dependerán parámetros tan importantes como la fuerza de sustentación o la resistencia aerodinámica.

Para ello, se utilizará el modelo de Atmósfera Estándar Internacional (ISA, por sus siglas en inglés) de 1976. [20]

Este modelo permitirá obtener la presión p , temperatura T y densidad del aire ρ en cualquier punto.

Como la altura máxima que alcanza uno de los misiles del trabajo es casi 32 km, sólo se analizará el modelo hasta esa altura.

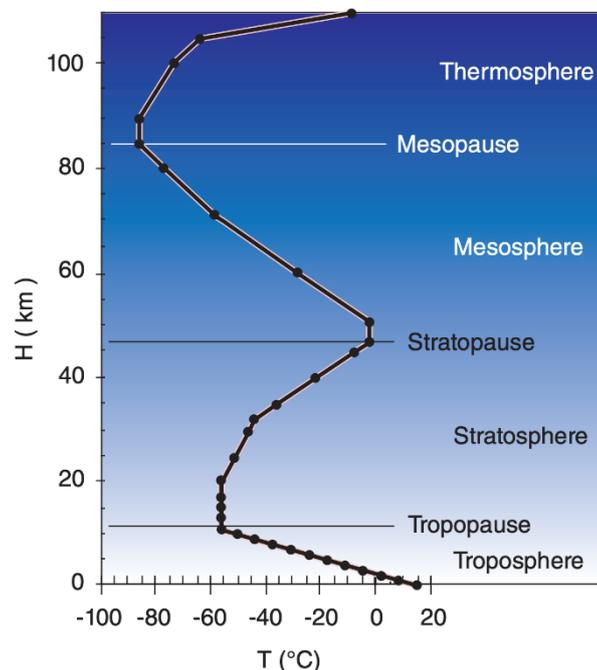


Figura 4.10 Capas de la ISA. Perfil de temperaturas. [21]

Las fórmulas a continuación servirán para calcular las temperaturas en grados Kelvin, las presiones en Pascales, y las densidades en kilogramos por metro cúbico. Las alturas se introducirán en metros.

Los valores de la fuerza de la gravedad y de la constante individual del aire son, respectivamente: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $R = 287 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$.

La primera capa de la atmósfera es la troposfera. Esta abarca desde el nivel del mar hasta una altura de 11 km. En esta capa:

$$T(h) = 288.15 - 0.0065 \cdot (h - 0) \quad (4.34)$$

$$p(h) = 101325 \left(\frac{T(h)}{288.15} \right)^{\frac{-g}{-0.0065 \cdot R}} \quad (4.35)$$

$$\rho(h) = 1.225 \left(\frac{T(h)}{288.15} \right)^{-1 - \frac{g}{-0.0065 \cdot R}} \quad (4.36)$$

La siguiente capa es la tropopausa, que abarca desde una altura de 11 km hasta los 20 km de altura sobre el nivel del mar. En esta capa:

$$T(h) = 216.65 \quad (4.37)$$

$$p(h) = 22632 \cdot e^{\frac{-g}{RT} \cdot (h-11000)} \quad (4.38)$$

$$\rho(h) = 0.3639 \cdot e^{\frac{-g}{RT} \cdot (h-11000)} \quad (4.39)$$

La última capa que se estudiará es la troposfera, concretamente la parte de ella que va desde los 20 km a los 32 km de altura. En esta capa:

$$T(h) = 216.65 + 0.0001 \cdot (h - 20000) \quad (4.40)$$

$$p(h) = 5474.9 \left(\frac{T(h)}{216.65} \right)^{\frac{-g}{0.0001 \cdot R}} \quad (4.41)$$

$$\rho(h) = 0.088 \left(\frac{T(h)}{216.65} \right)^{-1 - \frac{g}{0.0001 \cdot R}} \quad (4.42)$$

Por último, presentará la forma de calcular la velocidad del sonido "a", ya que es uno de los parámetros más importantes teniendo en cuenta que $Mach = V_{\infty}/a$. Siendo V_{∞} la velocidad de vuelo del misil.

$$a = \sqrt{\gamma \cdot p/\rho} \quad (4.43)$$

siendo γ el coeficiente de dilatación adiabática y que se tomará como:

$$\gamma = 1.4$$

5. Ecuaciones del movimiento

En este capítulo se estudiarán las ecuaciones que modelan el movimiento del misil.

En este capítulo, se utilizarán una serie de parámetros que se deben conocer:

- Fuerza de empuje T .
- Resistencia aerodinámica D .
- Fuerza de sustentación L .
- Peso W .
- Fuerza de la gravedad g_c .
- Rango o alcance R .
- Tiempo t .
- Velocidad V .
- Ángulo de ataque α .
- Deflexión de la superficie de control δ .
- Ángulo de la trayectoria o ángulo de asiento γ .
- Impulso específico I_{SP} .
- Superficie de referencia S_{ref} .
- Presión dinámica q .
- Densidad del aire ρ .
- Momento de inercia I_y .
- Diámetro del misil d .

5.1 VUELO PROPULSADO ACELERADO. “BOOST”.

Este tipo de vuelo es característico de los motores cohete, en los que, al quemar el propulsante suelen producir un empuje mucho mayor a la resistencia aerodinámica del misil y por lo tanto se produce una aceleración que aumenta la velocidad de este. Sin embargo, no solo se aplica a motores cohete, si no a cualquier movimiento acelerado.

Durante el vuelo propulsado de aceleración se considera que el ángulo de ataque es $\alpha \approx 0$, que el ángulo de asiento γ (ángulo que forma el vector movimiento con el horizonte) es constante, y que $T > W \sin(\gamma)$.

El incremento de velocidad que se produce por la combustión del propulsante, derivada de la ecuación del cohete de Tsiolkovski, es:

$$\frac{\Delta V}{g_c I_{SP}} = - \left[1 - \left(\frac{D}{T} \right) - \left(\frac{W \text{sen } \gamma}{T} \right) \right] \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{W_{propulsante}}{W_{inicial}} \right) \right]. \quad (5.1)$$

El alcance que se consigue durante el “boost” es:

$$R = (V_i + \Delta V / 2) t_{Burn}. \quad (5.2)$$

5.2 VUELO NO PROPULSADO. “COAST”.

Los misiles balísticos que montan un motor cohete no son propulsados desde que se lanzan hasta que llegan al objetivo, si no que aprovechan la velocidad conseguida durante el *boost* para después volar sin ser propulsado (se pierde velocidad) hasta llegar al objetivo.

Se basa en la ecuación del movimiento de 1 *DOF* asumiendo $\gamma = cte, \alpha \approx 0$.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{-g_c C_{D0} S_{ref} q}{W} - g_c \text{sen } \gamma \quad (5.3)$$

integrando esta ecuación se consigue la velocidad del misil durante el *coast*.

$$V = \frac{V_i \left\{ 1 - \left[\frac{g_c \text{sen } \gamma}{V_i} \right] t \right\}}{1 + \left\{ \frac{g_c \rho C_{D0} S_{ref} V_i}{2W} \right\} t} \quad (5.4)$$

integrando la velocidad se puede hallar el alcance del *coast*.

$$R = \left[\frac{2W}{g_c \rho C_{D0} S_{ref}} \right] \cdot \ln \left[1 - \frac{g_c^2 \rho C_{D0} S_{ref}}{2W} \right] \cdot (\text{sen } \gamma) t^2 + \left\{ \frac{g_c \rho C_{D0} S_{ref} V_i}{2W} \right\} t \quad (5.5)$$

5.3 GIRO. “TURN”.

El giro del misil se realizará únicamente mediante control aerodinámico, ya que ninguno de los misiles diseñados posee algún mecanismo de TVC o RJC.

Una deflexión en la cola del misil provoca una aceleración angular $\dot{\theta}$ sobre el cuerpo del misil. Asumiendo que $\ddot{\theta} = \ddot{\alpha}$, la rotación del cuerpo es:

$$I_y \ddot{\theta} = I_y \ddot{\alpha} = q S_{ref} d C_{M\alpha} \alpha + q S_{ref} d C_{M\delta} \delta \quad (5.6)$$

esta rotación consigue que $|\alpha|$ sea más grande, por lo que favorecerá el giro del misil.

La ecuación que describe el cambio del ángulo de asiento ($\dot{\gamma} = \Delta\gamma / \Delta t$) es:

$$(W/g_c) V \dot{\gamma} = q S_{ref} C_{N\alpha} \alpha + q S_{ref} C_{N\delta} \delta + T \text{sen } \alpha - W \text{cos } \gamma \quad (5.7)$$

además, durante el giro del misil se produce un cambio en la velocidad de este:

$$(W/g_c) \dot{V} = T - C_A q S_{ref} - C_{N\alpha} \alpha^2 q S_{ref} - W \text{sen } \gamma \quad (5.8)$$

siendo C_A el coeficiente de la fuerza axial del misil, $C_A \approx C_{D0}$.

Por último, el radio de giro en cada instante es:

$$R_T = V / \dot{\gamma} \quad (5.9)$$

5.4 VUELO DE CRUCERO. "CRUISE".

Esta condición de vuelo se produce cuando el misil está en equilibrio.

Estas condiciones no pueden ser mantenidas fácilmente por misiles propulsados por motor cohete, sin embargo, sí que suelen mantenerse en aerorreactores, ya que pueden variar el empuje controlando el consumo de combustible. El empuje necesario para mantener el equilibrio de fuerzas y por tanto, el vuelo de crucero es:

$$T = W / (L/D) \quad (5.10)$$

considerando que $V, (L/D), I_{SP}$ son constantes, se puede utilizar la ecuación de Breguet para calcular el alcance que tiene el misil durante el vuelo de crucero:

$$R = (V I_{SP}) (L/D) \ln \left[\frac{W_{Inicial}}{W_{Inicial} - W_{Combustible}} \right] \quad (5.11)$$

6. Diseño del misil propulsado por motor cohete

El primer misil que se comenzó a diseñar para este trabajo fue el misil propulsado mediante motor cohete.

La filosofía que se utilizó en un primer momento para diseñarlo fue la de crear un misil, parecido al *Patriot*, con una mayor longitud y algo más de diámetro (para alojar más propulsante) pero usando la limitación de envergadura que proporcionaba el tubo de lanzamiento.

Este misil contaba con una configuración sencilla cuerpo-cola. Durante los comienzos del diseño, contaba con un ala por detrás del centro de gravedad con el fin de proporcionar mayor estabilidad y, por tanto, requería una cola de menor tamaño, facilitando la integración del misil con la plataforma de lanzamiento. Sin embargo, esta idea fue prontamente descartada, ya que había otras configuraciones de cola que servían para mantener la estabilidad del misil y se integraban perfectamente con la plataforma. Además, la existencia de un ala aumentaba el coeficiente de resistencia parásito (C_{D0}) y, por tanto, el alcance del misil se veía gravemente afectado, siendo este el parámetro más importante del diseño.

En la figura 6.1 se puede observar cómo acabó el primer diseño:

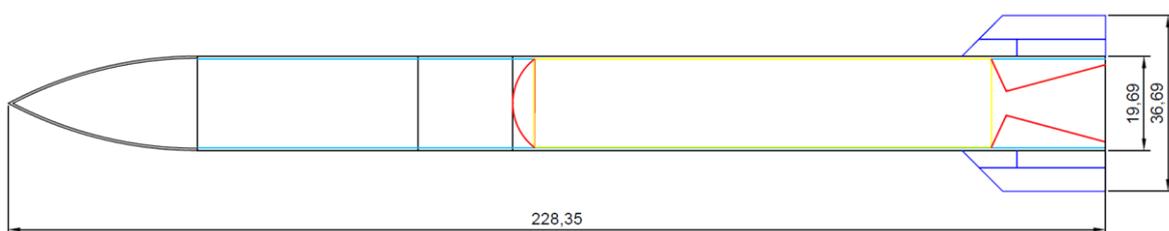


Figura 6.1 Misil motor cohete v1.0

Las líneas negras simbolizan las separaciones entre subsistemas, además de delinear el exterior del misil; las líneas de color cian simbolizan el grosor de la estructura; de color rojo se representa el sistema propulsivo, con el espacio que

ocupa el propulsante de color amarillo y las superficies de control (en este caso la cola, cruciforme), de color azul oscuro.

Como se puede observar en la figura, este misil contaba con un diámetro de 19.69 in (0.5 m) y una longitud de 228.35 in (5.8 m). La envergadura era de 36.69 in (0.98 m).

Este misil no cumplía las expectativas de la misión, por lo que fue descartado rápidamente. Esto se debía principalmente a que se le redondeó la punta del morro más de lo necesario (por lo que aumentaba su resistencia) y a que el grosor de la estructura era demasiado grueso y aumentaba mucho el peso.

Al final, este misil, que pretendía ser un *Patriot* más grande para incrementar su alcance, acabó teniendo una menor relación entre el peso de propulsante y el peso inicial (W_p / W_i) que el propio *Patriot*.

Se procedió entonces a modificar el diseño. La longitud del misil aumentó una gran cantidad y se redujo el grosor de la estructura (sin comprometer su integridad) y el redondeo del morro para que dejaran de lastrar el diseño.

En este punto el misil se parecía más al misil ruso *48N6E2*. Para mejorar su eficiencia se propuso un diseño novedoso que consistía en utilizar 2 etapas, por lo que habría que duplicar el sistema propulsivo. Esto suponía un aumento en el peso inicial, pero proporcionaba un gran aumento del alcance.

La primera etapa, siguiendo el ejemplo del misil estadounidense "*RIM-161 Standard Missile-3*" (*SM-3*) se diseñó con cuatro toberas de menor tamaño en vez de una de mayor tamaño, con lo que se consigue que la tobera tenga una menor longitud y por tanto, se pueda introducir más propulsante en el motor cohete sin tener que aumentar sus dimensiones.

En la siguiente imagen se puede observar la configuración del *SM-3* y su primera etapa, formada por el "*MK 72 Booster*" con múltiples toberas:

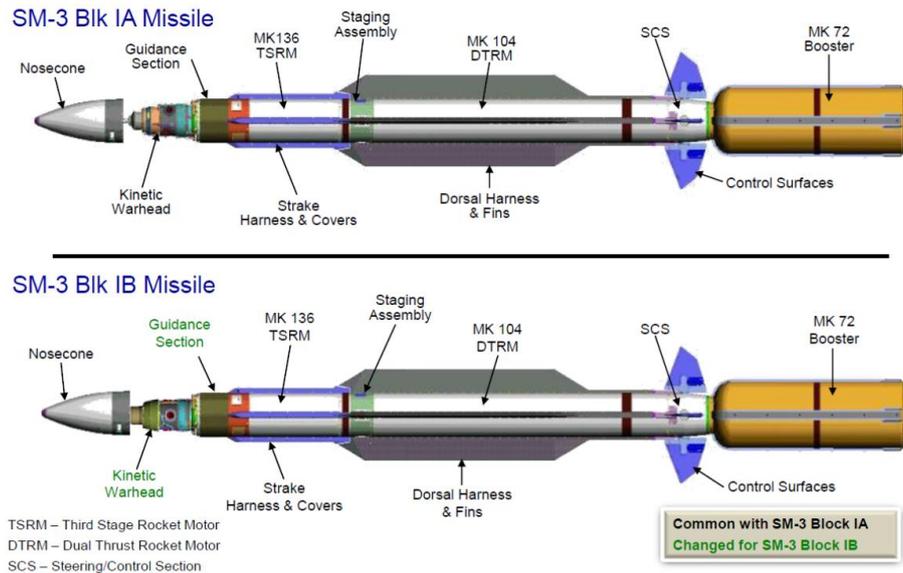


Figura 6.2 Configuración del misil SM-3 [22]

Como el misil solo dispone de control aerodinámico y no de TVC o RJC, la superficie de control (cola trapezoidal, cruciforme) debe ir situada en la segunda etapa, para poder controlar el vuelo a lo largo de toda la trayectoria, por lo tanto, ya no podría estar en la parte final del misil y no quedaba más remedio que posicionarla cerca del centro de gravedad del misil (un poco retrasada con respecto del centro).

Esto generaba grandes problemas de estabilidad, ya que para mantener el misil estáticamente estable se necesitaría una cola enorme. Esta situación no era práctica ni óptima para el diseño, por lo que se optó por montar una superficie fija en la primera etapa que ayudara en la estabilización del misil. Después de varios estudios se decidió colocar una superficie triangular en la parte más retrasada del misil debido a que la forma era óptima para conseguir estabilidad estática utilizando una superficie lo más pequeña posible para no reducir demasiado el alcance.

En la figura 6.3 se observa cómo acabó el segundo diseño:

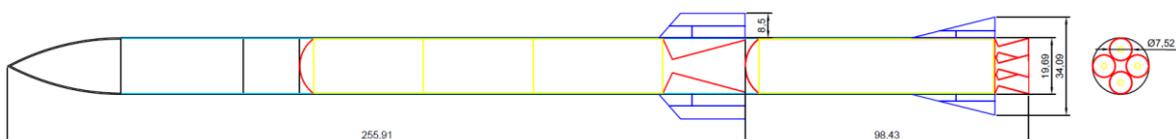


Figura 6.3 Perfil del misil motor cohete v2.0 y situación de las toberas

La figura sigue los mismos esquemas de color que (Figura 6.1).

Este misil contaba con el mismo diámetro y envergadura que la versión 1.0, sin embargo, la longitud era de 354.34 in (9 m). Además, el sistema propulsivo era realmente complicado debido a los tres pulsos de la segunda etapa.

Este diseño era válido, ya que cumplía los requerimientos de la misión, pero sus dimensiones se alejaban considerablemente de las dimensiones del “48N6E2” por lo que no es un diseño óptimo. Estas diferencias se producían debido a que se había mantenido el techo de vuelo en 24 km, que era el techo de vuelo del *Patriot*. Sin embargo, el misil ruso tiene un techo de vuelo mucho más alto.

Una de las mayores ventajas de un motor cohete (sobre un aerorreactor) es que no depende del gasto de aire que pueda introducir y, por tanto, a nivel propulsivo, la altura no supone ningún problema. De hecho, al depender el empuje de la velocidad de los gases de salida, el no tener aire alrededor de la salida de la tobera (que será desplazado por los gases de escape) permite que la velocidad de salida sea mayor y, por tanto, el empuje será mayor. De esta manera, los motores cohete son más eficientes en una altura elevada que a nivel del mar.

Un ejemplo de esto es el anteriormente citado “*RIM-161 Standard Missile-3*” que tiene un techo de vuelo superior a los 160 km [23].

Sin embargo, al no disponer de TVC o RJC, el control aerodinámico del misil es lo que limita el techo de vuelo.

Para el siguiente (y definitivo) diseño del misil propulsado mediante motor cohete, se subió el techo de vuelo de 24 km a casi 32 km, razonable teniendo en cuenta el techo de vuelo del “48N6E2”, y suficiente para optimizar las dimensiones y la trayectoria del misil.

Otro cambio, aunque menos notorio, fue el cambio en la relación de aspecto de la cola del misil para mantener la envergadura dentro de los límites establecidos.

A continuación, se mostrará un esquema de la tercera versión del misil:

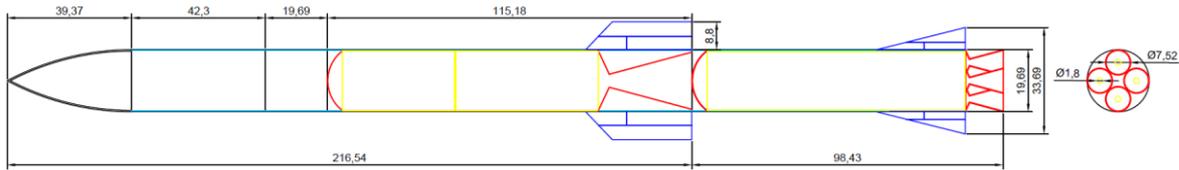


Figura 6.4 Perfil del misil motor cohete v3.0 (Final) y situación de las toberas.

Esta figura sigue los mismos esquemas de color que la figura anterior.

Este misil cuenta con un diámetro de 19.69 in (0.5 m), una envergadura de 37.29 in (0.947 m), por debajo del máximo establecido de 0.95 m para ser integrado en una plataforma de lanzamiento de al menos 1 m de diámetro, o una caja de 1 m de ancho x 1 m de alto, similar a la que monta el *M901* del *Patriot*.

La longitud total del misil es de 314.97 in (8 m), siendo la longitud de la segunda etapa (aquella que llega a interceptar el avión de combate enemigo) 216.54 in (5.5 m)

También se encuentran en la figura las medidas (en pulgadas) de los diferentes subsistemas que forman el misil y cuyo cálculo se explicará a lo largo de este capítulo.

De izquierda a derecha (empezando desde el morro del misil), estos subsistemas son:

- Radar, nariz o morro del misil.
- Sistema de guiado y control del misil.
- Cabeza de guerra.
- Sistema propulsivo de la segunda etapa del misil.
- Superficies móviles de control (colas trapezoidales).
- Sistema propulsivo de la primera etapa del misil.
- Superficies fijas (aletas triangulares).

6.1 RADOMO

El radomo influye en gran medida en la resistencia aerodinámica o *drag* del misil cuando este se encuentra en régimen supersónico. Esta influencia es claramente visible en la ecuación (4.8).

También influye en la distorsión electromagnética que produce su forma, pero este aspecto será menos importante para la realización de este trabajo.

Un parámetro muy importante que caracteriza el radomo es la finura del radomo, que consiste en dividir la longitud del radomo entre el diámetro del misil.

$$l_N/d$$

Lo ideal sería contar con un valor muy alto de este parámetro (en torno a 5), para reducir lo máximo posible la resistencia aerodinámica del misil y así conseguir un mayor alcance. Sin embargo, esto provocaría que la longitud del radomo fuera demasiado grande, dejando poco espacio a los demás subsistemas o sobredimensionando el misil.

Por lo tanto, se ha elegido una $\frac{l_N}{d} = 2$ para el misil, ya que es usualmente, la relación más empleada.

Según Fleeman [3], las ecuaciones que permiten modelar el *drag* supersónico son más sensibles a la finura del radomo que a su forma.

Se ha elegido la forma de ojiva tangente para el radomo del primer misil, gracias a su bajo *drag* supersónico, bajo RCS, y bajo coste de fabricación, a cambio de tener una distorsión óptica y electromagnética mayor que otras formas.

Además, la punta del radomo se redondeará mínimamente para reducir tensiones y calentamientos localizados en ese punto.

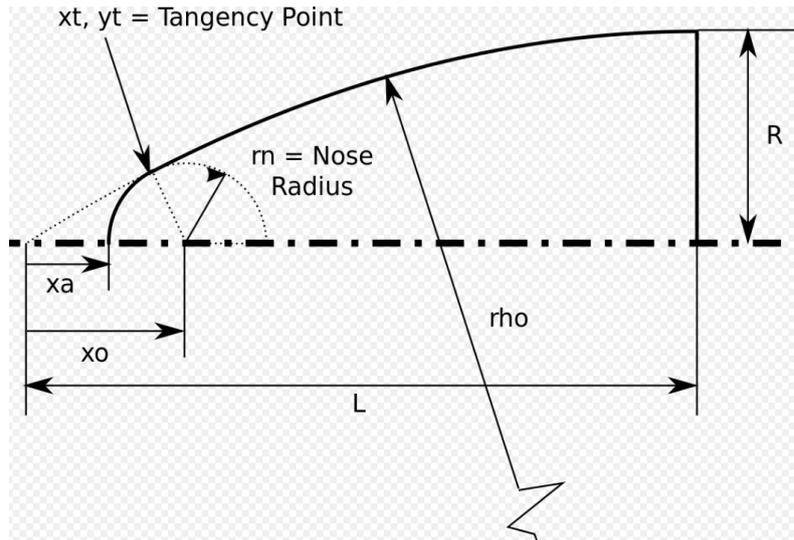


Figura 6.5 Perfil de la forma de ojiva tangente con punta redondeada

A la hora de elegir el material se optó por la pirocerámica y la sílice fundida. Ambos materiales son perfectamente viables, pero tras estudiar ambas opciones, se decidió utilizar pirocerámica.

Tabla 6.1 Propiedades de la pirocerámica

Densidad (ρ)	2.55 g/cm ³
Constante dieléctrica	5.8
Tensión de rotura	25000 psi
Expansión Térmica	3·10 ⁻⁶ / °F
Temperatura máxima / Corta duración	2200 °F

Aunque la densidad de la pirocerámica es un poco superior a la de la sílice fundida, su constante dieléctrica es mejor, por lo que el grosor del radomo que se necesita es menor y, por tanto, menor será su peso.

Para calcular el grosor necesario del radomo se utilizará la ecuación proporcionada por Klein [24] que indica cuál debe ser el grosor para una transmisión óptima:

$$t_{Opt\ trans} = 0.5 \cdot n \cdot \lambda_0 / (\epsilon - \text{sen}^2\theta_i)^{0.5} \quad (6.1)$$

siendo n un número entero y positivo cualquiera, λ_0 la longitud de onda del buscador en el aire, ϵ la constante dieléctrica del material y θ_i el ángulo de incidencia de la señal radar con la superficie del radomo.

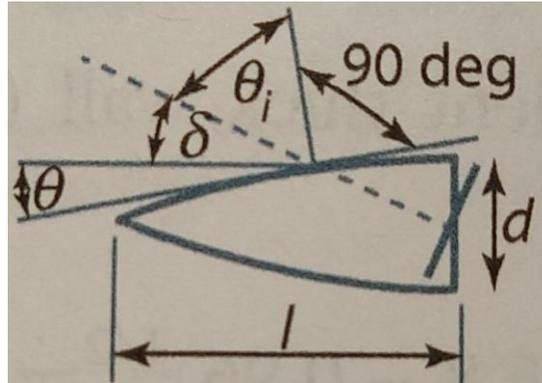


Figura 6.6 Ángulo de incidencia de la señal radar [3]

Atendiendo a la figura, si el radomo tiene una longitud $l = 39.37 \text{ in}$, un diámetro $d = 19.69 \text{ in}$ y el buscador está mirando hacia delante $\delta = 0$

$$\theta_i = \pi/2 - \delta - \theta = 90 - 0 - \tan^{-1}[(d/2)/l] = 1.32582 \text{ rad} = 75.964 \text{ deg}$$

Utilizando ahora la constante dieléctrica de la pirocerámica $\epsilon = 5.8$, la longitud de onda del buscador $\lambda = 0.00315 \text{ m}$, y $n = 16$ (por razones estructurales), utilizando la ecuación (6.1), el grosor óptimo del radomo sería:

$$t_{opt \text{ trans}} = 0.5 \cdot 16 \cdot 0.00315 / (5.8 - \text{sen}^2(1.32582))^{0.5} = 0.0114 \text{ m}.$$

Un grosor de 11.4 mm es muy similar a los 14 mm con los que cuenta el misil *Patriot* y podrá resistir las cargas sin problema.

El siguiente paso es calcular la superficie del radomo, para ello, hay que saber que se ha elegido poner un 1% de redondeo en la punta.

Haciendo uso de la figura 5.5, $R = 0.25 \text{ m}$, $L = 1 \text{ m}$, $r_n = 0.0025 \text{ m}$.

El radio de la ojiva (ρ), el punto de tangencia entre la ojiva y la semiesfera y el punto donde comienza el radomo (*ápex*) se calculan así:

$$\rho = \frac{R^2 + L^2}{2R} = 2.125 \text{ m}. \quad (6.2)$$

$$x_0 = L - \sqrt{(\rho - r_n)^2 - (\rho - R^2)} = 0.00532355 \text{ m}. \quad (6.3)$$

$$y_t = \frac{r_n(\rho - R)}{\rho - r_n} = 0.00220848 \text{ m}. \quad (6.4)$$

$$x_t = x_0 - \sqrt{r_n^2 - y_t^2} = 0.00415196 \text{ m}. \quad (6.5)$$

$$x_a = x_0 - r_n = 0.00282355 \text{ m}. \quad (6.6)$$

Una vez obtenido estos parámetros, utilizaremos las ecuaciones que parametrizan la ojiva la circunferencia:

$$y_{ojiva} = \sqrt{\rho^2 - (L - x)^2} + R - \rho. \quad (6.7)$$

$$y_{circunferencia} = \sqrt{r_n^2 - (x - x_0)^2}. \quad (6.8)$$

La superficie del radomo del misil resulta de la suma de las superficies de revolución de ambas figuras geométricas teniendo en cuenta los límites inferiores y superiores de ambas como se puede observar en la figura 5.5.

El área de una superficie de revolución se calcula:

$$S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (6.9)$$

tras realizar las integrales con ayuda de MATLAB y sumarlas, se obtiene que la superficie del radomo es: $S_{wet} = 1.0859 \text{ m}^2$

Con estos datos ya se puede calcular el peso del radomo, utilizando:

$$W_{radomo} = \rho_{material} \cdot S_{wet} \cdot t_{Opt trans} \quad (6.10)$$

lo que da un valor de $W_{radomo} = 2550 \cdot 1.0859 \cdot 0.0114 = 31.657 \text{ kg} = 69.791 \text{ lb}$.

También será necesario conocer el centro de gravedad del radomo, para ello, se utilizará la siguiente ecuación: [25]

$$\frac{\bar{z}}{R} = \frac{\pi}{V/R^3} \left(-\frac{2}{3} (f-1)(f^3 - (f-1)^3) + \frac{1}{2} (f^2 + (f-1)^2)\lambda^2 - \frac{1}{4}\lambda^4 \right) \quad (6.11)$$

siendo \bar{z} la distancia entre el centro de gravedad de la ojiva y su base.

Para hallar \bar{z} necesitamos los parámetros f , λ y el volumen de la ojiva. De la misma referencia, se puede obtener:

$$\frac{V}{R^3} = \pi \left(f^2 - \frac{1}{3}\lambda^2 \right) \lambda - f^2 - (f-1) \text{sen}^{-1}(\lambda/f) \quad (6.12)$$

$$f = \rho / R \quad (6.13)$$

$$\lambda = \sqrt{2f - 1} \quad (6.14)$$

introduciendo los datos en las ecuaciones, obtenemos:

$$f = \frac{2.125}{0.25} = 8.5, \lambda = \sqrt{2 \times 8.5 - 1} = 4, \frac{V}{R^3} = 6.8205, \bar{z} = 0.3167 \text{ m.}$$

Con el fin de simplificar cálculos posteriores, usaremos el parámetro z_{radomo} como la distancia entre el centro de gravedad del radomo y la punta de este.

$$z_{radomo} = L - \bar{z} = 1 - 0.3167 = 0.6833 \text{ m} = 26.9 \text{ in}$$

6.2 SUBSISTEMA DE CONTROL Y GUIADO

Una de las partes más importantes de un misil es poder guiarlo, desde la plataforma de lanzamiento hasta el objetivo. Si esto no fuera posible, no tendría sentido hablar de misiles.

Dentro del guiado de un misil de larga distancia se distinguen tres fases:

- Fase de lanzamiento: Se programa el misil para que este se separe de la plataforma de lanzamiento sin provocar un accidente. En algunos misiles esta fase alcanza hasta que el propulsante del misil se agota, y puede ser guiada, pero lo normal es que se programe para que no haya cambios en el sistema y las superficies de control.
- Fase intermedia: Comienza con los primeros comandos para dirigir el misil hacia el objetivo y acaba cuando el buscador localiza y rastrea el objetivo. Con frecuencia es la fase más larga (tanto en distancia como en tiempo). Aunque el objetivo aún se encuentra lejos, es conveniente que esta fase tenga una alta precisión para disminuir los requerimientos del buscador que actuará en la siguiente fase, ya que es uno de los elementos de mayor coste dentro del misil.
- Fase terminal: Esta fase debe ser de alta precisión. Para ello, el misil debe tener una rápida respuesta a las señales de guiado. Este es el punto crítico de la operación del misil, ya que decidirá si su lanzamiento ha sido efectivo o no dependiendo de si se logra interceptar el objetivo.

El misil, para la fase intermedia, utilizará un sistema GPS/INS para proporcionar la información necesaria al misil y acercarlo al objetivo.

Para la fase terminal, el misil empleará la técnica de guiado TVM “*Track-Via-Missile*”, que combina características del guiado por localización semiactiva y del guiado mediante comandos. [26]

Esta técnica de guiado ha sido muy utilizada en misiles tierra-aire de largo alcance (ambos sistemas elegidos como base de referencia para este misil utilizan esta técnica) debido a que reúne las ventajas del guiado por comandos (reduce el peso del misil al colocar la mayoría del sistema de guiado en el punto de lanzamiento) y la mayor precisión del guiado por localización.

El principio de funcionamiento de esta técnica es el siguiente:

- Un buscador radar semiactivo montado en el misil determina la posición del objetivo y transmite la información al sistema de control de tiro que se encarga del misil.
- Éste, mediante la información recibida del buscador, la información que produce él mismo rastreando el objetivo, o una mezcla de ambas, proporciona al misil la información necesaria para realizar el cambio de dirección adecuado en cada momento.

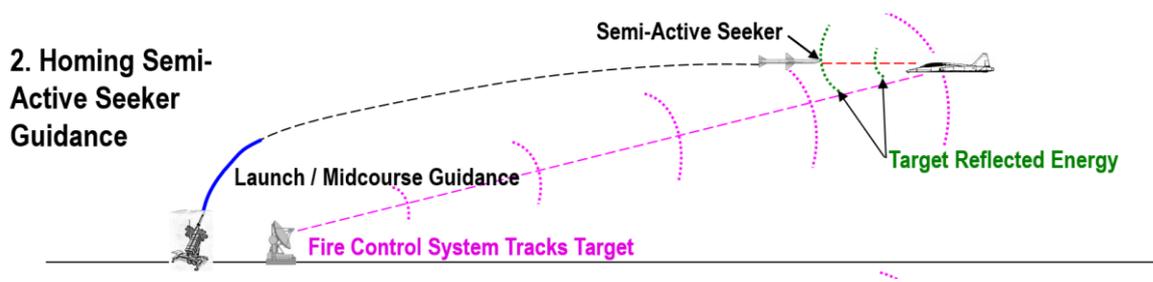


Figura 6.7 Funcionamiento del buscador semiactivo [3]

En la figura 6.8 se puede observar cómo funciona el guiado del misil *Patriot* y cuantos elementos son necesarios para llevar a cabo el guiado.

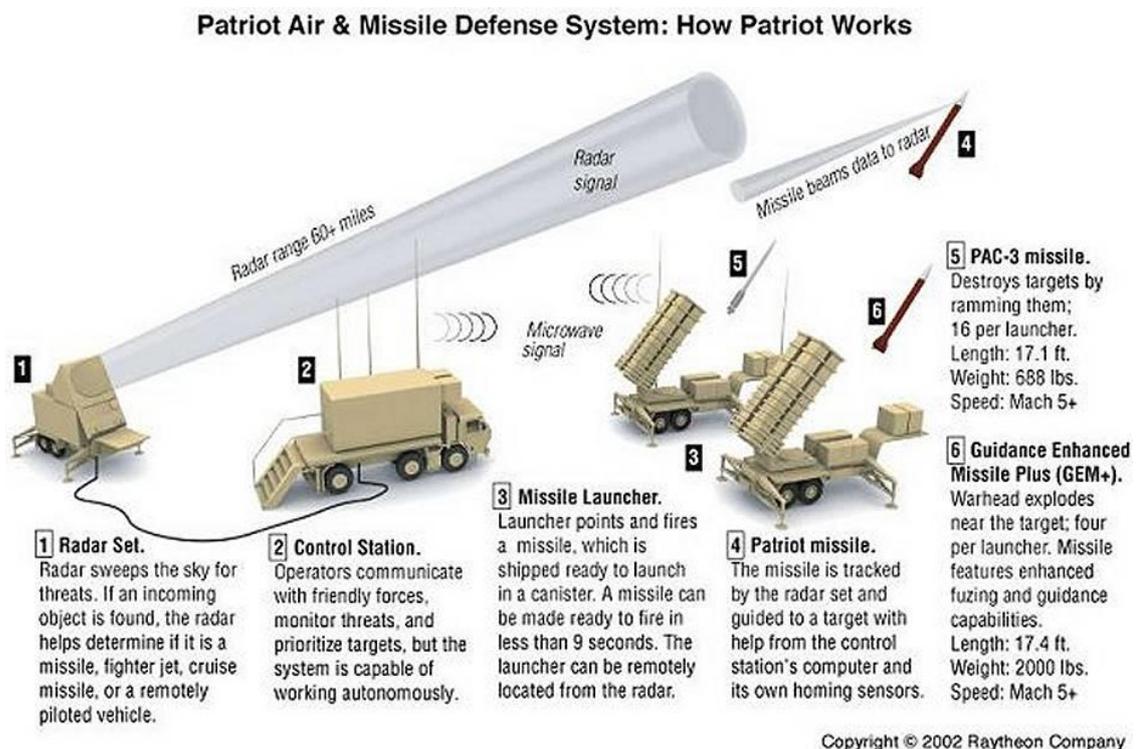


Figura 6.8 Funcionamiento del sistema de guiado del *Patriot* [27]

El buscador radar trabajará a una frecuencia de 94 GHz. Por lo tanto, su longitud de onda será de 3.15 mm. Esta frecuencia se utiliza frecuentemente con fines militares para detectar y perseguir objetivos.

El buscador, por tanto, será de onda milimétrica. Este tipo de buscadores, al disponer de una longitud de onda menor que los buscadores de onda centimétrica, están dotados de una mayor resolución y su rendimiento es mayor en condiciones meteorológicas adversas. Además, el peso y el tamaño es menor, a la vez que posee un ancho de banda mucho mayor.

Sin embargo, no son todas ventajas, ya que su alcance y la potencia máxima que pueden transmitir es menor que la de los buscadores de onda centimétrica.

A nivel estructural, con el objetivo de hallar unos valores realistas del peso y el espacio que ocupa el sistema de control y guiado que se encuentra en el interior del misil, se consultó un estudio realizado por Nowell [28] en la *Naval Postgraduate School*, en Monterey, California.

En este estudio se recogieron datos sobre el peso de los diferentes subsistemas de varios misiles estadounidenses y se realizaron varios análisis de regresión sobre ellos, clasificándolos en función de la misión realizada por el misil y el alcance para el que estaban fabricados para así poder disponer de los datos en posteriores diseños conceptuales o en la fase de diseño preliminar.

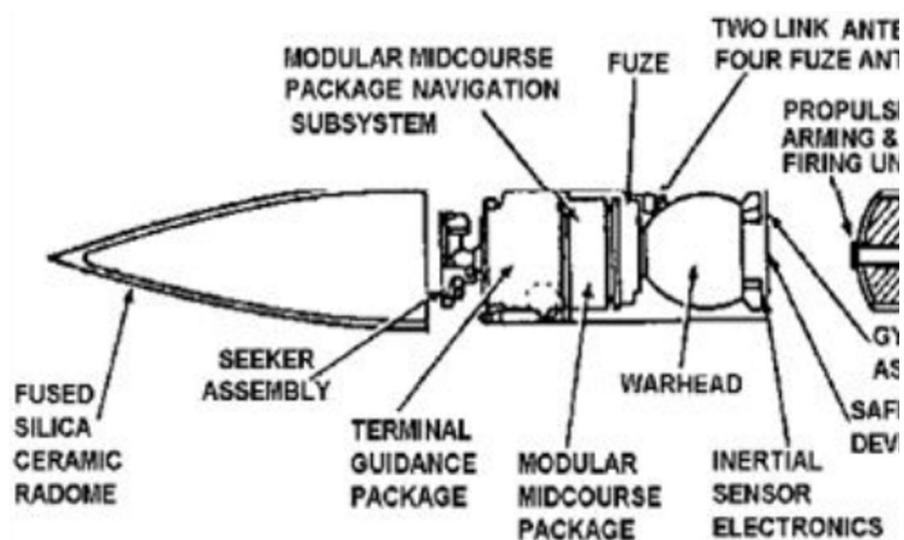


Figura 6.9 Elementos que conforman el subsistema de control y guiado del misil [29]

A continuación, se adjuntará la tabla A-18 del estudio [28], en la que se muestran las especificaciones de los diferentes sistemas de control y guiado de los misiles tierra-aire sobre los que se recabó información.

TABLE A-18: SAM GUIDANCE/CONTROL SUBSECTION SPECIFICATIONS

NAME	G/C LEN	G/C DIAM	G/C WT	G/C VOL	G/C DENS	Wgc/Wt	PROD STRT
	FT	FT	lbs	FT ³	PCF		YEAR
SM2MR BLKII	5.64	1.13	242	5.66	42.77	0.155	1983
SM2ER BLKII	6.10	4.13	200	6.12	32.69	0.061	1980
STINGER	1.19	0.23	14	0.05	283.17	0.400	1977
SM1ER BLKV	5.26	1.13	200	5.27	37.91	0.067	1970
SEA SPARROW	4.13	0.70	134	1.59	84.56	0.265	1980
TARTAR	6.52	1.13	310	6.53	47.41	0.233	1960
SM1MR BLKIV	5.26	1.13	200	5.27	37.91	0.147	1970
SM2MR BLKI	5.50	1.13	200	5.52	41.75	0.166	1983
CHAPP ARRAL	2.54	0.42	28	0.35	79.57	0.147	1976
RAM	1.92	0.42	29	0.27	108.35	0.176	1984
HAWK	6.47	1.20	215	7.32	29.39	0.154	1969
PATRIOT	6.07	1.33	257	8.43	30.48	0.117	1979
AVERAGE	4.72	0.92	172	4.37	71.33	0.174	

Figura 6.10 Tabla de especificaciones de sistemas de control y guiado [28]

De esta tabla, los misiles tierra-aire que desarrollan misiones similares a las del misil que se pretende diseñar son: "SM2MR BLKII", "SM2ER BLKII", "SM2MR BLKI" y "PATRIOT".

Atendiendo a los datos de estos misiles, se puede ver que el peso de este subsistema (cuarta columna) no varía demasiado de uno a otro, situándose siempre

entre 200 y 257 lbs. Debido a su corta variación, se eligió el parámetro del peso como valor impuesto para el diseño.

Utilizando una solución conservativa, se estableció un peso para el misil diseñado de $W_{G/C} = 250 \text{ lbs} = 113.4 \text{ kg}$.

Una vez se ha establecido un peso para el subsistema, se procedió a calcular cuánto volumen ocupaba. Para ello, se buscó la ecuación que mejor relacionaba el peso del subsistema con el volumen que ocupaba en los misiles de la anterior figura. La ecuación número 58 del estudio [28], de la tabla 18, con un “*R-Squared*” (medida que nos indica lo bien que se ajusta el modelo de regresión a los datos reales) de 96.74%. Esta ecuación es:

$$W_{G/C} = 74.6 \cdot Vol_{G/C}^{0.62} \quad (6.15)$$

haciendo uso de esta ecuación, es posible calcular el volumen que ocupará el subsistema. Para este caso, $Vol_{G/C} = 7.032 \text{ ft}^3$.

La forma del volumen que ocupa es un cilindro. Teniendo en cuenta que el diámetro exterior del misil es $d = 0.5 \text{ m}$ y que el grosor de la estructura del misil (se mostrarán los cálculos más adelante en este capítulo) es $t = 0.28 \text{ in} = 7.112 \text{ mm}$, el diámetro interior del misil será $d_i = d - 2 \cdot t = 0.5 - 2 \cdot 0.0071 = 0.485776 \text{ m} = 1.59375 \text{ ft}$.

Siendo el volumen de un cilindro $V_{cil} = \pi \cdot 0.25d^2 \cdot L$, se hallará la longitud que ocupa el subsistema de control y guiado dentro del misil.

$$\begin{aligned} L_{G/C} &= Vol_{G/C} / (\pi \cdot 0.25d_i^2) = 7.032 / (\pi \cdot 0.25 \cdot 1.59375^2) = 3.525 \text{ ft} = 1.0744 \text{ m} \\ &= 42.3 \text{ in}. \end{aligned}$$

Por último, y aunque no se encuentra situado entre el radomo y la cabeza de guerra, también forman parte de este subsistema los actuadores de la cola.

Los actuadores serán electromagnéticos, debido a su ligero peso y su gran fiabilidad. Este tipo de actuadores no presentan ninguna desventaja notable.

El peso por par de parada de este tipo de actuadores es de $W_T = 0.0025 \frac{\text{lb}}{\text{in} \cdot \text{lb}}$ [3]. Este valor está calculado para un conjunto de 4 actuadores (superficies cruciformes).

El par de parada de diseño para el actuador es $T_s = 1.5(HM)$. Siendo HM el momento máximo de la bisagra (*hinge moment*) que se produce al mover la cola en cualquier punto de la trayectoria.

Se ha comprobado que el punto de la trayectoria en el que se produce un mayor momento es el inicio del primer giro del misil.

En ese punto, en el que se pretende deflectar la cola un ángulo $\delta = 25 \text{ deg}$, la velocidad es de $Mach = 4.3$, lo que provoca que el centro aerodinámico de la cola ($x_{AC_{Tail}}$) se encuentre en el 45.74% de la cuerda media aerodinámica (c_{mac}). La bisagra (x_{HL}), en este caso, se sitúa en el 25% de la cuerda media aerodinámica. Como se verá más adelante, la longitud de la $c_{mac} = 29.53288 \text{ in}$.

Es importante que la bisagra esté en el mismo punto o por delante del centro aerodinámico de la cola.

Teniendo el misil ángulo de ataque nulo, el ángulo deflectado en la cola es el ángulo de ataque efectivo que recibe la cola. Por tanto, si $\alpha' = 25 \text{ deg}$, haciendo uso de la ecuación (5.20), $C_{N_{tail}} = 1.218$.

Siendo la presión dinámica en esa situación $q = 1700 \text{ psf}$ y la superficie de referencia del misil $S_{ref} = \pi \cdot 0.25 \cdot d^2 = 0.19635 \text{ m}^2 = 2.113489 \text{ ft}^2$

La fuerza normal total en los dos paneles que forman la cola se calcula mediante:

$$N_{tail} = C_{N_{tail}} \cdot q \cdot S_{ref}. \quad (6.16)$$

El momento en la bisagra se calcula multiplicando esta fuerza por la distancia entre el centro aerodinámico de la cola y el punto en el que se sitúa la bisagra.

$$HM = N_{tail} \cdot \left(\frac{x_{AC_T}}{c_{mac}} - \frac{x_{HL}}{c_{mac}} \right) \cdot c_{mac} \quad (6.17)$$

resolviendo las dos anteriores ecuaciones, se obtiene:

$$N_{tail} = 1.218 \cdot 1700 \cdot 2.1135 = 4377.31 \text{ lb.}$$

$$HM = 4377.31 \cdot (0.4574 - 0.25) \cdot 29.53288 = 26816 \text{ in} \cdot \text{lb.}$$

Este momento es el generado por los dos paneles que forman una cola, por lo que $HM_{actuador} = HM/2 = 13408 \text{ in} \cdot \text{lb}$.

Por lo tanto, el par de parada de un actuador es $T_s = 1.5(HM) = 20112 \text{ in} \cdot \text{lb}$ y el peso del sistema de actuadores es de:

$$W_{actuadores} = W_T \cdot T_s = 0.0025 \cdot 20112 = 50.28 \text{ lbs} = 22.8 \text{ kg}.$$

6.3 CABEZA DE GUERRA

La cabeza de guerra es el subsistema que se encarga, una vez se encuentra el misil cerca del avión de combate enemigo, destruirlo (o al menos intentarlo).

En misiles se utilizan principalmente dos tipos de cabezas de guerra: explosivas o cinéticas. En las cabezas de guerra cinéticas no existe detonación, por lo que el misil debe impactar en el objetivo, por eso son denominadas “*hit-to-kill*”.

El misil diseñado monta una cabeza de guerra de explosión-fragmentación. Esto significa que, cuando el misil está cerca del objetivo, se detona, por lo que se produce un aumento de presión enorme que puede destruir el objetivo. Además, está construida de tal forma que la parte que rodea la cabeza de guerra, cuando se produce la detonación, se rompe en multitud de trozos, que salen despedidos a una gran velocidad y pretenden impactar sobre el objetivo, aumentando la probabilidad de destrucción.

Por la facilidad de construcción se ha optado por una cabeza de guerra cilíndrica. Es la forma más común debido a que, el radio de explosión es mucho mayor (los fragmentos poseen una energía cinética mucho mayor) al tener una dirección más específica que las cabezas de guerra esféricas. Sin embargo, es más exigente con el sistema de control y guiado y con la espoleta de proximidad (el elemento encargado de producir la detonación en el momento exacto), ya que deben contar con una precisión mucho mayor debido a que solo se disparan fragmentos en dirección radial.

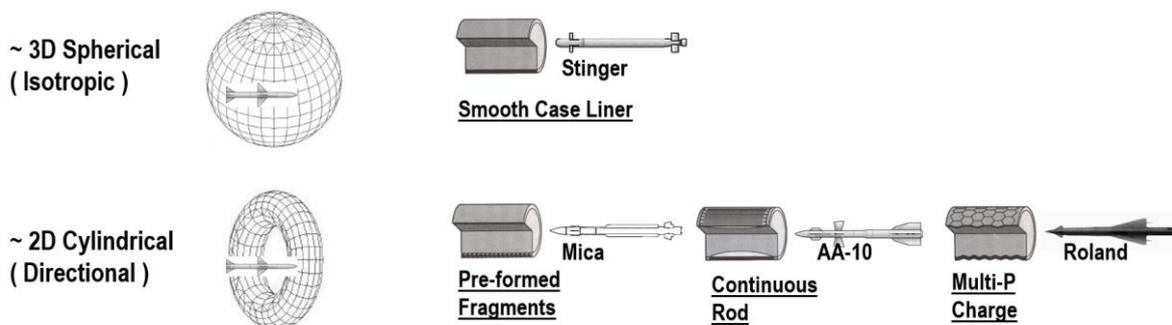


Figura 6.11 Diferencias entre cabezas de guerra cilíndricas y esféricas [30]

En la figura 6.11 se puede ver el radio de explosión de cada cabeza de guerra e incluso la disposición de los fragmentos prefabricados.

Se ha elegido que la cabeza de guerra del misil diseñado tenga una longitud $L_{WH} = 0.5 \text{ m} = 19.685 \text{ in.}$ Y un peso total de $W_{WH} = 200 \text{ lbs} = 90.72 \text{ kg}$ como la que monta el "MIM-104 Patriot".

El peso de la cabeza de guerra es la suma del peso de explosivo " W_{charge} " que haya y el peso del recubrimiento metálico con los fragmentos preformados " W_{metal} ".

Con el objetivo de optimizar la cabeza de guerra, se escogerá una relación de masas $\frac{M_{charge}}{M_{metal}} = \sqrt{2} = 1.414$. Esto permitirá maximizar la energía cinética con la que se lanzan los fragmentos como se puede ver en la siguiente figura.

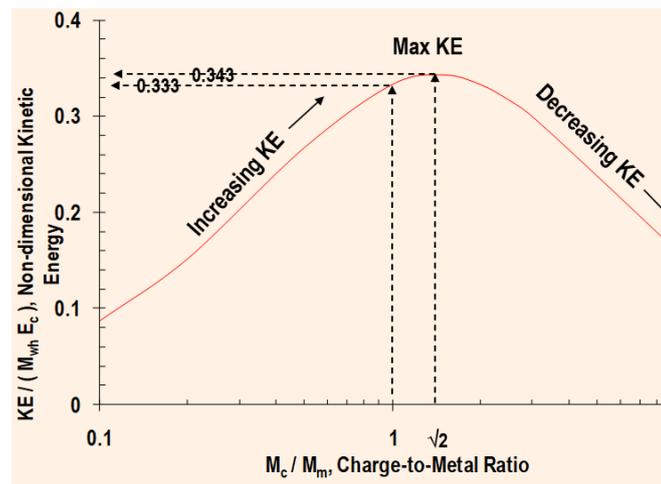


Figura 6.12 Energía cinética en función de la relación "charge-to-metal" [30]

Si la relación es mucho mayor que 1.414, la sobrepresión que produce la cabeza de guerra pasa a ser el mecanismo principal de destrucción del objeto. Esto es útil cuando se necesita reducir el daño colateral causado, ya que, al aumentar la masa del explosivo, se reduce la del metal y, por tanto, la cantidad de fragmentos lanzados.

La masa de la cabeza de guerra se calcula dividiendo el peso entre la fuerza de la gravedad, cuyo valor es $g_c = 32.174 \text{ ft/s}^2 = 9.81 \text{ m/s}^2$.

$$M_{WH} = W_{WH}/g_c \quad (6.18)$$

por lo tanto, $M_{WH} = \frac{200}{32.174} = 6.217 \text{ slugs}$.

Se calculará ahora la masa de metal y de explosivo que forman la cabeza de guerra:

$$M_{metal} = M_{WH}/(1 + M_{charge}/M_{metal}) \quad (6.19)$$

$$M_{charge} = M_{WH} - M_{metal} \quad (6.20)$$

usando las ecuaciones (6.19) y (6.20), $M_{metal} = \frac{6.217}{1+\sqrt{2}} = 2.575 \text{ slugs}$, $M_{charge} = 6.217 - 2.575 = 3.642 \text{ slugs}$.

La parte de metal será de acero, con una densidad $\rho_{Acero} = 0.278 \text{ lb/in}^3$. Esto está hecho a propósito pues, cuanto más densos son los fragmentos, menos deceleración sufren, por lo que llegan al objetivo con una velocidad mayor.

Como explosivo se utilizará el *HMX (High Melting eXplosive)*, debido a que es uno de los explosivos químicos más potentes debido a su alto peso molecular ($C_4H_8N_8O_8$). Su energía explosiva por masa de explosivo es $E_c = 52.3 \cdot 10^6 \text{ ft}^2/\text{s}^2$ y su densidad $\rho_{HMX} = 1.91 \text{ g/cm}^3$.

Para calcular la sobrepresión que produce la explosión se puede utilizar la correlación de escalado de onda expansiva que se puede encontrar en [31]:

$$\begin{aligned} \Delta p/p_0 = & 37.95/(zp_0^{1/3}) + 154.9/(zp_0^{1/3})^2 + 203.4/(zp_0^{1/3})^3 \\ & + 403.9/(zp_0^{1/3})^4 \end{aligned} \quad (6.21)$$

siendo Δp la sobrepresión que se produce, p_0 la presión del aire del lugar en el que se produce la explosión (en psi), y z un parámetro de escalado ($z = r/W_{charge}^{1/3}$). r es la distancia entre el punto de la explosión y en el que se pretende medir la presión (en ft).

También se puede utilizar la teoría de ondas expansivas de Taylor [32]:

$$\Delta p = 0.155 \cdot M_{charge} \cdot E_c / r^3. \quad (6.22)$$

La teoría de escalado es más precisa cuando los explosivos no tienen una alta energía, y las sobrepresiones y la altura no son demasiado elevadas. Como no cumplen las condiciones del misil, se utilizará la teoría de Taylor para los cálculos. Sin embargo, se compararán ambas teorías, a modo de ejemplo.

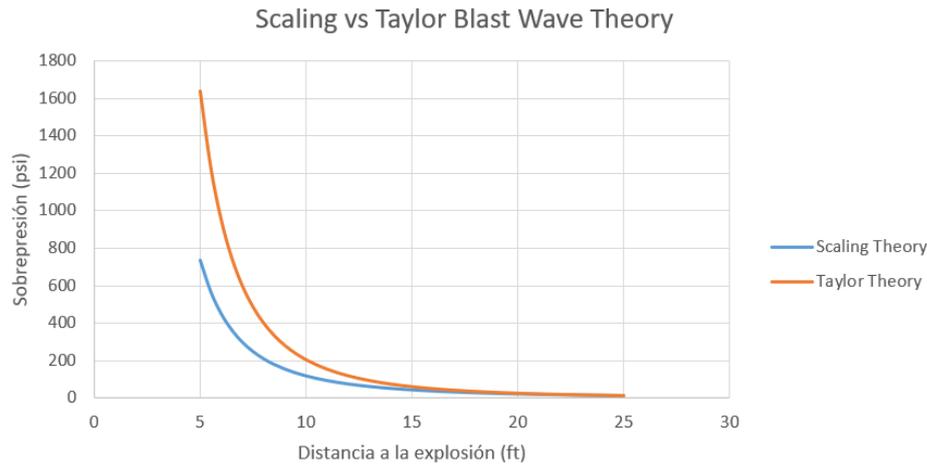


Figura 6.13 Comparación entre ambas teorías de ondas expansivas

Se han utilizado los datos de masas de la cabeza de guerra vistas anteriormente y la presión del aire a 20000m según la atmósfera ISA para la confección del gráfico.

Como se puede observar, los valores de ambas son bastante similares desde 10 ft a 25 ft, por lo que son perfectamente aplicables ambas teorías en ese rango.

Como se verá más adelante, la *miss distance*, es decir, el radio del círculo alrededor del objetivo en el que es probable que se produzca el impacto del misil, es $\sigma = 17.39 \text{ ft}$.

A esa distancia, la teoría de escalado predice una sobrepresión $\Delta p = 34.05 \text{ psi}$ y la teoría de Taylor $\Delta p = 38.99 \text{ psi}$. Ambos valores muy alejados de los $\Delta p = 330 \text{ psi}$ fijados por Taylor [32] que son necesarios para conseguir una probabilidad de destrucción de un avión de combate de un 50%, por lo que parece muy improbable y casi imposible que el mecanismo de destrucción de la cabeza de guerra sea la explosión.

Utilizando la ecuación de Taylor (6.22), el radio destructivo de la onda expansiva ($\Delta p = 330 \text{ psi} = 47520 \text{ psf}$) es de:

$$r = \{0.155 \cdot 3.642 \cdot (52.3 \cdot 10^6) / 47520\}^{1/3} = 8.53 \text{ ft}$$

Por lo tanto, el principal mecanismo que tiene la cabeza de guerra para destruir el objetivo es el impacto de los fragmentos provocados por la explosión.

Estos fragmentos salen despedidos en dirección radial, como se vio anteriormente, aunque se les suele dar un pequeño ángulo θ de desfase sobre la vertical, para aumentar el área en el que los fragmentos son dispersados, aumentando la probabilidad de producir un impacto con el objetivo. Sin embargo, este ángulo no puede ser elevado, ya que reduce el radio letal de la cabeza de guerra.

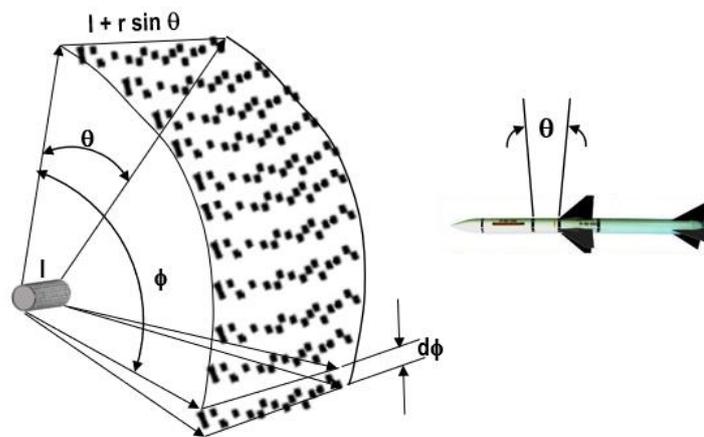


Figura 6.14 Área de los fragmentos disparados desde el misil [3]

La energía cinética total de los fragmentos despedidos es calculada mediante la ecuación de Gurney, mostrada en [30]:

$$KE = 0.5 \cdot M_{Metal} \cdot V_{Fragmentos}^2 = M_{charge} E_c / (1.5 + 0.5 M_{charge} / M_{metal}) \quad (6.23)$$

utilizando esta ecuación, la energía cinética es:

$$KE = 3.642 \cdot (52.3 \cdot 10^6) / (1.5 + 0.5 \cdot \sqrt{2}) = 83.3 \cdot 10^6 \text{ ft} \cdot \text{lb}.$$

Despejando de la anterior ecuación, se puede obtener la velocidad de los fragmentos:

$$V_{Fragmentos} = (2E_c)^{1/2} [(M_{charge} / M_{metal}) / (1.5 + 0.5 M_{charge} / M_{metal})]^{1/2} \quad (6.24)$$

introduciendo los datos en la ecuación:

$$V_{Fragmentos} = (2(52.3 \cdot 10^6))^{1/2} [\sqrt{2} / (1.5 + 0.5\sqrt{2})]^{1/2} = 8186.75 \text{ ft/s}.$$

Según Gurney [30], para conseguir una probabilidad de destruir del objetivo del 50% mediante el impacto de los fragmentos se necesita una densidad de energía cinética ($KE/A_{Spray} = 130000 \text{ ft} \cdot \text{lb}/\text{ft}^2$).

El área de dispersión de los fragmentos se calcula fácilmente a través la figura (6.14):

$$A_{Spray} = \int_0^{2\pi} (l + r \text{sen}\theta) d\phi = 2\pi r(l + r \text{sen}\theta) \quad (6.25)$$

siendo l la longitud de la cabeza de guerra $l = 0.5 \text{ m} = 1.64 \text{ ft}$, r la distancia entre el misil y el objetivo y θ el ángulo de dispersión vertical, que se ha marcado como $\theta = 5 \text{ deg} = 0.0873 \text{ rad}$.

Utilizando la “miss distance” como distancia entre el misil y el blanco, junto con la energía cinética calculada anteriormente, se obtiene:

$$\frac{KE}{A_{Spray}} = \frac{83.3 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 17.39 \cdot (1.64 + 17.39 \cdot \text{sen}(0.0873))} = 241589.65 \text{ ft} \cdot \text{lb}/\text{ft}^2.$$

Al ser superior que el valor marcado por Gurney, este mecanismo sí podría ser capaz de interceptar el blanco. La mayor distancia capaz de ser letal en un 50% se halla tras resolver la ecuación utilizando como valor de $KE/A_{Spray} = 130000 \text{ ft} \cdot \text{lb}/\text{ft}^2$). Esta distancia es $r = 26.07 \text{ ft}$.

A continuación, se verá cómo afecta la distancia letal cuando se varía el ángulo θ :

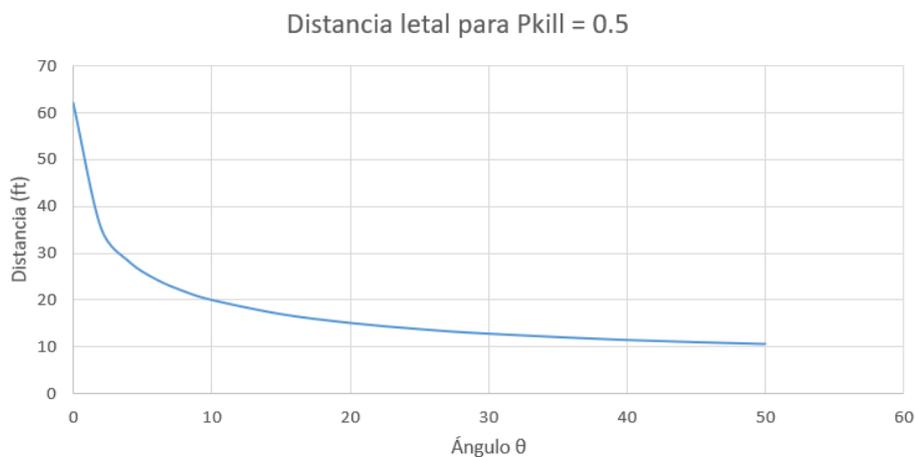


Figura 6.15 Distancia máxima entre el misil y el objetivo

Se puede observar que, si este ángulo es demasiado elevado, los fragmentos se esparcen mucho más y, por tanto, disminuyen la letalidad de la cabeza de guerra para una distancia dada, sin embargo, muchos más fragmentos impactarán sobre

el objetivo, por lo que pueden dañarlo. (La probabilidad de impacto con la que se ha confeccionado la gráfica es del 50%).

Fleeman [3] dice que el peso adecuado de un fragmento que se usará para interceptar un avión de combate es $W_{Frag} = 3.2 \text{ g} = 0.0022 \text{ lbs}$ y que la superficie de un avión que ve el misil suele ser $A_p = 20 \text{ ft}^2$.

El número de impactos que se pueden conseguir sobre un objetivo es:

$$n_{Hits} = n_{Frag} \cdot \{A_p/[2\pi(\text{sen}\theta)\sigma^2]\} \quad (6.26)$$

en esta ecuación, σ es la *miss distance*.

Se calculará ahora el número de impactos que se producirían:

$$\begin{aligned} n_{Frag} &= W_{Metal}/W_{Frag} = M_{Metal} \cdot g_c/W_{Frag} = 2.575 \cdot 32.174/0.0022 \\ &= 37658 \text{ fragmentos} \end{aligned}$$

$$n_{Hits} = 37658 \cdot \{20/[2\pi(\text{sen } 0.0873)17.39^2]\} = 4547 \text{ impactos.}$$

La probabilidad teórica de que se produzca la destrucción del objetivo P_{Kill} depende del número de impactos que reciba el blanco y de la relación entre el área vulnerable del objetivo y el área del objetivo vista por el misil A_v/A_p .

$$P_{Kill} = 1 - (1 - A_v/A_p)^{n_{Hits}}$$

Sea cual sea el área vulnerable del avión de combate enemigo, la teoría dice que con un número tan alto de impactos, que se producirán si el misil es capaz de explotar en las condiciones descritas en este apartado, y con un error máximo en la posición de 17.39 ft, $P_{Kill} = 1$.

Además de tener una cabeza de guerra con una gran letalidad, el misil debe contar con una espoleta de proximidad fiable, que permita detonar la cabeza de guerra en el lugar y momento exacto para mejorar la efectividad de esta.

La espoleta detecta el objetivo y provoca un retraso en la explosión que depende de la velocidad del misil y la del objetivo. Después de la explosión, los fragmentos todavía deben desplazarse hacia el objetivo, por lo que tardará un tiempo en llegar al mismo y destruirlo.

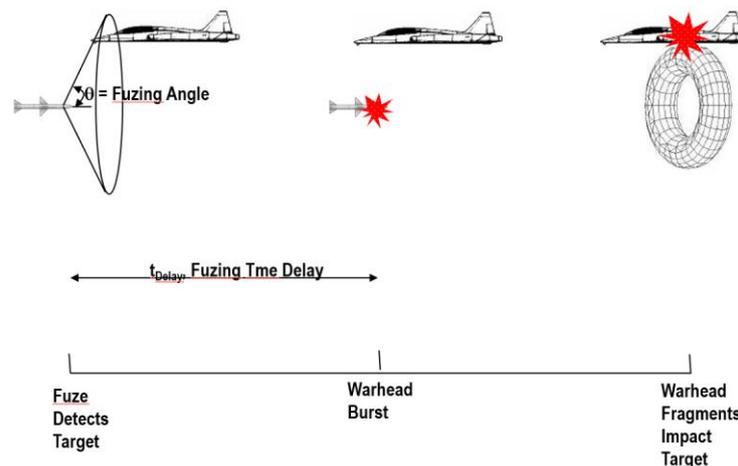


Figura 6.16 Funcionamiento de la espoleta de proximidad. Etapas. [3]

Lo primero que hay que considerar es el ángulo de barrido de la espoleta, que detectará el objetivo y determinará el instante $t = 0$. Sabiendo la distancia máxima a la que se puede encontrar el objetivo (*miss distance*) es $\sigma = 17.39 \text{ ft}$, que el misil tiene una velocidad de Mach 1.53 (a 20000 m de altura, la velocidad es $V_M = 451.46 \text{ m/s} = 1481.17 \text{ fps}$. Suponiendo un Mach máximo en el que debería volar el objetivo de Mach 1, $V_M = 295.07 \text{ m/s} = 968.08 \text{ fps}$, la velocidad de acercamiento (teniendo en cuenta los ángulos) es $V_C = 720.07 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2362.43 \text{ fps}$ y la velocidad de los fragmentos disparados es $V_{Frag} = 8186.75 \text{ ft/s}$.

Se puede calcular el ángulo de barrido mínimo necesario de la espoleta:

$$\theta_{Min} = \tan^{-1}\{\sigma/[V_C \cdot t_{Frag}]\} \quad (6.27)$$

siendo t_{Frag} el tiempo que tardan en llegar los fragmentos al objetivo, esta ecuación se puede escribir como:

$$\theta_{Min} = \tan^{-1}\{V_{Frag}/V_C\}$$

$$\theta_{Min} = \tan^{-1}\{8186.75/2362.43\} = 73.90 \text{ deg.}$$

Este valor podría variar si las velocidades del misil y el objetivo no son las calculadas, por lo que muchos misiles optan por poner espoletas de proximidad con ángulos de barrido variable, para aumentar la letalidad.

Asumiendo que el impacto deseado se produce en la mitad del avión de combate (ver figura 6.16) y que un avión de estas características suele tener una longitud de 50 fts,

$$X_{Hit} = 0.5 \cdot L_{Target} = 0.5 \cdot 50 = 25 \text{ ft.}$$

El tiempo de retraso que debe tener la espoleta, desde que detecta el objetivo hasta que explota la cabeza de guerra, es:

$$t_{Delay} = [\sigma / (V_C \cdot \tan\theta)] [1 - \tan\theta (V_C / V_{Frag})] + X_{Hit} / V_C \quad (6.28)$$

introduciendo los valores en la ecuación:

$$\begin{aligned} t_{Delay} &= \left[\frac{17.39}{2362.43 \cdot \tan(73.9 \text{ deg})} \right] \cdot \left[1 - \tan(73.9 \text{ deg}) \left(\frac{2362.43}{8186.75} \right) \right] + \frac{25}{2362.43} \\ &= 0.0106 \text{ s} = 10.6 \text{ ms.} \end{aligned}$$

6.4 ESTRUCTURA DEL MISIL

Debido a que la sección transversal del misil es circular, la estructura del misil será muy sencilla, consistirá en un anillo circular de un determinado grosor, que se denotará en este apartado como grosor " t ".

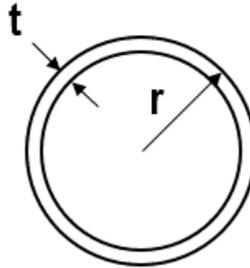


Figura 6.17 Sección transversal. Estructura del misil

El grosor de la estructura del misil debe ser lo suficientemente grande como para soportar todas las cargas que se apliquen sobre él, pero lo más pequeño posible (es decir, no sobredimensionar la estructura) con el fin de que el peso sea el mínimo posible.

Con el fin de garantizar la integridad del misil, a los cálculos de tensiones que se realicen se les aplicará un factor de seguridad "*FOS*" de 1.5. Esto protegerá al misil de situaciones imprevistas y condiciones que no se hayan planteado durante su diseño, si llegan a ocurrir durante su trayectoria.

El material elegido para la fabricación de la estructura fue el *Titanio 6Al-4V*. El acero es un material muy resistente, por lo que es perfectamente utilizable para la estructura de un misil, sin embargo, su densidad es demasiado alta, por lo que hay opciones mejores. Otra de las alternativas que se propuso durante el inicio del diseño fue la de utilizar aluminio al ser un material excepcionalmente ligero, pero esta idea fue rápidamente desechada debido a que el largo tiempo de vuelo que realiza el misil, junto con las altas velocidades que alcanza, provoca unas temperaturas excesivas para mantener las propiedades resistivas del aluminio, y esto podría generar una serie de problemas.

El titanio reúne ambas condiciones, es un material muy resistente y ligero. El punto negativo del titanio es su alto coste (en comparación con el aluminio o el acero), sin

embargo, dando más importancia en este diseño a las actuaciones que se pueden obtener del misil y no teniendo en cuenta su precio, el titanio era la mejor opción.

En realidad, si hubiera que fabricar el misil, el precio no sería un asunto de menor importancia, ya que hay que recordar que los misiles están fabricados para ser utilizados y destruidos, con lo que deben tener el mínimo coste posible que permita llevar a cabo la misión para la que están diseñados. El coste del *Titanio 6Al-4V* se sitúa en unos 20€ por kilo de material.

El *Titanio 6Al-4V* es una aleación formada por: [33]

- Titanio (87.725 – 91 %).
- Aluminio (5.5 – 6.75 %).
- Vanadio (3.5 – 4.5 %).
- Hierro (< 0.4 %).
- Carbono (< 0.08 %).
- Hidrógeno (< 0.015 %).
- Nitrógeno (< 0.03 %).
- Oxígeno (< 0.2 %).
- Otros (< 0.3 %).

Las propiedades del *Titanio 6Al-4V* se muestran en la tabla 6.2.

Tabla 6.2 Propiedades Titanio 6Al-4V [33]

Densidad	0.16 lb/in ³ (4.43 g/cm ³)
Tensión de rotura	138000 psi (950 MPa)
Límite elástico	128000 psi (880 MPa)
Módulo de elasticidad	16500 ksi (113.8 GPa)

La temperatura máxima de trabajo de este material es de 427°C, como se verá durante el análisis térmico, esta temperatura no será rebasada en ningún momento de la trayectoria, por lo que es perfecto para fabricar la estructura del misil.

Una vez se ha elegido el material, se analizará el grosor de la estructura que se requiere. Se aplican varias condiciones de diseño que debe cumplir el grosor.

Los parámetros de entrada en el análisis del grosor de la estructura y que se utilizarán en este apartado son:

- Diámetro exterior del misil $d = 19.685 \text{ in} = 0.5 \text{ m}$ Radio exterior del misil $r = 9.842 \text{ in} = 0.25 \text{ m}$.
- Longitud de la estructura $l = 263.7 \text{ in} = 6.7 \text{ m}$. Es la longitud total del misil sin contar el radomo y las toberas de la primera etapa.
- Presión exterior de mecanizado $p_{ext} = 10 \text{ psi}$.
- Módulo de elasticidad del titanio $E = 16500000 \text{ psi}$.
- Tensión de rotura del titanio $\sigma_R = 138000 \text{ psi}$.
- Empuje máximo $T = 213000 \text{ N} = 47882 \text{ lbs}$.
- Presión máxima de la cámara $p_c = 2900 \text{ psi}$.

Estos parámetros no son variables. A continuación, se procederá a hallar tres parámetros de entrada que hay que calcular mediante iteraciones.

El primero de ellos es el momento de flexión M_B .

$$M_B = Nl/c \quad (6.29)$$

N es la carga aplicada y c es el tipo de carga aplicada.

Se asume una carga máxima de 30 g en el lanzamiento aplicada uniformemente sobre el misil ($c = 8$). Este parámetro es iterativo, ya que el momento influirá sobre el grosor de la estructura, y un mayor grosor provocará un mayor peso del misil y por tanto un mayor momento de flexión. Si el misil en el lanzamiento tiene un peso $W = 4881.05 \text{ lb}$, el momento de flexión será:

$$M_B = 30 \cdot 4881.05 \cdot 263.7/8 = 4826758.2 \text{ in} \cdot \text{lb}.$$

Los otros dos son la tensión que produce sobre el misil debido a una compresión axial σ_{Axial} y debido a la flexión $\sigma_{Bending}$. Estos dos parámetros son iterativos, ya que se usan para calcular el grosor de la estructura, pero para calcularlos es necesario introducir el grosor. $\sigma = F / S$, y como el grosor influye sobre la superficie sobre la que se aplica la fuerza, se produce una variación en la tensión.

Por ello hay que suponer un grosor, calcular las tensiones, ver cuál sería el grosor necesario con esas tensiones y converger el grosor.

Tras calcularlo, el grosor es $t = 0.28 \text{ in.}$ (Más adelante se explicarán los cálculos) por lo que:

$$\sigma_{Axial} = FOS \cdot T / (2\pi \cdot t) \quad (6.30)$$

$$\sigma_{Bending} = FOS \cdot M_B / (\pi \cdot r^2 \cdot t) \quad (6.31)$$

sustituyendo los valores:

$$\sigma_{Axial} = 1.5 \cdot 47882 / (2\pi \cdot 0.28) = 40824.95 \text{ psi.}$$

$$\sigma_{Bending} = 1.5 \cdot 4826758.2 / (\pi \cdot 9.842^2 \cdot 0.28) = 84962.31 \text{ psi.}$$

Se puede observar que ambas tensiones están por debajo del límite elástico del material.

Una vez calculados todos los parámetros de entrada se pueden calcular las condiciones de diseño.

La primera condición es que el material debe ser lo suficientemente resistente para resistir su mecanizado. El grosor mínimo para satisfacer esta condición:

$$t_{Manufacturing} = 0.7d[(p_{ext}/E)l/d]^{0.4} \quad (6.32)$$

$$t_{Manufacturing} = 0.7 \cdot 19.685 \cdot [(10/16500000)263.7/19.685]^{0.4} = 0.127 \text{ in.}$$

La segunda condición es que el grosor debe ser suficiente para evitar el pandeo localizado debido a la flexión:

$$t_{Buckling_Bending} = 2.9r\sigma_{Bending}/E \quad (6.33)$$

$$t_{Buckling_Bending} = 2.9 \cdot 9.842 \cdot 84962.31 / 16500000 = 0.147 \text{ in.}$$

La tercera condición es que el grosor debe ser suficiente para evitar el pandeo localizado debido a una fuerza de compresión axial:

$$t_{Buckling_Axial} = 4r\sigma_{Axial}/E \quad (6.34)$$

$$t_{Buckling_Axial} = 4 \cdot 9.842 \cdot 40824.95 / 16500000 = 0.097 \text{ in.}$$

La cuarta condición es que el grosor debe ser suficiente para resistir la fuerza de empuje máxima:

$$t_{Thrust} = T / (2\pi\sigma_{Axial}r) \quad (6.35)$$

$$t_{Thrust} = 47882 / (2\pi \cdot 40824.95 \cdot 9.842) = 0.019 \text{ in.}$$

La quinta condición es que el grosor debe ser suficiente para resistir el momento de flexión máximo:

$$t_{Bending} = M_B / (\pi\sigma_{Bending}r^2) \quad (6.36)$$

$$t_{Bending} = 4826758.2 / (\pi \cdot 84962.31 \cdot 9.842^2) = 0.187 \text{ in.}$$

La sexta y última condición es que el grosor debe ser suficiente para resistir la presión interior máxima provocar la rotura de la estructura:

$$t_{Pressure} = p_c r / \sigma_R \quad (6.37)$$

$$t_{Pressure} = 2900 \cdot 9.842 / 138000 = 0.207 \text{ in.}$$

Una vez analizadas las seis condiciones de diseño, hay que decidir cuál será el grosor final de la estructura. Para ello, es posible utilizar tres enfoques distintos

- El primer enfoque consiste en utilizar el grosor que resulta de aplicar el FOS a la condición más crítica
- El segundo enfoque, más conservativo, consiste en aplicar el FOS a la raíz de la suma de los cuadrados de todas las condiciones.
- El tercer enfoque, que en muchas ocasiones acaba sobredimensionando la estructura, consiste en aplicar el FOS a la suma de todas las condiciones de diseño.

Durante los inicios del diseño se optó por el segundo enfoque. Sin embargo, el resultado era muy pesado y el grosor parecía ser demasiado grande en comparación con el de otros misiles, por lo que se optó por el primer enfoque.

Una vez elegido el enfoque, se elige la condición más crítica. Puede parecer que esta es la condición de soportar la presión interna, ya que se necesita un grosor de 0.207 in. Sin embargo, la presión se genera dentro de la cámara de combustión, fabricada de un material más resistente y con un grosor de 0.27 in.

Por lo tanto, el grosor de la estructura será:

$t_{Airframe} = FOS \cdot t_{Bending} = 1.5 \cdot 0.187 = 0.28 \text{ in} = 7.11 \text{ mm}$. El misil por tanto, tendrá una relación:

$$t/r = 0.28/9.842 = 0.02845.$$

Es una medida realista, ya que en los misiles reales este valor suele estar entre 0.003 y 0.03. [3]

Se calculará ahora el peso de la estructura tubular:

$$\begin{aligned} W_{Airframe} &= \rho_{Ti} \cdot V_{Airframe} = \rho_{Ti} \cdot S_{Airframe} \cdot l \\ &= \rho_{Ti} \cdot \pi \left(r^2 - (r - t_{Airframe})^2 \right) \cdot l \end{aligned} \quad (6.38)$$

sustituyendo los valores en la ecuación:

$$W_{Airframe} = 0.16 \cdot \pi(9.842^2 - (9.842 - 0.28)^2) \cdot 263.7 = 720.20 \text{ lb.}$$

Es conveniente separar estos valores en el peso de la estructura de cada etapa. La estructura de la primera etapa tiene una longitud de 2.2 metros, y la segunda etapa 4.5 metros.

$$W_{Airframe_1} = 236.34 \text{ lb.}$$

$$W_{Airframe_2} = 483.86 \text{ lb.}$$

6.5 SISTEMA PROPULSIVO

Este misil posee dos etapas. Cada etapa estará propulsada por un motor cohete de propulsante sólido, aunque serán diferentes entre sí, ajustándose a las necesidades del misil en cada momento.

Un motor cohete de propulsante sólido está formado por una cámara de combustión (normalmente cilíndrica, cerrada en su parte anterior por el domo) y con una apertura en la parte posterior por la que salen los productos de la combustión hacia la tobera, en la que, los gases de la combustión de la cámara, a una gran presión, son acelerados y expulsados a la atmósfera por detrás del cohete, provocando una fuerza de reacción opuesta (empuje) que desplaza el vehículo hacia delante.

Son sistemas de propulsión que no dependen de las condiciones atmosféricas, pues son capaces de producir empuje a cualquier altitud (por eso, los misiles propulsados por motor cohete suelen trazar trayectorias balísticas, llegando hasta alturas más elevadas que las del punto de impacto, reduciendo la resistencia aerodinámica durante parte del vuelo). Además, pueden producir empuje independientemente de la velocidad de vuelo, algo que otros sistemas como los estatorreactores no pueden lograr ya que estos, para poder producir una fuerza de empuje, deben tener una velocidad de salida de gases mayor que la velocidad de vuelo.

Aunque el impulso específico de los motores cohete suele ser muy bajo (~ 250 s), pueden producir empujes mucho más grandes que los aerorreactores y, por tanto, pueden acelerar mucho más rápido). Son el sistema propulsivo con la mayor relación empuje-peso debido a que la velocidad de salida es independiente de la velocidad de vuelo y muy alta, en torno a 2000 m/s.

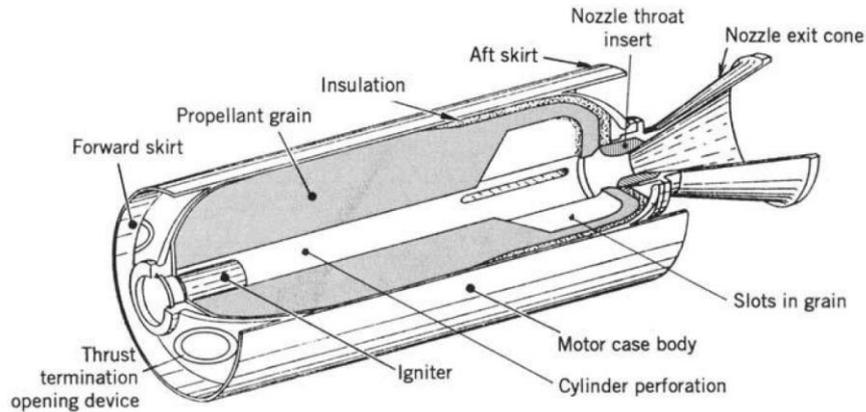


Figura 6.18 Esquema de un motor cohete de combustible sólido

Dentro de la cámara de combustión se integra el propulsante sólido. Este adopta la forma de la cámara de combustión y suele tener un agujero central (con una forma determinada) que permite obtener una superficie de combustión mayor que si solo se utilizara la sección transversal de la cámara de combustión. Además, dependiendo de la geometría del agujero, se pueden crear distintos perfiles de empuje, que pueden adecuarse mejor a las necesidades de la misión.

La tobera es el único lugar por el que los gases de escape de la cámara de combustión pueden salir. Es un conducto convergente-divergente que acelera los gases de combustión debido al descenso de presión que se produce.

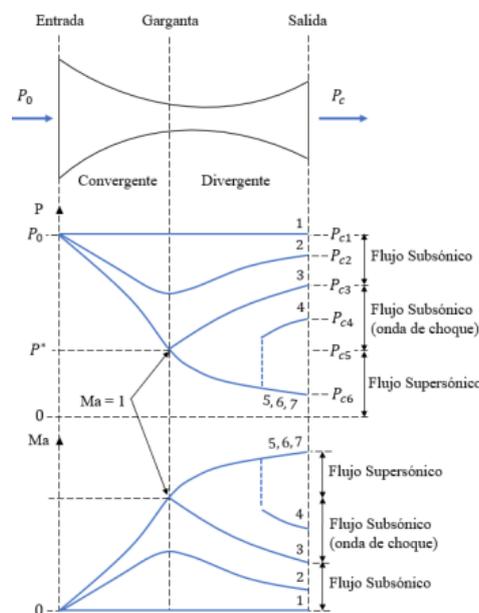


Figura 6.19 Regímenes de flujo en tobera C-D. Evolución de presión y velocidad a lo largo de la tobera. [34]

Utilizando P_s para representar la presión de los gases en la salida y P_0 para representar la presión del aire de la atmósfera en la que se encuentre el misil, se estudiarán los diferentes regímenes que pueden presentarse utilizando la anterior figura:

El rendimiento será óptimo cuando la tobera se encuentre en su condición crítica ($P_s = P_0$). *Tobera crítica o adaptada*. En este régimen se obtendrá el impulso específico máximo y, por tanto, el empuje máximo obtenible.

Si ($P_s > P_0$) se dice que la tobera se encuentra *subexpandida*. Se producen ondas de expansión a la salida que aceleran el flujo y disminuyen su presión. Se desperdicia presión que podría convertirse en empuje.

Si ($P_s < P_0$) se dice que la tobera se encuentra *sobreexpandida*. Se producen ondas de choque oblicuas en la salida de la tobera que compensan la excesiva expansión de los gases en la tobera. Hay que tener cuidado con los desprendimientos que pueden producirse.

Lo ideal sería contar con una tobera adaptada en cada momento, sin embargo, las condiciones cambiantes del misil a lo largo de la trayectoria, sumadas a que no se posee una tobera de geometría variable, hacen que conseguir esta condición sea muy difícil.

Además, en la mayoría de los misiles la tobera es subexpandida, debido a que, para lograr esta condición, no son necesarias largas toberas, y la pérdida de rendimiento provocada por la diferencia de presiones se compensa con un aumento del volumen de propulsante disponible gracias a una tobera de menor longitud.

Se comenzará el estudio del sistema propulsivo del misil conociendo el propulsante que se utilizará.

6.5.1 Elección del propulsante

A la hora de elegir un propulsante para el motor cohete hay muchas opciones. Se suelen dividir en tres tipos en función de los observables que produzcan:

- Los propulsores de mayor rendimiento están formados mediante la unión de un combustible metálico con un oxidante. Utilizar un metal produce que

se deje un gran rastro de humo (*High smoke*) detrás del misil, por lo que puede ser detectado más fácilmente, pero tiene las siguientes ventajas:

- Mayor temperatura de combustión, por lo que se consigue un impulso específico mayor.
- Mayor densidad del propulsante, por lo que aumenta la eficiencia volumétrica.
- Mejor estabilidad de combustión.
- Propulsantes que dejan un menor rastro de humo (*reduced smoke*) se fabrican reemplazando el combustible metálico por compuestos poliméricos de unión. Son más difíciles de rastrear, pero su rendimiento es menor.
- El último tipo de propulsantes son los que dejan un rastro mínimo de humo (*minimum smoke*). Estos, además de eliminar los combustibles metálicos, eliminan todos los componentes que puedan dejar rastros de cloruro de hidrógeno. Sin embargo, su rendimiento no es comparable a los demás tipos de propulsantes.

Como se trata de un misil de largo alcance, en el que las distintas combustiones del propulsante se realizan a una distancia muy grande del objetivo, la mejor solución será utilizar un propulsante que dé el máximo rendimiento sin importar el rastro que deje el misil. (Primer tipo de propulsantes).

Un buen propulsante debe reunir las siguientes características:

- Alto rendimiento (alto impulso específico).
- El exponente de tasa de combustión y el coeficiente de temperatura deben ser pequeños para que las variaciones en el empuje o la presión en la cámara sean mínimas.
- La fuerza de unión entre ingredientes debe ser adecuada a lo largo de un gran rango de temperaturas de trabajo.
- Alta densidad.
- Baja absorción de humedad.
- Debe permitir una fabricación y manipulación segura de este y los materiales utilizados en su fabricación deben ser abundantes.
- No debe producir gases tóxicos.
- Su combustión debe ser estable.

El propulsante elegido está constituido por una mezcla:

- 70 % de perclorato amónico (NH_4ClO_4), que tiene una densidad de 1.95 g/cm³ y que actuará como oxidante.
- 15 % de aluminio en polvo (Al), que tiene una densidad de 2.7 g/cm³ y que actuará como combustible.
- 15 % de “polibutadieno terminado en hidroxilo” ($HTPB$), que tiene una densidad de 0.913 g/cm³ y que actuará como *binder* (unión).

Por lo tanto, la densidad del propulsante será:

$$\rho_{prop} = 0.7 \cdot 1.95 + 0.15 \cdot 2.7 + 0.15 \cdot 0.913 = 1.91 \text{ g/cm}^3 = 0.069 \text{ lb/in}^3$$

Sutton [35] brinda más información sobre este propulsante:

Tabla 6.3 Características del HTPB/AP/Al

Impulso específico	260 – 265 s
Temperatura de llama	3440 K
Tasa de combustión @ 1000 psi	0.25 – 0.3 in/s
Exponente de presión @ 1000 psi	0.4

La velocidad característica de un propulsante c^* , es una medida del rendimiento obtenido de la combustión de un propulsante sin tener en cuenta las características de la tobera. Por lo tanto, es útil para comparar diferentes propulsores entre sí.

Otro de los parámetros importantes que deben conocerse para calcular las actuaciones del motor cohete es el coeficiente de dilatación adiabática de los productos de la combustión del propulsante γ .

Utilizando los datos del Fleeman [3], para el propulsante empleado,

$$c^* = \frac{p_c \cdot A_T}{\dot{m}} = 5298 \text{ ft/s}$$

$$\gamma = 1.217$$

6.5.2 Material y estructura del motor

Las cámaras de combustión de los motores cohete empleados en misiles se suelen fabricar de acero, debido a que es un componente crítico y debe utilizarse un material muy resistente.

Se ha elegido el “Acero PH 15-7 Mo”, muy utilizado en cámaras de combustión de alta presión, gracias a su gran resistencia. En la tabla 6.4 se recogerán las características de este acero:

Tabla 6.4 Propiedades Acero PH 15-7 Mo [36]

Densidad	0.278 lb/in ³ (7.7 g/cm ³)
Tensión de rotura	220000 psi (1517 MPa)
Límite elástico	190000 psi (1310 MPa)
Módulo de elasticidad	29000 ksi (200 GPa)

El Acero PH 15-7 Mo es una aleación formada por: [36]

- Hierro (69.58 – 76.75 %).
- Cromo (14 – 16 %).
- Níquel (6.5 – 7.75 %).
- Molibdeno (2 – 3 %).
- Aluminio (0.75 – 1.5 %).
- Manganeso (< 1 %).
- Silicio (< 1 %).
- Carbono (< 0.09 %).
- Azufre (< 0.04 %).
- Fósforo (< 0.04 %).

De este acero se fabricará la cámara de combustión, el domo de cierre de la cámara y la tobera del motor.

Para maximizar el propulsante del misil, el domo, en vez de ser hemisférico será un elipsoide, con una relación entre ejes $a/b = 2$, para que ocupe una longitud menor (dejando más espacio para la cámara de combustión) y reduciendo el coste y dificultad de fabricación igualando el grosor necesario entre el domo y la cámara.

El dimensionado de la estructura del motor será similar al dimensionado de la estructura del misil, habrá que hallar el grosor necesario que permita soportar las fuerzas existentes, pero sin sobredimensionar la estructura causando un incremento innecesario del peso del misil.

La carga dominante que tiene que resistir el motor cohete es la presión interna que se produce durante la combustión del propulsante.

En la figura 6.20 se muestran estas fuerzas, en forma de aro en la parte cilíndrica de la cámara de combustión y longitudinal en la parte del domo.

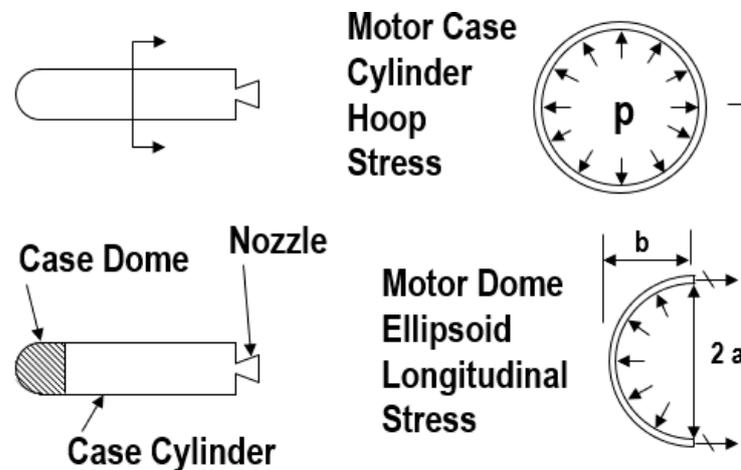


Figura 6.20 Presión interna de la cámara de combustión. [3]

La tensión en la parte cilíndrica y en la parte del domo se calculan, respectivamente, mediante:

$$(\sigma_t)_{Hoop} = pr/t. \quad (6.39)$$

$$(\sigma_t)_{Longitudinal} = pa^2/(2bt). \quad (6.40)$$

Si, como se avanzó antes, la relación entre ejes del domo es $b = a/2$,

$$(\sigma_t)_{Longitudinal} = pa^2/(at) = pa/t = pr/t = (\sigma_t)_{Hoop}$$

para calcular el grosor del motor, se siguen los siguientes pasos:

Primero se calcula la presión operativa efectiva máxima (MEOP), para ello, se necesita el π_K del propulsante, que indica la sensibilidad de la presión de combustión a un cambio en la temperatura ambiente. Normalmente

$$\pi_K = (\Delta p/p)/\Delta T = 0.0014.$$

También es necesario el aumento de temperatura producido en un día de calor. Usualmente se emplea en los cálculos $T_{Día normal} = 70^\circ F$ y $T_{Día caluroso} = 160^\circ F$.

Con estos valores y la presión máxima en la cámara p_c ya se puede calcular la *MEOP*: [3]

$$p_{MEOP} = p_c \cdot e^{\pi K \cdot \Delta T}. \quad (6.41)$$

Además de tener en cuenta la *MEOP*, hay otras incertidumbres como pueden ser puntos calientes, fallos en la soldadura... que requieren que el diseño se realice sobre una presión aún mayor para evitar accidentes.

La presión interna sobre la que se diseñará el motor será: [3]

$$p_{Burst} = p_c \cdot (p_{MEOP}/p_c)^n, 1 < n < 3 \quad (6.42)$$

normalmente, como es un parámetro muy importante, se suele utilizar $n = 3$.

6.5.3 Actuaciones generales del motor cohete

En este capítulo, se utilizarán una serie de parámetros que se deben conocer:

- Tasa de combustión del propulsante r .
- Presión en la cámara de combustión p_c .
- Presión en la salida de la tobera p_e .
- Presión atmosférica p_0 .
- Área de combustión A_B .
- Área de la garganta de la tobera A_t .
- Área de la salida de la tobera A_s .
- Velocidad característica del propulsante c^* .
- Flujo másico \dot{w}_p . (Peso).
- Relación de expansión de la tobera ϵ .
- Impulso específico I_{SP} .
- Coeficiente de dilatación adiabática de los gases de combustión γ .
- Fuerza de empuje T .
- Velocidad de salida de los gases v_s
- Velocidad de salida efectiva c .

El estudio de las actuaciones de este sistema propulsivo comienza con la combustión del propulsante. Como se vio anteriormente, no todos los propulsores

se queman al mismo ritmo. Además, dependiendo de la presión que haya en la cámara de combustión, el propulsante se quemará a un ritmo diferente.

La tasa de combustión del propulsante se puede calcular de la siguiente manera:

$$r = r_{@1000psi} \cdot (p_c/1000)^n \quad (6.43)$$

en esta fórmula, el valor de p_c obligatoriamente tiene que ir en *psi*. Los valores restantes de la fórmula (para el propulsante utilizado) son conocidos gracias a Sutton [35]. (Ver tabla 6.3):

$$r_{@1000psi} = 0.3 \text{ in/s}, \quad n = 0.4$$

La combustión se produce (normalmente) en el agujero que se deja en el centro del propulsante, ya que es ahí donde se encuentra el encendedor. Una vez se provoca el encendido, se quema toda la superficie del agujero, realizando una combustión por capas hasta llegar a la superficie metálica de la cámara de combustión.

El área de combustible que se está quemando en cada momento es:

$$A_B = g_c p_c A_t / (\rho_{Prop} c^* r). \quad (6.44)$$

Una vez se conoce la tasa y el área de combustión, se puede conocer cuánto propulsante se está quemando en cada instante (y que por tanto debe estar saliendo de la cámara de combustión por la garganta de la tobera). Esto se conoce como flujo másico y es un parámetro fundamental para estudiar las actuaciones de un motor cohete.

En la práctica de este trabajo, se utilizará el programa “*openMotor*” [37] que, una vez introducidas las características del propulsante y la geometría y dimensiones del grano del propulsante, realiza una integración numérica sobre el área de combustión en cada momento y calcula en cada instante el flujo másico.

Esto es muy útil a la hora de realizar un análisis preciso, ya que lo más probable es que el área de combustión en cada instante sea diferente, sobre todo con geometrías de grano complicadas, y los cálculos del programa permiten calcular las actuaciones del motor de manera más realista.

Conocido el flujo másico, y fijado el área de la tobera (luego podrá iterarse si no se cumplen los requisitos de la misión), es posible calcular la presión en la cámara.

$$p_c = \frac{\dot{w}_p \cdot c^*}{g_c A_t}. \quad (6.45)$$

El área de la garganta de la tobera es otro de los parámetros fundamentales en el estudio de las actuaciones del motor cohete. Hay que buscar un compromiso en su diseño, ya que un área muy pequeña permitirá obtener grandes empujes, pero la presión en la cámara será tan grande que hará que se necesite una cámara de combustión muy gruesa y pesada para resistir esa presión.

Como se necesita una gran relación de expansión para obtener altos valores de impulso específico, lo ideal es que el área de salida sea lo más grande posible, pero sin sobresalir del cuerpo del misil. Además, como se vio anteriormente, tiene un gran impacto positivo sobre el *drag* del misil durante el vuelo propulsado. Hay que tener en cuenta que, manteniendo el semiángulo de la sección divergente constante, la tobera tendrá una longitud mayor cuanto mayor sea la relación de expansión (para un área de tobera fijada), por lo que una vez más hay que buscar un compromiso entre el volumen de propulsante que se puede instalar y las condiciones óptimas de tobera.

Conociendo el área de garganta y salida de la tobera, se puede calcular la presión en la salida de la tobera resolviendo la siguiente fórmula: [3]

$$\epsilon = \frac{A_s}{A_t} = \left\{ \left[\frac{2}{\gamma + 1} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot \left[\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right]^{1/2} \right\} / \left\{ \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]^{1/2} \right\}. \quad (6.46)$$

Una vez conocida la relación p_e/p_c del motor, se puede calcular el impulso específico.

El impulso específico puede definirse como el período durante el cual 1 kg de masa de propulsante producirá un empuje de 1kg de fuerza o lo que es lo mismo, como el impulso total por peso de propulsante. Es una de las características más importantes de los propulsores, cuanto mayor sea el número, mayor será su eficiencia. Se calcula: [3]

$$I_{SP} = c_d \left\{ \left(\left[\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \right] \left[\frac{2}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{p_e}{p_c} \right) \epsilon - \left(\frac{p_0}{p_c} \right) \epsilon \right\} \frac{c^*}{g_c} \quad (6.47)$$

$$= \frac{\int F dt}{W_{Prop}}$$

c_d es el coeficiente de descarga, que suele tomar valores en torno a $c_d \approx 0.96$.

De esta ecuación se puede sacar la conclusión de que el impulso específico aumenta cuanto mayor sea la altura de vuelo (ya que p_0 será menor) y, por tanto, el empuje también aumentará, ya que ambos parámetros son proporcionales. El empuje máximo se daría en el vacío ($p_0 = 0$).

El empuje es la fuerza que provoca el movimiento hacia adelante del misil, por lo que tiene una gran importancia. La ecuación que permite calcular el empuje es:

$$T = I_{SP} \cdot \dot{w}_p = I_{SP} \cdot \frac{g_c}{c^*} \cdot p_c \cdot A_t. \quad (6.48)$$

Otros parámetros que pueden ser de interés son la velocidad de salida de gases (es necesaria para calcular el I_{SP} (ya está integrada en la fórmula (7.47)) y la velocidad de salida efectiva: [35]

$$v_s = T/\dot{m}_p = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_c \cdot \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] + v_c^2} \quad (6.49)$$

$$c = v_s + (p_e - p_0)A_s/\dot{m}_p \quad (6.50)$$

en la ecuación (6.49), que muestra la velocidad de salida de gases en toberas isentrópicas, la velocidad en la cámara de combustión suele ser $v_c \approx 0$ por lo que la temperatura en la cámara de combustión T_c se aproxima a la temperatura en el punto de remanso.

6.5.4 Dimensionado del motor cohete de la primera etapa del misil

Este motor ocupa desde el final de la segunda etapa hasta el final del misil.

$$L_{Motor_1} = 8 - 5.5 = 2.5 \text{ m} = 98.425 \text{ in.}$$

El diámetro disponible para el motor será:

$$d_{Motor_1} = d - 2 \cdot t_{Airframe} = 0.5 - 2 \cdot 0.007112 = 0.486 \text{ m} = 19.125 \text{ in.}$$

Por lo que el radio del motor será $r_{Motor_1} = \frac{d_{Motor_1}}{2} = 9.5625 \text{ in} = 0.243 \text{ m}$.

Teniendo en cuenta la figura (7.20), la longitud del domo b sabiendo que $a = r = 2b$ es:

$$L_{Domo_1} = b = r_{Motor_1}/2 = 4.78 \text{ in} = 0.1215 \text{ m}.$$

La superficie del domo con forma de elipsoide tiene una superficie de $S_{Domo_1} = 396.49 \text{ in}^2$.

El centro de gravedad del domo se encuentra a una distancia z de la base de este:

$$z_{Domo} = \frac{4b}{3\pi} = 2.029 \text{ in.} \quad (6.51)$$

En esta primera etapa, se utilizan 4 toberas múltiples con el objetivo de obtener el área de salida más grande posible y un área de garganta suficientemente pequeño para obtener un alto empuje sin ocupar gran parte de la longitud L_{Motor_1} y así poder introducir más propulsante dentro de esta etapa.

Como la combustión de esta etapa se realiza al inicio de vuelo, a muy baja altura, con una atmósfera muy densa, no es necesario expandir tanto los gases de la combustión por lo que el sistema de toberas múltiples es ideal en estas condiciones.

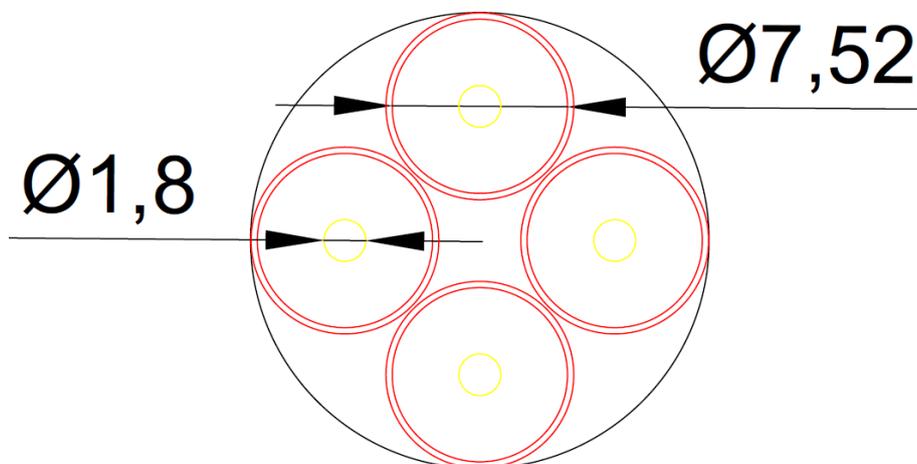


Figura 6.21 Toberas múltiples de la primera etapa

Como se puede observar en la figura, las dimensiones de cada tobera son las siguientes:

- Diámetro de salida $d_{s1} = 7.52 \text{ in}$. Área de salida $A_{s1} = 44.415 \text{ in}^2$.
- Diámetro de garganta $d_{t1} = 1.8 \text{ in}$. Área de garganta $A_{t1} = 2.545 \text{ in}^2$.

La garganta se diseñó en función del empuje que se pretendía conseguir, y la salida de la tobera es la mayor que podía lograrse introduciendo 4 toberas y sin que sobresaliera del cuerpo, para no generar una mayor resistencia aerodinámica.

Para estimar la longitud de las toberas, se modelaron como un conducto cónico convergente desde el final de la cámara de combustión hasta la garganta, con un semiángulo de convergencia $\theta_c = 65 \text{ deg}$ y un conducto cónico divergente, con un semiángulo de divergencia $\theta_d = 15 \text{ deg}$.

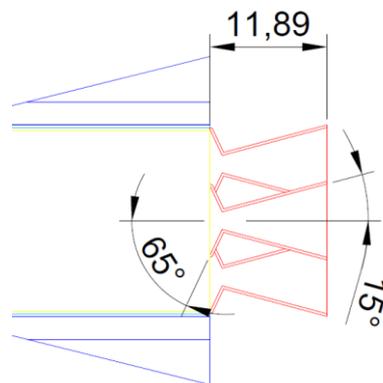


Figura 6.22 Medidas de las toberas múltiples

Por tanto, $L_{Toberas_1} = 11.89 \text{ in} = 0.3 \text{ m}$.

La superficie de una tobera se estimará en un principio como la suma de las superficies de las paredes de los 2 troncos de cono que forman la tobera convergente-divergente. Siendo esta superficie:

$$S_{Lateral_Tronco_Cono} = \pi \cdot a(R_1 + R_2) \quad (6.52)$$

siendo a la longitud de la generatriz del tronco de cono y R_1, R_2 los radios de ambas bases del tronco de cono.

Tras realizar los cálculos, entre las cuatro toberas tienen una superficie $S_{Toberas_1} = 810.49 \text{ in}^2$.

El centro de gravedad de las toberas se calcula de manera similar, modelando cada tobera como la suma de 2 troncos de cono. El centro de gravedad de un tronco de cono se encuentra a una distancia z de la base del tronco:

$$z_{Tronco_Cono} = \frac{h(R^2 + 2Ra + 3a^2)}{4(R^2 + Ra + a^2)} \quad (6.53)$$

siendo h la altura del tronco de cono, R el radio de la base mayor del tronco de cono y a la longitud de la generatriz del tronco de cono.

Como cada tobera se divide en dos cuerpos, para calcular el centro de gravedad total se ponderarán los centros de gravedad de cada tronco de cono en función de su superficie.

Tras realizar los cálculos oportunos, el centro de gravedad de las toberas de esta etapa se encuentra a una distancia de la punta del morro $z_{Toberas_1} = 307.59 \text{ in}$.

La parte cilíndrica de la cámara tendrá una longitud de:

$$\begin{aligned} L_{Cámara_1} &= L_{Motor_1} - L_{Domo_1} - L_{Toberas_1} = 98.425 - 4.78 - 11.89 = 81.75 \text{ in} \\ &= 2.077 \text{ m}. \end{aligned}$$

La longitud del propulsante (a partir de ahora se llamará “grano”) será similar a $L_{Cámara_1}$ dejando un pequeño espacio entre el final del grano y el inicio de la tobera para que el flujo de gases circule adecuadamente.

Lo siguiente que habrá que calcular es el grosor de la estructura del motor. Cuando se estudien las actuaciones del motor se verá que la presión máxima es:

$$p_{c_1} = 2840 \text{ psi}.$$

Haciendo uso de las ecuaciones (6.41) y (6.42), la presión de diseño será:

$$p_{MEOP} = p_c \cdot e^{\pi_K \cdot \Delta T} = 2840 \cdot e^{0.0014 \cdot 90} = 3221.36 \text{ psi}.$$

$$p_{Burst} = p_c \cdot (p_{MEOP}/p_c)^n = 2840 \cdot (3221.36/2840)^3 = 4144.59 \text{ psi}.$$

Utilizando esta presión y la ecuación (6.39), el grosor que la estructura deberá tener al menos:

$$t_{Motor_1} = FOS \cdot p_{Burst} \cdot r / \sigma_{Rotura} = 1.5 \cdot 4144.59 \cdot 9.5625 / 220000 = 0.27 \text{ in}$$

$$= 6.86 \text{ mm.}$$

Por lo tanto, se podrá calcular el peso del motor como:

$$W_{Motor_1} = W_{Domo_1} + W_{Toberas_1} + W_{Cámara_1}$$

$$= \rho_{Acero} \cdot t_{Motor_1} \cdot (S_{Domo_1} + S_{Toberas_1}) + \rho_{Acero} \cdot 0.25\pi$$

$$\cdot (d_{Motor_1}^2 - (d_{Motor_1} - 2t_{Motor_1})^2) \cdot L_{Cámara_1}$$

sustituyendo los valores en la fórmula, el peso del motor es:

$$W_{Motor_1} = 0.278 \cdot 0.27 \cdot (396.49 + 810.49) + 0.278 \cdot 0.25\pi$$

$$\cdot (19.125^2 - (19.125 - 2 \cdot 0.27)^2) \cdot 81.75 = 454.08 \text{ lbs} = 204.34 \text{ kg.}$$

Lo siguiente será estudiar el grano integrado en el motor de la primera etapa. Sus dimensiones son las siguientes:

$$L_{Grano_1} \approx L_{Cámara_1} = 81.75 \text{ in.}$$

$$d_{Grano_1} = d_{Motor_1} - 2t_{Motor_1} = 19.125 - 2 \cdot 0.27 = 18.585 \text{ in.}$$

El grano de este motor tiene dos geometrías. Partiendo desde el domo hacia la tobera, estas geometrías son:

- Geometría de estrella de 8 puntas.
 - o Longitud: 21.75 in.
 - o Ancho de la base: 1.5 in.
 - o Longitud del centro al extremo de la estrella: 4.5 in.
- BATES (*Ballistic Test and Evaluation System*).
 - o Longitud: 60 in.
 - o Diámetro del núcleo hueco: 6 in.

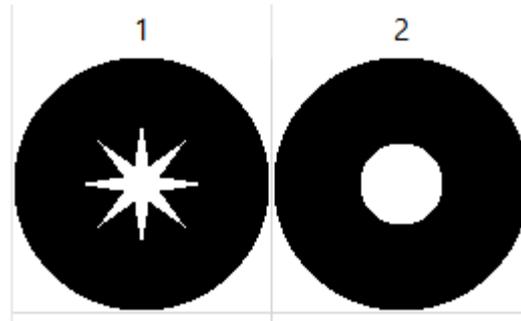


Figura 6.23 Geometría del grano del motor cohete de la primera etapa.

Esta geometría ofrece un perfil de empuje muy constante, además de un porcentaje de volumen ocupado (eficiencia volumétrica) del 90.42%.

$$\begin{aligned}
 W_{Prop_1} &= \rho_{Prop} \cdot V_{grano} = \rho_{Prop} \cdot 0.9042 \cdot L_{Grano_1} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{Grano_1}}{2}\right)^2 \\
 &= 0.069 \cdot 0.9042 \cdot 81.75 \cdot \pi \cdot \left(\frac{18.585}{2}\right)^2 = 1371.75 \text{ lb} = 617.287 \text{ kg}.
 \end{aligned}$$

6.5.5 Dimensionado del motor cohete de la segunda etapa del misil

El motor cohete de esta etapa se diferenciará del motor de la primera etapa debido a que solo dispondrá de una tobera convergente-divergente.

Además, algo que hace especial a esta etapa del motor es que es un motor cohete de dos pulsos. Este sistema, utilizado por misiles como el “AGM-69 SRAM” o la tercera etapa del “SM-3 Standard Missile”, utiliza una barrera para separar dos granos, con lo que puede provocarse un pseudo-reencendido durante el vuelo gracias a dos encendedores, uno para el primer pulso colocado cerca de la zona de la tobera y otro para el segundo pulso colocado en el domo de la cámara de combustión.

Este sistema, aunque más costoso, tiene la ventaja de que puede conseguir un mayor alcance, mayor duración de vuelo si es necesario, y menor calentamiento aerodinámico (ya que las velocidades serán menores, aunque más constantes y prolongadas en el tiempo).

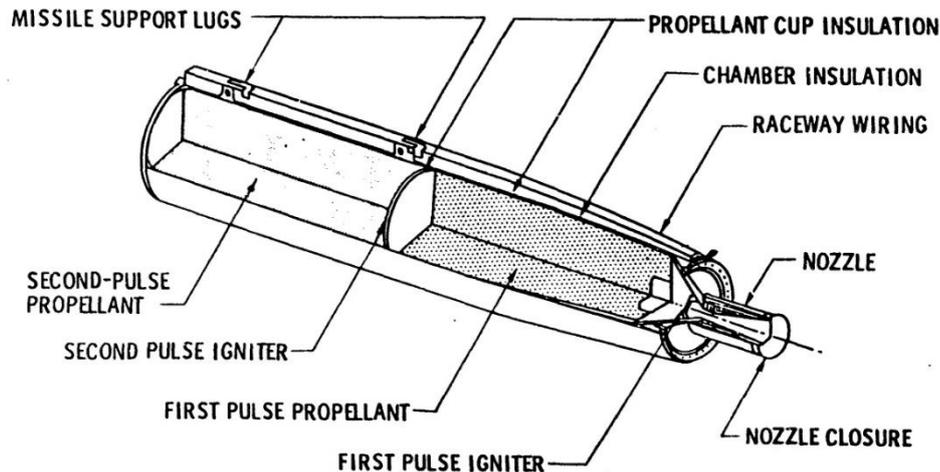


Figura 6.24 Sistema de motor de pulsos del AGM-69 SRAM. [38]

El dimensionado de este motor seguirá los mismos pasos que el dimensionado del motor de la primera etapa. (Apartado 6.5.4).

El espacio que ocupa este motor es el espacio que sobra en la segunda etapa.

$$L_{Motor_2} = 5.5 - L_{Rado\text{mo}} - L_{G/C} - L_{WH} = 5.5 - 1 - 1.07 - 0.5 = 2.93 \text{ m} = 115.35 \text{ in.}$$

El diámetro disponible para el motor será:

$$d_{Motor_2} = d - 2 \cdot t_{Airframe} = 0.5 - 2 \cdot 0.007112 = 0.486 \text{ m} = 19.125 \text{ in.}$$

Por lo que el radio del motor será $r_{Motor_2} = \frac{d_{Motor_2}}{2} = 9.5625 \text{ in} = 0.243 \text{ m}$.

La longitud del domo b sabiendo que $a = r = 2b$ es:

$$L_{Domo_2} = b = r_{Motor_2}/2 = 4.78 \text{ in} = 0.1215 \text{ m}$$

La superficie del domo con forma de elipsoide tiene una superficie de $S_{Domo_2} = 396.49 \text{ in}^2$.

El centro de gravedad del domo se encuentra a una distancia z de la base de este:

$$z_{Domo} = \frac{4b}{3\pi} = 2.029 \text{ in.}$$

Las dimensiones de la tobera son las siguientes:

- Diámetro de salida $d_{s2} = 18 \text{ in}$. Área de salida $A_{s2} = 254.469 \text{ in}^2$.
- Diámetro de garganta $d_{t2} = 4 \text{ in}$. Área de garganta $A_{t2} = 12.566 \text{ in}^2$.

Para estimar la longitud de la tobera, se modeló como un conducto cónico convergente desde el final de la cámara de combustión hasta la garganta, con un semiángulo de convergencia $\theta_c = 65 \text{ deg}$ y un conducto cónico divergente, con un semiángulo de divergencia $\theta_d = 15 \text{ deg}$.

Por lo tanto, la longitud de la tobera será:

$$L_{Tobera_2} = L_{Convergente} + L_{Divergente} = \frac{\frac{d_{Motor_2}}{2} - \frac{d_{t2}}{2}}{\tan \theta_c} + \frac{\frac{d_{s2}}{2} - \frac{d_{t2}}{2}}{\tan \theta_d} = 3.48 + 26.12$$

$$= 29.6 \text{ in} = 0.752 \text{ m.}$$

La superficie y el centro de gravedad de la tobera se calcularán del mismo modo que las de la etapa anterior. Ver apartado 6.5.4.

Después de realizar los cálculos, $S_{Tobera_2} = 1230.86 \text{ in}^2$. $z_{Tobera_2} = 198.08 \text{ in}$.

En la tobera se colocará un recubrimiento exterior de fibra de vidrio que servirá como aislante térmico de protección para los actuadores de cola. La fibra de vidrio tiene una densidad $\rho_{Fibra_Vidrio} = 0.094 \text{ lb/in}^3$. El grosor del aislante será $t_{Aislante} = 0.25 \text{ in}$. Y se considerará, para simplificar los cálculos, que la superficie es la misma que la superficie de la tobera $S_{Aislante} = 1230.86 \text{ in}^2$.

La parte cilíndrica de la cámara tendrá una longitud de:

$$L_{Cámara_2} = L_{Motor_2} - L_{Domo_2} - L_{Tobera_2} = 115.35 - 4.78 - 29.6 = 80.97 \text{ in}$$

$$= 2.057 \text{ m.}$$

Lo siguiente que habrá que calcular es el grosor de la estructura del motor. Cuando se estudien las actuaciones del motor se verá que la presión máxima es:

$$p_{c_2} = 1000 \text{ psi.}$$

Haciendo uso de las ecuaciones (6.41) y (6.42), la presión de diseño será:

$$p_{MEOP} = p_c \cdot e^{\pi K \cdot \Delta T} = 1000 \cdot e^{0.0014 \cdot 90} = 1134.28 \text{ psi.}$$

$$p_{Burst} = p_c \cdot (p_{MEOP}/p_c)^n = 1000 \cdot (1134.28/1000)^3 = 1459.36 \text{ psi.}$$

Utilizando esta presión y la ecuación (6.39), el grosor que la estructura deberá tener al menos:

$$t_{Motor_2} = FOS \cdot p_{Burst} \cdot r / \sigma_{Rotura} = 1.5 \cdot 1459.36 \cdot 9.5625 / 220000 = 0.095 \text{ in}$$

$$\approx 0.1 \text{ in} = 2.54 \text{ mm.}$$

Por lo tanto, se podrá calcular el peso del motor como:

$$W_{Motor1} = W_{Domo_2} + W_{Tobera_2} + W_{Aislante} + W_{Cámara_2}$$

$$= \rho_{Acero} \cdot t_{Motor_2} \cdot (S_{Domo_2} + S_{Tobera_2}) + \rho_{Fibra_Vidrio} \cdot t_{Aislante}$$

$$\cdot S_{Aislante} + \rho_{Acero} \cdot 0.25\pi \cdot (d_{Motor_2}^2 - (d_{Motor_2} - 2t_{Motor_2})^2)$$

$$\cdot L_{Cámara_2}$$

sustituyendo los valores en la fórmula, el peso del motor es:

$$W_{Motor1} = 0.278 \cdot 0.1 \cdot (396.49 + 1230.86) + 0.094 \cdot 0.25 \cdot 1230.86 + 0.278 \cdot 0.25\pi$$

$$\cdot (19.125^2 - (19.125 - 2 \cdot 0.1)^2) \cdot 80.97 = 210.02 \text{ lbs} = 94.51 \text{ kg.}$$

Lo siguiente será estudiar los dos granos integrados en el motor de la segunda etapa. Sus dimensiones son las siguientes:

$$L_{Grano_2} = L_{Grano_2a} + L_{Grano_2b}$$

$$L_{Grano_2a} = 45 \text{ in}, L_{Grano_2b} = 35.3 \text{ in.}$$

En este caso, la longitud de la suma de ambos granos no es igual que la longitud de la cámara de combustión, ya que hay que dejar un espacio para colocar la barrera que los separa.

$$d_{Grano_1} = d_{Motor_1} - 2t_{Motor_2} = 19.125 - 2 \cdot 0.1 = 18.925 \text{ in.}$$

Los dos granos de este motor tienen la misma geometría, lo único que varía es la longitud de cada grano, pues se han confeccionado teniendo en cuenta el momento en el que serán quemados.

Esta geometría es conocida como “*Finocyl 2D*”. Consiste en un taladro central sobre el que se hacen unas estrías rectangulares con el fin de conseguir un perfil de empuje más constante.

- Geometría *Finocyl*.
 - Longitud del grano 1: 45 in.
 - Longitud del grano 2: 35.9 in.

- Número de estrías: 6
- Ancho de la estría: 1.3 in.
- Longitud de la estría: 2 in.
- Diámetro del núcleo hueco: 3.35 in.



Figura 6.25 Geometría del grano de los dos pulsos del motor de la segunda etapa. Esta geometría ofrece un perfil de empuje relativamente constante, además de un porcentaje de volumen ocupado (eficiencia volumétrica) del 90.96%.

$$\begin{aligned}
 W_{Prop_2a} &= \rho_{Prop} \cdot V_{grano} = \rho_{Prop} \cdot 0.9096 \cdot L_{Grano_2a} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{Grano_2a}}{2}\right)^2 \\
 &= 0.069 \cdot 0.9096 \cdot 45 \cdot \pi \cdot \left(\frac{18.925}{2}\right)^2 = 792.8 \text{ lb} = 356.76 \text{ kg}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{Prop_2b} &= \rho_{Prop} \cdot V_{grano} = \rho_{Prop} \cdot 0.9096 \cdot L_{Grano_2b} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{Grano_2b}}{2}\right)^2 \\
 &= 0.069 \cdot 0.9096 \cdot 35.3 \cdot \pi \cdot \left(\frac{18.925}{2}\right)^2 = 621.91 \text{ lb} = 279.86 \text{ kg}.
 \end{aligned}$$

6.5.6 Análisis de las actuaciones del motor cohete de la primera etapa

El motor de la primera etapa se encarga de la etapa de *boost* del misil. En ella, se queman 1371.75 lbs de propulsante en 8.63 segundos. Para realizar el estudio de las actuaciones se sustituyen las cuatro toberas de las que dispone por una única tobera equivalente, con las mismas áreas de garganta y salida que la suma de las cuatro toberas reales.

- Área de salida equivalente $A_{seq} = 4 \cdot A_{s1} = 177.66 \text{ in}^2$.
- Área de garganta equivalente $A_{teq} = 4 \cdot A_{t1} = 10.18 \text{ in}^2$.
- Relación de expansión $\epsilon = 17.454$.

- Coeficiente de descarga $c_D = 0.96$.

La fracción másica de propulsante en el inicio de la combustión de este motor es:

$$\zeta = \frac{W_{prop}}{W_{inicial}} = \frac{1371.75}{4881.05} = 0.281$$

No es muy elevada, pero servirá para dotar de velocidad al misil en sus primeros instantes.

El flujo másico medio de este motor es:

$$\dot{w}_p = \frac{W_{prop}}{t_{Burn}} = \frac{1371.75}{8.63} = 158.95 \text{ lb/s} = 71.52 \text{ kg/s}$$

Sin embargo, el área de combustión no es constante, por lo que se utilizarán los datos de flujo másico de *openMotor*.

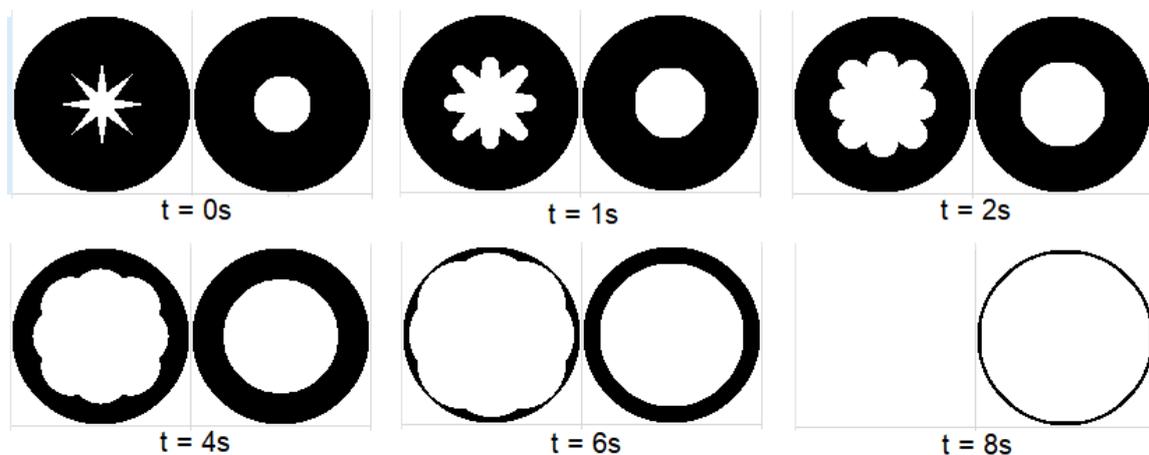


Figura 6.26 Evolución de la superficie del grano a lo largo del tiempo.

Esta configuración funciona muy bien debido a que la superficie en el grano de la estrella es mayor al inicio y decrece con el tiempo, y la geometría *BATES* funciona al contrario, la superficie de combustión crece con el tiempo. Mediante el empleo de ambas se consigue un perfil de empuje casi constante.

El flujo másico y la presión en cada instante es:

Flujo másico y presión de la cámara de combustión

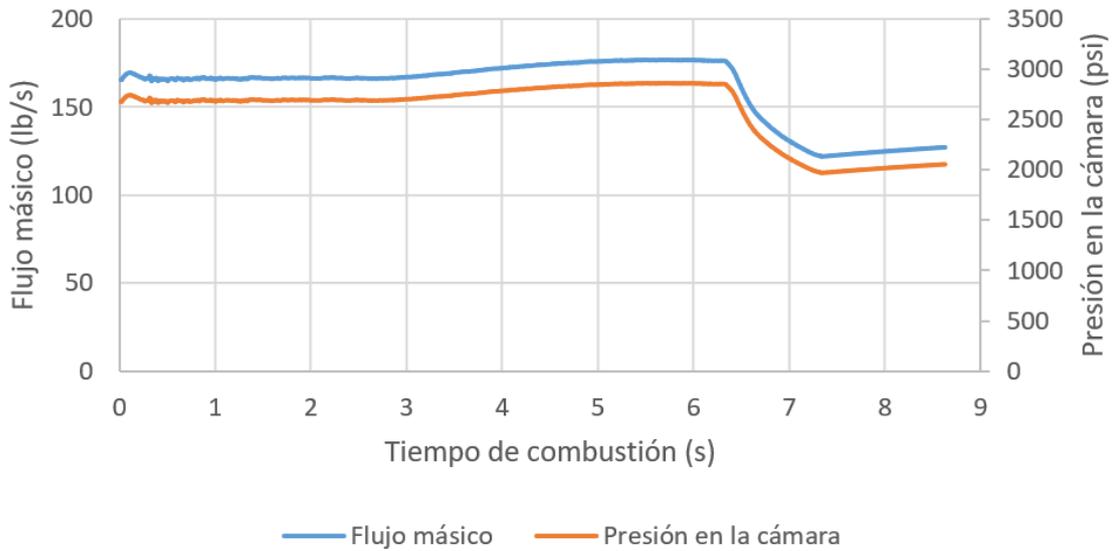


Figura 6.27 Flujo másico y presión en la cámara del motor de la primera etapa

Se puede observar en la ecuación (6.45) que ambos parámetros son proporcionales. De esta gráfica se obtiene la presión máxima de 2840 psi, que se utilizó para dimensionar la estructura del motor.

El impulso específico en cada instante se muestra en la siguiente gráfica:

Impulso específico

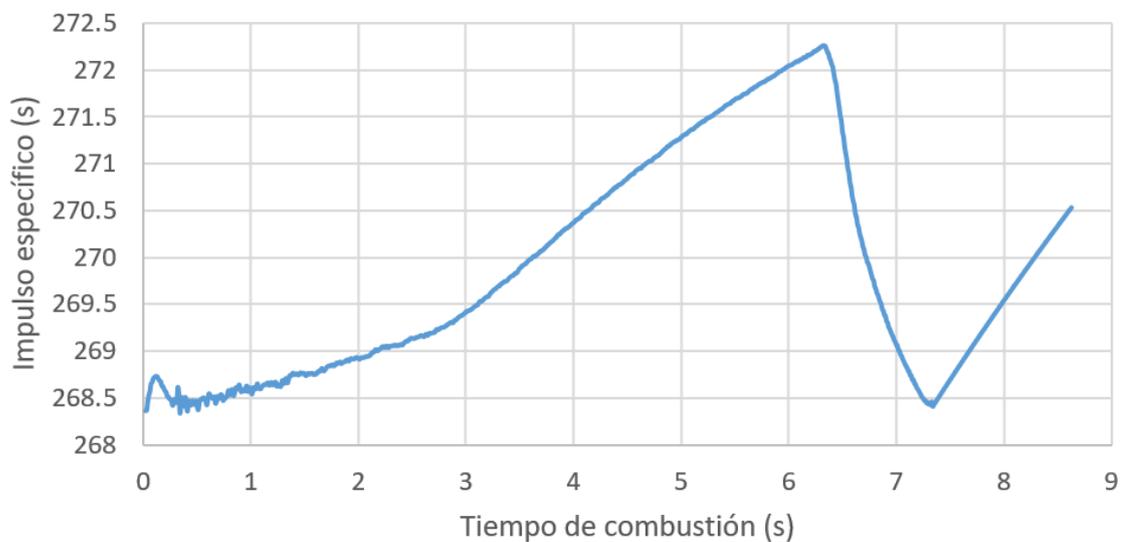


Figura 6.28 Impulso específico del motor de la primera etapa

Como se puede observar, el impulso específico varía muy poco a lo largo del tiempo de combustión. Como presión en la cámara se mantiene casi constante a lo largo del tiempo, el impulso tiende a subir con el incremento de la altura de vuelo. El descenso se produce cuando se acaba el propulsante del primer grano, por lo que desciende la presión en la cámara.

Resolviendo la ecuación (6.46), se obtiene una relación:

$$\frac{p_e}{p_c} = 0.00572544.$$

Una gráfica muy interesante es la que relación la presión a la salida de la tobera con la presión atmosférica que rodea al misil en cada momento.

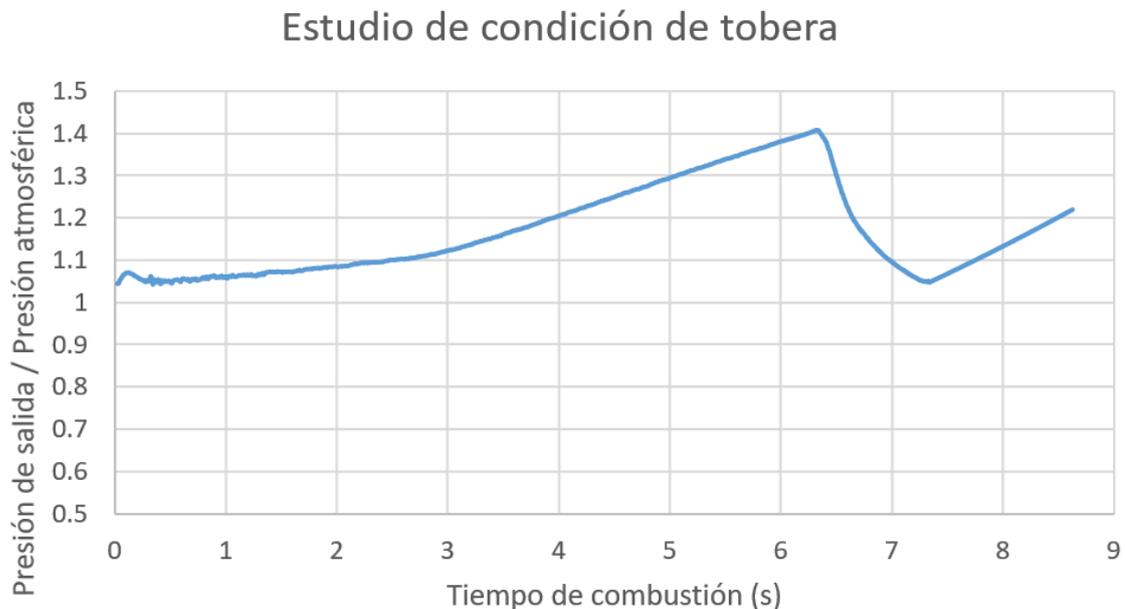


Figura 6.29 $P_{\text{SALIDA}} / P_{\text{ATMOSFÉRICA}}$ en el motor de la primera etapa

Al ser la presión de salida mayor que la presión atmosférica, la tobera se encuentra subexpandida.

Por último, se presenta el perfil de empuje de este motor, la garganta de la tobera fue diseñada para que el valor de la fuerza de empuje fuera elevado, con el fin de acelerar lo antes posible el misil y “escapar” cuanto antes de la zona más densa de la atmósfera. Se pretendía conseguir un empuje sobre 200000 N. El empuje máximo que se consiguió en la práctica fue 213000 N.

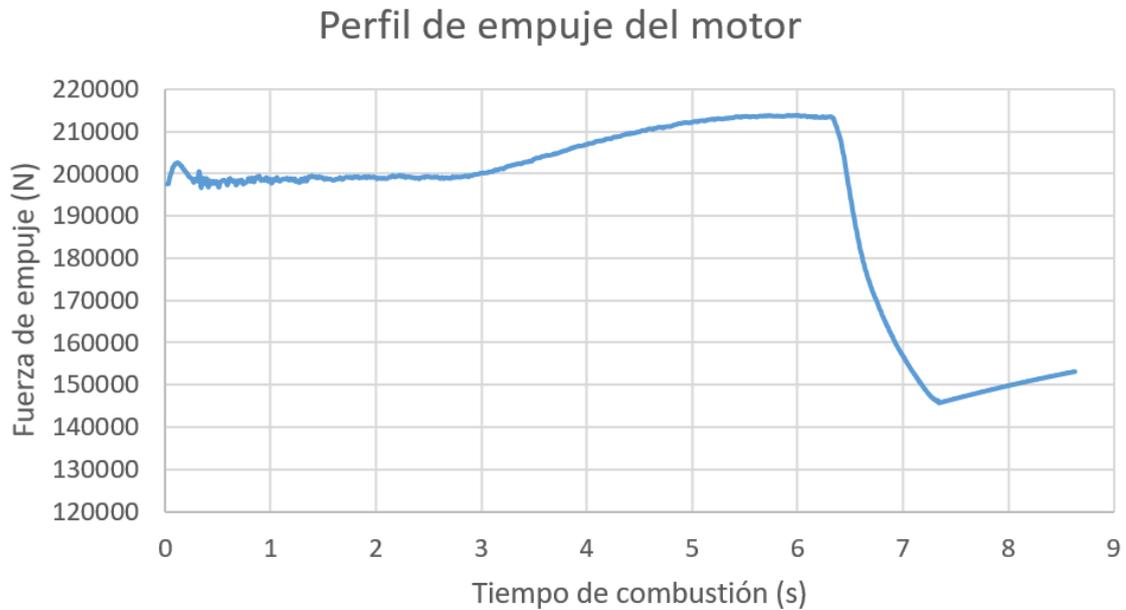


Figura 6.30 Perfil de empuje del motor de la primera etapa

6.5.7 Análisis de las actuaciones del motor cohete de la segunda etapa.

Este motor se encarga de las etapas de las trayectorias que luego se expresarán como “*Sustain 1*” y “*Sustain 2*” (está formado por 2 pulsos). *Sustain* significa vuelo sostenido, en el que la fuerza de empuje será más o menos similar a la resistencia aerodinámica. Esto no cumplirá para el misil, sin embargo, estas partes de la trayectoria decidieron llamarse así por comodidad para diferenciarlas del *boost*, que tiene un empuje mucho mayor.

- En el primer pulso del motor se queman 792.8 lb de propulsante en 12.79 s.
- En el segundo pulso se queman 621.91 lb de propulsante en 17.01 s.

Se recuerdan las características de la tobera de esta etapa:

- Área de salida $A_{s2} = 254.47 \text{ in}^2$.
- Área de garganta $A_{t2} = 12.57 \text{ in}^2$.
- Relación de expansión $\epsilon = 20.25$.
- Coeficiente de descarga $c_D = 0.96$.

La fracción másica de propulsante en el inicio de la combustión de cada pulso de este motor es:

$$\zeta_1 = \frac{W_{prop_2a}}{W_{inicial}} = \frac{792.8}{2791.76} = 0.284$$

$$\zeta_2 = \frac{W_{prop_2b}}{W_{inicial2}} = \frac{621.91}{1998.96} = 0.311$$

El flujo másico medio de cada pulso de este motor es:

$$\dot{w}_{p_2a} = \frac{W_{prop_2a}}{t_{Burn_a}} = \frac{792.8}{12.79} = 61.99 \text{ lb/s} = 27.89 \text{ kg/s}$$

$$\dot{w}_{p_2a} = \frac{W_{prop_2b}}{t_{Burn_b}} = \frac{621.91}{17.01} = 36.56 \text{ lb/s} = 16.45 \text{ kg/s}.$$

Sin embargo, el área de combustión no es constante, por lo que se utilizarán los datos de flujo másico de *openMotor*.

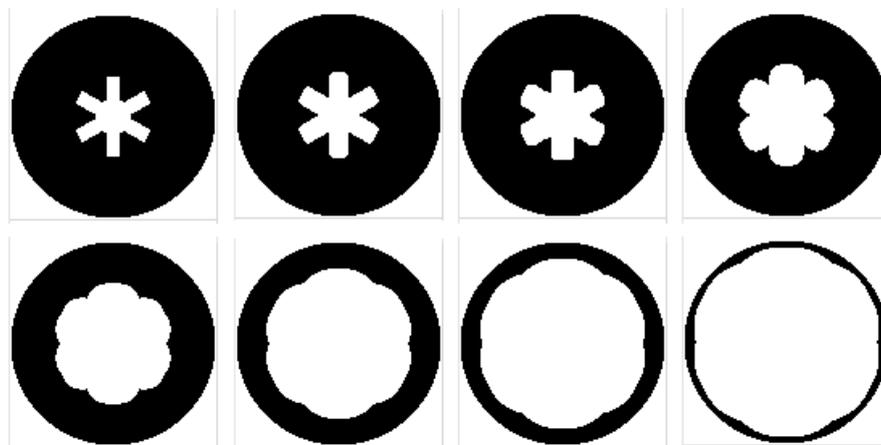


Figura 6.31 Evolución de la superficie del grano de geometría Finocyl a lo largo del tiempo

Esta geometría, como luego se verá, es más simple que la utilizada en la primera etapa, y aunque el empuje no es tan constante, sigue siendo muy buena opción para la geometría del grano.

Hay que tener en cuenta también que una vez producido el encendido, la llama quema toda la superficie disponible, por lo que no solo se quema el taladro interior si no también las secciones transversales.

Esto, además de que provocará un cambio en la presión de la cámara (y por tanto, la tasa de combustión del propulsante cambiará) hace que, aunque la geometría de ambos pulsos sea la misma, las actuaciones no lo serán.

A continuación se estudiará cada parámetro de interés, comparando ambos pulsos entre sí.

El flujo másico de cada pulso en cada instante es:

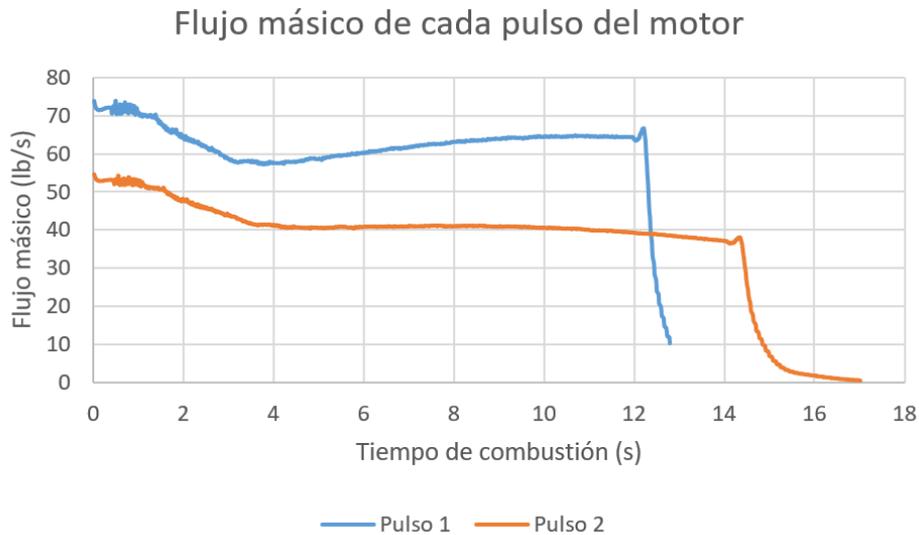


Figura 6.32 Flujo másico de ambos pulsos del motor de la segunda etapa.

Aquí se puede observar claramente que al quemar menos propulsante, la presión es menor, por lo que la tasa de combustión es menor y el segundo pulso, aunque dispone de menos masa de propulsante, tarda más en quemarse.

Este flujo másico permite calcular la presión en la cámara:

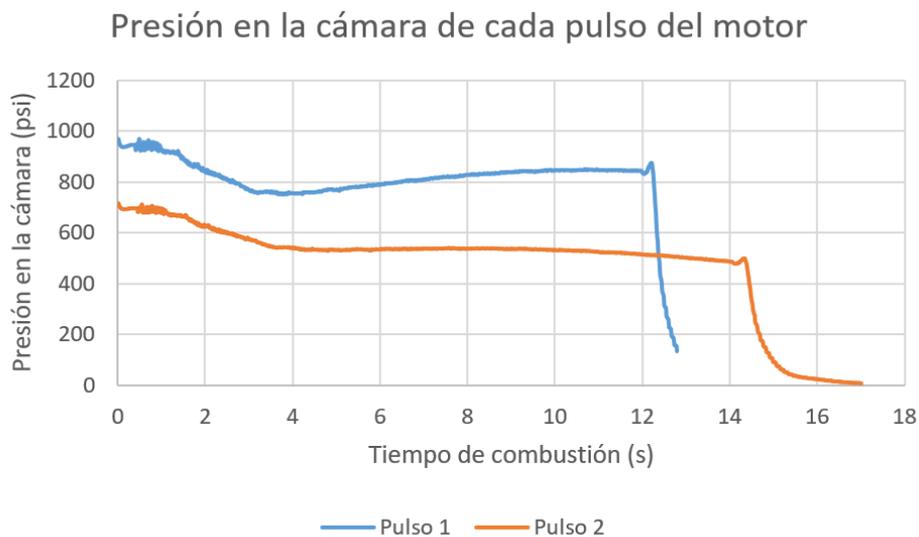


Figura 6.33 Presión en la cámara de cada pulso en el motor de la segunda etapa.

En esta gráfica se puede observar cómo el primer pulso es el más crítico a la hora de dimensionar la estructura del motor.

El impulso específico de cada pulso en cada instante es:

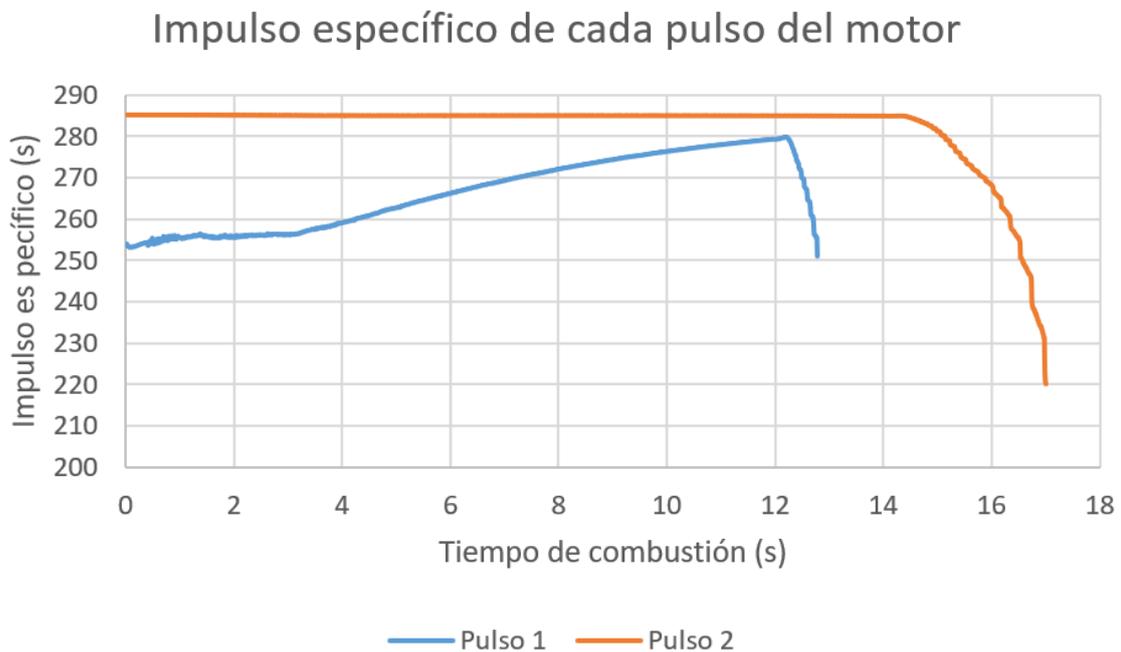


Figura 6.34 Impulso específico de cada pulso del motor de la segunda etapa.

En esta gráfica se puede observar como el impulso específico del segundo pulso es mayor debido a que la fase del vuelo en la que se emplea se produce a una altura mayor. Además, como no varía la altura de vuelo en el *Sustain 2*, su valor es mucho más constante que en el primer pulso (que al encontrarse el misil ascendiendo, aumenta su valor mucho).

Cuando se produce la caída del impulso específico es porque se está acabando el propulsante y se reduce el área de combustión, por lo que la presión en la cámara cae rápidamente.

Resolviendo la ecuación (6.46), se obtiene una relación:

$$\frac{p_e}{p_c} = 0.0047139$$

Una gráfica muy interesante es la que relación la presión a la salida de la tobera con la presión atmosférica que rodea al misil en cada momento.

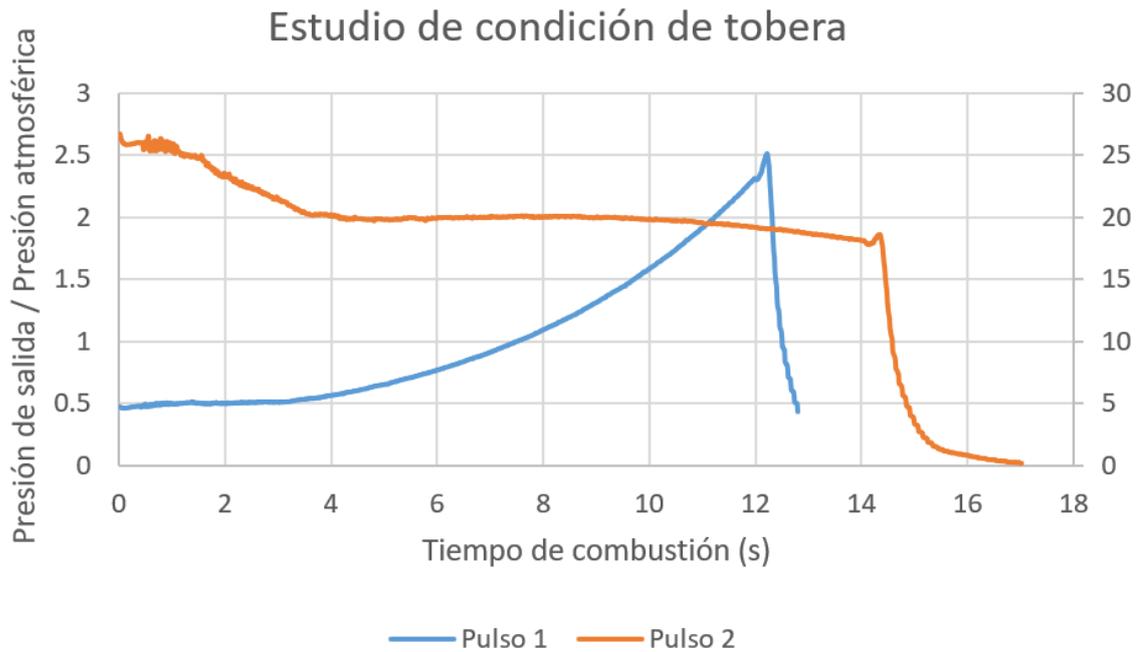


Figura 6.35 $P_{\text{SALIDA}} / P_{\text{ATMOSFÉRICA}}$ en el motor de la segunda etapa.

En esta gráfica, el pulso 1 (azul) sigue el eje vertical de la izquierda, y el pulso 2 (naranja) sigue el eje vertical de la derecha.

Durante el primer pulso, la tobera se encuentra ligeramente sobreexpandida en el inicio de vuelo y acaba siendo subexpandida al final (antes de que caiga la presión en la cámara) debido a que se encuentra en vuelo de ascenso. Los valores no se alejan demasiado de la unidad por lo que no suponen ningún problema reseñable.

Sin embargo, el segundo pulso se utiliza durante el vuelo a nivel en el techo de vuelo, esto hace que la presión atmosférica sea muy pequeña (según la *ISA*, a casi 32 km de altura, $p_0 = 0.126 \text{ psi} = 872 \text{ Pa}$) y la tobera, cuyas dimensiones están limitadas por el cuerpo del misil, no es capaz de expandir tanto el fluido.

En este caso la tobera se encuentra muy subexpandida, por lo que se está desperdiciando presión que podría convertirse en empuje. Sin embargo, la tobera no puede diseñarse para ser más grande (no hay más espacio) por lo que hay que asumir esta diferencia con respecto a la condición ideal de $p_s = p_0$.

Por último, se presentará el perfil de empuje de ambos pulsos:

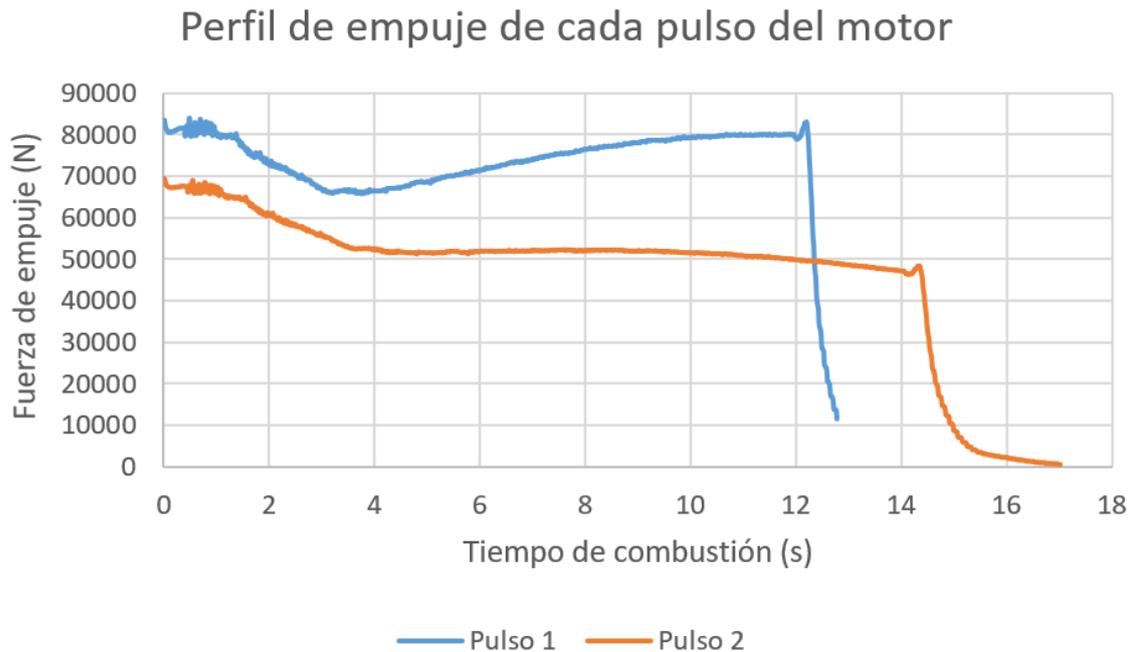


Figura 6.36 Perfil de empuje del motor de la segunda etapa.

Se puede observar que los empujes producidos son mucho menores que el empuje de la fase de *boost*, sin embargo, estos empujes consiguen acelerar el misil mucho más, debido a que el misil tiene un menor peso (no tiene que cargar con la primera etapa) y la fase se produce a una altura mucho mayor, por lo que apenas hay resistencia aerodinámica, en comparación con la fase inicial de vuelo.

6.6 SUPERFICIES DE CONTROL Y SUPERFICIAS FIJAS

Las superficies planas que se acoplan al cuerpo del misil pueden usarse para dotar de una mayor fuerza de sustentación al misil, estabilizarlo si estas se colocan por detrás del centro de gravedad, controlarlo si son superficies móviles...

Como se vio en la introducción, este misil posee una cola móvil trapezoidal al final de la segunda etapa y una superficie fija triangular al final de la primera etapa del misil. Por comodidad, esta superficie se llamará "ala".

Ambas superficies están formadas por cuatro semipaneles, por lo que podría decirse que hay dos alas y dos colas (cruciformes). Se colocan en línea con el objetivo de reducir la resistencia aerodinámica y el "RCS".

En el siguiente esquema (que no es más que una ampliación del misil en la zona de las superficies) se puede ver la forma de estas:

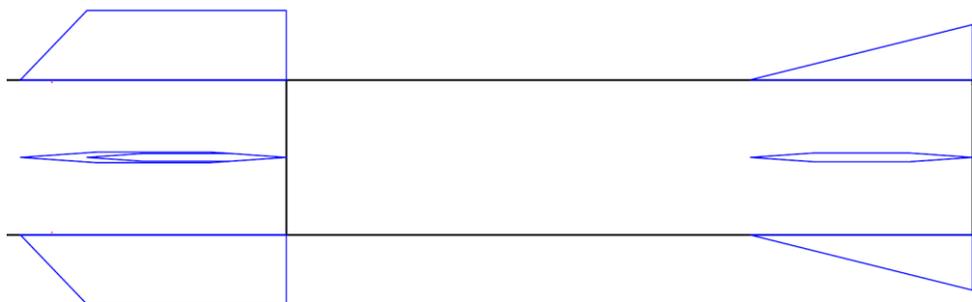


Figura 6.37 Superficies planas del misil

Antes de comenzar con las dimensiones de las superficies, hay unos conceptos sobre su geometría que se deben conocer. Para explicarlas, se utilizará la figura mostrada a continuación.

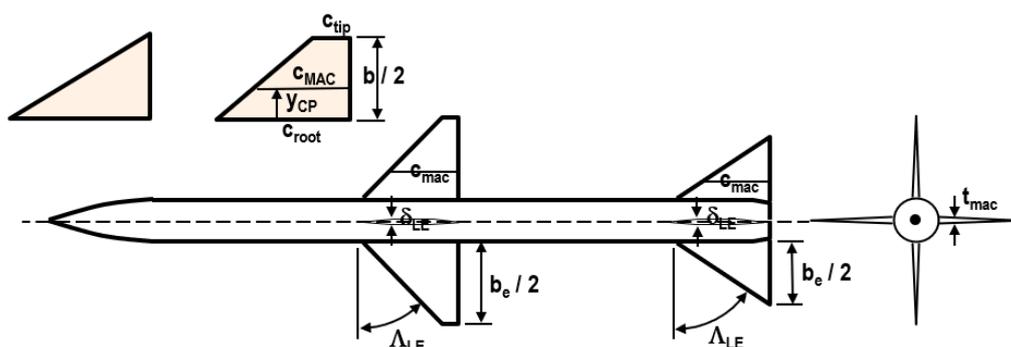


Figura 6.38 Parámetros geométricos de las superficies planas [3]

- c_{tip} es la longitud de la cuerda en la punta de la superficie.
- c_{root} es la longitud de la cuerda en el encastre de la superficie.
- c_{mac} es la cuerda media aerodinámica. Se define como la cuerda de una superficie rectangular equivalente (misma área, misma fuerza aerodinámica...)
- b es la distancia entre puntas de los dos semiplanos de una superficie (envergadura).
- y_{cp} es la distancia entre el encastre y la c_{mac} , ya que el centro aerodinámico de la superficie se encuentra sobre ella.
- Λ_{LE} es el ángulo de flecha que tiene el borde de ataque de la superficie.
- δ_{LE} es el ángulo total de la sección de la superficie en el borde de ataque.
- t_{mac} es el grosor máximo de la cuerda media aerodinámica. Las superficies tienen un mayor grosor cuanto mayor sea la longitud de la cuerda.

Dos parámetros muy importantes que dan forma a las superficies son

- La relación de aspecto (*Aspect Ratio*) A .
- El estrechamiento (*Taper Ratio*) λ .

Estos dos parámetros se calculan de la siguiente manera:

$$A = b_{planform}^2 / S_{planform}. \quad (6.54)$$

$$\lambda = c_{tip} / c_{root}. \quad (6.55)$$

Una vez conocidos todos los parámetros de las superficies planas, se estudiarán las que forman parte del misil, comenzando con la cola.

Una de las principales restricciones que se establecieron sobre el misil era que su envergadura total debía ser menor de 0.95 m, por lo que la envergadura de las superficies debía ser como máximo $b = 0.45 \text{ m} = 17.72 \text{ in}$.

Como no es un valor muy elevado, se necesita una cola con baja relación de aspecto para lograr la estabilidad del misil. Se eligió una forma trapezoidal (muy usada por misiles) por su gran efectividad en el control, buen drag supersónico y bajo RCS. No presenta ninguna desventaja notable.

La cola se diseñó con el objetivo de tener un área de cola S_{tail} lo suficientemente grande para mantener la estabilidad estática del misil desde que se separa la primera etapa hasta que se intercepta el objetivo, pero no sobredimensionarla para mantener el margen estático lo más pequeño posible.

El área de cola que se necesita para que el misil sea neutralmente estable se calculará con la siguiente fórmula [3]. Si el área de la cola es mayor que el valor calculado, el misil será estáticamente estable:

$$\begin{aligned}
 S_{Tail} = & \{(C_{N\alpha})_{Body}\} \left\{ \frac{(X_{cdg} - X_{AC_{Body}})}{d} \right\} \\
 & + (C_{N\alpha})_{Wing} \left\{ \frac{(X_{cdg} - X_{AC_{Wing}})}{d} \right\} \left\{ \frac{S_{Wing}}{S_{Ref}} \right\} \\
 & \cdot \left\{ \frac{d}{(X_{AC_{Tail}} - X_{cdg})} \right\} S_{Ref} / (C_{N\alpha})_{Tail}
 \end{aligned} \tag{6.56}$$

si se evalúa la estabilidad una vez la primera etapa ya no forma parte del misil, los coeficientes del ala serán nulos.

En la práctica, el dimensionado de la cola se realizó de la siguiente manera:

- Se fijan los parámetros de la cola: $A = 0.6, \lambda = 0.75$.
- Se identifica el instante limitante de la trayectoria a nivel de estabilidad estática.
- Se fija una semienvargadura de la cola $b/2$
- Como habrá dos colas, se calcula $2 \cdot S_{Tail} = 2 \cdot (b^2/A)$
- Usando $b/2$ se calcula $c_{root} = 4 \cdot \frac{b}{2} / (1 + \lambda) / A$
- Se calcula $c_{tip} = \lambda \cdot c_{root}$
- Se calcula $c_{mac} = \frac{2}{3} \cdot \frac{b}{2} \cdot (1 + \lambda + \lambda^2) / (1 + \lambda)$
- Se calcula el punto en el que se sitúa $X_{AC_{Tail}}$ mediante la ecuación (4.28) y estableciendo que la cola se situará lo más retrasada posible para proporcionar una mayor estabilidad.
- Se calcula S_{Tail} necesaria para que el misil sea neutralmente estable y se compara con la superficie de cola del paso 4.

- Es necesario que la superficie de cola con la que se realiza la iteración sea más grande que la que se requiere, si no lo es, elegir un $b/2$ más grande y volver a realizar la iteración hasta que lo cumpla.

A continuación, se recogerán en una tabla las dimensiones de la cola del misil.

Tabla 6.5 Dimensiones de la cola

Relación de aspecto	0.6
Estrechamiento	0.75
Superficie de cola (1)	516.267 in ²
$b/2$	8.8 in
c_{root}	33.524 in
c_{tip}	25.143 in
Λ_{LE}	44 deg
c_{mac}	29.533 in
y_{cp}	4.19 in
Número de colas	2
δ_{LE}	8 deg
t/c	0.04
Borde de ataque de la cola	183.012 in

El ala se diseñó para aportar estabilidad durante la primera fase de *boost*. Se quería una superficie con $A = 1$ y $\lambda = 0$ (triangular). Realizando los cálculos de la estabilidad del misil en cada momento, se diseñó un ala lo más pequeña posible (para minimizar el *drag* y el peso de la superficie) con esta forma que pudiera estabilizar el misil.

Después de realizar el estudio, estas fueron las dimensiones:

Tabla 6.6 Dimensiones del ala

Relación de aspecto	1
Estrechamiento	0
Superficie de ala (1)	196 in ²
$b/2$	7 in

c_{root}	28 in
c_{tip}	0 in
Λ_{LE}	76 deg
c_{mac}	18.667 in
y_{cp}	2.33 in
Número de alas	2
δ_{LE}	8 deg
t/c	0.04
Borde de ataque del ala	275.071 in

Se calculará el volumen de cada superficie para conocer el peso de estas. Para ello se modelarán las superficies como pirámides truncadas con extremos paralelos: [39]

$$V_{Semipanel} = \frac{k_Q \cdot t / c}{\sqrt{1 + \lambda}} \cdot S_{Superficie} \cdot \sqrt{\frac{S_{Superficie}}{A_{Superficie}}} \quad (6.57)$$

Las superficies se fabricarán de fibra de carbono para minimizar su peso, la densidad de este material es $\rho_{Fibra} = 0.065 \text{ lb/in}^3$.

Utilizando un factor $k_Q = 0.95$, recomendado por los autores de la ecuación, y sustituyendo los valores, se obtiene:

$$W_{Tail} = \rho_{Fibra} \cdot N_{Tail} \cdot 2 \cdot V_{Semipanel} = 0.065 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{0.95 \cdot 0.04}{\sqrt{1 + 0.75}} \cdot 516.267 \cdot \sqrt{\frac{516.267}{0.6}}$$

$$= 113.1 \text{ lbs.}$$

$$W_{Wing} = \rho_{Fibra} \cdot N_{Wing} \cdot 2 \cdot V_{Semipanel} = 0.065 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{0.95 \cdot 0.04}{\sqrt{1 + 0}} \cdot 196 \cdot \sqrt{\frac{196}{1}}$$

$$= 27.11 \text{ lbs.}$$

Por último, se adjuntará una tabla resumen del análisis de la estabilidad, en ella se indicará el Mach de vuelo de cada momento calculado, el punto a lo largo del eje longitudinal en el que se sitúa el centro de gravedad en ese momento, el área de cola necesaria para que el misil sea neutralmente estable y la diferencia entre el

área necesaria y la real (si es positiva significa que el misil dispone de una cola más grande de lo necesario por lo que el misil es estáticamente estable).

Se ha tenido en cuenta la ecuación (4.19), que dice cuándo se debe aplicar la teoría lineal y cuándo se debe aplicar la teoría de cuerpos esbeltos. El Mach de transición de una teoría a otra en la cola es $M = 4.36$. Este valor se supera durante el vuelo. Para el ala, el Mach de transición es $M = 2.74$. Este valor no es superado en ningún momento en el que el ala forma parte del misil.

Tabla 6.7 Análisis de estabilidad

ÁREA DE COLA = 1032.534 in²			
<u>Mach de vuelo</u>	<u>X_{CG} (in)</u>	<u>S_{REQUERIDA} (in²)</u>	<u>δSuperficie (in²)</u>
Fase – Boost			
1	180.575	938.29	+94.244
2	166.752	314.64	+717.894
2.51	159.96	11.88	+1020.654
Fase – Sustain 1			
<u>2.75</u>	<u>133.085</u>	<u>1025.379</u>	<u>+7.155</u>
3	130.792	993.78	+38.754
4	126.589	890.7	+141.834
5*	120.808	895.387	+137.147
5.09*	120.224	899.79	+132.744
Fase – Turn 1 (α=-36°)			
4.3	120.224	535.56	+496.974
Fase – Sustain 2			
5.946*	118.619	1016.5	+16.034
Fase – Coast 3			
2.45	118.606	755.72	+276.814
2.25	118.606	761.016	+271.518
2	118.606	771.84	+260.694
1.75	118.606	794.983	+237.551
1.53	118.606	869.05	+163.484

La condición crítica se ha subrayado dentro de la tabla.

En el punto de impacto, el misil tiene un Mach de vuelo $M = 1.53$. Utilizando $x_{cdg} = 118.606 \text{ in.}$ Y calculando el centro aerodinámico del cuerpo y la cola, mediante las ecuaciones (5.27) y (5.28), sumando la localización de la cola en el misil, se obtiene $x_{AC_Tail} = 188.88 \text{ in.}$

Como el centro aerodinámico del cuerpo depende del ángulo de ataque del misil, se calcula el margen estático (ecuación (4.29)) del misil en el punto de impacto en función del ángulo de ataque:

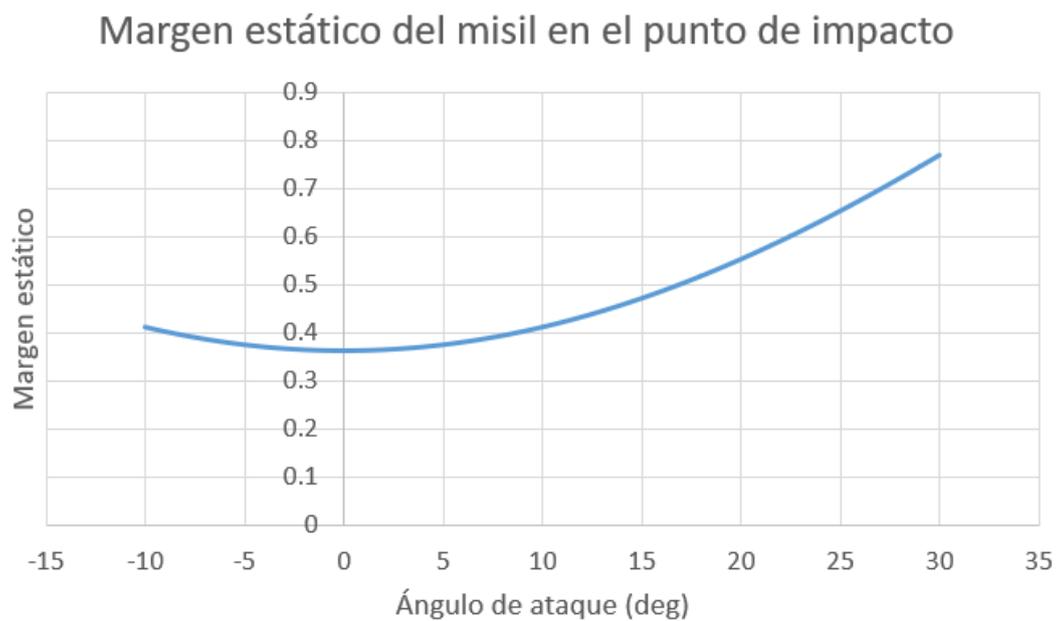


Figura 6.39 Margen estático final del primer misil

Se puede observar que, al no haber sobredimensionado excesivamente la cola, el margen estático no es muy grande, por lo que la maniobrabilidad del misil en el momento más necesario será óptima.

Por último, cabe anotar que el centro de gravedad de las alas y las colas, al estar constituidas por secciones simétricas, se considerará situado en el 50% de la cuerda media aerodinámica de la superficie en cuestión.

En el siguiente apartado se recogerán los valores.

6.7 ESTIMACIÓN DEL PESO Y CENTRO DE GRAVEDAD

Una vez diseñado el misil por completo, es útil recoger todos los pesos de los diferentes subsistemas para poder calcular el centro de gravedad en cada momento y poder realizar un análisis correcto de las actuaciones de vuelo del misil.

La ecuación que permite calcular el centro de gravedad del misil a través de la suma de los pesos y centros de gravedad de los diferentes subsistemas es:

$$x_{cdg} = \frac{\sum (x_{Subsistema1} \cdot W_{Subsistema1} + x_{Subsistema2} \cdot W_{Subsistema2} + \dots)}{W_{Total}} \quad (6.58)$$

En las siguientes tablas se recogerán los pesos y centros de gravedad del misil en las condiciones más importantes de su vuelo.

Tabla 6.8 Resumen de pesos y centro de gravedad. Lanzamiento

<u>ÍTEM</u>	<u>PESO (lb)</u>	<u>X_{CG} Subsistema</u>
Radomo	69.79	26.903
Guiado y control	250	60.52
Cabeza de guerra	200	91.515
Estructura 1 ^A etapa	236.34	259.79
Estructura 2 ^A etapa	483.86	129.23
Domo c.c. 1 ^A etapa	29.76	219.285
C. Combustión 1 ^A etapa	363.49	262.19
Domo c.c. 2 ^A etapa	11.02	105.105
C. Combustión 2 ^A etapa	135.85	146.53
Toberas 1 ^A etapa	60.84	307.59
Tobera 2 ^A etapa	34.22	198.078
Propulsante Boost	1371.75	262.19
Propulsante Sustain 1	792.8	165.51
Propulsante Sustain 2	621.91	123.785
Recubrimiento tobera	28.92	198.078
Actuadores de cola	50.28	194.38
Alas	27.11	290.98

Colas	113.10	196.86
$W_{Total} = 4881.05 \text{ lbs} = 2214 \text{ kgs}$		
$x_{cdg} = 188.686 \text{ in} = 4.79 \text{ m}$		
$x_{cdg} = 59.91\%$		
$W_{Prop}/W_{Total} = 2786.46/4481.05 = 0.6218$		

Tabla 6.9 Resumen de pesos y centro de gravedad. Final del *boost*

<u>ÍTEM</u>	<u>PESO (lb)</u>	<u>X_{CG} Subsistema</u>
Radomo	69.79	26.903
Guiado y control	250	60.52
Cabeza de guerra	200	91.515
Estructura 2 ^A etapa	483.86	129.23
Domo c.c. 2 ^A etapa	11.02	105.105
C. Combustión 2 ^A etapa	135.85	146.53
Tobera 2 ^A etapa	34.22	198.078
Propulsante Sustain 1	792.8	165.51
Propulsante Sustain 2	621.91	123.785
Recubrimiento tobera	28.92	198.078
Actuadores de cola	50.28	194.38
Colas	113.10	196.86
$W_{Total} = 2791.76 \text{ lbs} = 1266.32 \text{ kgs}$		
$x_{cdg} = 133.079 \text{ in} = 3.38 \text{ m}$		
$x_{cdg} = 61.46\%$		
$W_{Prop}/W_{Total} = 1414.71/2791.76 = 0.5067$		

Tabla 6.10 Resumen de pesos y centro de gravedad. Final del *sustain 1*.

<u>ÍTEM</u>	<u>PESO (lb)</u>	<u>X_{CG} Subsistema</u>
Radomo	69.79	26.903
Guiado y control	250	60.52
Cabeza de guerra	200	91.515

Estructura 2 ^A etapa	483.86	129.23
Domo c.c. 2 ^A etapa	11.02	105.105
C. Combustión 2 ^A etapa	135.85	146.53
Tobera 2 ^A etapa	34.22	198.078
Propulsante Sustain 2	621.91	123.785
Recubrimiento tobera	28.92	198.078
Actuadores de cola	50.28	194.38
Colas	113.10	196.86
$W_{Total} = 1998.96 \text{ lbs} = 906.71 \text{ kgs}$		
$x_{cdg} = 120.217 \text{ in} = 3.05 \text{ m}$		
$x_{cdg} = 55.51\%$		
$W_{Prop}/W_{Total} = 621.91/1998.96 = 0.3111$		

Tabla 6.11 Resumen de pesos y centro de gravedad. *Burnout*.

<u>ÍTEM</u>	<u>PESO (lb)</u>	<u>X_{CG} Subistema</u>
Radomo	69.79	26.903
Guiado y control	250	60.52
Cabeza de guerra	200	91.515
Estructura 2 ^A etapa	483.86	129.23
Domo c.c. 2 ^A etapa	11.02	105.105
C. Combustión 2 ^A etapa	135.85	146.53
Tobera 2 ^A etapa	34.22	198.078
Recubrimiento tobera	28.92	198.078
Actuadores de cola	50.28	194.38
Colas	113.10	196.86
$W_{Total} = 1377.05 \text{ lbs} = 624.62 \text{ kgs}$		
$x_{cdg} = 118.606 \text{ in} = 3.01 \text{ m}$		
$x_{cdg} = 54.77\%$		

6.8 TRAYECTORIA DEL MISIL

En este apartado se describirá el vuelo que realiza el misil desde que se lanza hasta que llega al punto de impacto, situado a 200 km de distancia y a 20 km de altura con respecto al punto de lanzamiento, que se encuentra a nivel del mar.

Se establecerá un sistema de coordenadas cartesianas con origen en el punto de lanzamiento. Los valores de las coordenadas (x,y) se darán en metros de distancia al punto de lanzamiento.

La trayectoria de este primer misil se divide en 9 partes.

- Lanzamiento.
- Vuelo propulsado acelerado por la 1ª etapa del misil. "Boost".
- Vuelo propulsado acelerado por el primer pulso de la 2ª etapa del misil. "Sustain 1".
- Vuelo no propulsado de ascenso. "Coast 1".
- Giro no propulsado hasta alcanzar el techo de vuelo. "Turn 1".
- Vuelo propulsado acelerado por el segundo pulso de la 2ª etapa del misil. "Sustain 2".
- Vuelo no propulsado en el techo de vuelo. "Coast 2".
- Giro no propulsado hasta alcanzar el rumbo necesario. "Turn 2".
- Vuelo no propulsado hasta alcanzar el objetivo. "Coast 3".

Con el objetivo de obtener un mayor realismo y una precisión mucho más alta en la trayectoria del misil, se ha realizado una integración numérica de las ecuaciones del movimiento del *Capítulo 5* de cada etapa de la trayectoria, a intervalos de tiempo muy pequeños (0.01s – 0.1s) para evitar el uso de valores medios de fuerzas, pesos, o condiciones atmosféricas ya que los rangos de variación, tanto de posición como de velocidad, a lo largo de una etapa son demasiado grandes y el uso de valores medios (entendidos como la media entre el valor inicial y final de etapa) es inaceptable.

El misil parte desde una posición de reposo en el punto (0,0) dentro del tubo de lanzamiento, que tiene una longitud de $s_{Launch} = 8 \text{ m}$.

Al ser lanzado, se le aplica una aceleración $n = 30 \text{ g}$.

La velocidad del misil, al final del lanzamiento es: [40]

$$V_{Launch} = (2 \cdot g_c \cdot n \cdot s_{Launch})^{0.5} = (2 \cdot 9.81 \cdot 30 \cdot 8)^{0.5} = 68.62 \text{ m/s.}$$

El tiempo que tarda el misil en salir del tubo de lanzamiento es:

$$t_{Lift-off} = (2 \cdot s_{Launch} / (g_c \cdot n))^{0.5} = (2 \cdot 8 / (9.81 \cdot 30))^{0.5} = 0.233 \text{ s.}$$

El ángulo de lanzamiento que se utilizará es $\gamma = 60 \text{ deg}$. Este ángulo es muy importante, debe ser elevado porque el misil debe abandonar la capa más densa de la atmósfera lo más rápido posible, por lo que cuanto más cerca de la vertical se lance, menos resistencia aerodinámica tendrá el misil. En el inicio del diseño se pretendía lanzar el misil con un ángulo $\gamma = 90 \text{ deg}$, sin embargo, luego se comprobó que a la hora de girar el misil se perdía mucha velocidad al tener que realizar un giro mayor, por lo que se decidió operar con un ángulo de 60° mucho más óptimo.

La posición del misil al final de lanzamiento, y el punto en el que empieza su trayectoria es:

$$x_{Launch} = (L_{Misil} + s_{Launch}) \cos \gamma = (8 + 8) \cdot \cos(60 \text{ deg}) = 8 \text{ m}$$

$$y_{Launch} = (L_{Misil} + s_{Launch}) \sin \gamma = (8 + 8) \cdot \sin(60 \text{ deg}) = 13.86 \text{ m}$$

Con la velocidad de lanzamiento y la velocidad del sonido (calculada con las ecuaciones del *Capítulo 4*) a la altura de final de lanzamiento, el Mach de lanzamiento es:

$$M_{Launch} = 0.2$$

La segunda etapa de la trayectoria es el “boost” generado por la combustión del propulsante de la primera etapa del misil. El ángulo γ es de 60° al igual que el de lanzamiento.

- Posición (8, 13.86) \rightarrow (1964, 3402)
- Velocidad (68.62 m/s \rightarrow 821.47 m/s)
- Mach (0.2 \rightarrow 2.51)
- Tiempo (0 s \rightarrow 8.63 s)
- Peso (4881.05 lb \rightarrow 3509.3 lb (antes de separación de la 1ª etapa))

La tercera etapa es un vuelo propulsado acelerado. El misil consiste solo en la segunda etapa, pues la primera se desprendió al terminar el *boost*.

Se coloca otra aceleración después del *boost* para seguir consiguiendo velocidad y poder escapar de la zona más densa de la atmósfera antes. El ángulo de asiento sigue siendo 60° .

La aceleración de esta etapa es producida por el primer pulso del motor cohete. El propulsante arde durante 12.79 s

- Posición (1964, 3402) \rightarrow (9321, 16146)
- Velocidad (821.47 m/s \rightarrow 1503.39 m/s)
- Mach (2.51 \rightarrow 5.09)
- Tiempo (8.63 s \rightarrow 21.42 s)
- Peso (2791.76 lb \rightarrow 1998.96 lb)

La cuarta etapa es un pequeño *coast* con el mismo ángulo de asiento que sirve para incrementar un poco la altura, de tal forma que al acabar el siguiente giro el misil se encuentre en el techo de vuelo. Su duración es de 2.5 s.

- Posición (9321, 16146) \rightarrow (11039, 19120)
- Velocidad (1503.39 m/s \rightarrow 1269.84 m/s)
- Mach (5.09 \rightarrow 4.3)
- Tiempo (21.42 s \rightarrow 23.92 s)

La quinta etapa es el primer giro del misil. El objetivo es que, una vez acabado el giro, el misil se encuentre en el techo de vuelo y con $\gamma = 0$.

Para ayudar a realizar el giro, la cola se defleca al máximo hasta lograr que el misil tenga un ángulo de ataque $\alpha = -36 \text{ deg}$. Una vez ha llegado al ángulo de ataque deseado, la cola debe estabilizarlo.

Calculando los coeficientes de momentos con las ecuaciones (4.30) y (4.31), se halla que la efectividad de control se encuentra, durante todo el giro en valores entre:

$$2.08 < \alpha/\delta < 2.10$$

(Se produce una variación porque el ángulo de ataque tan elevado provoca una gran resistencia aerodinámica, por lo que la velocidad cae durante el giro, y los centros aerodinámicos varían su posición)

Por lo que la deflexión de cola para estabilizar el ángulo de ataque del giro está en torno a $\delta = -17.15 \text{ deg}$, un valor que entra dentro de los márgenes máximos de deflexión.

Esto representa que se podría girar más rápido, sin embargo, esto no es necesario porque se cumple el objetivo del giro y un giro más rápido haría que el techo del misil no fuera tan alto, además de generar un mayor *drag*.

- Posición (11039, 19120) \rightarrow (39965, 31960)
- Velocidad (1269.84 m/s \rightarrow 862.64 m/s)
- Mach (4.3 \rightarrow 2.85)
- Tiempo (23.92 s \rightarrow 57.52 s)
- Ángulo γ ($60^\circ \rightarrow 0^\circ$)

La sexta etapa es otra aceleración, provocada por la combustión del segundo pulso del motor cohete. Una vez el misil está situado en el techo de vuelo, su misión es acelerar lo máximo posible el misil (ya que es la zona en la que menos *drag* tendrá el misil y por tanto, se podrá extraer mucho más rendimiento del motor). Esta etapa durará 17.01 segundos. El ángulo de asiento será 0, para mantener el misil sobre el techo de vuelo.

- Posición (39965, 31960) \rightarrow (63294.5, 31960)
- Velocidad (862.64 m/s \rightarrow 1778.95 m/s)
- Mach (2.85 \rightarrow 5.87)
- Tiempo (57.52 s \rightarrow 74.53 s)
- Peso (1998.96 lb \rightarrow 1377.05 lb)

En esta etapa se puede observar cómo, aunque se intenta acelerar el misil, cuando llega a casi Mach 5.95, el empuje que proporciona el motor no es suficiente para (al menos) igualar el *drag* y se produce una deceleración.

La séptima etapa es otro *coast* cuyo objetivo es mantener el misil el mayor tiempo posible de la trayectoria en el techo de vuelo, ya que reducir la altura supondría

perder más velocidad cada segundo y el misil no llegaría al objetivo con la velocidad deseada. La duración es de 89.5 s.

- Posición (63294.5, 31960) → (165331, 31960)
- Velocidad (1778.95 m/s → 748.15 m/s)
- Mach (5.87 → 2.47)
- Tiempo (74.53 s → 164.03 s)

La octava etapa de la trayectoria es el segundo giro del misil, motivado por la necesidad de reducir su altura para interceptar al objetivo.

Al igual que antes se deflecta al máximo la cola hasta conseguir un ángulo de ataque $\alpha = -36 \text{ deg}$ y se procede a estabilizar ese ángulo. Esta vez la efectividad de control es $\alpha / \delta \approx 2.13$, por lo que el ángulo que estabiliza el misil en esa posición es de $\delta = -16.9 \text{ deg}$.

El giro se continuará hasta que el misil tenga el rumbo correcto para llegar al punto de impacto e interceptar el objetivo. (35.2 s después de realizar la integración).

- Posición (165331, 31960) → (190124, 26006)
- Velocidad (748.15 m/s → 732.28 m/s)
- Mach (2.47 → 2.45)
- Tiempo (164.03 s → 199.23 s)
- Ángulo γ ($0^\circ \rightarrow -31.25^\circ$)

La novena y última etapa es el *coast* final que conduce al misil hasta el punto de impacto. El misil tarda 19.4 s en llegar.

- Posición (190124, 26006) → (200000, 20000)
- Velocidad (732.28 m/s → 450.84 m/s)
- Mach (2.45 → 1.53)
- Tiempo (199.23 s → 218.63 s)

Cabe destacar que esta trayectoria se ha iterado un gran número de veces para buscar las alternativas más eficientes y confeccionar una trayectoria lo óptima posible. Las dimensiones del misil han sido rediseñadas en varias ocasiones para satisfacer las necesidades de la misión si al integrar la trayectoria no se cumplían los requisitos.

A continuación, se mostrará una gráfica de la trayectoria que sigue el misil y del perfil de velocidades a lo largo del tiempo, sobre los que se puede ver en un instante las diferentes etapas del vuelo del misil.

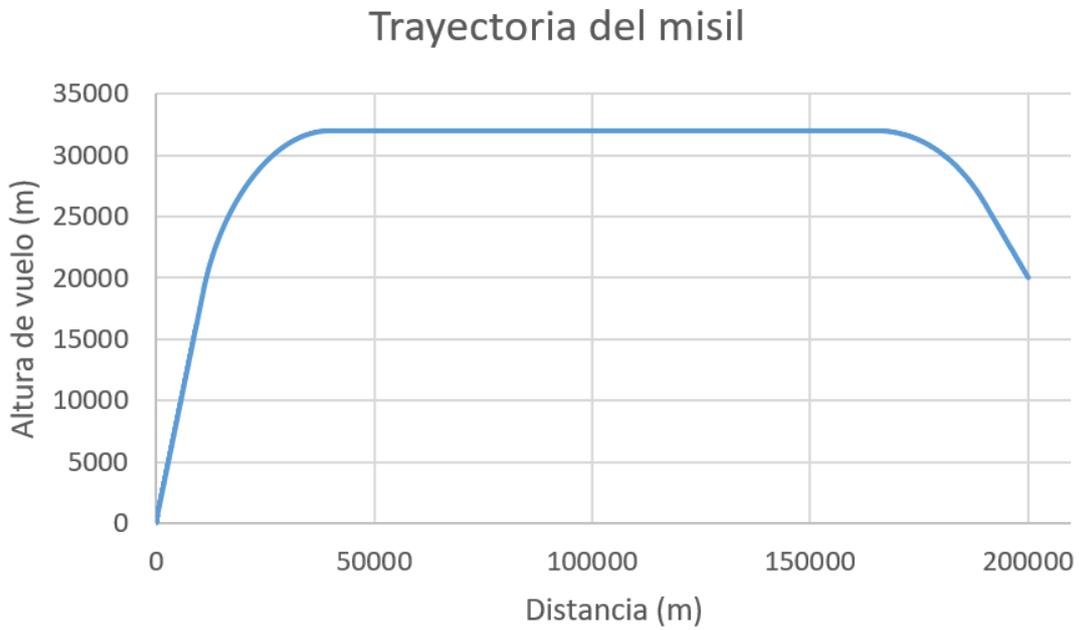


Figura 6.40 Trayectoria del primer misil

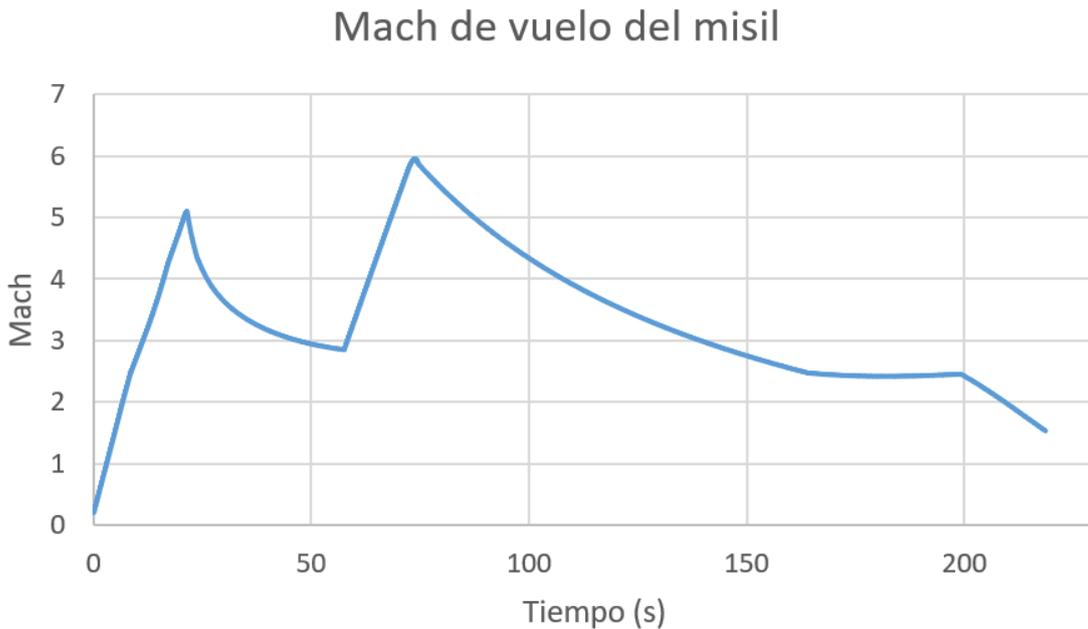


Figura 6.41 Mach de vuelo del primer misil a lo largo del tiempo.

También es interesante observar el estudio de la resistencia aerodinámica del misil. Para ello se han realizado dos gráficas, la primera compara el *drag* con la altura de vuelo y la segunda con la presión dinámica.

Mediante estas gráficas se puede concluir que, en el vuelo a baja altura, la densidad de la atmósfera es muy grande (y se alcanzan valores máximos de presión dinámica) por lo que se incrementa el *drag*. Además, durante los giros, al tener un ángulo de ataque tan grande, el *drag* es poderosamente elevado.

En el vuelo que realiza el misil en la estratosfera, el *drag* alcanza valores mínimos, que varían con la velocidad del misil, pero en ningún caso la presión dinámica se acercará a los valores del inicio del vuelo, debido a que la densidad de la atmósfera en la estratosfera es escasa. Por lo tanto, el *drag* no será muy elevado.

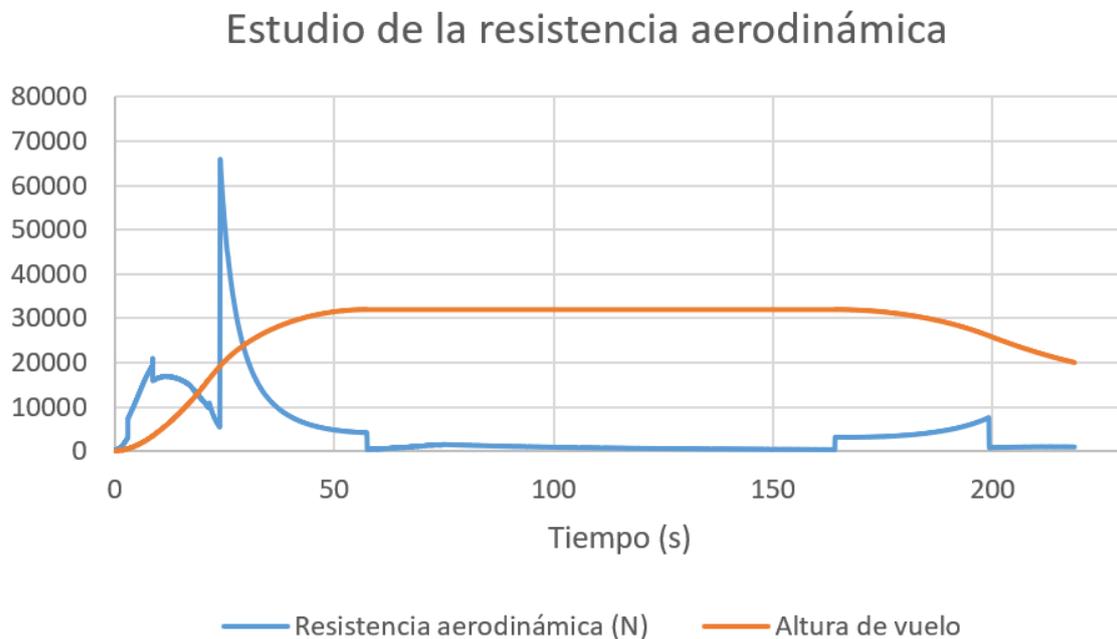


Figura 6.42 Resistencia aerodinámica y altura de vuelo en función del tiempo

Estudio de la resistencia aerodinámica 2

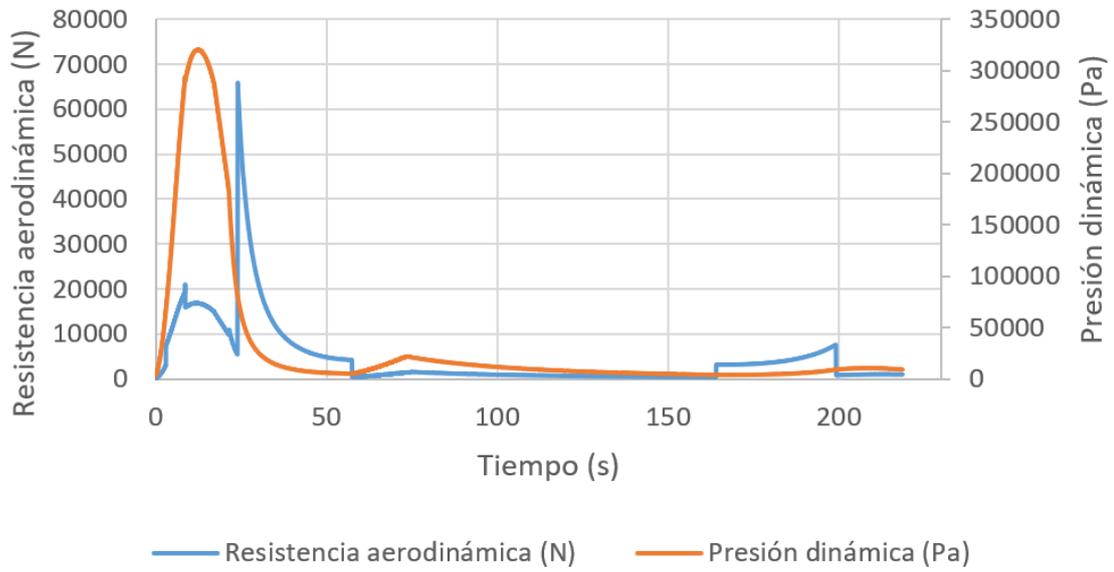


Figura 6.43 Resistencia aerodinámica y presión dinámica en función del tiempo

6.9 FASE TERMINAL. IMPACTO

Dentro de este apartado se estudiarán los errores de precisión que pueden suceder a la hora de la intercepción del objetivo.

Este error se conoce como distancia de fallo (*miss distance*) y durante el diseño conceptual de un misil se suele utilizar este término y el *CEP* intercambiamente, porque, aunque no son exactamente lo mismo, se aproximan.

El *CEP* (*Circular Error Probable*) es una medida de lo preciso que es un arma (en este caso, el misil). Se define como el radio del círculo (con centro en el objetivo que se pretende destruir) en el que se espera que dentro de él se encuentren el 50% de los disparos (en este caso, quiere decir que en 50 de cada 100 lanzamientos del misil acabarían dentro de ese círculo).

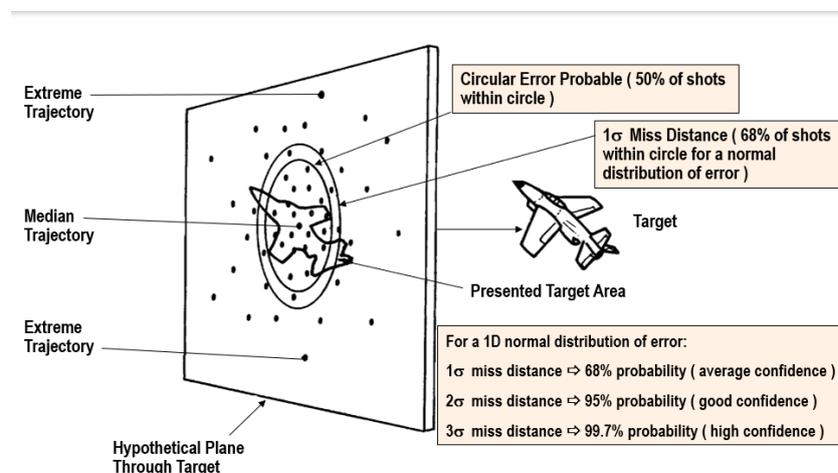


Figura 6.44 CEP e intervalos de confianza de la distancia de fallo [41]

Al ser un misil guiado a través de un sistema GPS/INS/Data link y con un buscador integrado en el misil, la precisión con la que el sistema de guiado muestra la posición del misil será de unos 3 metros, sin embargo, limitaciones en la maniobrabilidad del misil, o en las características del buscador (por ejemplo) harán que la distancia de fallo sea mayor.

Durante la fase terminal del vuelo, el misil no sigue al objetivo, si no que predice dónde se producirá el punto de impacto y se dirige hacia allí. El ángulo entre la trayectoria que sigue el misil y la línea de visión (*LOS*), que une directamente el misil y el objetivo, se conoce como *L* (*line-of-sight angle*) y el ángulo entre la

trayectoria del objetivo y la LOS se conoce como A (*target aspect angle*). En el diseño conceptual de misiles, la distancia de fallo se basa en la suposición de que se utilizará el guiado proporcional. Métodos más modernos y precisos pueden reducir posteriormente la distancia de fallo.

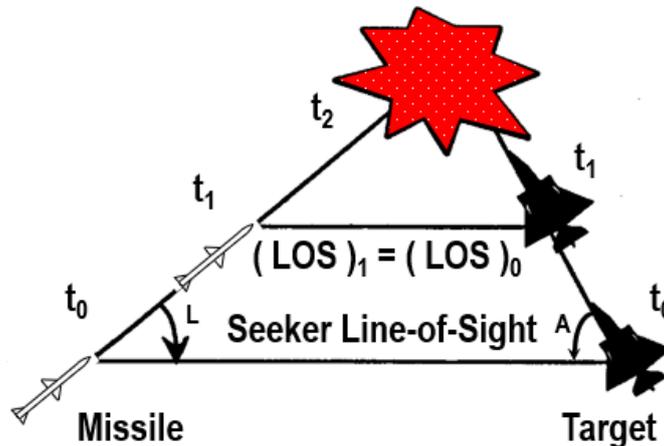


Figura 6.45 Guiado proporcional. Ángulos. [3]

La relación de navegación del guiado proporcional N se define como el cambio en el ángulo de la trayectoria entre el cambio en la línea de visión. Su ecuación es: [14]

$$N = \frac{(d\gamma/dt)}{(dL/dt)} \quad (6.59)$$

si se tienen en cuenta las velocidades del misil V_M , la del objetivo V_T y los ángulos L, A , explicados anteriormente, se puede calcular la relación de navegación efectiva N' , cuyo uso en la retroalimentación del sistema de guiado puede hacer que la *miss distance* sea menor. Su ecuación es la siguiente: [14]

$$N' = N[V_M \cos L / (V_M \cos L + V_T \cos A)]. \quad (6.60)$$

En el caso del misil diseñado, durante la fase terminal de la trayectoria parte desde las coordenadas “(distancia al punto de lanzamiento, altura sobre el nivel del mar)” (190.1 km, 26 km) y llega hasta el punto de impacto situado en (200 km, 20 km) en 19.4 segundos. El avión objetivo por su parte comienza en la coordenada (205.72 km, 20 km) para acabar en el punto de impacto en el mismo instante que el misil. Por lo tanto, las características del impacto serán:

$$V_M = 451.46 \text{ m/s (Mach 1.53)}, V_T = 295.07 \text{ m/s (Mach 1)}.$$

$$L = 10 \text{ deg} = 0.1745 \text{ rad}, A = 21 \text{ deg} = 0.3665 \text{ rad}.$$

Asumiendo una relación de navegación efectiva $N' = 3$, (que como se verá más tarde, es la que mínima necesaria para no superar el límite de una aceleración de 30 G en el misil), la relación de navegación, utilizando la ecuación (7.60) será:

$$N = N' / \left[\frac{451.46 \cdot \cos(0.1745)}{451.46 \cdot \cos(0.1745) + 295.07 \cdot \cos(0.3665)} \right] = 4.859.$$

Los misiles actuales suelen tener una relación de navegación efectiva entre 3 y 5 [3].

Se procederá ahora a realizar el estudio de la constante de tiempo del misil " τ ". Esta es una medida de la agilidad que tiene el misil para responder a los cambios en la condición del objetivo (trayectoria, aceleración...). La constante de tiempo es el tiempo que transcurre desde que se ordena una maniobra hasta que completa el 63% ($1 - e^{-1}$) de esta.

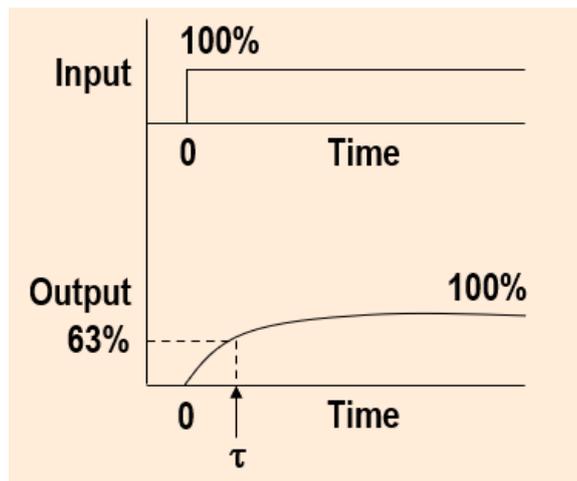


Figura 6.46 Constante de tiempo. Respuesta no instantánea.

En la constante de tiempo contribuyen:

- La efectividad del control de vuelo (τ_δ).
- La velocidad de giro que es capaz de producir el actuador sobre la superficie de control de vuelo (τ_δ).
- El filtrado del error producido en el buscador debido al radomo (τ_{Dome_Filter}).

- Otros filtrados del sistema de guiado y control, funcionamiento de acelerómetros, latencia de procesamiento, errores de resolución... Estos son menos importantes (influyen menos) y por tanto no se tendrán en cuenta.

$$\tau = \tau_{\delta} + \tau_{\dot{\delta}} + \tau_{Dome_Filter} \quad (6.61)$$

A continuación, se estudiará cada uno de los parámetros contribuyentes.

La contribución más importante suele ser la que realiza el margen estático y la efectividad del control. El misil, mediante una deflexión de cola, provoca que el ángulo de ataque. Integrando la ecuación de la aceleración del cambio de ángulo de ataque $\ddot{\alpha}$, vista anteriormente, se puede obtener que: [3]

$$\tau_{\delta} = [8I_y(\alpha_{max}/\delta_{max})/(\rho V^2 S_{ref} d C_{m\delta})]^{1/2} \quad (6.62)$$

I_y es el momento de inercia del misil, la forma de calcularlo es la siguiente:

$$I_y = \sum [(I_{y_Sub1})_{local} + W_{Sub1}(x_{Sub1} - x_{cg})^2/g_c + (I_{y_Sub2})_{local} + W_{Sub2}(x_{Sub2} - x_{cg})^2/g_c + \dots] \quad (6.63)$$

siendo I_{y_Sub} el momento de inercia de cada subsistema, W_{Sub} el peso de cada subsistema, x_{Sub} el centro de gravedad de cada subsistema, x_{cg} el centro de gravedad del misil y g_c la fuerza de la gravedad.

En el momento del impacto, el misil se puede modelar mediante la suma de dos subsistemas, un cono, formado por el morro del misil, y un cilindro, formado por el resto del cuerpo.

El momento de inercia local de un cono y de un cilindro, respectivamente, son:

$$(I_{y_cono})_{local} = [W d^2/g_c][3/80 + (3/80)(l/d)^2] \quad (6.64)$$

$$(I_{y_cilindro})_{local} = [W d^2/g_c][1/16] + (1/12)(l/d)^2] \quad (6.65)$$

en el momento del impacto, el cono tiene un peso $W_{cono} = 69.79 \text{ lb}$ y su centro de gravedad se encuentra en $x_{cono} = 26.9 \text{ in} = 2.2417 \text{ ft}$. Su longitud es $l_{cono} = 39.37 \text{ in} = 3.28 \text{ ft}$.

El cilindro tiene un peso de $W_{cilindro} = 1307.26 \text{ lb}$ y su centro de gravedad se encuentra en $x_{cilindro} = 127.95 \text{ in} = 10.6625 \text{ ft}$. Su longitud es $l_{cilindro} = l_{misil} - l_{cono} = 177.165 \text{ in} = 14.764 \text{ ft}$

Si el diámetro del misil es $d = 19.685 \text{ in} = 1.64 \text{ ft}$, introduciendo los datos en las ecuaciones (6.64) y (6.65), se obtiene:

$$\begin{aligned}(I_{y_{cono}})_{local} &= [69.79 \cdot 1.64^2 / 32.174][3/80 + (3/80)(3.28/1.64)^2] \\ &= 1.0945 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(I_{y_{cilindro}})_{local} &= [1307.26 \cdot 1.64^2 / 32.174][1/16] + (1/12)(14.764/1.64)^2] \\ &= 744.859 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2.\end{aligned}$$

Sabiendo que el centro de gravedad del misil está situado en $x_{cg} = 118.60 \text{ in} = 9.88 \text{ ft}$, utilizando la ecuación (6.63):

$$\begin{aligned}I_y &= 1.0945 + 69.79 (2.2417 - 9.88)^2 / 32.174 + 744.859 \\ &\quad + 1307.26(10.6625 - 9.88)^2 / 32.174 = 897.266 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2.\end{aligned}$$

Realizando el cambio a unidades del SI:

$$897.266 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2 \times \frac{32.174 \text{ lb}}{1 \text{ slug}} \times \frac{0.4536 \text{ kg}}{1 \text{ lb}} \times \frac{1 \text{ m}^2}{10.764 \text{ ft}^2} = 1216.54 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Volviendo a la ecuación (6.62), $\delta_{max} = 30 \text{ deg}$, ya que es el máximo valor posible de deflexión.

En el punto de impacto, mediante las ecuaciones (4.27) y (4.28) se hallan $x_{AC_Tail} = 188.88 \text{ in}$ y $x_{AC_Body} = 24.8031 \text{ in}$. Se puede hallar entonces, utilizando las ecuaciones (4.30 y 4.31),

$$C_{M\alpha} = -1.884, C_{M\delta} = 11.415$$

Por lo tanto, $\alpha/\delta = -C_{M\delta}/C_{M\alpha} = 6.058$.

El ángulo de ataque efectivo máximo que puede tener la cola del misil lo establece la entrada en pérdida de la superficie. Como se puede observar en la siguiente figura, este ángulo es $\alpha' = 0.7854 \text{ rad} = 45 \text{ deg}$.

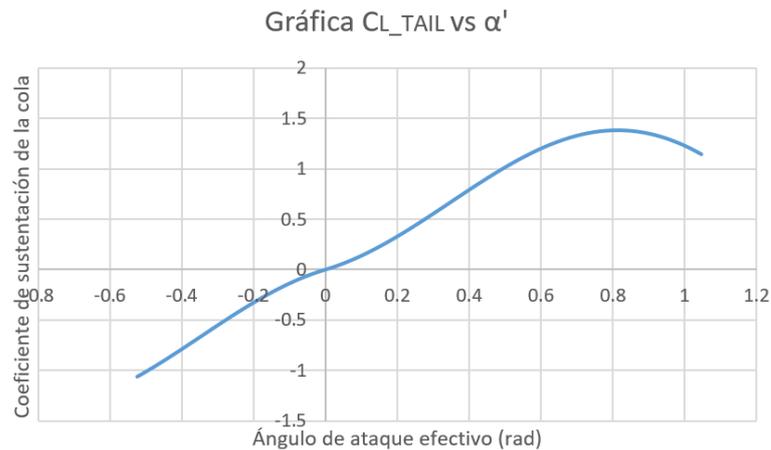


Figura 6.47 Gráfica C_{L_TAIL} vs α'

Por lo tanto, el ángulo de ataque máximo del misil es: [3]

$$\alpha_{Max} = \alpha'_{Max} / [1 + 1/(\alpha/\delta)] = 45 / [1 + 1/6.058] = 38.6241 \text{ deg.}$$

La densidad del aire a 20000 m sobre el nivel del mar según la ISA es $\rho = 0.088 \text{ kg/m}^3$.

Sustituyendo los datos dentro de la ecuación (7.62):

$$\begin{aligned} \tau_{\delta} &= [8 \cdot 1216.54 \cdot (38.6241/30) / (0.088 \cdot 451.46^2 \cdot 0.1963 \cdot 0.5 \cdot 11.415)]^{1/2} \\ &= 0.78942 \text{ s.} \end{aligned}$$

Otra de las contribuciones a la constante de tiempo es la que realizan los componentes dinámicos del sistema de control y guiado. El actuador de la superficie de control suele ser el elemento crítico, por ser el más lento.

Asumiendo que el actuador sea capaz de proporcionar velocidad máxima de rotación de cola $\dot{\delta}_{max} = 360 \text{ deg/s}$, se calcula la contribución como: [3]

$$\tau_{\delta} = 2 \cdot \delta_{max} / \dot{\delta}_{max} \tag{6.66}$$

sustituyendo los valores:

$$\tau_{\delta} = 2 \cdot 30 / 360 = 0.167 \text{ s}$$

Para poder utilizar la fórmula (6.66), debe cumplirse el siguiente criterio:

$$\delta_{max} / \dot{\delta}_{max} < \tau_{\delta} / 2$$

en este caso se cumple, por lo que se puede utilizar la fórmula:

$$\frac{30}{360} < \frac{0.78942}{2} \rightarrow 0.0833 < 0.39471.$$

La tercera contribución a la constante de tiempo se debe a que cuando el misil rota, hay un movimiento relativo entre la antena del buscador y el radome, que genera un error en los cálculos del buscador, este error hay que filtrarlo y se tarda un cierto tiempo en hacerlo.

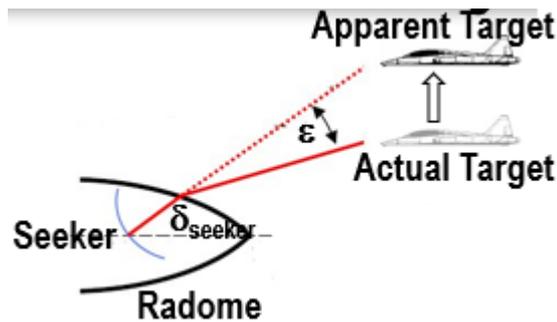


Figura 6.48 Error en la percepción del buscador [3]

La magnitud de la pendiente de este error se calcula con la siguiente ecuación: [3]

$$|R| = |\Delta\varepsilon / \Delta\delta_{seeker}| = 0.05(l_N/d - 0.5)[1 + 15(\Delta f/f)]/(d/\lambda) \quad (6.67)$$

$\Delta f/f$ se conoce como “*frequency bandwidth fraction*”. En este misil, se supondrá $\Delta f/f = 0.02$.

Utilizando la longitud de onda del buscador $\lambda = 0.00315 \text{ m}$, calculamos $|R|$:

$$|R| = 0.05(2 - 0.5)[1 + 15 \cdot 0.02]/(0.5/0.00315) = 0.00061425 \text{ deg/deg}.$$

La estabilidad en el bucle de retroalimentación del sistema de guiado y control es dada por el criterio de Routh. El tiempo que tarda en filtrarse el error para asegurar la estabilidad en el bucle debe ser: [3]

$$\tau_{Dome_Filter} = N'(V_C/V_M)|R|(\alpha/\dot{\gamma}) \quad (6.68)$$

la velocidad de acercamiento V_C se calcula como:

$$V_C = V_M \cos L + V_T \cos A \quad (6.69)$$

por lo tanto, $V_C = 451.46 \cdot \cos(10 \text{ deg}) + 295.07 \cdot \cos(21 \text{ deg}) = 720.07 \text{ m/s} = 2362.43 \text{ ft/s}$.

La sensibilidad del ángulo de ataque al cambio en la velocidad de giro es: [3]

$$\alpha/\dot{\gamma} = \alpha(W/g_c) V_M/\{qS_{ref}[C_{N\alpha} + C_{N\delta}/(\alpha/\delta)]\} \quad (6.70)$$

si se sustituye la ecuación (6.70) en la ecuación (6.68), se obtiene la ecuación que permite calcular la contribución a la constante de tiempo: [3]

$$\tau_{Dome_Filter} = N'WV_C|R|/\{g_cqS_{ref}[C_{N\alpha} + C_{N\delta}/(\alpha/\delta)]\} \quad (6.71)$$

los coeficientes $C_{N\alpha}, C_{N\delta}$ se calculan mediante las ecuaciones (4.24) y (4.25). En el momento del impacto:

$$C_{N\alpha} = 5.1975, \quad C_{N\delta} = -3.1975.$$

Utilizando $q = 187.39 \text{ psf}, S_{ref} = 2.1135 \text{ ft}$: :

$$\begin{aligned} \tau_{Dome_Filter} &= 3 \cdot 1377.05 \cdot 2362.43 \cdot 0.00061425/\{32.174 \cdot 187.39 \cdot 2.1135 \\ &\quad \cdot [5.1975 - 3.1975/6.058]\} = 0.1 \text{ s.} \end{aligned}$$

El resultado es un valor muy bajo ya que el buscador trabaja con ondas milimétricas. Si, por ejemplo, la longitud de onda fuera 10 veces mayor, τ_{Dome_Filter} también sería 10 veces mayor.

Por lo tanto, utilizando la ecuación (6.61):

$$\tau = \tau_\delta + \tau_\delta + \tau_{Dome_Filter} = 0.78942 + 0.167 + 0.1 = 1.057 \text{ s.}$$

Una vez calculada la constante de tiempo del misil en ese punto, se pasará a estudiar la “miss distance”.

Anteriormente se comentó que el alcance de los buscadores de onda milimétrica no era demasiado grande. El buscador del misil fijará el blanco a una distancia $R_{Lock-on} = 300 \text{ m}$. El error máximo en la posición del objetivo que puede haber en ese momento es de 3 m, gracias a la alta precisión del sistema GPS/INS/Data link.

El error de rumbo del misil máximo que puede existir en el momento de fijar el blanco es:

$$\gamma_M = error/R_{Lock-on} = 3/300 = 0.01 \text{ rad}$$

El tiempo que tiene el misil para corregir el error se denotará como

$$t_0 = R_{Lock-on}/V_C = 300/720.07 = 0.4167 \text{ s.}$$

La aceleración requerida por el misil para corregir un error inicial en el rumbo, basada en guiado proporcional para un misil ideal con $\tau = 0$ es: [3]

$$a_M = (V_M \gamma_M N' / t_0) (1 - t/t_0)^{N'-2} \tag{6.72}$$

siendo t el tiempo que pasa desde el punto inicial del *lock-on* y adimensionalizándolo con el tiempo en el que se produce el impacto t_0 , utilizando la ecuación se puede obtener la gráfica 6.49:

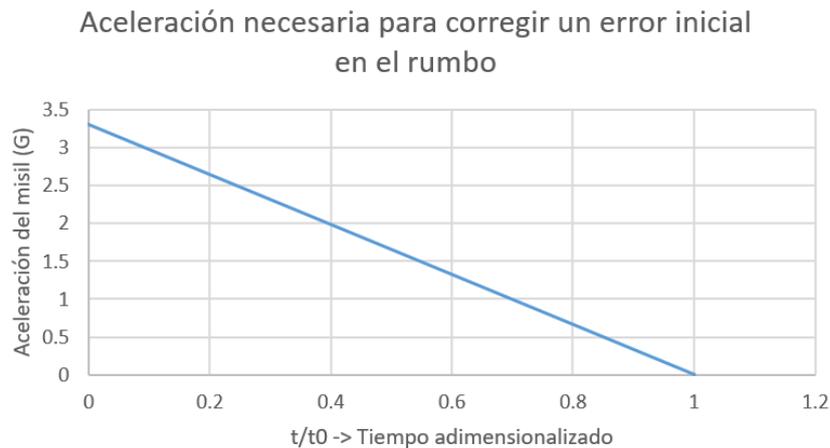


Figura 6.49 Aceleración necesaria para compensar un error en el rumbo.

Con la relación de navegación utilizada, la aceleración a lo largo del tiempo es lineal. Se puede observar que la máxima aceleración necesaria se produce en el instante $t = 0$. El valor exacto es:

$$a_M = (451.46 \cdot 0.01 \cdot 3/0.4167) = 32.508 \text{ m/s}^2 = 3.314 \text{ g.}$$

Este valor es muy pequeño, el misil puede resistirlo y por tanto no supone ningún problema.

La distancia de fallo provocada por el error inicial en el rumbo del misil se calcula por el método de las adjuntas comentado en [19]:

$$\sigma_{HE} = V_M \gamma_M \tau e^{-(t_0/\tau)} \sum_{j=1}^{N'-1} \{(N' - 2)! [-(t_0/\tau)]^j / [(j - 1)! (N' - j - 1)! j!]\} \quad (6.73)$$

resolviendo para $N' = 3$, la distancia de fallo es:

$$\sigma_{HE} = V_M \gamma_M \tau e^{-(t_0/\tau)} [(t_0/\tau) - (t_0/\tau)^2/2] \quad (6.74)$$

sustituyendo los valores, obtenemos la distancia de fallo debida al error inicial en el rumbo del misil:

$$\sigma_{HE} = 451.46 \cdot 0.01 \cdot 1.057 \cdot e^{-(0.4167/1.057)} \left[\left(\frac{0.4167}{1.057} \right) - \frac{\left(\frac{0.4167}{1.057} \right)^2}{2} \right] = 1.018 \text{ m.}$$

Lo más probable es que el avión de combate enemigo, al darse cuenta de que pretenden destruirlo, inicie una maniobra para intentar evadir el misil. (Es un ejemplo, no se tiene en cuenta el uso de contramedidas). Para interceptar un avión de combate altamente maniobrable (por ejemplo, un caso extremo en el que realice una maniobra de 9 g, siendo éste el límite soportable por el piloto), el misil deberá realizar una maniobra mucho mayor.

Una de las ventajas de un valor mayor de relación de navegación efectiva, es que se necesita menos aceleración para realizar la intercepción, por lo que el misil soportará fuerzas menores. Esto se puede apreciar en la figura 6.50:

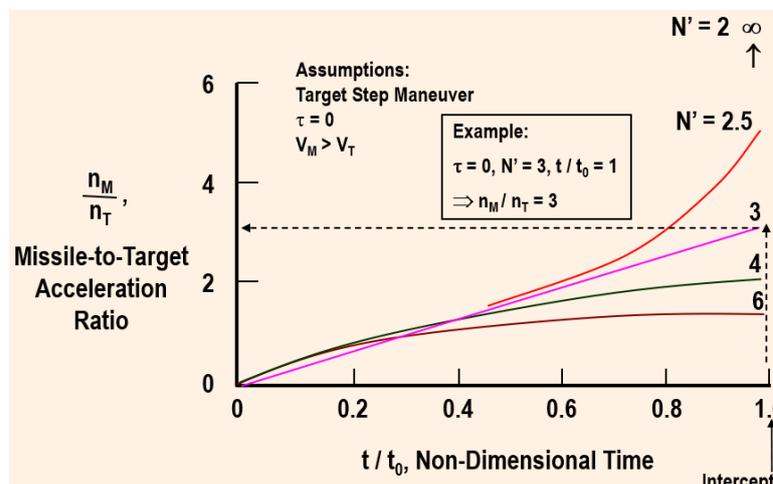


Figura 6.50 Relación de aceleración necesaria dependiendo de N' .

La aceleración necesaria del misil para contrarrestar una maniobra es: [3]

$$n_M = n_T [N' / (N' - 2)] [1 - (1 - t/t_0)^{N'-2}] \quad (6.75)$$

realizando la gráfica teniendo en cuenta solo el N' del misil:

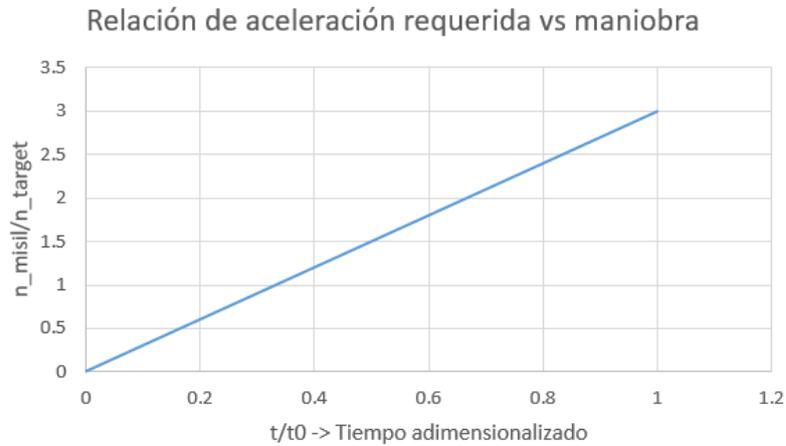


Figura 6.51 Relación n_{misil} / n_{target} .

Se puede observar que sigue la predicción de la figura (6.50). El valor máximo de aceleración requerida se produce en el momento del impacto, en el que la aceleración del misil debe ser 3 veces superior a la del objetivo. Si, como se declaró antes, el avión está realizando una maniobra constante de 9 g, el misil tendrá que realizar una maniobra de:

$$n_{misil} = 27 \text{ g.}$$

La distancia de fallo se calcula, al igual que antes, por el método de las adjuntas comentado en [19]:

$$\sigma_{Maniobra} = gn_T \tau^2 e^{-(t_0/\tau)} \sum_{j=2}^{N'-1} \{(N' - 3)! [-(t_0/\tau)]^j / [(j - 2)! (N' - j - 1)! j!]\} \quad (6.76)$$

resolviendo para $N' = 3$, la distancia de fallo es:

$$\sigma_{Maniobra} = gn_T \tau^2 e^{-(t_0/\tau)} [(t_0/\tau)^2 / 2] \quad (6.77)$$

dependiendo de t_0/τ , la distancia de fallo puede ser:

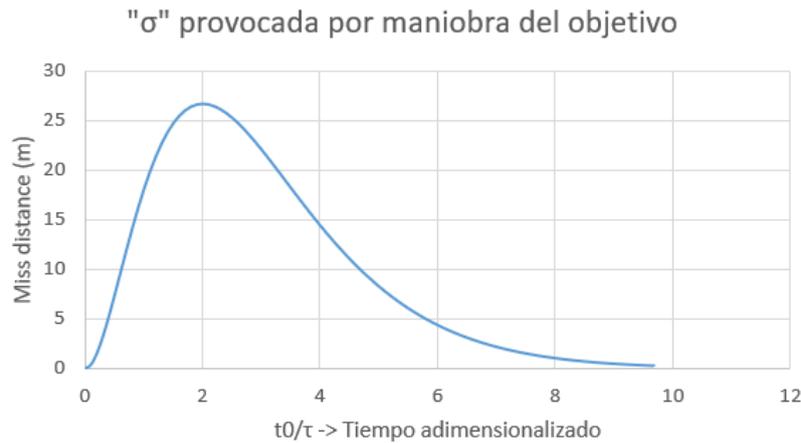


Figura 6.52 Miss distance en función de t0/τ

En el caso concreto de la situación del misil, la distancia de fallo, utilizando la ecuación (6.77), es:

$$\sigma_{Maniobra} = 9.81 \cdot 9 \cdot 1.057^2 e^{-(0.4167/1.057)} [(0.4167/1.057)^2/2] = 5.168 \text{ m.}$$

Otra de las contribuciones que provocan un incremento en la distancia de fallo del misil es conocida como "glint". Son fluctuaciones en el ángulo de llegada de las ondas electromagnéticas al buscador. Esto se produce porque las ondas de cada punto del objetivo interfieren unas con otras en la llegada al receptor, por lo que se produce un centelleo o "destello" en amplitud de la señal de retorno, que produce errores de seguimiento del objetivo.

En muchos misiles suele ser uno de los aspectos críticos de la distancia de fallo, sin embargo, los buscadores de onda milimétrica no suelen tener grandes problemas debido a que poseen una gran resolución.

El método de las adjuntas detallado en [42] para calcular la distancia de fallo debida al "destello" es:

$$\sigma_{Glint} = K_{N'} (W/\tau)^{1/2} \tag{6.78}$$

en esta ecuación, τ es la constante de tiempo del misil, $K_{N'}$ se calcula:

$$K_{N'} = 0.5(2K_{N'=4})^{N'/4} \tag{6.79}$$

$$K_{N'=4} = 1.206$$

por lo tanto, $K_{N'} = 0.9677$.

W es la densidad espectral del ruido del destello, se calcula de la siguiente manera:

$$W = (b_T)_{Res}^2 / (3\pi^2 B) \quad (6.80)$$

en esta ecuación, $(b_T)_{Res}$ es la resolución que tiene el buscador de la envergadura del objetivo, y B es la señal de ruido de banda ancha, típicamente, si el objetivo es un avión de combate, $B = 2 \text{ Hz}$. Como envergadura del avión se utilizará un valor más o menos razonable de $b_T = 37.5 \text{ ft} = 11.43 \text{ m}$, típico de los aviones de combate modernos.

La resolución angular $\theta_{angular}$ del buscador está limitada por la anchura del haz de ondas del buscador θ_{3dB} , la relación señal-ruido S/N y el número de pulsos n que están integrados en el haz de ondas: [43]

$$\theta_{Angular} = \theta_{3dB} / \{[2n(S/N)]^{1/2}\} \quad (6.81)$$

sin embargo, utilizar $\theta_{angular}$ como resolución del buscador contra objetivos móviles de alta velocidad puede ser contraproducente, por lo que una solución conservativa será la de utilizar θ_{3dB} como resolución del buscador.

$$\theta_{3dB} = 1.02\lambda/d = 1.02 \cdot 0.00315/0.5 = 0.0064 \text{ rad} = 0.368 \text{ deg} \quad (6.82)$$

con lo cual, el ancho de resolución del buscador será

$$R_{Blind} \cdot \tan(\theta_{3dB}) = V_c \cdot \tau \cdot \tan(\theta_{3dB}) = 720.07 \cdot 1.057 \cdot \tan(0.0064) = 4.89 \text{ m}.$$

Por lo tanto, la resolución del buscador sobre la envergadura del objetivo será el mínimo entre el ancho de resolución del buscador y la propia envergadura del avión.

$$(b_T)_{Res} = \text{Min}(R_{Blind} \cdot \tan(\theta_{3dB}), b_T) = 4.89 \text{ m}.$$

Utilizando la ecuación (6.80), se calcula W :

$$W = 4.89^2 / (3\pi^2 \cdot 2) = 0.404 \text{ m}^2 / \text{Hz}.$$

Por último, se calcula la distancia de fallo provocada por el "destello":

$$\sigma_{Glint} = 0.9677 \cdot (0.404/1.057)^{0.5} = 0.5982 \text{ m}.$$

La distancia de fallo "miss distance" total del misil es:

$$[(\sigma_{HE})^2 + (\sigma_{Maniobra})^2 + (\sigma_{Glint})^2]^{1/2} = [1.018^2 + 5.166^2 + 0.598^2]^{0.5} = 5.2994 \text{ m} = 17.386 \text{ ft.}$$

6.10 ANÁLISIS TÉRMICO

Se realizará por último un breve análisis térmico que permita asegurarse de que las temperaturas que soporta el misil durante su trayectoria no supondrán un problema, tanto para la estructura como otras partes como la electrónica del avión, en las que una temperatura muy elevada puede provocar fallos o su inutilización.

Se comenzará con el análisis de temperatura de la estructura de titanio del misil.

Esta estructura se considerará como un material “*térmicamente fino*” (al ser una estructura metálica, conduce bien el calor) por lo que la temperatura a lo largo de todo el grosor será constante.

Antes de comenzar, se necesitan los siguientes parámetros:

- Grosor de la estructura $z = 0.28 \text{ in} = 0.0233 \text{ ft}$.
- Calor específico del titanio $c = 0.1258 \text{ BTU/lbm/R}$.
- Densidad del titanio $\rho = 276.48 \text{ lb/ft}^3$.

Se pueden calcular las variaciones en la temperatura de un cuerpo mediante la siguiente fórmula, propuesta por Jerger [14].

$$\frac{dT}{dt} = (T_r - T_i)h/(c\rho z) \quad (6.83)$$

siendo T_i la temperatura inicial del cuerpo, T_r la *recovery temperature*, o temperatura de estancamiento y h el coeficiente de convección.

Para resolver la ecuación, lo primero será calcular el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho_0 V_0 x}{\mu_0} \quad (6.84)$$

en esta ecuación, ρ_0, V_0, μ_0 son la densidad, velocidad y viscosidad dinámica del fluido y x es la distancia entre el punto de cálculo y la punta del misil.

La densidad y la velocidad se extraerán de los datos obtenidos durante la trayectoria. Para calcular la viscosidad se utilizará la fórmula propuesta por Sutherland: [20]

$$\mu_0 = \frac{\beta \cdot T^{3/2}}{T + S} \quad (6.85)$$

siendo T la temperatura del fluido (en grados Kelvin), $\beta = 1.458 \cdot 10^{-6} \frac{kg}{s \cdot m \cdot K^2}$ y la constante de Sutherland $S = 110.4 K$, calculada empíricamente.

Una vez calculado el número de Reynolds, se calculará el número de Nusselt: [14]

$$N_{Nu} \approx 0.0271 \cdot (Re)^{0.8}. \quad (6.86)$$

Después se calcula la conductividad del aire, que es función de la temperatura (en Rankine) del aire [14]

$$k_0 = 3.58 \cdot 10^{-6} \cdot [717/(T_0 + 225)](T_0/492)^{3/2} \quad (6.87)$$

para obtener todos los datos necesarios del cálculo del coeficiente de convección del aire.

$$h = k_0 \cdot N_{Nu}/x \quad (6.88)$$

El último dato que falta de la ecuación (6.83) es T_r . La temperatura de estancamiento para una capa límite turbulenta ($r = 0.9$) es función de la temperatura ambiente y el Mach de vuelo:

$$T_r = T_0(1 + 0.2rM^2) \quad (6.89)$$

integrando la ecuación (6.83), la ecuación de transmisión de calor en 1D debido al calentamiento aerodinámico es:

$$T = T_r - [T_r - T_i] \cdot e^{-ht/(cpz)} \quad (6.90)$$

como anteriormente se realizó una integración numérica para calcular la posición y velocidad de la aeronave en cada instante, los parámetros vistos dentro de este apartado se podrán calcular también, y así obtener la temperatura de la estructura del misil en cada instante.

Se han elegido los siguientes puntos de cálculo (distancia a la punta del misil):

- $x = 1 m \rightarrow$ Final del radomo, inicio del sistema de guiado y control.
- $x = 1.5 m$

- $x = 2.07 \text{ m}$ → Inicio de la cabeza de guerra
- $x = 2.57 \text{ m}$ → Inicio del sistema propulsivo
- $x = 3 \text{ m}$
- $x = 4 \text{ m}$
- $x = 5 \text{ m}$
- $x = 5.5 \text{ m}$ → Final del misil.

Los resultados del análisis de la temperatura del misil a lo largo del tiempo que dura su vuelo se reflejan en la gráfica 6.53.

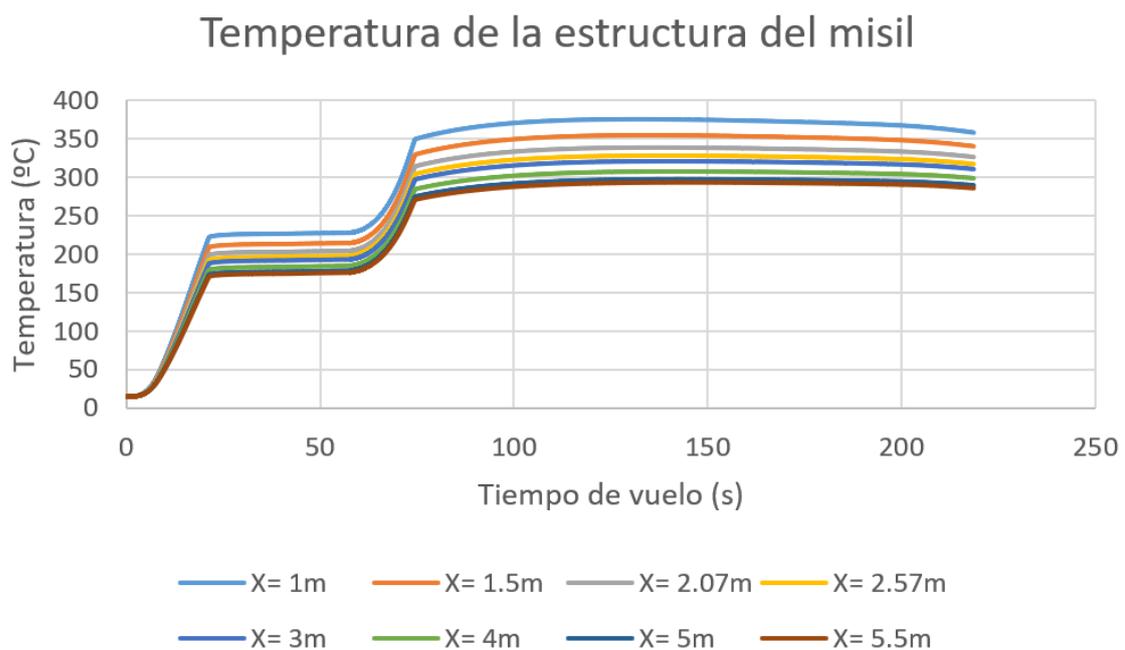


Figura 6.53 Temperatura de la estructura del misil

De esta gráfica se pueden sacar dos conclusiones, la primera es que la temperatura será más elevada cuanto más cerca de la punta del misil. La segunda es que el titanio en este caso es perfectamente utilizable, debido a que su temperatura siempre estará por debajo de su temperatura de trabajo, por lo que no será necesario emplear ningún recubrimiento aislante exterior.

Se pasará a realizar el análisis térmico del radomo, fabricado de pirocerámica.

- Conductividad térmica $k = 0.000596 \text{ BTU/s/ft}$.
- Difusividad térmica $\alpha = 1.49 \cdot 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{s}$.
- Grosor $z = 0.45 \text{ in} = 0.0375 \text{ ft}$.

Este es un material que se considerará “*térmicamente grueso*”, debido a que no es un material que conduzca bien el calor.

Sin embargo, puede que en la realidad, al tener un tiempo de vuelo tan largo, no puedan aplicarse estas ecuaciones con precisión.

En este tipo de superficies, se considera que no todos los puntos a lo largo del grosor están a la misma temperatura, por lo que el estudio térmico se complica.

Se estudiará el punto $x = 1m$, que es el punto en el que acaba el radomo y se utilizarán los coeficientes de convección calculados antes.

La ecuación que predice la temperatura a lo largo del grosor, formulada por Jerger [14] es la siguiente:

$$\frac{[T(z, t) - T_i]}{[T_r - T_i]} = \operatorname{erfc}\{z/[2(\alpha t)^{1/2}]\} - e^{(hz/k)+h^2\alpha t/k^2} \operatorname{erfc}\{z/[2(\alpha t)^{1/2}] + h(\alpha t)^{1/2}/k\}. \quad (6.91)$$

Por ejemplo, la temperatura de la superficie ($z = 0$) sería:

$$\frac{[T(0, t) - T_i]}{[T_r - T_i]} = 1 - e^{h^2\alpha t/k^2} \operatorname{erfc}[h(\alpha t)^{1/2}/k].$$

En la ecuación, (erfc) es la función error complementaria, relacionada con la función error de Gauss. [44]

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_x^\infty e^{-t^2} dt \quad (6.92)$$

soluciones aproximadas de la función se dan en la tabla 6.12:

Tabla 6.12 Soluciones aproximadas de la función error complementaria

$x < 0.1$	$\operatorname{erfc}(x) \approx 1 - 1.128x$
$0.1 < x < 2$	$\operatorname{erfc}(x) \approx (1 + 0.2784x + 0.2304x^2 + 0.000972x^3 + 0.07811x^4)^{-4}$
$x > 2$	$\operatorname{erfc}(x) \approx e^{-x^2} / (2\sqrt{\pi})$

Tras realizar los cálculos, se obtiene que la superficie interior del radomo se mantiene casi a la misma temperatura durante todo el vuelo, sin embargo, como se puede ver en la gráfica 6.54, la temperatura de la superficie exterior sí aumenta.

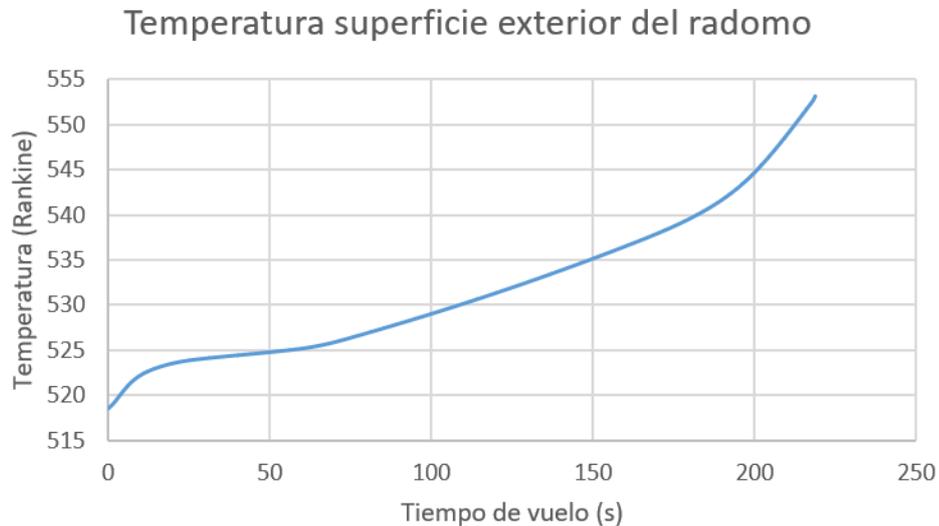


Figura 6.54 Temperatura de la superficie exterior del radomo

Por lo tanto, las temperaturas, al final del vuelo son:

- $T_{Interior} = 518.51 R = 14.91 ^\circ C$
- $T_{Exterior} = 553.19 R = 34.18 ^\circ C$.

La diferencia de temperaturas entre el exterior y el interior del radomo es de 34.68 R. Que las temperaturas no sean iguales en ambos extremos provoca un estrés térmico sobre el radomo.

$$\sigma_{TS} = \alpha E \Delta T. \quad (6.93)$$

La pirocerámica tiene un coeficiente de expansión térmica $\alpha = 3 \cdot 10^{-6}/R$ y un módulo de elasticidad $E = 13 \cdot 10^6 psi$.

Por tanto, el estrés térmico que se produce en el radomo es de:

$$\sigma_{TS} = \alpha E \Delta T = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 13 \cdot 10^6 \cdot (553.19 - 518.51) = 1352.52 psi.$$

Esta tensión está lejos de los 25000 psi de la tensión de rotura de la pirocerámica, por lo que no existe ningún problema. Sin embargo, esta tensión se suma a las cargas estructurales que soporta el radomo, así que es importante conocerla.

Uno de los puntos críticos del misil y sobre el que es obligado realizar un análisis térmico es la punta del morro del misil. Como ya se ha afirmado en varias ocasiones, se ha redondeado un poco la punta para evitar calentamientos excesivos (y por tanto, un estrés térmico elevado). Ahora se verá qué temperaturas alcanza la punta con el redondeo de diseño.

La temperatura alcanzada dependerá del coeficiente de convección, como ya se vio anteriormente.

Allen y Eggers [45] desarrollaron la siguiente ecuación que determinaba este coeficiente para una capa límite de aire alrededor de un morro redondeado:

$$h_r = N_{Nu} \cdot k_{Aire_Remanso} / d_{Nose\ tip} \quad (6.94)$$

El diámetro de la punta del morro, como ya se vio durante el diseño del radomo, es $d_{Nose\ tip} = 0.005$. (Tiene un redondeo del 1%).

Basado también en la referencia [45] el número de Nusselt se puede calcular de la siguiente manera

$$N_{Nu} = 1.321 \cdot Re_{d_Nose_Tip}^{0.5} \cdot Pr^{0.4} \quad (6.95)$$

en este análisis se utiliza $d_{Nose\ tip}$ para calcular el número de Reynolds.

El número de Prandtl se calcula con la siguiente fórmula:

$$Pr = c_p \mu / k \quad (6.96)$$

siendo c_p el calor específico a presión constante del aire. La viscosidad y conductividad del aire se calculan a partir de las ecuaciones (6.85) y (6.87).

La correlación que permite calcular c_p en función de la temperatura (en Rankine) es:

$$c_p = 0.122 \cdot T^{0.109} \quad (6.97)$$

Además, en este caso, como es un punto de remanso, el factor de recuperación pasa a ser ($r = 1$) y la temperatura de remanso pasa a ser igual que la temperatura total en ese punto. Usando $\gamma = 1.4$:

$$T_r = T_0(1 + 0.2M^2). \quad (6.98)$$

A partir de aquí, al igual que en el análisis del radomo, se realiza un estudio sobre la temperatura en la superficie exterior de un material *térmicamente grueso*. Para ello se utilizará la ecuación (6.91).

La diferencia será que en este caso, el coeficiente de convección del aire en el punto de remanso (ecuación 6.94) y la temperatura de recuperación tendrán un valor mayor, por lo que en el punto de remanso se produce un mayor calentamiento.

Sustituyendo los valores de h_r y T_r en la ecuación (6.91), se obtiene la gráfica 6.55:

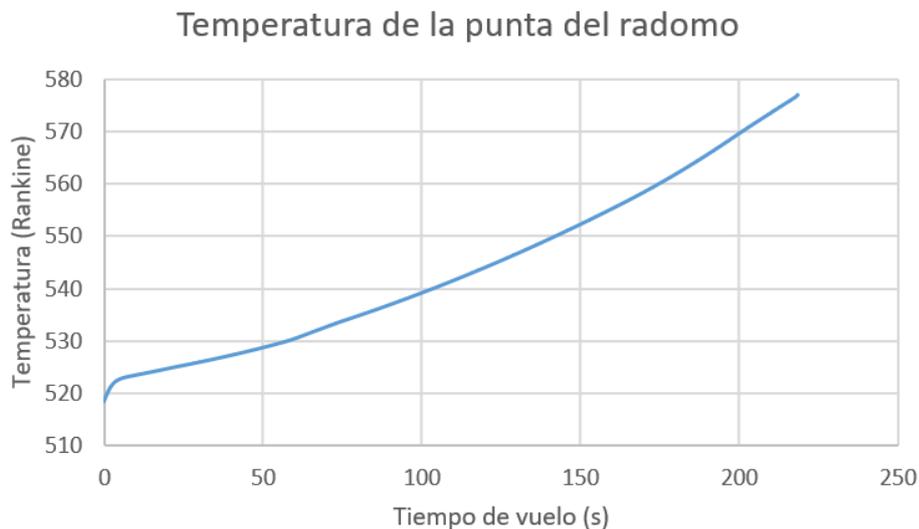


Figura 6.55 Temperatura de la punta del radomo.

Se puede observar que la temperatura final en la punta del radomo es

$$T_{Exterior} = 577.01 R = 47.41^{\circ}C.$$

La temperatura que se alcanza en la punta del misil es un 38.7% mayor que la temperatura del punto anteriormente calculado.

Sin embargo, no supone ningún problema, ya que el estrés térmico que se produce en la punta, utilizando la ecuación (6.93) y suponiendo que la temperatura en el interior de la superficie es la temperatura inicial es:

$$\sigma_{TS} = \alpha E \Delta T = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 13 \cdot 10^6 \cdot (577.01 - 518.51) = 2281.5 \text{ psi.}$$

Es un estrés térmico un 68.68% mayor que el que existe en el punto calculado anteriormente pero su valor se aleja de la tensión de rotura de la pirocerámica, por lo que no supone ningún problema.

La conclusión que se puede sacar de este análisis es que, el redondeo de 5 mm que se ha aplicado sobre la punta del radomo es más que suficiente y no es necesario aplicar un redondeo mayor (con las desventajas que eso supondría).

Por último, se analizará qué grosor de aislante interior hay que colocar en los primeros subsistemas del misil. El sistema propulsivo, al estar fabricado de acero, no sufre ningún problema por estar en contacto con una superficie de titanio a 400°C, sin embargo, siguiendo las recomendaciones de Fleeman [3], los aparatos electrónicos, propios del sistema de control y guiado, deben estar a una temperatura inferior a 160°F (71°C) para evitar su fallo.

Para ello se colocará una película de Min-K (térmicamente grueso) de un determinado grosor justo debajo de la estructura del avión en la zona del sistema de control y guiado del misil.

Las propiedades de este material se pueden observar en la tabla 6.13:

Tabla 6.13 Propiedades del Min-K [3]

Temperatura máxima	2000 °F
Conductividad térmica k	0.0000051 BTU/s/ft/°F
Capacidad térmica c	0.24 BTU/lbm/°F
Densidad ρ	0.012 lbm/in ³
Difusividad térmica α	0.00000106 ft ² /s

Carslaw [46] indica cuál es la temperatura de un aislante detrás de la estructura metálica del misil:

$$\frac{[T(z, t) - T_i]}{[T(0, t) - T_i]} = e^{-z^2/(4\alpha t)} - \left[\frac{\pi}{\alpha t}\right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{z}{2}\right) \operatorname{erfc}\left\{\frac{z}{[2(\alpha t)^{1/2}]}\right\} \quad (6.99)$$

donde $T(z, t)$ es la temperatura interior del aislante (la que tendrán los sistemas electrónicos y $T(0, t)$ es la temperatura exterior del aislante, que será la temperatura de la estructura metálica en cada momento (calculada en la figura 6.53, a 1 metro de la punta del misil).

Mediante un proceso iterativo, se consiguió obtener una temperatura final (la más alta) de 160 °F con un grosor de aislante $z_{Aislante} = 0.65 \text{ in} = 16.5 \text{ mm}$.

En la figura 6.56 se pueden observar la temperatura de la estructura del misil (o temperatura exterior del aislante) y la temperatura interior del aislante en función del grosor que se coloque de este:

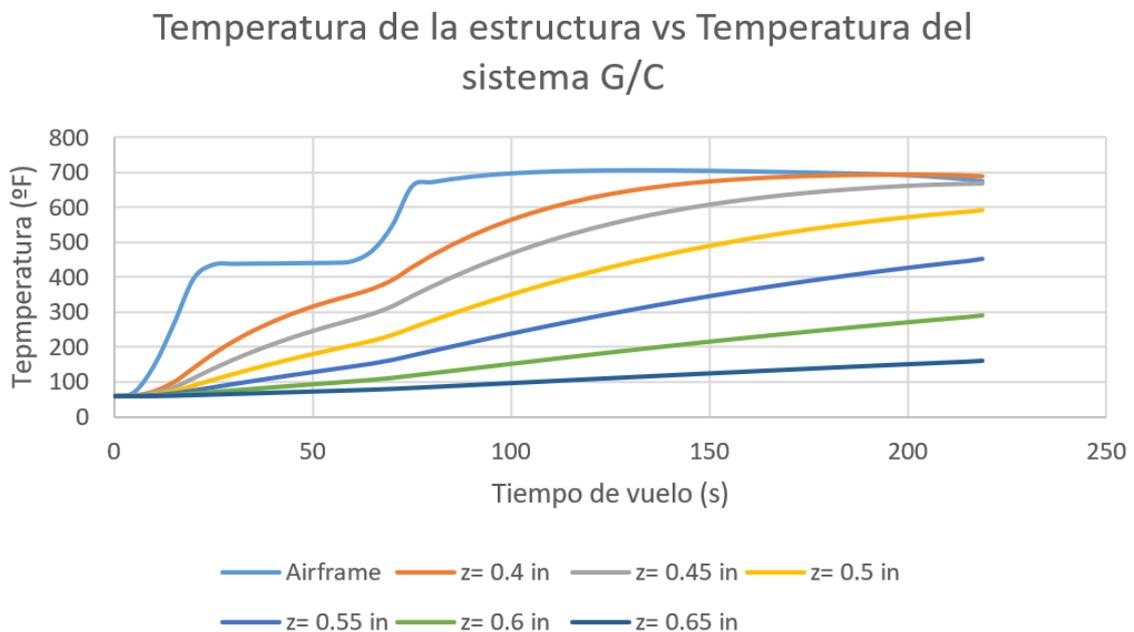


Figura 6.56 Diferencia de temperatura gracias al uso de un aislante.

7. Diseño del misil propulsado por estatorreactor

El segundo misil diseñado para este trabajo fue el misil propulsado mediante un estatorreactor.

Con la ayuda de haber diseñado un misil ya, se pretendía diseñar un misil similar al primero para poder compararlos, incorporando las tecnologías propias de un aerorreactor.

Entonces, se comenzó el diseño de un misil con un diámetro circular de 0.5 m y una configuración cuerpo-cola. La longitud que tendría el misil estaría marcada por la capacidad de este para tener un alcance efectivo de 200 km.

En los inicios del diseño de la trayectoria se optó por una trayectoria “*climb-cruise-glide*” muy similar a la del anterior misil, con un techo de vuelo de 24 km. Sin embargo, fue rápidamente cambiada porque la aceleración a esa altura era muy lenta y la velocidad (una de las mayores ventajas de este sistema propulsivo) se veía afectada. Al final se optó por una trayectoria formada por un ascenso y un crucero a 20 km (que es la altura a la que se intercepta el objetivo) mucho más eficiente.

Aunque luego se contará más en detalle, los estatorreactores dependen únicamente de la compresión del difusor (ya que no disponen de compresor) para conseguir una presión en la cámara suficientemente alta como para permitir la combustión de la mezcla aire-combustible, por lo que no pueden producir empujes desde un Mach 0.

Los misiles de este tipo que son lanzados desde un avión en movimiento pueden aprovechar la velocidad inicial del mismo para obtener una presión mayor que permita producir empuje (aunque pueden necesitar de un pequeño motor cohete para acelerarlo primero). Si el misil se lanza desde tierra, no queda más remedio que acelerar el misil mediante un motor cohete hasta un Mach que permita dos condiciones:

- La velocidad debe ser suficiente como para provocar el inicio de funcionamiento estable de la entrada de aire.
- La velocidad debe ser suficiente como para producir una fuerza de empuje al menos igual a la resistencia aerodinámica del misil.

Los estatorreactores suelen ser eficientes entre Mach 2.5 y Mach 5. Están limitados por la alta temperatura que puede soportar el aislante de la cámara de combustión. En este misil, se fijó una velocidad de diseño de Mach 4 durante el crucero, y será la máxima velocidad que podrá alcanzar el misil.

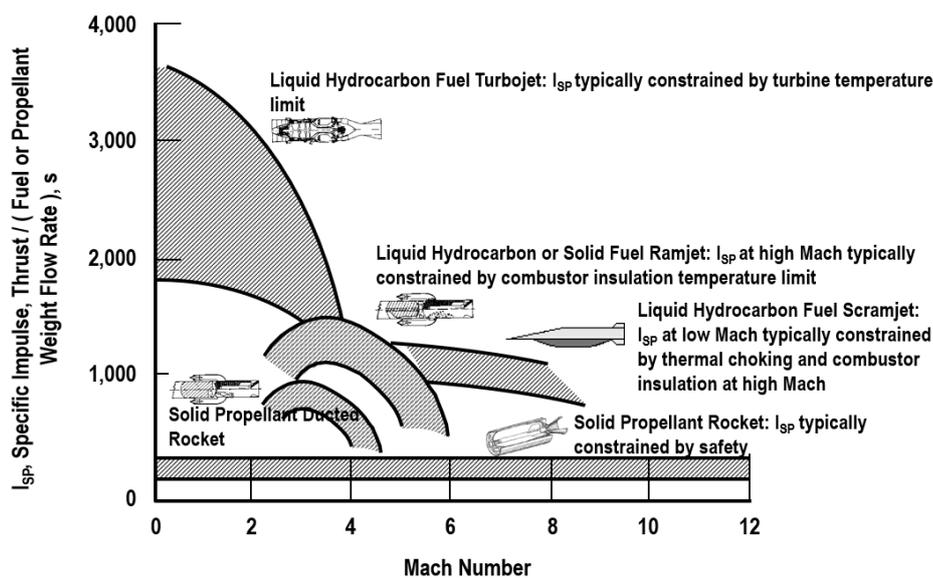


Figura 7.1 Mach de vuelo óptimo de los diferentes sistemas propulsivos [3]

Por tanto, el misil diseñado tendrá un motor cohete de propulsante sólido que permita acelerar el misil hasta la velocidad necesaria. Como es la parte que más pesa del misil, será esencial conseguir un motor que permita alcanzar la velocidad necesaria, pero no una mayor, pues se estaría aumentando el peso innecesariamente. Siempre será mejor (cuando sea posible) acelerar el misil mediante el uso del combustible líquido del que dispone, por lo que durante el diseño se iteró el diseño del motor cohete siempre que se realizó algún cambio en la estructura del misil para obtener la velocidad estrictamente necesaria.

Una vez se acabe el propulsante sólido del motor cohete se utilizará la cámara de combustión vacía para quemar la mezcla aire-combustible.

Otro de los aspectos críticos del diseño era la entrada de aire. Inicialmente se pretendía colocar cuatro entradas de aire en la parte posterior del misil, cerca de la cámara de combustión, tal como las tiene el misil “SS-N-22 *Sunburn*”, que se mostrará a continuación:



Figura 7.2 Misil soviético “SS-N-22 *Sunburn*” [3]

Esta configuración ofrece una recuperación de presión bastante buena, un peso adicional adecuado al empezar cerca de la cámara de combustión y una resistencia adicional aceptable. Sin embargo, esta configuración, al realizar los cálculos de diseño fue descartada.

El *Sunburn* es un misil cuya misión es destruir barcos, por lo que su altura de vuelo es muy baja. Esto significa que se pueden conseguir grandes gastos de aire con áreas de captura muy pequeñas debido a la gran densidad de la atmósfera en estas alturas.

En el diseño del misil que ocupa este trabajo, al volar el misil a una altura muy elevada, para conseguir un empuje aceptable se necesita un área de captura muy grande. Para conseguir estas áreas de captura mediante esta configuración no quedaba más remedio que utilizar grandes entradas de aire, con alturas comparables al tamaño del cuerpo del misil, por lo que no era un diseño viable.

Se optó entonces por diseño final de la entrada de aire en forma de “barbilla”, como la que posee la base de referencia del misil, el misil *ASALM*.

Esta configuración, además de que se beneficia de la forma del radomo para obtener una recuperación de presión superior al resto de configuraciones, permite conseguir grandes áreas de captura con pequeñas alturas de la barbilla. Es

eficiente en ángulos de ataque grandes (por ejemplo, si la configuración de la entrada de aire fuera anular alrededor del radomo, cuando el misil obtiene un ángulo de ataque, parte de la entrada no recibe aire. Esto no sucede en la configuración de barbilla) y gracias a que la forma del misil no es muy diferente del cuerpo circular del misil, la resistencia aerodinámica no aumenta prácticamente.

A diferencia de los misiles propulsados por motor cohete, los misiles que necesitan una entrada de aire son más críticos con las maniobras que puede realizar un misil.

La configuración de barbilla funciona mejor con el sistema *BTT (Bank-To-Turn)* para maniobrar. Este sistema consiste en que el misil primero realiza un alabeo hasta que la entrada de aire está orientada perpendicularmente a la *LOS* del objetivo, para luego realizar una maniobra de cabeceo. De esta manera, el ángulo de resbalamiento que se producirá en el giro será menor y el flujo que se introduce por la entrada de aire será mayor.

Durante el diseño, la parte más complicada fue obtener una forma del radomo óptima. La misión de la geometría del radomo en este caso era provocar unas ondas de choque determinadas que permitieran obtener las menores pérdidas de presión total posible. Para ello, se crearon distintos radomos cónicos, con diferentes rampas hacia la entrada de aire, y se estudiaron para ver cuál era mejor.

Los esquemas de la geometría del radomo desechadas durante el diseño se mostrarán a continuación:

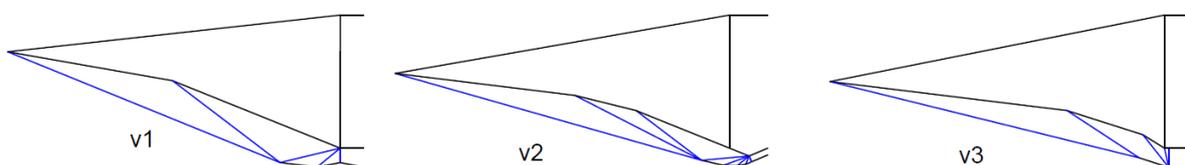


Figura 7.3 Geometrías de radomo desechadas durante el diseño

En los esquemas de la figura 7.3, se muestra con una línea negra la estructura del radomo del misil y con líneas azules las ondas de choque que se forman en la condición de diseño.

En primera versión del radomo, la parte inferior estaba formada por un doble cono. Esta versión disponía de un área de captura elevado pero fue desechada porque las pérdidas de presión total que provocaba no eran admisibles.

A partir de la segunda versión se pasó a configuraciones de triple cono en la parte inferior que conducía a la entrada de aire. Sin embargo, tuvieron que ser desechadas también. La segunda versión, al provocar un mayor número de ondas de choque, tenía menores pérdidas de presión, pero el área de garganta tan pequeña que existía hacía que el Mach de vuelo necesario para poner en funcionamiento la entrada de aire era muy elevado.

En la tercera versión, de acuerdo con Seddon y Goldsmith [47], se produce una onda de choque normal en el labio al no deflectarse el fluido una vez dentro de la entrada de aire, por lo que el estudio realizado sobre el difusor era erróneo y tuvo que descartarse, ya que una onda de choque normal tan fuerte como la que se producía provocaba grandes pérdidas de presión total.

Otro de los aspectos que se ha iterado durante el diseño es el porcentaje del anillo completo que ocupa la barbilla (si fuera del 100% sería anular). Finalmente se eligió un ángulo de 120° (33% del anillo completo), óptimo para conseguir el gasto de aire necesario. Un ángulo superior aumentará el gasto y por tanto, el empuje, pero también aumentará el peso, ya que la estructura es más pesada.

Se estudiaron otros ángulos más pequeños sin embargo, si el ángulo era demasiado pequeño, el empuje no era mayor que la resistencia aerodinámica. Con ángulos en torno a 80° - 100° , el empuje sí que era mayor que el *drag* pero su diferencia era tan pequeña que no permitía acelerar hasta la condición de diseño de Mach 4 en 200 km o lo permitía, pero con un espacio mínimo para el crucero. Esto carecía de sentido, ya que el crucero a velocidad máxima debe ser la parte más larga de la trayectoria.

La geometría del radomo del diseño final se estudiará detenidamente en el apartado dedicado al diseño del radomo.

Una vez acabado el diseño del radomo y el sistema propulsivo, se utilizó el diseño anterior del sistema de control y guiado y de la cabeza de guerra para que estos influyan lo menos posible en la comparación final entre ambos misiles, haciendo

que las diferentes actuaciones que estos posean se deban principalmente a las diferencias entre sistemas propulsivos.

Por último, el dimensionado del sistema de combustible se diseñó para albergar exactamente el combustible mínimo necesario para obtener un alcance efectivo de 200km.

En la figura 7.4 se podrá observar un esquema de las dimensiones y la localización de los distintos subsistemas del misil final:

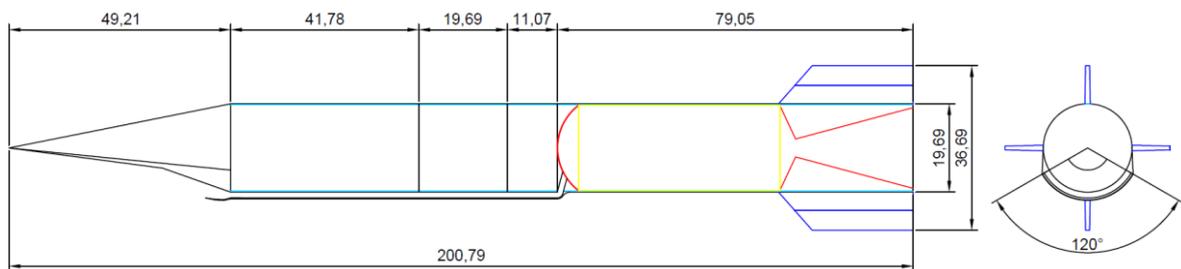


Figura 7.4 Esquema del misil *ramjet* (Final)

En el esquema, las líneas negras simbolizan las separaciones entre subsistemas, además de delinear el exterior del misil; las líneas de color cian simbolizan el grosor de la estructura; de color rojo se representa la cámara de combustión y la tobera del misil, con el espacio que ocupa el grano de propulsante sólido de color amarillo; y las superficies de control se representan por líneas de color azul oscuro.

Se puede observar que este misil cuenta con un diámetro de 19.69 in (0.5 m), una envergadura de 36.96 in (0.939 m), por debajo de la restricción de envergadura máxima de 0.95 m.

La longitud total es de 200.79 in (5.1 m), siendo este la longitud necesaria mínima para dotar al misil de un alcance efectivo de 200 km.

También se pueden observar en la figura las medidas (en pulgadas) de los diferentes subsistemas que forman el misil, y cuyo cálculo se explicará a lo largo de este capítulo.

De izquierda a derecha (empezando desde el morro del misil), estos subsistemas son:

- Radomo, nariz o morro del misil.

- Sistema de guiado y control del misil.
- Cabeza de guerra.
- Subsistema de combustible.
- Cámara de combustión y tobera del misil.
- Superficies móviles de control (colas trapezoidales).

En los siguientes apartados se desarrollarán los cálculos que han sido necesarios para llegar hasta el diseño final del misil. Sin embargo, muchos de los aspectos teóricos de los cálculos y el funcionamiento de los subsistemas ya han sido descritos durante el desarrollo del misil anterior, por lo que este capítulo se centrará más en los cálculos realizados en los aspectos ya descritos (para no repetirse).

En el caso de que haya sistemas novedosos, que no se hayan tratado anteriormente, sí que se desarrollarán teóricamente.

7.1 RADOMO. ENTRADA DE AIRE

El estudio del radomo del segundo misil será más complicado, debido a que ahora forma parte del sistema propulsivo del misil.

La finura del radomo será en este caso $l_N/d = 2.5$. Por lo tanto, el radomo tendrá una longitud $l_N = 49.2125 \text{ in.}$

Esto se ha diseñado en parte motivado por la geometría del misil y la situación de las ondas de choque oblicuas que se forman, pero también debido a que, dado que gran parte del vuelo estará propulsado por combustible líquido, no se necesita tanto propulsante sólido para conseguir los requisitos de la misión, y esto deja un mayor espacio ocupable por el radomo, con lo que se consigue reducir la resistencia aerodinámica durante el vuelo.

La geometría del radomo en este caso es cónica. La parte del morro que no necesita producir ondas de choque (pues no conducirá el fluido hacia la entrada de aire) estará formada por un solo cono. La parte diseñada para producir ondas de choque con el objetivo de tener las mínimas pérdidas de presión total en el fluido que se utilizará en la cámara de combustión está formada por un doble cono, de forma que se originarán dos ondas de choque oblicuas antes de que el fluido sea introducido en el difusor.

Como la geometría es compleja, se adjunta un modelo 3D del radomo en el que podrá verse su geometría:



Figura 7.5 Modelo 3D de la forma del radomo

El material de fabricación será la pirocerámica, igual que el anterior radomo. Sus propiedades pueden ser extraídas de la tabla 6.1.

A nivel estructural, lo primero es calcular la superficie mojada del radomo S_{wet} .

El área lateral de un cono se puede obtener con la siguiente fórmula:

$$A_{Lateral} = \pi \cdot (R + r) \cdot g \quad (7.1)$$

$$g = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} \quad (7.2)$$

en estas ecuaciones, R y r son los radios de las bases mayor y menor (respectivamente) del cono (en caso de que no sea un tronco de cono $r = 0$), h es la altura del cono y g la generatriz.

Como se puede ver en la figura 7.5, el radomo está formado por 2 conos y 1 tronco de cono. Denotando con (1) el cono grande, (2) el cono pequeño y (3), se calculan sus áreas laterales.

En la tabla 7.1 se pueden ver sus dimensiones (medidas en pulgadas):

Tabla 7.1 Dimensiones de las partes del radomo

Parámetro	Cono 1	Cono 2	Cono 3
R	9.84	4.49	9.84
r	0	0	4.49
h	49.21	34.09	15.12
g	50.1842	34.3844	16.0386

Utilizando la ecuación (7.1) se calculan las áreas laterales, teniendo en cuenta que solo se utiliza 2/3 del cono 1 y 1/3 de los conos 2 y 3.

$$A_{Lateral_1} = 2/3 \cdot \pi \cdot (9.84 + 0) \cdot 50.1842 = 1034.24 \text{ in}^2.$$

$$A_{Lateral_2} = 1/3 \cdot \pi \cdot (4.49 + 0) \cdot 34.3844 = 161.67 \text{ in}^2.$$

$$A_{Lateral_3} = 1/3 \cdot \pi \cdot (9.84 + 4.49) \cdot 16.0386 = 240.68 \text{ in}^2.$$

El área que une los huecos entre conos se ha calculado mediante el programa de diseño.

$$A_{Triangular} = 57.337 \text{ in}^2.$$

Por lo tanto, S_{wet} será:

$$S_{wet} = A_{Lateral_1} + A_{Lateral_2} + A_{Lateral_3} + 2 \cdot A_{Triangular} = 1551.264 \text{ in}^2 = 1 \text{ m}^2.$$

El ángulo de incidencia de la señal radar con la superficie del radomo, utilizando la figura 6.6, será:

$$\theta_i = \pi/2 - \delta - \theta = 90 - 0 - \tan^{-1}[(d/2)/l] = 1.3734 \text{ rad} = 78.69 \text{ deg}.$$

Utilizando ahora la constante dieléctrica de la pirocerámica $\varepsilon = 5.8$, la longitud de onda del buscador $\lambda = 0.00315 \text{ m}$, y $n = 17$ (por razones estructurales), utilizando la ecuación (6.1), el grosor óptimo del radomo sería:

$$\begin{aligned} t_{opt \text{ trans}} &= 0.5 \cdot n \cdot \lambda_0 / (\varepsilon - \text{sen}^2 \theta_i)^{0.5} = 0.5 \cdot 17 \cdot 0.00315 / (5.8 - \text{sen}^2(1.3734))^{0.5} \\ &= 0.0122 \text{ m} = 0.48 \text{ in}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, el peso del radomo será:

$$W_{radomo} = \rho_{material} \cdot S_{wet} \cdot t_{opt \text{ trans}} = 2550 \cdot 1 \cdot 0.0122 = 31.11 \text{ kg} = 68.48 \text{ lbs}.$$

El centro de gravedad del radomo, teniendo en cuenta el centro de gravedad de cada cono, y siendo ponderado cada uno a través de su superficie, estará a una distancia de la punta del morro de:

$$z_{Radomo} = 37.022 \text{ in},$$

A continuación se mostrará un esquema del perfil del radomo, junto con la entrada de aire del misil y las ondas de choque (en azul) provocadas cuando el misil está en su condición de diseño:

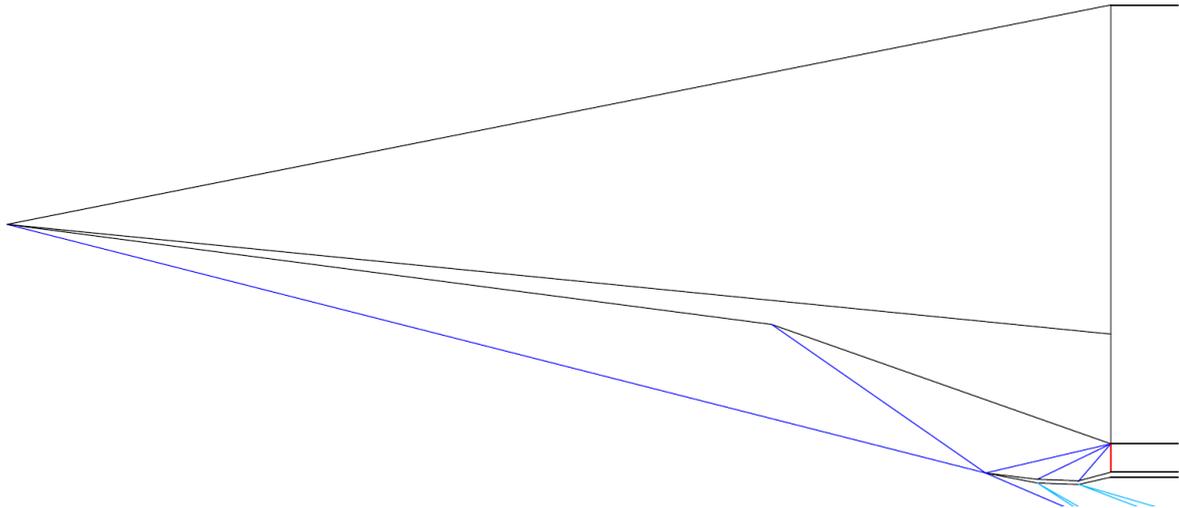


Figura 7.6 Esquema del radomo. Ondas de choque

Las ondas de choque importantes son las que se producen dentro del labio ya que son las que actúan sobre el fluido que se va a utilizar.

Por fuera del labio del difusor se produce una onda de choque oblicua seguida de varias ondas de expansión, debido a su forma. Estas ondas no afectarán al fluido utilizado, pero afectan a la resistencia aerodinámica adicional que produce la entrada de aire.

Como se puede ver en la imagen, la configuración de la entrada de aire es de tipo "barbilla" o "parcialmente anular". Esta configuración ofrece las siguientes ventajas:

- Baja pérdida de presión total, gracias a la compresión realizada por la geometría del morro.
- No genera problemas de integración con la plataforma, debido a que no altera demasiado las magnitudes del misil.
- Funciona bien en ángulos de ataque elevados, debido a que la entrada de aire se encuentra en la parte inferior del misil.
- La resistencia aerodinámica adicional que genera es mínima, debido a que la altura del labio no es muy elevada.

La entrada de aire es de compresión mixta. La compresión externa se realiza gracias a la geometría del morro, diseñado con ese propósito. La compresión interna se realiza gracias a la geometría del labio del difusor, que sigue comprimiendo el fluido hasta llegar a la garganta del difusor.

Una compresión mixta soluciona el problema del elevado *drag* que se produce con la compresión exterior y los problemas que tiene la compresión interior (se necesita un Mach más elevado para poder poner en funcionamiento correctamente la entrada de aire, y se producen mayores oscilaciones de presión).

Debido a que es un buen compromiso entre ambas, la compresión mixta es el sistema más utilizado en misiles propulsados con estatorreactor.

Hay que intentar que no se produzcan derrames antes de la entrada de aire, pues supondrán una reducción en la cantidad de aire que ingiere la entrada y por tanto, el empuje que puede producirse se verá afectado negativamente.

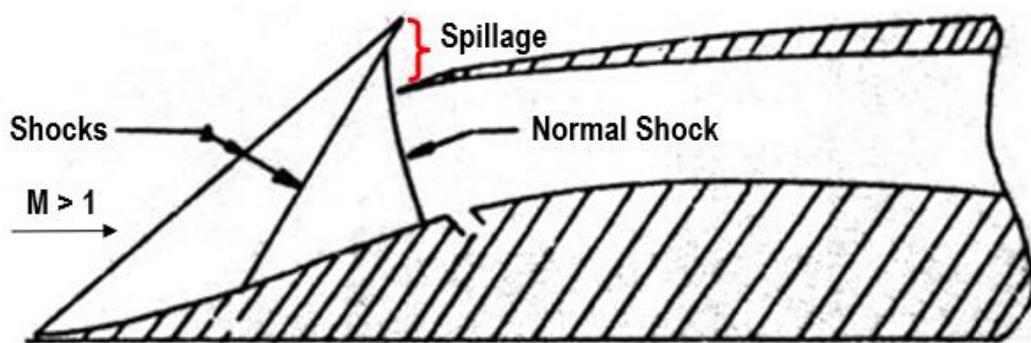


Figura 7.7 Esquema del derrame de aire en un difusor [3]

Para que no se produzca ningún derrame y se capture toda el área de fluido posible, el difusor en la condición de diseño del misil (que es la condición más larga e importante de todo el vuelo) debe diseñarse de tal forma que provoque que las ondas de choque oblicuas que se generen gracias a la geometría del radomo acaben justo en el labio del difusor. Esto se conoce como “*shock-on-lip condition*” y es absolutamente necesaria para conseguir un diseño óptimo de la entrada de aire.

La condición de diseño del misil es:

- Vuelo de crucero a $Mach = 4$.
- Ángulo de ataque durante el crucero $\alpha = 8 \text{ deg}$.

El Mach de vuelo no deberá bajo ningún concepto exceder el Mach de la condición de diseño, ya que de hacerlo, el difusor ingeriría la onda de choque, provocando pérdidas de presión, separaciones de flujo, pérdidas de empuje.

Por debajo del Mach de diseño, las ondas de choque oblicuas tendrán un ángulo mayor y por tanto, se producirán derrames, con lo que no se capturará toda el área posible.

La eficiencia de captura se define como el área de flujo que se captura A_0 entre el área de captura máxima A_c .

Como la geometría del radomo hace difícil el cálculo de la eficiencia de captura con una fórmula, se han tomado datos experimentales de las áreas de flujo capturadas en función del Mach de vuelo (teniendo en cuenta que las deflexiones que se producen son constantes pero al reducir la velocidad de vuelo, las ondas tienen un ángulo mayor y por tanto se producen mayores derrames).

Estos datos se han tomado mediante el trazado de las líneas de corriente desde el fluido no perturbado hasta la entrada de aire, pasando por las diferentes ondas de choque oblicuas.

En la figura 7.8 se visualizará un ejemplo de la eficiencia de captura.

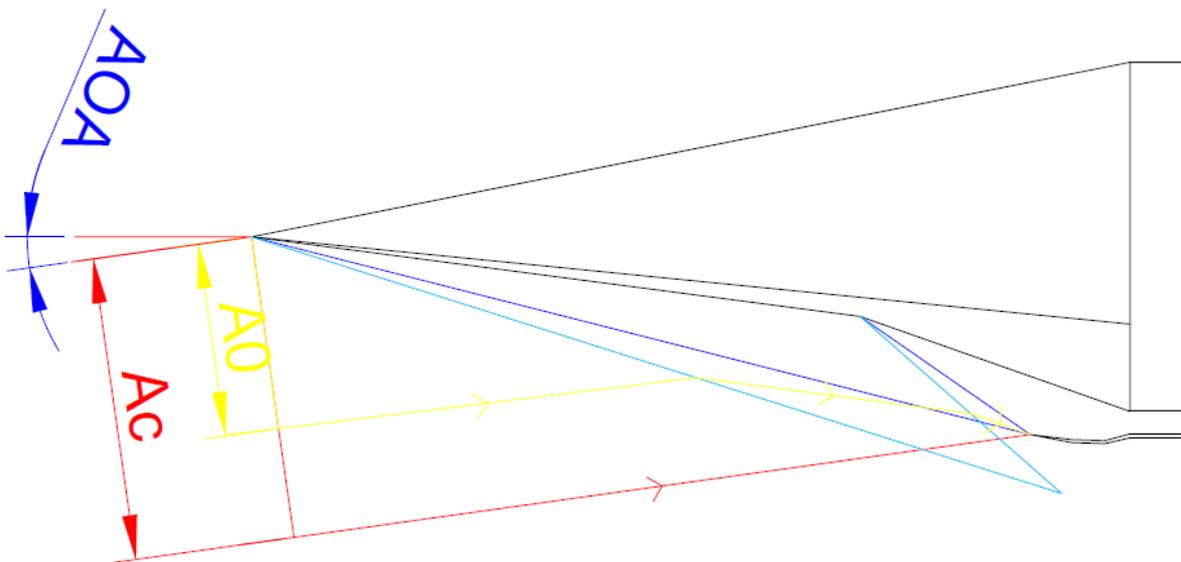


Figura 7.8 Ejemplo eficiencia de captura.

Cuando ocurre la condición de diseño $Mach = 4$ las ondas de choque oblicuas (azul oscuro) se encuentran en el labio, por lo que se captura toda el área posible (A_c). La línea de corriente es la línea roja.

Si, por ejemplo, se baja la velocidad hasta $Mach = 3$, las ondas de choque (azul claro) ya no se encuentran en el labio si no que se produce un derrame. La línea de corriente de esta situación es la amarilla. Se puede observar que el área de fluido capturado es mucho menor, por lo que la eficiencia no será del 100% en ese caso.

Es importante saber en cada momento el área de fluido capturada, para poder conocer el gasto de aire que está entrando por el difusor.

Los datos experimentales calculados de la altura de captura (de la que dependerá el área) son los siguientes (tomados para un ángulo de ataque nulo, que será el único utilizado por el misil hasta llegar al crucero):

Tabla 7.2 Datos experimentales de la altura de captura

Mach de vuelo	Altura de captura h_c (in) @ AOA = 0°
2.8	7.1419
2.9	7.4018
3	7.665
3.1	7.9367
3.2	8.2129
3.3	8.4953
3.4	8.7717
3.5	9.0663
3.6	9.2807
3.7	9.4447
3.8	9.5988
3.9	9.7798
4	9.9334

El área de captura de fluido A_0 no es más que:

$$A_0 = \pi \cdot h_c^2 \cdot \frac{120 \text{ deg}}{360 \text{ deg}} \quad (7.3)$$

por ejemplo, A_0 con ángulo de ataque nulo a Mach 4 es:

$$A_0 = \pi \cdot 9.9334^2 \cdot \frac{120 \text{ deg}}{360 \text{ deg}} = 103.33 \text{ in}^2.$$

El máximo área que se puede capturar se alcanza en la condición de diseño, con ángulo de ataque 8° a Mach 4). La altura de captura en ese caso es $h_c = 17.116 \text{ in}$, por lo que el área máxima de captura es:

$$A_c = \pi \cdot 17.116^2 \cdot \frac{120 \text{ deg}}{360 \text{ deg}} = 306.78 \text{ in}^2.$$

Con los datos experimentales de la tabla (7.2) se ha realizado una regresión, con el objetivo de poder obtener h_c en cualquier instante, para poder realizar la integración numérica del empuje durante la trayectoria. Los resultados se muestran en la figura 7.9:

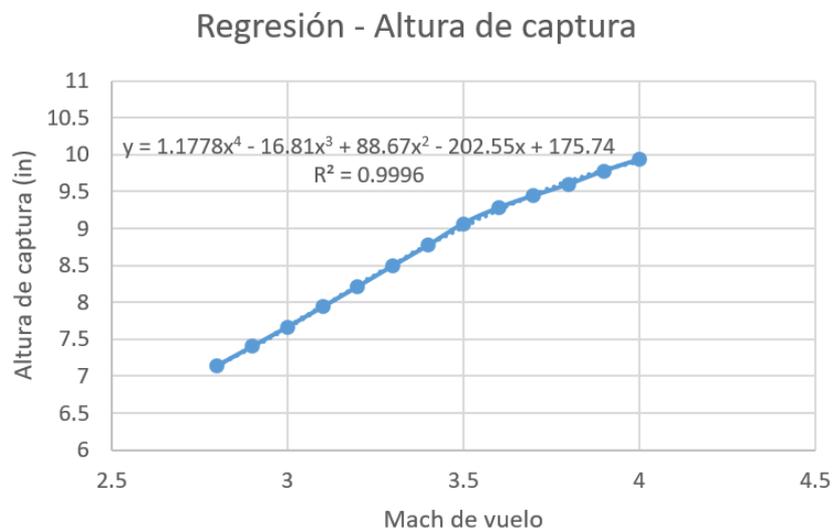


Figura 7.9 Análisis de la regresión de la altura de captura

Se continuará con el estudio de las pérdidas de presión de la entrada de aire.

La norma MIL-E-5008B indica la condición de recuperación de presión que debe cumplir un difusor para ser considerado válido. Este requisito es:

$$\frac{p_{T_Inlet}}{p_{T_0}} \geq 1 - 0.075(M_0 - 1)^{1.35}, 1 < M_0 < 5. \tag{7.4}$$

Como en la condición de diseño el Mach es 4, el difusor debe cumplir:

$$\frac{p_{T_Inlet}}{p_{T_0}} \geq 1 - 0.075(4 - 1)^{1.35} = 0.6695.$$

Oswatitsch [48] en su estudio, determinó cual era la relación de presión total máxima que se podía recuperar dependiendo del Mach de vuelo y el número de ondas de choque que se provocarían.

Table 1 Maximum possible total pressures after n compression shocks

Ma_0	$n = 1$		$n = 2$			
	p_n^0/p_0^0	γ_0	$Ma_0 \sin \gamma_0$	Ma_{n-1}	p_n^0/p_0^0	
1.0	1.000	1.200	1.000	1.000	1.000	
1.5	0.929	1.295	1.215	1.168	0.980	
2.0	0.721	1.432	1.470	1.388	0.900	
2.5	0.499	1.594	1.724	1.622	0.751	
3.0	0.328	1.773	1.966	1.854	0.586	
3.5	0.213	1.966	2.198	2.079	0.435	
4.0	0.139	2.169	2.418	2.288	0.314	

Ma_0	$n = 3$				$n = 4$			
	γ_0	$Ma_0 \sin \gamma_0$	Ma_{n-1}	p_n^0/p_0^0	γ_0	$Ma_0 \sin \gamma_0$	Ma_{n-1}	p_n^0/p_0^0
1.0	1.200	1.000	1.000	1.000	1.200	1.000	1.000	1.000
1.5	1.253	1.125	1.095	0.990	1.233	1.080	1.066	0.996
2.0	1.327	1.279	1.222	0.949	1.286	1.196	1.108	0.968
2.5	1.416	1.443	1.365	0.863	1.344	1.311	1.250	0.913
3.0	1.512	1.600	1.508	0.744	1.405	1.424	1.350	0.833
3.5	1.614	1.752	1.649	0.615	1.473	1.538	1.450	0.728
4.0	1.716	1.892	1.782	0.488	1.537	1.639	1.545	0.626

Figura 7.10 Presión total máxima recuperable [48]

Solo estudió el comportamiento has con 4 ondas de compresión, y la presión máxima obtenible era $\frac{p_{T_Inlet}}{p_{T_0}} = 0.626$. Por lo que no cumple la norma MIL-E-5008B y habrá que utilizar al menos 5 ondas de compresión para conseguir el requisito de $\frac{p_{T_Inlet}}{p_{T_0}} \geq 0.6695$. El diseño definitivo del difusor utiliza 6 ondas de compresión (figura 7.6).

Además, Oswatitsch incluyó en su estudio que la forma de obtener las menores pérdidas de presión era provocar ondas de choque de igual fuerza.

Intentando seguir este último criterio, junto con el espacio que existía físicamente para construir la geometría del labio y el radomo, fueron los principales conductores del diseño de la geometría del difusor.

Se procede ahora a calcular la presión recuperada por el difusor del misil.

El misil posee un difusor que provoca las siguientes deflexiones del flujo:

- Primer cono del radomo $\delta_1 = 7.5 \text{ deg}$.
- Tronco de cono del radomo $\delta_2 = 12 \text{ deg}$.
- Primera deflexión del labio $\delta_3 = 12.5 \text{ deg}$.
- Segunda deflexión del labio $\delta_4 = 5 \text{ deg}$.
- Tercera deflexión del labio $\delta_5 = 17 \text{ deg}$.

Hay que tener en cuenta que al tener un $\alpha = 8 \text{ deg}$, en realidad $\delta_1 = 15.5 \text{ deg}$.

Utilizando el prefijo 1 para las condiciones del flujo antes de la onda de choque y 2 para las condiciones después de ella, y siendo δ la deflexión del fluido, y θ el ángulo de la onda de choque (asumiendo que el flujo es bidimensional), las ecuaciones que se utilizarán para los cálculos de las ondas de choque oblicuas son: [49]

$$\cot \delta = \tan \theta \cdot \left[\frac{(\gamma + 1) \cdot M_1^2}{2 \cdot (M_1^2 \sin^2 \theta - 1)} - 1 \right] \quad (7.5)$$

$$\frac{p_{T2}}{p_{T1}} = \left[\frac{(\gamma + 1) \cdot M_1^2 \sin^2 \theta}{(\gamma - 1) \cdot M_1^2 \sin^2 \theta + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left[\frac{(\gamma + 1)}{2 \cdot \gamma \cdot M_1^2 \sin^2 \theta - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (7.6)$$

$$M_2^2 \sin^2(\theta - \delta) = \frac{(\gamma - 1) \cdot M_1^2 \sin^2 \theta + 2}{2 \cdot \gamma \cdot M_1^2 \sin^2 \theta - (\gamma - 1)} \quad (7.7)$$

si la onda de choque es normal, las ecuaciones (7.6) y (7.7) se simplifican:

$$\frac{p_{T2}}{p_{T1}} = \left[\frac{(\gamma + 1) \cdot M_1^2}{(\gamma - 1) \cdot M_1^2 + 2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left[\frac{(\gamma + 1)}{2 \cdot \gamma \cdot M_1^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (7.8)$$

$$M_2^2 = \frac{(\gamma - 1) \cdot M_1^2 + 2}{2 \cdot \gamma \cdot M_1^2 - (\gamma - 1)} \quad (7.9)$$

si el flujo no es bidimensional si no cónico (como en la primera onda de choque oblicua del radomo), se utilizará la siguiente correlación para calcular el ángulo θ , propuesta por Fleeman: [3]

$$\theta_C \approx \theta_{2D}. \quad (7.10)$$

En la tabla 7.3 se recogerán los cálculos del estudio. Partiendo del ángulo de deflexión del fluido y el Mach de vuelo, se calculará el ángulo de la onda de choque.

Una vez obtenida, se calculará el Mach de vuelo que hay a partir de la onda y la relación de presiones antes y después de la onda.

Tabla 7.3 Cálculos. Ondas de choque en la entrada de aire

n	M _{ENTRADA}	δ (deg)	θ (deg)	M _{SALIDA}	P _{T_SALIDA} /P _{T_ENTRADA}
1 (oco-c)	4	15.5	22.34	3.278	0.92323613
2 (oco)	3.278	12	27.44	2.62	0.92642861
3 (oco)	2.62	12.5	33	2.079	0.95115531
4 (oco)	2.079	5	32.936	1.897	0.99773779
5 (oco)	1.897	17	51.329	1.255	0.93565698
6 (ocn)	1.255	X	90	0.81	0.98634487

La onda de choque normal se produce en la garganta. El flujo a partir de ahí pasa a ser subsónico, y se decelerará gracias a la parte divergente del difusor, hasta llegar a la cámara de combustión, en la que la velocidad deberá ser lo más pequeña posible para obtener un mayor rendimiento de combustión.

Se calcula la recuperación de presión total del difusor:

$$\frac{p_{T_Inlet}}{p_{T_0}} = 0.92323613 \cdot 0.92642861 \cdot 0.95115531 \cdot 0.99773779 \cdot 0.93565698 \\ \cdot 0.98634487 = 0.7491.$$

Este difusor cumple los requisitos de presión de la norma MIL-E-5008B por lo que su diseño es válido.

Por último se estudiará la condición de vuelo a partir de la cual las ondas de choque no se separan de la entrada de aire y por tanto, puede comenzar su funcionamiento. Esto se conoce como "*inlet start*" y en la siguiente figura se puede observar cuál es este fenómeno:

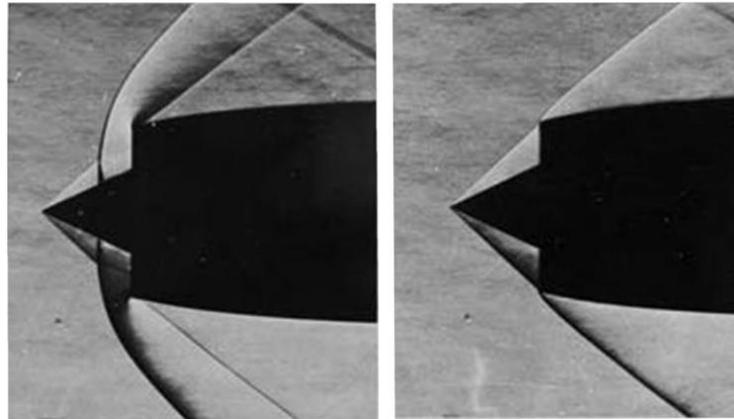


Figura 7.11 *Inlet Unstart / Inlet Start*

Como se puede observar, en la fotografía de la izquierda, la onda de choque se encuentra despegada de la entrada de aire.

Para que esto no suceda, el fluido debe tener una velocidad mínima en la entrada de aire $(M_{IE})_{start}$, que debe calcularse, a partir de la cual, la entrada de aire puede empezar a funcionar.

La velocidad depende del área de la garganta del difusor. Esta área necesita ser suficientemente pequeño para asegurar un Mach en la cámara de combustión e incrementar el rendimiento de combustión, pero suficientemente grande para necesitar un $(M_{IE})_{start}$ pequeño, que permita comenzar la propulsión mediante estatorreactor antes, permitiendo el diseño de un motor cohete más pequeño, con lo que se reduce el peso del misil.

En este caso, el área de la garganta del difusor del misil es:

$$A_{IT} = 27.955 \text{ in}^2.$$

La ecuación que permite calcular $(M_{IE})_{start}$ es: [3]

$$\frac{A_{IT}}{A_0} = (M_{IE})_{start} \cdot \left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} (M_{IE})_{start}^2\right]^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}. \quad (7.11)$$

Este es un proceso iterativo. Se comienza suponiendo un $(M_{IE})_{start}$, con ese valor se calcula el $\frac{A_{IT}}{A_0}$ que se requiere. Se calcula el Mach de vuelo necesario para que

en la entrada el Mach sea $(M_{IE})_{start}$ y como se vio anteriormente se computa cual es el área de captura de flujo A_0 para ese Mach de vuelo. Se halla el $\frac{A_{IT}}{A_0}$ real y se compara con el requerido. Si no son iguales se vuelve a iterar hasta que la solución converja.

Se mostrarán a continuación los cálculos de la solución final:

- Se supone un $(M_{IE})_{start} = 1.8$, utilizando la ecuación (7.11):

$$\frac{A_{IT}}{A_0} = 1.8 \cdot \left(\frac{1.4 + 1}{2} \right)^{\frac{1.4+1}{2(1.4-1)}} \cdot \left[1 + \frac{1.4 - 1}{2} 1.8^2 \right]^{\frac{-(1.4+1)}{2(1.4-1)}} = 0.695.$$

- Para obtener un $(M_{IE})_{start} = 1.8$ en la entrada, teniendo en cuenta las ondas de choque que se producen, se necesita un Mach de vuelo $Mach = 2.35$.
- Utilizando la ecuación de la regresión calculada anteriormente en la figura 7.9, y realizando los cálculos del área de captura con la altura de captura obtenida, $A_0 = 40.215 \text{ in}^2$.

$$\frac{A_{IT}}{A_0} = \frac{27.955}{40.215} = 0.695$$

La solución de la relación de áreas que existiría es idéntica a la que sería necesaria para que el Mach en la entrada de aire permitiera el correcto funcionamiento de esta, por lo que:

$$(M_{IE})_{start} = 1.8, \quad (M_0)_{Inlet_start} = 2.35$$

Como la compresión antes de la entrada de aire no es isentrópica, el criterio de diseño en el Mach de vuelo necesario para empezar a utilizar el estatorreactor es:

$$(M_0)_{Ramjet_Transition} = 1.2 \cdot (M_0)_{Inlet_start} = 2.82$$

Por lo que ese será el Mach a partir del cual puede comenzar el funcionamiento del *ramjet*, aunque hay que tener en cuenta que no es la única condición que tiene que cumplirse, hay que comprobar que el empuje que podría proporcionar el estatorreactor a esa velocidad es suficiente para superar la resistencia aerodinámica. Como se verá más adelante, sí que se cumple también.

7.2 SUBSISTEMA DE CONTROL Y GUIADO

Este subsistema será el mismo que el que forma parte del primer misil. La única diferencia entre ambos es que, al disponer este misil de un grosor de estructura menor, el espacio interior será mayor, por lo que la longitud que ocupa este subsistema será menor.

Utilizando el valor del volumen que ocupa el subsistema $Vol_{G/C} = 7.032 \text{ ft}^3$ obtenido a partir de la ecuación (7.15), el diámetro del misil $d = 0.5 \text{ m} = 19.685 \text{ in}$ y el grosor de la estructura del misil $t_{Airframe} = 0.22 \text{ in} = 5.59 \text{ mm}$. Se realizan los siguientes cálculos:

$$d_{interior} = d - 2 \cdot t_{Airframe} = 0.5 - 2 \cdot 0.00559 = 0.488 \text{ m} = 1.604 \text{ ft}.$$

$$\begin{aligned} L_{G/C} &= Vol_{G/C} / (\pi \cdot 0.25 d_{interior}^2) = 7.032 / (\pi \cdot 0.25 \cdot 1.604^2) = 3.4807 \text{ ft} \\ &= 1.0609 \text{ m} = 41.77 \text{ in}. \end{aligned}$$

Se recuerdan los demás parámetros de este subsistema:

- Sistema GPS/INS para la fase intermedia del vuelo.
- Técnica TVM para la fase terminal.
- Buscador radar de onda milimétrica. $\lambda = 0.00315 \text{ m}$, $f = 94 \text{ GHz}$.
- Peso del subsistema $W_{G/C} = 250 \text{ lbs}$.

En cuanto a los actuadores de cola, serán también electromagnéticos.

Se ha comprobado que el punto de la trayectoria en el que se produce un mayor momento es el inicio del giro del misil.

En ese punto, en el que se pretende deflectar la cola un ángulo $\delta = 15 \text{ deg}$, la velocidad es de $Mach = 3.9$, lo que provoca que el centro aerodinámico de la cola ($x_{AC_{Tail}}$) se encuentre en el 45.64% de la cuerda media aerodinámica (c_{mac}). La bisagra (x_{HL}), en este caso, se sitúa en el 25% de la cuerda media aerodinámica. Como se verá más adelante, la longitud de la $c_{mac} = 26.332 \text{ in}$.

Teniendo el misil ángulo de ataque nulo, el ángulo deflectado en la cola es el ángulo de ataque efectivo que recibe la cola. Por tanto, si $\alpha' = 15 \text{ deg}$, haciendo uso de la ecuación (4.21), $C_{N_{tail}} = 0.5686$.

Siendo la presión dinámica en esa situación $q = 1700 \text{ psf}$ y teniendo una superficie de referencia $S_{ref} = 0.19635 \text{ m}^2 = 2.113489 \text{ ft}^2$, utilizando las ecuaciones (6.16) y (6.17), se obtiene:

$$N_{tail} = C_{N_{tail}} \cdot q \cdot S_{ref} = 0.5686 \cdot 3000 \cdot 2.1135 = 4326.43 \text{ lb.}$$

$$\begin{aligned} HM &= N_{tail} \cdot \left(\frac{x_{ACT}}{c_{mac}} - \frac{x_{HL}}{c_{mac}} \right) \cdot c_{mac} = 4326.43 \cdot (0.4564 - 0.25) \cdot 26.332 \\ &= 23515.42 \text{ in} \cdot \text{lb.} \end{aligned}$$

$$HM_{actuador} = HM/2 = 11757.71 \text{ in} \cdot \text{lb.}$$

$$T_s = 1.5(HM_{actuador}) = 1.5 \cdot 11757.71 = 17636.565 \text{ in} \cdot \text{lb.}$$

$$W_{actuadores} = W_T \cdot T_s = 0.0025 \cdot 17636.565 = 44.09 \text{ lbs} = 19.84 \text{ kg.}$$

7.3 CABEZA DE GUERRA

La cabeza de guerra de este misil es exactamente igual que la del misil anterior. Se recuerdan sus características:

- Longitud $L_{WH} = 0.5 \text{ m} = 19.685 \text{ in.}$
- Peso total $W_{WH} = 200 \text{ lbs} = 90.72 \text{ kg.}$
- Peso de los fragmentos metálicos $W_{Metal} = 82.848 \text{ lbs} = 37.28 \text{ kg.}$
- Peso del explosivo $W_{Charge} = 117.178 \text{ lbs} = 52.73 \text{ kg.}$
- Energía cinética de los fragmentos $KE = 83.3 \cdot 10^6 \text{ ft} \cdot \text{lb.}$
- Velocidad de los fragmentos $V_{Fragmentos} = 8186.75 \text{ ft/s.}$
- Número de fragmentos $n_{Frag} = 37658 \text{ fragmentos.}$
- Ángulo de dispersión vertical de los fragmentos $\theta = 5 \text{ deg} = 0.0873 \text{ rad.}$

En este caso, la distancia de fallo es $\sigma = 15.82 \text{ ft.}$

A esa distancia entre el misil y el objetivo, la teoría de escalado (ecuación 6.21) predice una sobrepresión $\Delta p = 41.76 \text{ psi}$ y la teoría de Taylor (ecuación 6.22) $\Delta p = 51.78 \text{ psi}$. Ambos valores muy alejados de los 330 psi necesarios marcados por Taylor para que se considere la explosión como mecanismo de destrucción. [32].

El número de impactos de fragmentos metálicos que se producen a la distancia máxima de $\sigma = 15.82 \text{ ft}$, teniendo en cuenta que como antes, $A_p = 20 \text{ ft}^2$, es:

$$\begin{aligned} n_{Hits} &= n_{Frag} \cdot \{A_p / [2\pi(\sin\theta)\sigma^2]\} = 37658 \cdot \{20 / [2\pi \cdot (\sin(0.0873)) \cdot 15.82^2]\} \\ &= 5495 \text{ impactos.} \end{aligned}$$

La probabilidad teórica de destruir el objetivo es:

$$P_{Kill} = 1 - (1 - A_v/A_p)^{n_{Hits}} = 1 - (1 - 0.1)^{5495} = 1$$

Las condiciones de impacto de este misil son: $\sigma = 15.82 \text{ ft}$, $Mach = 1.55$, $V_M = 457.36 \frac{m}{s} = 1500.6 \text{ fps}$, $V_M = 295.07 \frac{m}{s} = 968.08 \text{ fps}$, $V_C = 752.43 \text{ m/s} = 2468.72 \text{ fps}$.

En estas condiciones, suponiendo como antes que se pretende impactar en la mitad del avión de combate enemigo $X_{Hit} = 25 \text{ ft}$, el tiempo de retraso que debe tener la espoleta, desde que detecta el objetivo hasta que explota la cabeza de guerra, es:

$$\theta_{Min} = \tan^{-1}\{V_{Frag}/V_C\} = \tan^{-1}\{8186.75 / 2468.72\} = 73.22 \text{ deg.}$$

$$\begin{aligned} t_{Delay} &= \left[\frac{\sigma}{V_C \cdot \tan\theta} \right] \left[1 - \tan\theta \left(\frac{V_C}{V_{Frag}} \right) \right] + \frac{X_{Hit}}{V_C} \\ &= \left[\frac{15.82}{2468.72 \cdot \tan(73.22 \text{ deg})} \right] \cdot \left[1 - \tan(73.22 \text{ deg}) \cdot \left(\frac{2468.72}{8186.75} \right) \right] \\ &\quad + \frac{25}{2468.72} = 0.01013 \text{ s} = 10.13 \text{ ms.} \end{aligned}$$

7.4 SUBSISTEMA DE COMBUSTIBLE

Este subsistema se encarga de almacenar y conducir el combustible desde el depósito hasta la cámara de combustión, donde se inyectará atomizado (en cantidades adecuadas de cada momento) y se mezclará con el aire que sale del difusor para producir la mezcla aire-combustible que propiciará la combustión y generará una fuerza de empuje capaz de desplazar el misil.

Dentro de este subsistema se encuentran el propio combustible, el depósito en el que se almacena, las turbobombas y los conductos que lo transportan, y el inyector que lo introduce de forma adecuada en la cámara de combustión.

Los combustibles líquidos utilizados en estatorreactores (RJ-4, RJ-5, RJ-6, RJ-7) tienen una mayor densidad que los combustibles líquidos normalmente utilizados en turborreactores (JP-4, JP-5, JP-7, JP-8, JP-10). Al igual que se vio en el propulsante sólido, una densidad alta es deseable, ya que como los misiles suelen tener un volumen limitado, se podrá introducir una mayor cantidad de combustible y por tanto, se aumentará el alcance del misil.

El mejor combustible líquido sería el RJ-5, con una densidad $\rho = 0.039 \text{ lb/in}^3$. Sin embargo, hace años que dejó de usarse debido a que tiene un punto de congelación relativamente alto (-29°C).

Para este misil se elegirá el RJ-6, formado por un 60% de RJ-5 y un 40% de JP-10 [50]. Este combustible tendrá un gran rendimiento volumétrico a la vez que soluciona el problema de la congelación del RJ-5.

En la tabla 7.4 se indicarán las características de este combustible y se compararán con las características del RJ-5.

Tabla 7.4 Propiedades del RJ-5 y RJ-6 [50]

PROPIEDAD	RJ-5	RJ-6
Densidad (lbm/in^3)	0.039	0.03685
T ^A Inflamabilidad ($^\circ\text{C}$)	116	66
Viscosidad (@-18 $^\circ\text{C}$) (<i>cp</i>)	235	40

Punto Congelación (°C)	-29	<-40
Coste / lb (\$)	10	7
Poder calorífico (BTU/lbm)	17870	17970

Si se observa la tabla, se puede ver que el RJ-6 es un combustible con un poder calorífico mayor que el RJ-5 y con una densidad comparable. Al ser mezclado con JP-10, el coste se reduce y es mucho menos viscoso a bajas temperaturas, aunque probablemente haya que aislar el depósito de combustible para que no se inflame.

El espacio dedicado al combustible tiene una longitud $L_{Fuel} = 11.07 \text{ in}$. El diámetro interior del misil es:

$$d_{interior} = d - 2 \cdot t_{Airframe} = 19.685 - 2 \cdot 0.22 = 19.245 \text{ in}$$

Si se asume un grosor del depósito $t_{Fuel_Tank} = 0.1 \text{ in}$, el volumen que está disponible para ser ocupado por combustible es:

$$\begin{aligned} V_{Fuel} &= L_{Fuel} \cdot 0.25\pi \cdot (d_{interior} - 2t_{Fuel_Tank})^2 = 11.07 \cdot 0.25\pi \cdot (19.245 - 2 \cdot 0.1)^2 \\ &= 3153.55 \text{ in}^3 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el peso de RJ-6 que puede ser instalado en el misil es:

$$W_{Fuel} = V_{Fuel} \cdot \rho_{Fuel} = 3153.55 \cdot 0.03685 = 116.2 \text{ lbs} = 52.29 \text{ kg}.$$

Con el objetivo de estimar el peso del depósito y el resto de los componentes que forman parte de este subsistema, se utilizará la correlación hallada en la referencia [51]:

$$W_{Fuel_tank} = 1.07 \cdot W_{Fuel}^{0.58} \tag{7.12}$$

$$W_{Fuel_tank} = 1.07 \cdot 116.2^{0.58} = 16.87 \text{ lbs}.$$

Si le sumamos el peso de las turbobombas, conductos e inyectores, el peso total de la estructura del sistema de combustible puede asumirse que será, por ejemplo:

$$W_{Fuel_system} = 24 \text{ lbs}.$$

7.5 ESTRUCTURA DEL MISIL

Para facilitar las comparaciones entre ambos misiles, la estructura de este misil también está fabricada de “Titanio 6Al-4V”, formando un anillo circular de un determinado grosor, que será el que hay que calcular para saber cuánto pesa la estructura.

A continuación se realizarán los cálculos de los grosores necesarios para soportar las diferentes cargas que se aplican sobre el misil, tal como se vio en el apartado 6.4.

Los parámetros de entrada en el análisis del grosor de la estructura y que se utilizarán en este apartado son:

- Diámetro exterior del misil $d = 19.685 \text{ in} = 0.5 \text{ m}$. Radio exterior del misil $r = 9.842 \text{ in} = 0.25 \text{ m}$.
- Longitud de la estructura $l = 151.575 \text{ in} = 3.85 \text{ m}$. Es la longitud total del misil sin contar el radomo.
- Presión exterior de mecanizado $p_{ext} = 10 \text{ psi}$.
- Módulo de elasticidad del titanio $E = 16500000 \text{ psi}$.
- Tensión de rotura del titanio $\sigma_R = 138000 \text{ psi}$.
- Empuje máximo $T = 80000 \text{ N} = 17984 \text{ lbs}$.
- Presión máxima de la cámara $p_c = 960 \text{ psi}$.
- Carga máxima en el lanzamiento $N = 30 \text{ g}$.
- Peso del misil en el lanzamiento $W = 2152.446 \text{ lbs}$.

El siguiente paso es calcular el momento de flexión (ecuación 6.29).

$$M_B = Nl/c = 30 \cdot 2152.446 \cdot 151.575/8 = 1223462 \text{ in} \cdot \text{lb}.$$

Después hay que realizar el cálculo iterativo de las tensiones que se producen en el misil. Estas tensiones, utilizando el grosor de la estructura final $t_{Airframe} = 0.22 \text{ in}$ se calculan gracias a las ecuaciones (6.30) y (6.31):

$$\sigma_{Axial} = FOS \cdot T/(2\pi \cdot t) = 1.5 \cdot 17984/(2\pi \cdot 0.22) = 19515.29 \text{ psi}.$$

$$\sigma_{Bending} = FOS \cdot M_B/(\pi \cdot r^2 \cdot t) = 1.5 \cdot 1223462/(\pi \cdot 9.842^2 \cdot 0.22) = 27409.22 \text{ psi}.$$

Una vez conocidas las tensiones, ya se pueden calcular los grosores necesarios para soportar las distintas cargas:

$$t_{Manufacturing} = 0.7d[(p_{ext}/E)l/d]^{0.4} \\ = 0.7 \cdot 19.685 \cdot [(10/16500000)151.575 / 19.685]^{0.4} = 0.1016 \text{ in.}$$

$$t_{Buckling_Bending} = 2.9r\sigma_{Bending}/E = 2.9 \cdot 9.842 \cdot 27409.22 / 16500000 = 0.0474 \text{ in.}$$

$$t_{Buckling_Axial} = 4r\sigma_{Axial}/E = 4 \cdot 9.842 \cdot 19515.29/16500000 = 0.0466 \text{ in.}$$

$$t_{Thrust} = T/(2\pi\sigma_{Axial}r) = 17984/(2\pi \cdot 19515.29 \cdot 9.842) = 0.0149 \text{ in.}$$

$$t_{Bending} = M_B/(\pi\sigma_{Bending}r^2) = 1223462 /(\pi \cdot 27409.22 \cdot 9.842^2) = 0.1467 \text{ in.}$$

$$t_{Pressure} = p_c r/\sigma_R = 960 \cdot 9.842/138000 = 0.0685 \text{ in.}$$

Como en el misil anterior, se elegirá el enfoque que consiste en aplicar el FOS a la condición más crítica. Por lo tanto, el grosor de la estructura será:

$$t_{Airframe} = FOS \cdot t_{Bending} = 1.5 \cdot 0.1467 = 0.22 \text{ in} = 5.59 \text{ mm.}$$

Este misil tendrá una relación

$$t/r = 0.22/9.842 = 0.02235.$$

Es un buen valor de grosor porque entra dentro de los límites normales de

$$0.003 < t/r < 0.03$$

El peso de la estructura tubular de este misil será:

$$W_{Airframe} = \rho_{Ti} \cdot V_{Airframe} = \rho_{Ti} \cdot S_{Airframe} \cdot l = \rho_{Ti} \cdot \pi (r^2 - (r - t_{Airframe})^2) \cdot l$$

$$W_{Airframe} = 0.16 \cdot \pi(9.842^2 - (9.842 - 0.22)^2) \cdot 151.575 = 326.27 \text{ lbs} = 146.82 \text{ kg.}$$

7.6 SISTEMA PROPULSIVO

El sistema propulsivo principal de este misil es un estatorreactor. Sin embargo, al tratarse de un misil tierra-aire que parte del reposo, no puede funcionar por sí mismo, por lo que se necesita introducir un motor cohete que lo acelere hasta la velocidad adecuada, a partir de la cual el vuelo puede mantenerse mediante el estatorreactor.

Hay muchas maneras de introducir el motor cohete en el misil, pero sin lugar a duda la mejor es conocida como IRR (*Integral Rocket Ramjet*) en el que se introduce el propulsante sólido del motor cohete dentro de la cámara de combustión y se quema primero, por lo que el inicio del vuelo se produce gracias al motor cohete.

Una vez acabado el propulsante, se sigue utilizando la misma cámara de combustión para quemar el combustible líquido y el misil pasa a ser propulsado por el estatorreactor.

Esta configuración permite reducir el peso, tamaño, coste, resistencia aerodinámica... Por lo que es ideal.

En la figura 7.12 se compararán los coeficientes de resistencia aerodinámica de las diferentes posibilidades a la hora de introducir el motor cohete en el misil, y se verá que la mejor es IRR.

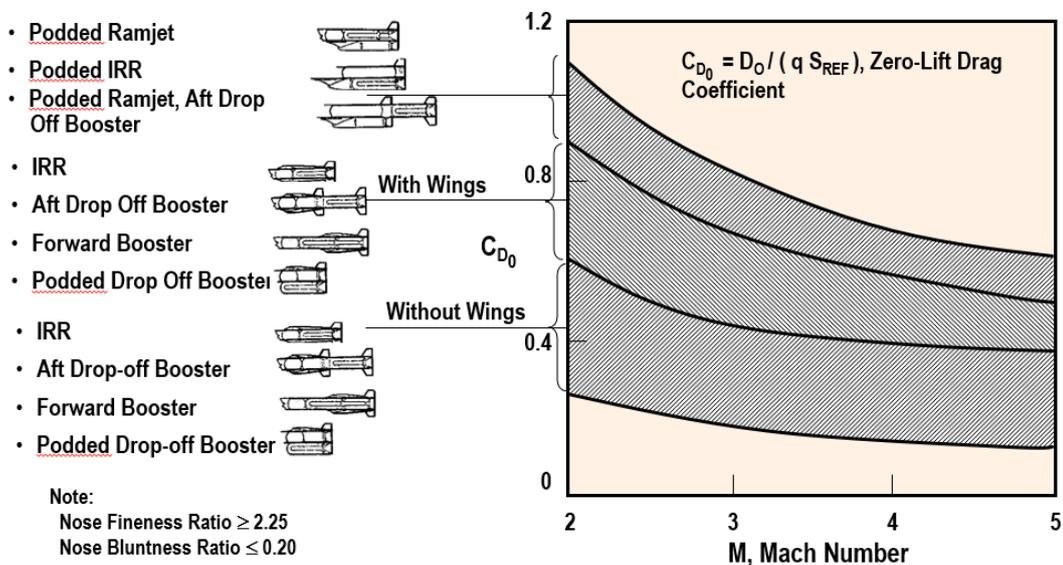


Figura 7.12 Resistencia aerodinámica típica [52]

En este misil, hay que corregir el coeficiente de resistencia parásito del cuerpo del misil debido a que parte del aire es capturado e introducido en el difusor.

La corrección es proporcionada por la ecuación: [53]

$$(C_{D0})_{Body_Corregido} = (C_{D0})_{Body_NO_Corregido} \cdot (1 - A_C/S_{ref}). \quad (7.13)$$

Un estatorreactor, también llamado *ramjet*, es un tipo de motor de reacción bastante sencillo, ya que no dispone de partes móviles.

Al no tener un compresor, solo depende del difusor para obtener la presión necesaria de funcionamiento. Para conseguir altas presiones en el difusor es obligatorio que la velocidad del fluido que lo atraviesa sea elevada, por lo que cuanto menor sea la velocidad de vuelo, menor será su rendimiento. Además, un estatorreactor no puede funcionar desde el reposo, ya que el empuje producido sería nulo.

El funcionamiento es bastante sencillo. El aire, a una gran velocidad, se introduce a través del difusor convergente-divergente, donde se reduce su velocidad y se comprime gracias a una serie de ondas de choque que se producen al entrar en contacto el aire con el difusor. Después pasa a la cámara de combustión, donde se produce la mezcla aire-combustible. A diferencia de los *scramjets* la velocidad en la entrada de la cámara de combustión debe ser subsónica para que pueda funcionar (cuanto menor sea la velocidad, mejor. La mezcla aire-combustible se quema en la cámara, formando gases calientes que son expulsados al exterior a través de una tobera convergente-divergente, que acelera el fluido para producir la mayor fuerza de empuje posible.

Como es necesario que haya turbulencia para que pueda producirse la combustión, se coloca un estabilizador de llama en la parte anterior de la cámara de combustión.

En la figura 7.13 se puede observar un esquema de las partes de un estatorreactor:

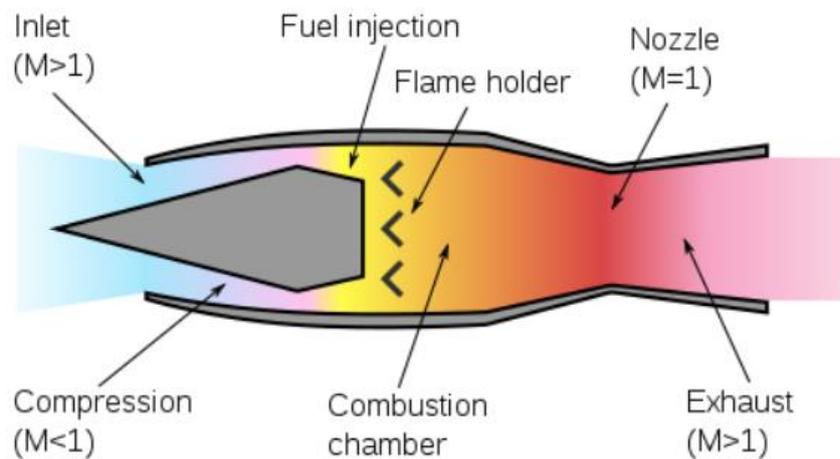


Figura 7.13 Esquema de un estatorreactor [54]

Este tipo de motores son eficientes en un rango que va desde Mach 2.5 (limitados por la baja capacidad de comprimir el fluido a bajas velocidades) hasta Mach 5 (limitado por la temperatura máxima que puede resistir la cámara de combustión y porque a partir de esa velocidad se producen grandes pérdidas de presión al tener que decelerar el fluido hasta la velocidad subsónica que necesita la cámara de combustión, por lo que se vuelve a tener el problema de antes, no habría suficiente presión).

Una gran ventaja sobre los motores cohete es el impulso específico que son capaces de producir (sobre unas 5 veces mayor). Sin embargo, la fuerza de empuje es mucho menor.

Al depender del gasto de aire que puedan conseguir para su funcionamiento, no se suelen utilizar en alturas muy elevadas. Sin embargo, son muy eficientes en largas distancias (debido al poco peso de combustible que necesitan y a su gran velocidad). Esto, combinado con su simplicidad de funcionamiento, hacen que este tipo de propulsión tenga una gran viabilidad en el campo de la fabricación de misiles.

7.6.1 Estructura del sistema propulsivo

La parte crítica, que conduce el dimensionado de la estructura del sistema propulsivo suele ser el inicio del vuelo, debido a que la presión en la cámara de combustión es mucho mayor durante la combustión del propulsante sólido. Sin embargo, la parte en la que entra en funcionamiento el estatorreactor también se tiene en cuenta.

En el misil anterior no se consideraba la temperatura alcanzada, pues, al quemar el propulsante, aunque la temperatura de los gases es muy elevada, estos no alcanzan las paredes de la cámara de combustión, debido a que esta se realiza desde el interior del grano hacia afuera, por lo que el propulsante actúa como un “aislante”. Cuando el propulsante se acaba y los gases de la combustión alcanzan las paredes, la combustión no durará mucho, por lo que no hay ningún problema.

En este misil, estas condiciones se mantienen en el inicio, pero una vez terminado el propulsante, sigue habiendo combustión gracias al combustible líquido que se introduce en la cámara de combustión, por lo que hay que proteger las paredes de la cámara de combustión. Además, para obtener un alto rendimiento del estatorreactor, interesa que la temperatura en la cámara sea lo mayor posible.

Los misiles no disponen de sistemas de refrigeración por lo que, para mantener una gran temperatura en la cámara de combustión, se ayudarán de un recubrimiento aislante para proteger la estructura. Después se detallarán sus características.

El material elegido para la fabricación de la cámara de combustión y la tobera es una aleación de níquel-cromo que soporta altas temperaturas conocida como “*INCONEL 718*”.

Sus propiedades se recogen en la tabla 7.5:

Tabla 7.5 Propiedades del INCONEL 718 [55]

Temperatura de trabajo (°F)	Hasta 1300
Densidad (lb/in³)	0.296
Módulo elástico (ksi)	Entre 23700 y 31300
Tensión de rotura (ksi)	180
Límite elástico (ksi)	150

Como en el otro misil, el domo que cierra la cámara será un elipsoide con una relación entre ejes $a/b = 2$ para dejar más espacio al propulsante y poder construirlo con el mismo grosor que la cámara de combustión, reduciendo su coste de fabricación.

A continuación se calcularán las dimensiones del motor de este misil.

Este motor ocupa desde el final del subsistema de combustible hasta el final del misil.

$$\begin{aligned} L_{Motor} &= L_{Total} - L_{Rado} - L_{G/C} - L_{WH} - L_{Fuel} = 200.79 - 41.77 - 19.68 - 11.07 \\ &= 79.045 \text{ in} = 2 \text{ m}. \end{aligned}$$

El diámetro disponible para el motor será:

$$d_{Motor} = d - 2 \cdot t_{Airframe} = 19.685 - 2 \cdot 0.22 = 19.245 \text{ in} = 0.489 \text{ m}.$$

La longitud del domo "b" sabiendo que $a = r = 2b$, es:

$$L_{Domo} = b = r_{Motor}/2 = d_{Motor}/4 = 4.81 \text{ in} = 0.1222 \text{ m}.$$

El centro de gravedad del domo se encuentra a una distancia z de la base de este:

$$z_{Domo} = \frac{4b}{3\pi} = 2.0414 \text{ in}.$$

Las dimensiones de la tobera que lleva el motor son las siguientes:

- Diámetro de salida $d_s = 18 \text{ in}$. Área de salida $A_s = 254.469 \text{ in}^2$.
- Diámetro de garganta $d_t = 4 \text{ in}$. Área de garganta $A_t = 12.566 \text{ in}^2$.
- Relación de expansión $\epsilon = 20.25$.

Para estimar la longitud de la tobera, se modeló como un conducto cónico convergente desde el final de la cámara de combustión hasta la garganta, con un semiángulo de convergencia $\theta_c = 65 \text{ deg}$ y un conducto cónico divergente, con un semiángulo de divergencia $\theta_d = 15 \text{ deg}$.

Por tanto, la longitud de la tobera será:

$$L_{Tobera} = L_{Convergente} + L_{Divergente} = \frac{\frac{d_{Motor} - d_t}{2}}{\tan \theta_c} + \frac{\frac{d_s - d_t}{2}}{\tan \theta_d} = 3.50 + 26.12$$

$$= 29.63 \text{ in} = 0.753 \text{ m.}$$

La superficie y el centro de gravedad de la tobera se calcularán del mismo modo que las del misil anterior. Ver apartado 6.5.4.

Después de realizar los cálculos $S_{Tobera} = 1261.84 \text{ in}^2$. $z_{Tobera_2} = 182.31 \text{ in}$.

En la tobera se colocará un recubrimiento exterior de fibra de vidrio que servirá como aislante térmico de protección para los actuadores de cola. La fibra de vidrio tiene una densidad $\rho_{FibraVidrio} = 0.094 \frac{\text{lb}}{\text{in}^3}$. El grosor del aislante será $t_{Aislante} = 0.25 \text{ in}$. Y se considerará, para simplificar los cálculos, que la superficie es la misma que la superficie de la tobera $S_{Aislante} = 1261.84 \text{ in}^2$.

La parte cilíndrica de la cámara de combustión tendrá una longitud de:

$$L_{Cámara} = L_{Motor} - L_{Domo} - L_{Tobera} = 79.045 - 4.81 - 29.63 = 44.6 \text{ in} = 1.13 \text{ m.}$$

Lo siguiente que habrá que calcular es el grosor de la estructura del motor. Cuando se estudien las actuaciones del motor se verá que la presión máxima (durante la combustión del propulsante del motor cohete) es:

$$p_c = 960 \text{ psi.}$$

Haciendo uso de las ecuaciones (6.41) y (6.42), la presión de diseño será:

$$p_{MEOP} = p_c \cdot e^{\pi K \cdot \Delta T} = 960 \cdot e^{0.0014 \cdot 90} = 1088.91 \text{ psi.}$$

$$p_{Burst} = p_c \cdot (p_{MEOP}/p_c)^n = 960 \cdot (1088.91/960)^3 = 1400.99 \text{ psi.}$$

Utilizando esta presión y la ecuación (6.39), el grosor que la estructura deberá tener al menos:

$$t_{Motor} = FOS \cdot p_{Burst} \cdot r / \sigma_{Rotura} = 1.5 \cdot 1400 \cdot 9.62 / 180000 \approx 0.11 \text{ in} = 2.85 \text{ mm.}$$

Por lo tanto, se podrá calcular el peso del motor como:

$$W_{Motor} = W_{Domo} + W_{Tobera} + W_{Aislante} + W_{Cámara}$$

$$= \rho_{Inconel} \cdot t_{Motor} \cdot (S_{Domo} + S_{Tobera}) + \rho_{FibraVidrio} \cdot t_{Aislante} \cdot S_{Aislante}$$

$$+ \rho_{Inconel} \cdot 0.25\pi \cdot (d_{Motor}^2 - (d_{Motor} - 2t_{Motor})^2) \cdot L_{Cámara}$$

Sustituyendo los valores en la fórmula, el peso del motor es:

$$W_{Motor1} = 0.296 \cdot 0.11 \cdot (401.48 + 1261.84) + 0.094 \cdot 0.25 \cdot 1261.84 + 0.296 \cdot 0.25\pi \cdot (19.245^2 - (19.245 - 2 \cdot 0.11)^2) \cdot 44.6 = 171.11 \text{ lbs} = 77.52 \text{ kg}.$$

Podría considerarse como parte del motor la estructura adicional que conduce el aire desde el difusor hasta la cámara de combustión.

Se ha estimado que el peso del conducto es $W_{conducto} = 70.06 \text{ lb}$. Debido a su longitud de aproximadamente 86 in, la longitud del arco de circunferencia que tiene (23.29 in) y utilizando un grosor de conducto idéntico al grosor de la estructura (0.22 in) fabricado de titanio, con una densidad 0.16 lb/in^3 .

$$W_{conducto} = L_{Arco} \cdot t \cdot L_{Conducto} \cdot \rho_{Titanio}$$

Lo siguiente será estudiar el grano de propulsante integrado en el motor. El propulsante utilizado es el mismo que se utilizó para el misil anterior. Sus propiedades pueden observarse en el apartado 6.5.1. Sus dimensiones son las siguientes:

$$L_{Grano} = L_{Cámara} = 44.6 \text{ in}$$

$$d_{Grano} = d_{Motor} - 2t_{Motor} = 19.245 - 2 \cdot 0.11 = 19.025 \text{ in}.$$

El grano tiene la geometría “*Finocyl 2D*”, que es la que utilizaba la segunda etapa del misil anterior. Sin embargo, se varían un poco sus parámetros, para introducir más propulsante:

- Geometría *Finocyl*.
 - Longitud del grano: 44.6 in.
 - Número de estrías: 6
 - Ancho de la estría: 1.42 in.
 - Longitud de la estría: 2 in.
 - Diámetro del núcleo hueco: 3 in.

Esta geometría ofrece un perfil de empuje relativamente constante, además de una eficiencia volumétrica del 91.10%.

Por lo tanto, se calculará el peso de propulsante que se es capaz de instalar:

$$W_{Prop} = \rho_{Prop} \cdot V_{grano} = \rho_{Prop} \cdot 0.911 \cdot L_{Grano_1} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_{Grano_1}}{2}\right)^2$$

$$= 0.069 \cdot 0.911 \cdot 44.6 \cdot \pi \cdot \left(\frac{19.025}{2}\right)^2 = 795.31 \text{ lb} = 360.275 \text{ kg}.$$

Ya se adelantó antes que sería necesaria la colocación de un recubrimiento aislante en la pared interior de la cámara de combustión. Hay muchos tipos de materiales que sirven con este fin.

Los más utilizados suelen ser compuestos fenólicos de densidad media, gracias a su gran relación coste-rendimiento-peso. El material utilizado para este misil es una resina fenólica reforzada con silicio.

Estos compuestos tienen una gran resistencia a la erosión y permiten temperaturas por encima de 5000 R ya que aíslan muy bien. Aunque este valor puede superarse sin problema, para mantener un margen de seguridad, la temperatura máxima admisible de la cámara de combustión del misil será 5000 R (~2500°C).

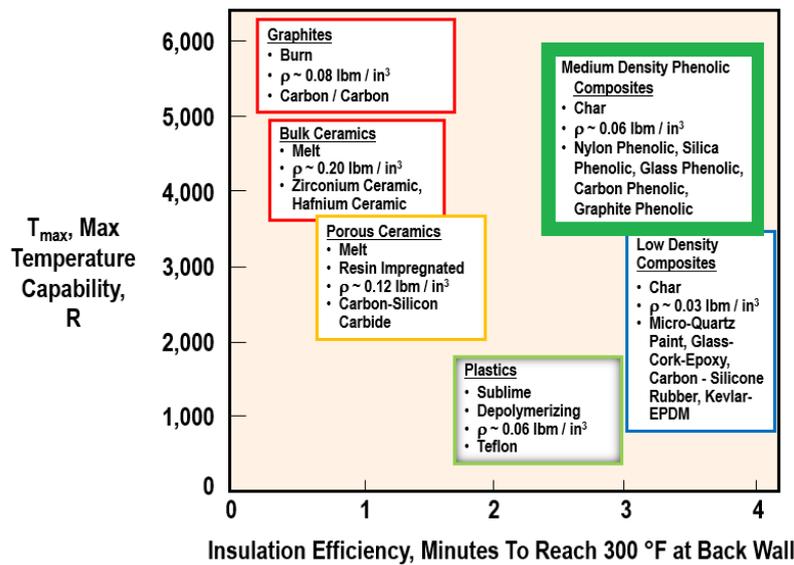


Figura 7.14 Tipos de materiales ablativos en función de los requerimientos [3]

Las resinas fenólicas carbonizan a altas temperaturas, pero suelen mantener su grosor y forma aerodinámica. Este material absorbe todo el flujo de calor y se descompone. El paso de los gases calientes a través del material carbonizado reduce la transferencia de calor por convección. El proceso de carbonización es continuo, cuando la superficie carbonizada se erosiona, la superficie

inmediatamente debajo de ella comienza a carbonizar. La estructura del material ablativo se puede observar en la figura 7.15.

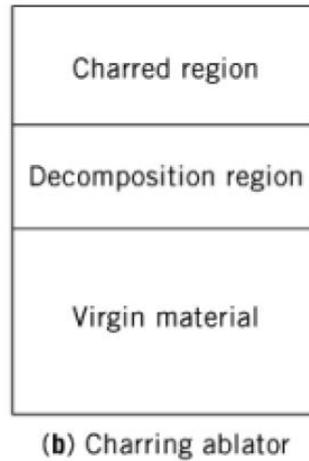


Figura 7.15 Estructura de los materiales ablativos que carbonizan [56]

7.6.2 Combustión del estatorreactor

La parte del estatorreactor que va desde el difusor hasta la cámara de combustión ya ha sido detallada. Sin embargo, falta calcular los parámetros que suceden dentro de la cámara de combustión, ya que son una parte importante dentro del estudio del sistema propulsivo.

Como se vio anteriormente, un área de garganta del difusor grande era óptima para que el misil pudiera funcionar a un Mach de vuelo menor. Aquí se verá que un área de garganta del difusor pequeña es óptima para que el rendimiento de la combustión sea elevado.

En la garganta del difusor es donde, en la condición de diseño se hallará la onda de choque normal que convierte el fluido supersónico de entrada en fluido subsónico a partir de ella. Por lo tanto se considerará que el Mach en la garganta del difusor es

$$M_{IT} = 1$$

Gracias a Anderson [57], y fijando el coeficiente de dilatación adiabática del aire (frío, ya que no ha llegado a la combustión) como $\gamma = 1.4$, se puede calcular el Mach del fluido en la entrada de la cámara de combustión, con la ecuación:

$$\frac{A_{IT}}{A_3} = \frac{1.728 \cdot M_3}{(1 + 0.2 \cdot M_3^2)^3} \quad (7.14)$$

La combustión acelera el fluido a lo largo de la cámara de combustión. Esto puede conducir al bloque térmico de la cámara de combustión si el Mach en la salida es $Mach = 1$. Esta condición limita el flujo másico a través de la cámara de combustión y el empuje que puede conseguirse. Si se llega a esta condición, un aumento del dosado no producirá más empuje.

Para hallar la velocidad a la entrada de la cámara de combustión que provoca el bloqueo térmico, se utiliza la siguiente ecuación, obtenida del Anderson [57]:

$$\frac{T_{4t}}{T_{3t}} = \left(\frac{1 + \gamma M_3^2}{1 + \gamma M_4^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{M_4}{M_3} \right)^2 \cdot \left(\frac{1 + \left[\frac{\gamma - 1}{2} \right] M_4^2}{1 + \left[\frac{\gamma - 1}{2} \right] M_3^2} \right) \quad (7.15)$$

si se desprecian los términos γM_3^2 ya que son cercanos a 0, $\gamma_{caliente} = 1.35$ y se asume una entrada de aire isentrópica (aunque no lo sea) con un flujo subsónico bajo, $T_3 \approx T_{0t}$, el Mach en la entrada de combustión que produce el bloqueo térmico " $M_4 = 1$ " es:

$$(M_3)_{TC} \approx 0.461 \cdot \left(\frac{1 + 0.2 \cdot M_0^2}{T_{4t}/T_0} \right) \quad (7.16)$$

por ejemplo, en la condición de diseño de vuelo a Mach 4 a 20000 m de altura, $T_{4t} = 5000 R$, $T_0 = 390 R$. El Mach en la entrada que produce el bloqueo térmico es:

$$(M_3)_{TC} \approx 0.461 \cdot \left(\frac{1 + 0.2 \cdot 4^2}{5000/390} \right) = 0.151.$$

Muy superior al M_3 que existe en la entrada de la cámara del misil, por lo que no se producirá el bloqueo.

De la ecuación (7.15) se puede obtener el Mach de combustión (flujo de Rayleigh):

$$M_4 \approx \{[-b - (b^2 - 4ac)^{1/2}]/(2a)\}^{0.5}$$

utilizando un valor medio de $\gamma = 1.35$, estos coeficientes son:

- $a = 1.822(T_{4t}/T_{3t})M_3^2 - 1.175$.
- $b = 2.70(T_{4t}/T_{3t})M_3^2$.
- $c = (T_{4t}/T_{3t})M_3^2$.

La relación de presiones de la cámara de combustión, también calculada a partir de la ecuación del Anderson [57] es:

$$\frac{p_{4t}}{p_{3t}} = \left(\frac{1 + \gamma M_3^2}{1 + \gamma M_4^2} \right) \cdot \left(\frac{1 + \left[\frac{\gamma - 1}{2} \right] M_4^2}{1 + \left[\frac{\gamma - 1}{2} \right] M_3^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (7.17)$$

Luego se calculará la pérdida de presiones que se produce en la cámara de combustión y se podrá observar que asumir que se produce a presión constante es cuanto menos, optimista. Es deseable que M_3 sea muy pequeño, para que M_4 también lo sea, y así reducir la pérdida de presiones en la cámara de combustión.

7.6.3 Ciclo termodinámico del estatorreactor

El ciclo termodinámico propio de los estatorreactores, igual que otros aeroreactores es el ciclo Brayton. En la siguiente figura se puede apreciar el diagrama temperatura-entropía (T-s) (tanto real como ideal) que caracteriza este tipo de motores.

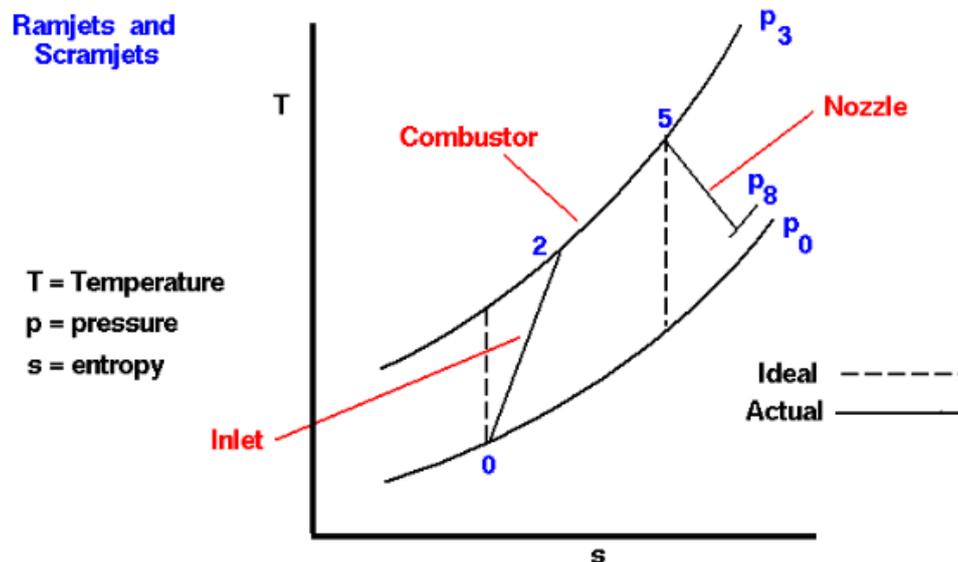


Figura 7.16 Ciclo Brayton del estatorreactor [58]

El difusor decelera el aire y lo comprime. Esta compresión realmente no es isentrópica debido a las ondas de choque que se producen en el difusor.

Después, el fluido pasa a la cámara de combustión, donde se aumenta su temperatura. Idealmente esta combustión se produce a presión constante, pero la realidad es que se produce una pequeña pérdida de presión.

Por último, los gases calientes pasan por la tobera convergente-divergente, donde son acelerados y expulsados al exterior. Normalmente, no a la misma presión que la atmosférica.

Se utilizarán los siguientes números para describir las estaciones por las que pasa el fluido:

- Corriente de fluido (0).
- Entrada de aire (1).
- Difusor (2).
- Entrada a la cámara de combustión (3).

- Salida de la cámara de cámara de combustión (4).
- Salida de la tobera (s).

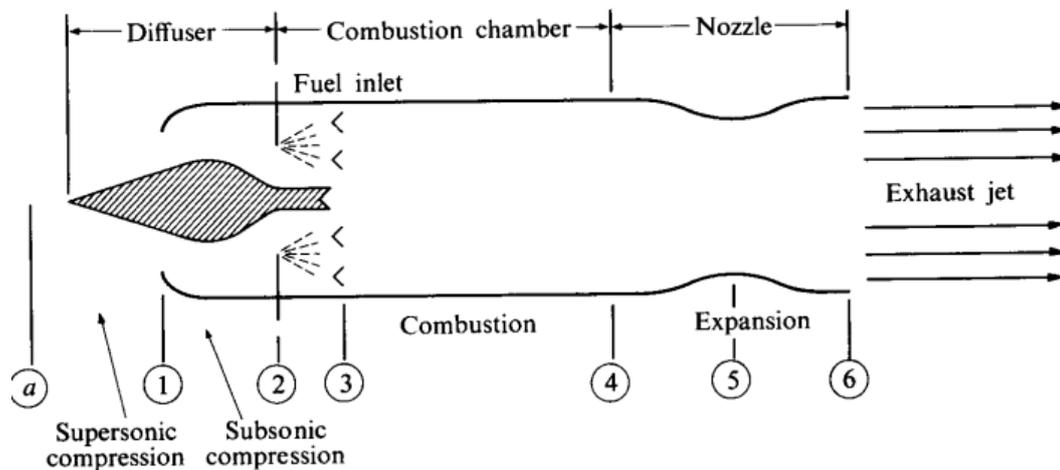


Figura 7.17 Estaciones del estatorreactor [59]

A lo largo del trabajo se han utilizado fórmulas que asumen condiciones ideales. Estas son útiles y sirven para predecir, con mayor o menor precisión, parámetros necesarios para el diseño conceptual del misil.

A lo largo de este apartado se intentará resolver, a modo de ejercicio, el ciclo termodinámico del estatorreactor, lo más cerca posible del ciclo real, durante su condición de diseño.

Las condiciones desde las que se parte son:

- $M_0 = 4$ (Condición de diseño)
- $h_0 = 20000 \text{ m}$, " $T_0 = 216.65 \text{ K}$ ", " $P_0 = 5475 \text{ Pa}$ " (De la atmósfera ISA).
- $T_{4t} = 5000 \text{ R} = 2778 \text{ K}$ (Temperatura máxima de cámara de combustión).
- $P_{1t}/P_{0t} = 0.7491$ (Del estudio de la entrada de aire).
- $G = 20.55 \text{ kg/s}$.
- $R = 287 \text{ J/(kgK)}$.
- $A_{1T} = 27.955 \text{ in}^2$.
- $A_3 = 284.275 \text{ in}^2$.
- $\gamma_0 = 1.4$. Aire frío.
- $\gamma_c = 1.35$. Media del aire en la cámara de combustión.
- $\gamma_s = 1.3$. Aire después de salir de la cámara de combustión.

Las condiciones totales de la corriente del fluido son:

$$p_{0t} = p_0 \cdot \left[1 + \left(\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right) M_0^2 \right]^{\frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1}} = 831298 \text{ Pa.}$$

$$T_{0t} = T_0 \cdot \left[1 + \left(\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right) M_0^2 \right] = 910 \text{ K.}$$

Calcularemos el Mach del punto 3 teniendo en cuenta que el Mach en la garganta del difusor será 1, y por lo tanto es el área crítica. Suponiendo flujo isentrópico y teniendo en cuenta que el flujo es subsónico a partir de la garganta del difusor:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{A_3}{A_{IT}} = \frac{1}{M_3} \left[\frac{2}{\gamma_0 + 1} \left[1 + \left(\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right) M_3^2 \right] \right]^{\frac{\gamma_0 + 1}{2(\gamma_0 - 1)}}$$

$$M_3 = 0.057.$$

Como la difusión es adiabática, $T_{3t} = T_{0t} = 910 \text{ K}$. Utilizando la ecuación (7.15),

$$\frac{T_{4t}}{T_{3t}} = \left(\frac{1 + \gamma_c M_3^2}{1 + \gamma_c M_4^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{M_4}{M_3} \right)^2 \cdot \left(\frac{1 + \left[\frac{\gamma_c - 1}{2} \right] M_4^2}{1 + \left[\frac{\gamma_c - 1}{2} \right] M_3^2} \right).$$

Asumiendo

- $a = 1.822(T_{4t}/T_{3t})M_3^2 - 1.175 = -1.15693$
- $b = 2.70(T_{4t}/T_{3t})M_3^2 = 0.26779$
- $c = (T_{4t}/T_{3t})M_3^2 = 0.009918$

$$M_4 \approx \{[-b - (b^2 - 4ac)^{1/2}]/(2a)\}^{0.5} = 0.324.$$

Se calcula por tanto la pérdida de presión total en la cámara de combustión, con la ecuación (7.17)

$$\frac{p_{4t}}{p_{3t}} = \left(\frac{1 + \gamma_c M_3^2}{1 + \gamma_c M_4^2} \right) \cdot \left(\frac{1 + \left[\frac{\gamma_c - 1}{2} \right] M_4^2}{1 + \left[\frac{\gamma_c - 1}{2} \right] M_3^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = 0.9416.$$

Despreciando las pérdidas por fricción dentro del difusor $P_{1t} = P_{2t} = P_{3t}$, se puede hallar la presión en el fin de la cámara de combustión.

$$p_{4t} = p_{0t} \cdot \frac{p_{1t}}{p_{0t}} \cdot \frac{p_{4t}}{p_{3t}} = 831298 \cdot 0.7491 \cdot 0.9416 = 586358 \text{ Pa.}$$

En rendimiento del difusor en este caso, será:

$$\eta_D = \frac{\left(\frac{p_{2t}}{p_{0t}}\right)^{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0}} - 1}{\frac{T_{2t}}{T_0} - 1} = 0.8959.$$

Una vez terminada la cámara de combustión, el aire pasa a la tobera. Se recuerda que la relación de áreas de la tobera es:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{A_{salida}}{A_{garganta}} = \epsilon = 20.25.$$

Suponiendo que la tobera se encuentra choqueada (más adelante se comprobará), calculamos el Mach de salida:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{A_s}{A_g} = \frac{1}{M_s} \left[\frac{2}{\gamma_s + 1} \left[1 + \left(\frac{\gamma_s - 1}{2} \right) M_s^2 \right] \right]^{\frac{\gamma_s + 1}{2(\gamma_s - 1)}}.$$

Si observamos la ecuación, hay dos posibles soluciones que la satisfacen, un Mach subsónico y un Mach supersónico. Esto concuerda con la figura 6.19, que muestra cómo es el flujo al atravesar una tobera convergente-divergente. Las soluciones son:

$$M_{sub} = 0.0289 \rightarrow \frac{p_t}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma_s - 1}{2} \cdot M_{sup}^2 \right)^{\frac{\gamma_s}{\gamma_s - 1}} = 1.0005.$$

$$M_{sup} = 4.2185 \rightarrow \frac{p_t}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma_s - 1}{2} \cdot M_{sup}^2 \right)^{\frac{\gamma_s}{\gamma_s - 1}} = 279.614.$$

El punto de funcionamiento de la tobera es:

$$\frac{p_{4t}}{p_0} = \frac{586358}{5475} = 107.097 > \left(1 + \frac{\gamma_s - 1}{2} \cdot 1\right)^{\frac{\gamma_s}{\gamma_s - 1}}$$

Por lo tanto, la tobera se encuentra choqueada. El Mach en la garganta será 1 y el Mach en la salida será supersónico.

$$M_{salida} = 4.2185.$$

Se puede calcular la temperatura a la salida:

$$\frac{T_{4t}}{T_s} = \left(1 + \frac{\gamma_s - 1}{2} \cdot 4.2185^2\right) = 3.67, \quad T_s = 757.08 \text{ K}$$

Si se establece un rendimiento de tobera del 99%:

$$\eta_N = \frac{1 - \frac{T_s}{T_{4t}}}{1 - \left(\frac{p_s}{p_{4t}}\right)^{\frac{\gamma_s - 1}{\gamma_s}}} = 0.99$$

Resolviendo la ecuación, la presión a la salida será: $\frac{p_s}{p_{4t}} = 0.00318$

$$p_s = 1862.79 \text{ Pa.}$$

Aquí ya se puede ver que la tobera está sobreexpandida, ya que $p_s < p_0$.

Se calculan ahora las velocidades de entrada y salida:

$$V_0 = M_0 \sqrt{\gamma_0 R T_0} = 4 \cdot \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 216.65} = 1180.17 \text{ m/s}$$

$$V_s = M_s \sqrt{\gamma_s R T_s} = 4.2185 \cdot \sqrt{1.3 \cdot 287 \cdot 757.08} = 2242.03 \text{ m/s}$$

Se puede calcular el empuje que podría producir el estatorreactor en estas condiciones, suponiendo que el gasto de aire es muy superior al consumo de combustible ($G \gg C$):

$$\begin{aligned}
 T &= G(V_S - V_0) + \frac{G \cdot R \cdot T_s}{p_s \cdot V_S} \cdot (p_s - p_0) \\
 &= 20.55 \cdot (2242.03 - 1180.17) + \frac{20.55 \cdot 287 \cdot 757.08}{1862.79 \cdot 2242.03} \\
 &\quad \cdot (1862.79 - 5475) = 17959.3 \text{ N}.
 \end{aligned}$$

La predicción de la fuerza de empuje que podría generar el misil en estas condiciones, utilizando la ecuación (7.21), que considera muchos parámetros como ideales, y los datos obtenidos de la integración numérica de la trayectoria es:

$$\begin{aligned}
 p_0 &= 0.794 \text{ psi}, \quad A_0 = A_c = 310.784 \text{ in}^2 \\
 \frac{T}{p_0 A_0} &= \gamma_0 M_0^2 \left\{ \left(\frac{\frac{T_4}{T_0}}{1 + \left[\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right] M_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right\} = 1.4 \cdot 4^2 \cdot \left\{ \left(\frac{\frac{5000}{390}}{1 + \left[\frac{1.4 - 1}{2} \right] 4^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right\} \\
 &= 16.736 \\
 T &= 16.736 \cdot p_0 A_0 = 4129.81 \text{ lbf} = 1870 \text{ kgf} = 18334 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Como puede observarse, el empuje obtenido aplicando rendimientos sobre el ciclo Brayton (17959 N) no es muy diferente de la predicción ideal de 18334 N. Aunque en realidad será un poco menor, ya que hemos despreciado pérdidas como la fricción en el difusor.

Se procederá a realizar el cálculo de rendimientos. De la integración numérica de la trayectoria se obtiene que el dosado, con el motor a máxima potencia, es casi estequiométrico. Durante el crucero se necesitaría un dosado:

$$f/a = F = 0.0578.$$

Utilizando el valor del gasto de aire durante el crucero, el consumo del combustible sería:

$$C = F \cdot G = 0.0578 \cdot 20.55 = 1.1877 \text{ kg/s}.$$

Se recuerda que el poder calorífico del combustible es:

$$H_f = 17970 \text{ BTU/lbm} = 18.96 \text{ MJ/lbm} = 41.798 \text{ MJ/kg}.$$

El rendimiento motor del misil es la relación entre la potencia disponible para la propulsión y la potencia disponible del motor:

$$\eta_m = \frac{T \cdot V_0 + \frac{G + C}{2} (V_s - V_0)^2}{\frac{CV_0^2}{2} + CH_f} = \frac{V_s^2 - V_0^2}{2FH_f} = \frac{2242.03^2 - 1180.17^2}{2 \cdot 0.0578 \cdot 41.798 \cdot 10^6} = 0.7521.$$

El rendimiento propulsivo del misil es la relación entre la potencia útil y la potencia disponible para la propulsión:

$$\eta_p = \frac{T \cdot V_0}{T \cdot V_0 + \frac{G + C}{2} (V_s - V_0)^2} = \frac{2}{1 + \frac{V_s}{V_0}} = \frac{2}{1 + \frac{2242.03}{1180.17}} = 0.6897.$$

El rendimiento motopropulsor es la relación entre la potencia útil y la potencia disponible del motor:

$$\eta_{mp} = \frac{T \cdot V_0}{\frac{CV_0^2}{2} + CH_f} = \eta_m \cdot \eta_p = 0.5187.$$

Otros parámetros que se pueden calcular son el empuje y el consumo específicos:

$$\frac{T}{G} = \frac{17959.3}{20.55} = 873.93 \text{ m/s.}$$

$$C_e = \frac{C}{T} = \frac{F}{T/G} = \frac{0.0578}{873.93} = 6.614 \cdot 10^{-5} \text{ kg/(N} \cdot \text{s)}.$$

Por último, aunque no forma parte de los cálculos del ciclo termodinámico, es interesante estudiar lo que ocurre en la tobera.

Hemos visto que a tobera en este caso se encuentra sobreexpandida, ya que:

$$1.0005 < \frac{p_{4t}}{p_0} < 279.614.$$

Sobre la figura 6.19, el régimen de funcionamiento de la tobera estaría entre los puntos 3 y 7. Pero no se sabe si ocurre onda de choque normal en el conducto divergente o una oblicua a la salida.

Con el resultado del Mach supersónico, se calculan las condiciones del flujo que existirían en la salida si existiera una onda de choque normal. Se usará el sufijo 1 para las condiciones que existen antes de la onda y el sufijo 2 para las que existen después. Utilizando la ecuación 7.9:

$$M_2 = \left(\frac{(\gamma - 1) \cdot M_1^2 + 2}{2 \cdot \gamma \cdot M_1^2 - (\gamma - 1)} \right)^{1/2} = \left(\frac{(1.3 - 1) \cdot 4.2185^2 + 2}{2 \cdot 1.3 \cdot 4.2185^2 - (1.3 - 1)} \right)^{1/2} = 0.3996.$$

Esto provoca una compresión del fluido:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma \cdot M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} = \frac{2 \cdot 1.3 \cdot 4.2185^2 - (1.3 - 1)}{1.3 + 1} = 19.9865.$$

Por lo tanto, calculamos:

$$\frac{p_t}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{p_t}{p_0} = \frac{1}{19.9865} \cdot 279.614 = 13.99.$$

Con lo que el punto de funcionamiento seguiría entre ambas.

$$13.99 < \frac{p_{4t}}{p_0} < 279.614.$$

Esto quiere decir que no se forma una onda de choque normal en el interior si no que se forman ondas de choque oblicuas en la salida. Se calculará el ángulo de deflexión del fluido a la salida.

La onda de choque oblicua que se forma a la salida será aquella que provoque

$$p_s = p_0.$$

$$\frac{p_0}{p_s} = \frac{5475}{1862.79} = 2.939.$$

Podemos hallar el Mach de salida normal (justo antes de la onda de choque) que provoca esa compresión:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma_s \cdot M_{sn}^2 - (\gamma_s - 1)}{\gamma_s + 1} = 2.939.$$

Resolviendo la ecuación:

$$M_{sn} = 1.6478.$$

Se puede calcular ahora el ángulo de la onda de choque θ :

$$M_{sn} = M_s \cdot \text{sen } \theta.$$

$$\theta = \arcsen \frac{M_{sn}}{M_s} = \arcsen \frac{1.6478}{4.2185} = 22.99 \text{ deg.}$$

Con el Mach de salida y el ángulo de la onda, utilizando la ecuación 7.5 se puede calcular la deflexión del fluido a la salida:

$$\cot \delta = \tan \theta \cdot \left[\frac{(\gamma_s + 1) \cdot M_s^2}{2 \cdot (M_s^2 \text{sen}^2 \theta - 1)} - 1 \right] = 4.6395.$$

$$\delta = \arctan \frac{1}{4.639} = 12.16 \text{ deg.}$$

Muy interesante es resolver este problema al revés, de forma que se pueda calcular la relación de expansión necesaria para adaptar la tobera en esta situación. En esta situación el fluido no se defleca. Para adaptar la tobera tiene que ocurrir:

$$p_s = p_0.$$

Por lo que el punto de funcionamiento de la tobera debería ser:

$$\left(\frac{p_{4t}}{p_0} \right)_{adaptada} = \frac{p_{4t}}{p_s} = \frac{586358}{5475} = 107.097 = \left(1 + \frac{\gamma_s - 1}{2} \cdot M_{s_adaptada}^2 \right)^{\frac{\gamma_s}{\gamma_s - 1}}$$

resolviendo la ecuación, se obtiene que Mach debería haber en la salida (supersónico) para que la tobera estuviera adaptada:

$$M_{s_adaptada} = 3.5967.$$

Con esta velocidad, las condiciones del fluido a la salida de la tobera serían:

$$\left(\frac{T_{4t}}{T_s} \right)_{adaptada} = \left(1 + \frac{\gamma_s - 1}{2} \cdot 3.5967^2 \right) = 2.94, \quad T_{s_adaptada} = 944.76 \text{ K}$$

$$V_{s_adaptada} = M_{s_adaptada} \cdot \sqrt{\gamma_s \cdot R \cdot T_{s_adaptada}} = 3.5967 \cdot \sqrt{1.3 \cdot 287 \cdot 944.76} \\ = 2135.39 \text{ m/s.}$$

Por lo tanto, la relación de expansión necesaria es:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{A_{s_adaptada}}{A_g} = \epsilon_{adaptada} = \frac{1}{M_s} \left[\frac{2}{\gamma_s + 1} \left[1 + \left(\frac{\gamma_s - 1}{2} \right) M_s^2 \right] \right]^{\frac{\gamma_s + 1}{2(\gamma_s - 1)}} = 10.1623$$

Teniendo en cuenta que el área de la garganta de la tobera es:

$$A_g = A^* = 12.566 \text{ in}^2 = 0.0081 \text{ m}^2$$

El área de salida necesaria sería:

$$A_{s_adaptada} = \epsilon_{adaptada} \cdot A_g = 127.7 \text{ in}^2 = 0.0824 \text{ m}^2.$$

Si la tobera estuviera adaptada, el empuje que tendría el misil sería:

$$T_{adaptada} = G(V_{s_adaptada} - V_0) = 20.55 \cdot (2135.39 - 1180.17) = 19629.77 \text{ N}$$

El incremento de la fuerza de empuje en este caso es de:

$$\Delta T = \frac{T_{adaptada} - T_{real}}{T_{real}} \cdot 100 = \frac{19629.77 - 17959.3}{17959.3} = 9.3\%.$$

Un estudio más exhaustivo de las pérdidas que ocurren a lo largo del estatorreactor, y un diseño de tobera que permita adaptarla durante la condición de diseño del misil (aunque hemos calculado empujes máximos, no reales durante el crucero) son aspectos sobre los que se puede trabajar y mejorar el diseño del misil.

7.6.4 Análisis de las actuaciones del motor cohete del misil

La primera parte del vuelo del misil se propulsará mediante el motor cohete, ya que no puede utilizarse el estatorreactor a bajas (o nulas) velocidades. En esta primera etapa se queman 795.31 lb de propulsante en 13.14 s. Las ecuaciones que se utilizarán para realizar los cálculos de los parámetros que definen las actuaciones se encuentran detalladas en el apartado 6.5.3.

Este motor se encuentra precisamente diseñado para que el misil alcance la velocidad de Mach 2.82 necesaria para comenzar a utilizar el estatorreactor.

Se recuerdan las características de la tobera de esta etapa:

- Área de salida $A_{s2} = 254.47 \text{ in}^2$.
- Área de garganta $A_{t2} = 12.57 \text{ in}^2$.
- Relación de expansión $\epsilon = 20.25$.
- Coeficiente de descarga $c_D = 0.96$.

La fracción másica de propulsante en el inicio de la combustión de cada pulso de este motor es:

$$\zeta = \frac{W_{prop}}{W_{inicial}} = \frac{795.31}{2152.45} = 0.3695.$$

El flujo másico medio del motor es:

$$\dot{w}_p = \frac{W_{prop}}{t_{Burn}} = \frac{795.31}{13.14} = 60.53 \text{ lb/s} = 27.42 \text{ kg/s}.$$

Sin embargo, el área de combustión no es constante, por lo que se utilizarán los datos de flujo másico de *openMotor*, igual que en el estudio del anterior misil.

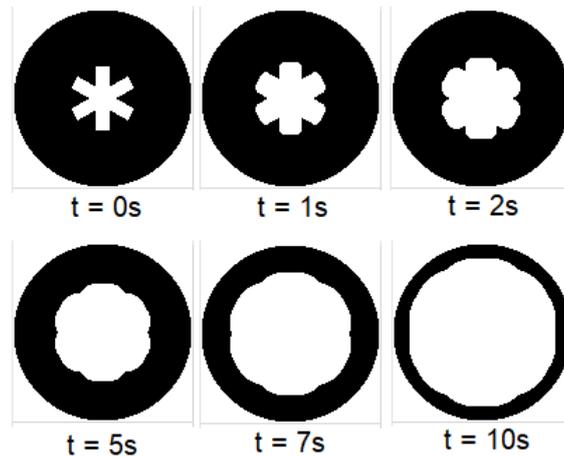


Figura 7.18 Evolución de la geometría del grano del motor cohete del segundo misil

A continuación se muestra el flujo másico y la presión en la cámara de cada instante. En esta gráfica se puede observar la presión máxima de 960 psi, que define las dimensiones de la estructura del motor.

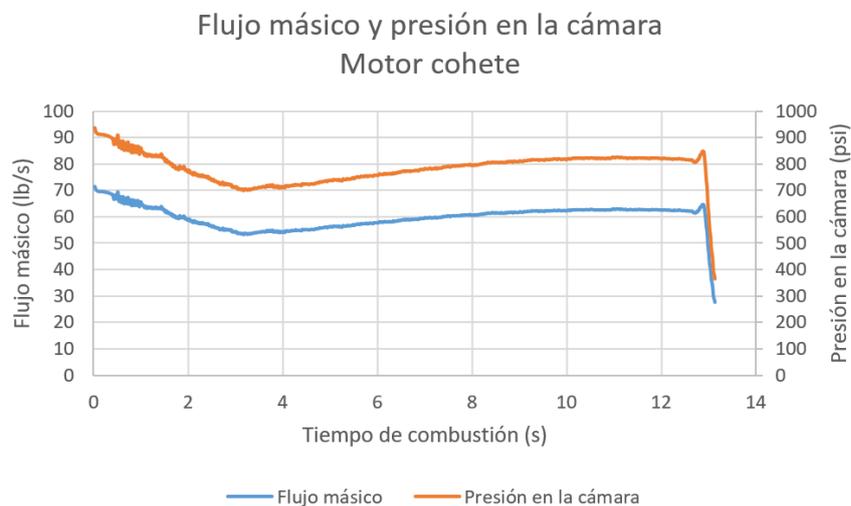


Figura 7.19 Flujo másico y presión en la cámara del motor cohete del segundo misil

En la gráfica 7.20 se puede observar el impulso específico que produce el misil propulsado por motor cohete. Se puede comprobar que es bastante estable, aunque crece un poco debido al aumento de la altura de vuelo. Cuando el propulsante no puede mantener la presión en la cámara, el impulso específico también cae.

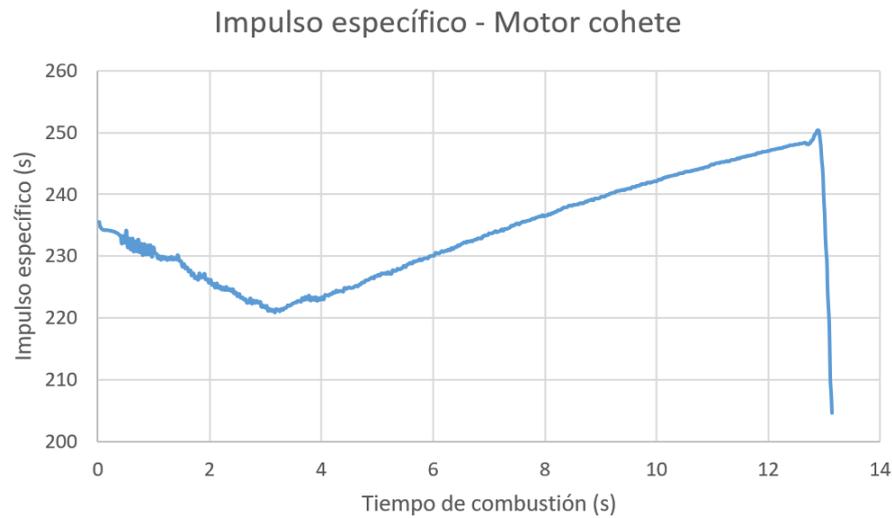


Figura 7.20 Impulso específico del motor cohete del segundo misil

Resolviendo la ecuación (6.46), se obtiene una relación:

$$\frac{p_e}{p_c} = 0.0047139.$$

Una gráfica muy interesante es la que relación la presión a la salida de la tobera con la presión atmosférica que rodea al misil en cada momento. Se puede observar que la tobera de este misil (que es prácticamente igual a la tobera de la segunda etapa del anterior misil) es demasiado grande como para adaptar el fluido a la salida y que las toberas múltiples (más pequeñas) de la primera etapa eran óptimas para propulsar el misil durante el inicio del vuelo.

La tobera está sobreexpandida, por lo que a la salida del misil se generarán ondas de choque oblicuas que aumentarán la presión del fluido. Habrá que tener cuidado de que no se produzcan desprendimientos no uniformes que produzcan fuerzas laterales sobre la tobera.

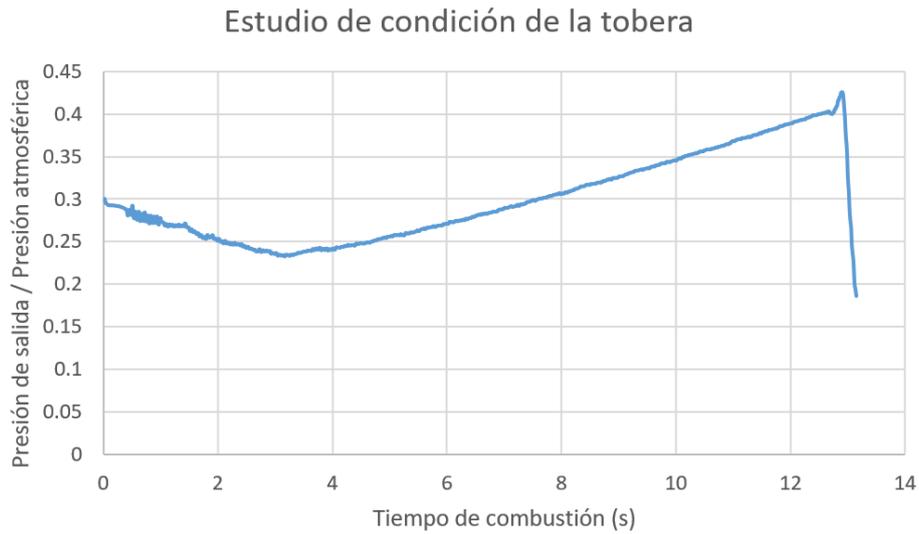


Figura 7.21 $P_{\text{SALIDA}} / P_{\text{ATMOSFÉRICA}}$ en el motor cohete del segundo misil

Por último se presentará el perfil de empuje del motor cohete. Este se diseñó de acuerdo con la condición de que el motor cohete debía acelerar el misil hasta alcanzar el Mach de transición a estatorreactor, del que ya se ha hablado anteriormente.

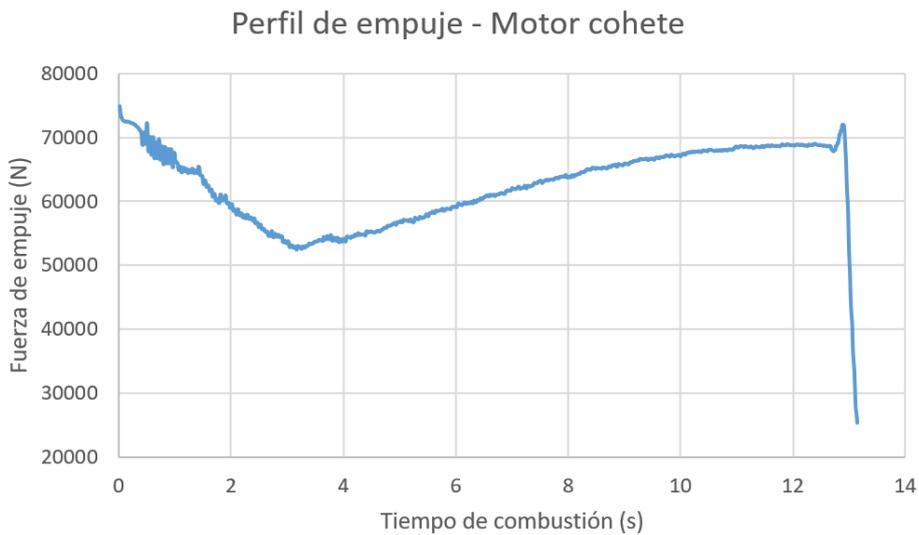


Figura 7.22 Perfil de empuje del motor cohete del segundo misil

7.6.5 Análisis de las actuaciones del estatorreactor

En este capítulo se utilizarán una serie de parámetros que se deben conocer:

- Temperatura estática del fluido no perturbado T_0 .
- Temperatura de salida de la cámara de combustión T_4 .
- Coeficiente de dilatación adiabática del aire γ .
- Poder calorífico del combustible H_f .
- Calor específico del aire a presión constante c_p .
- Relación de mezcla combustible-aire (dosado) f/a .
- Impulso específico I_{SP} .
- Fuerza de empuje T .
- Presión estática del fluido no perturbado p_0 .
- Velocidad del sonido a_0 .

Ya se ha comentado anteriormente que las actuaciones de un estatorreactor suelen estar limitadas por la temperatura que pueda alcanzarse en la cámara de combustión, por lo que es lo primero que se debe calcular. Esta temperatura se incrementa con el Mach de vuelo y el flujo de combustible que se inyecte en la cámara. Se asume que no hay transferencia de calor a través de la entrada de aire y por tanto el flujo es isentrópico.

$$T_4 \approx T_0 \cdot \left[\left(\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right) M_0^2 \right] + \left(\frac{H_f}{c_p} \right) \cdot \left(\frac{f}{a} \right). \quad (7.18)$$

El calor específico del aire a presión constante se puede calcular a través de la temperatura (en Rankine) como:

$$c_p = 0.122 \cdot T^{0.109} \text{ BTU/lbm/R}. \quad (7.19)$$

La ecuación de Ashley [60] define el impulso específico de un estatorreactor ideal (adecuado para un estudio conceptual de las actuaciones del estatorreactor).

$$\frac{I_{SP} g_c c_p T_0}{a_0 H_f} = \frac{M_0 \left\{ \left(\frac{T_4/T_0}{1 + \left[\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right] M_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right\}}{\left\{ 1 + \left[\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right] M_0^2 \right\} \left(\frac{T_4/T_0}{1 + \left[\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right] M_0^2} \right) - 1} \quad (7.20)$$

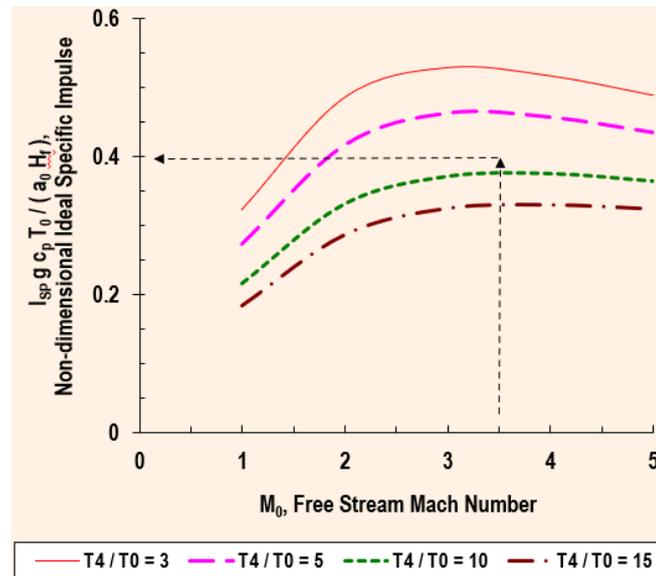


Figura 7.23 Impulso específico adimensional en función del Mach de vuelo. [60]

Utilizando también la ecuación proporcionada por Ashley [60], se puede calcular el empuje de un estatorreactor ideal. Se puede observar que depende del área de captura del fluido, y de la altura y Mach de vuelo.

$$\frac{T}{p_0 A_0} = \gamma_0 M_0^2 \left\{ \left(\frac{T_4/T_0}{1 + \left[\frac{\gamma_0 - 1}{2} \right] M_0^2} \right)^{1/2} - 1 \right\}. \quad (7.21)$$

Esta ecuación se puede ver representada en la gráfica 7.24. Puede observarse que el empuje del estatorreactor es mínimo a bajas temperaturas, siendo nulo cuando la velocidad de vuelo es 0.

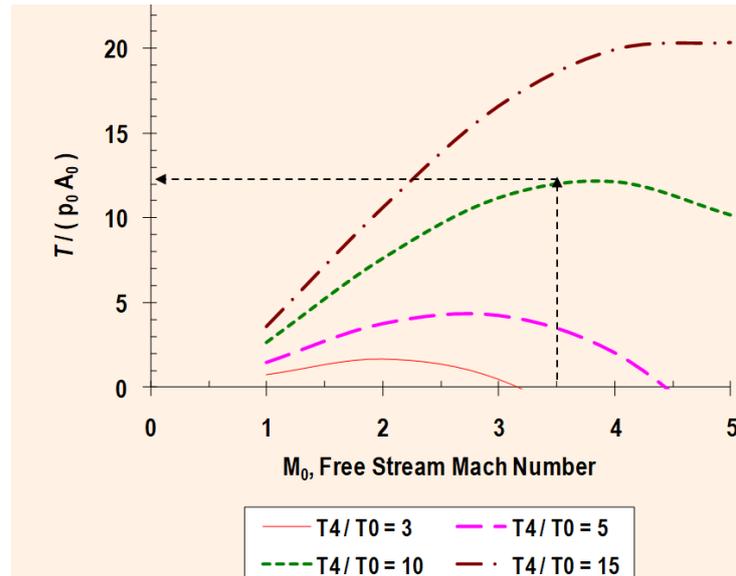


Figura 7.24 Empuje adimensional en función del Mach de vuelo [60]

Utilizando las ecuaciones (7.20) y (7.21) cuando el misil se encuentre propulsado por el estatorreactor, se presentarán en las siguientes gráficas el impulso específico y la fuerza de empuje producida por el misil.

Comentado anteriormente, la temperatura máxima que podrá existir en la cámara de combustión será $T_{4_MAX} = 5000 R$.

El impulso específico del misil a lo largo de su trayectoria puede observarse en la gráfica 7.25.

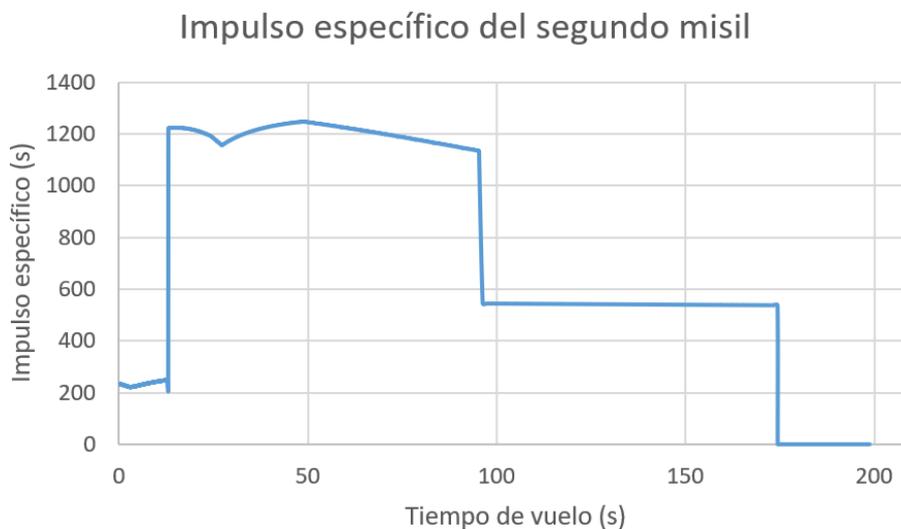


Figura 7.25 Impulso específico del segundo misil.

Lo primero que llama la atención sobre esa gráfica es la gran diferencia que hay en el impulso específico entre ambos sistemas de propulsión. Una vez entra en funcionamiento el estatorreactor, su valor se incrementa enormemente.

También se puede ver cómo se cumple la predicción de la figura (7.23), pues el I_{SP} es mayor en un Mach entre 3-3.5 que a Mach 4. De ahí la variación de los valores en la zona más alta de la gráfica.

Después se encuentra una zona con un I_{SP} mayor que cuando se utilizaba el motor cohete, pero mucho menor a los valores más altos. Esto sucede porque el misil entra en fase de crucero, por lo que el estatorreactor no está a pleno rendimiento y utiliza menos combustible del que podría utilizar.

La fuerza de empuje que genera el misil a lo largo de su trayectoria se representa en la gráfica 7.26.

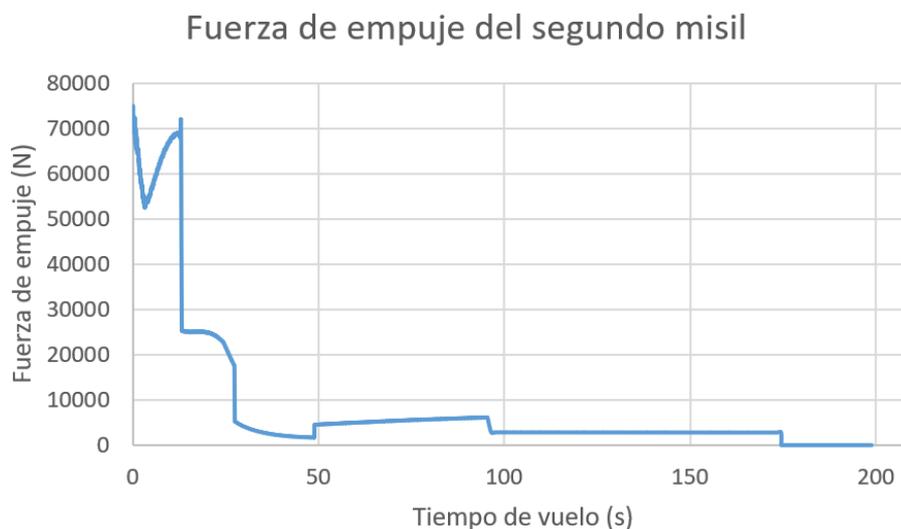


Figura 7.26 Fuerza de empuje del segundo misil

En esta gráfica también se produce una gran diferencia entre el empuje que se produce cuando se propulsa mediante motor cohete y estatorreactor, solo que esta vez al revés, el empuje es mucho mayor con el motor cohete.

Una vez entra en funcionamiento el estatorreactor, sigue proporcionando bastante empuje debido a que no se encuentra a una altura de vuelo muy alta. En este punto,

comienza a descender, ya que aunque aumenta la velocidad (aumenta el área de captura), también lo hace la altura (disminuye el gasto de aire).

Las condiciones adversas del giro provocan que el gasto de aire sea menor, por lo que el empuje en esta etapa será muy bajo.

Después se puede ver la aceleración en el techo de vuelo y el crucero, ambas se encuentran a la misma altitud, pero el crucero no necesita el máximo rendimiento del estatorreactor. Durante la aceleración, al aumentar la velocidad de vuelo, el área de captura de fluido aumenta, por lo que también lo hará el empuje.

Por último, se adjuntará una gráfica del consumo de combustible y el gasto de aire en cada instante.



Figura 7.27 Consumo de combustible y gasto de aire del segundo misil

Se puede comprobar que el dosado se mantiene constante hasta llegar a la fase de crucero, que el consumo es mucho más elevado en alturas de vuelo bajas y que el vuelo de crucero es mucho más eficiente (en cuanto a consumos) que el de aceleración, debido a que no necesita tanta potencia.

Además, es interesante ver el salto que da el gasto de aire cuando empieza el crucero ya que al adoptar un ángulo de ataque de 8° el misil entra en la condición de diseño. La velocidad y la altura de ese punto es la misma que en el anterior pero el cambiar el ángulo de ataque marca la diferencia debido a la geometría del radomo.

7.7 SUPERFICIES DE CONTROL

La única superficie que posee este misil es la cola, constituida por una configuración cruciforme, mediante cuatro semipaneles trapezoidales. Se considera que una cola es la unión de dos semipaneles, por lo que habrá dos colas.

En la figura 7.28 se puede apreciar la forma y la sección de cada semipanel:

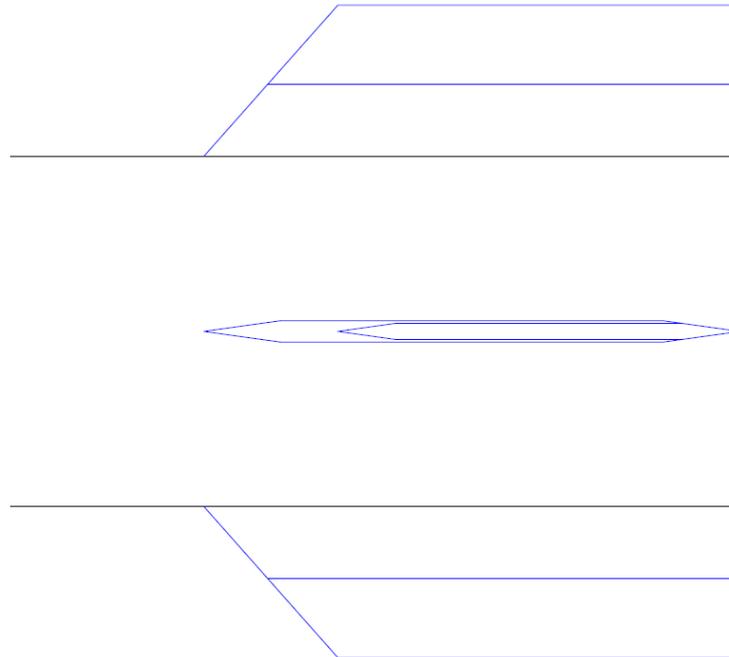


Figura 7.28 Geometría de la cola del misil

A continuación se recogerán en una tabla las dimensiones de la cola del misil.

Tabla 7.6 Dimensiones de la cola del misil

Relación de aspecto	0.65
Estrechamiento	0.75
Superficie de cola (1)	444.6154 in ²
<i>b/2</i>	8.5 in
<i>c_{root}</i>	29.89 in
<i>c_{tip}</i>	22.417 in
<i>Λ_{LE}</i>	41 deg
<i>c_{mac}</i>	26.332 in
<i>y_{cp}</i>	4.047 in

Número de colas	2
δ_{LE}	8 deg
t/c	0.04
Borde de ataque de la cola	170.897 in

Como antes, la cola se diseñó con el objetivo de lograr que el misil fuera estáticamente estable durante toda su trayectoria, siempre cumpliendo la limitación de envergadura que se estableció en los requisitos de la misión.

A continuación se calculará el volumen de la cola, para conocer su peso. Utilizando la ecuación (6.57),

$$V_{Semipanel} = \frac{k_Q \cdot t / c}{\sqrt{1 + \lambda}} \cdot S_{Superficie} \cdot \sqrt{\frac{S_{Superficie}}{A_{Superficie}}} = \frac{0.95 \cdot 0.04}{\sqrt{1 + 0.75}} \cdot 444.6154 \cdot \sqrt{\frac{444.6154}{0.65}}$$

$$= 334.029 \text{ in}^3.$$

Si la cola está fabricada de fibra de carbono, con una densidad $\rho_{Fibra} = 0.065 \text{ lb/in}^3$, su peso total será:

$$W_{Tail} = \rho_{Fibra} \cdot N_{Tail} \cdot 2 \cdot V_{Semipanel} = 0.065 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 334.029 = 86.85 \text{ lbs} = 39.08 \text{ kg}.$$

Por último, se adjuntará una tabla resumen del análisis de estabilidad que se realizó sobre el misil. En ella se indicará el Mach de vuelo de cada momento calculado, la situación del centro de gravedad del misil a lo largo del eje longitudinal del misil, el área de cola que se necesitaría para que el misil sea neutralmente estable y la diferencia entre el área necesaria y la real (si es positiva significa que el misil dispone de una cola más grande de lo necesario por lo que el misil es estáticamente estable).

En este caso, siempre se utilizará la teoría de cuerpos esbeltos (ecuación 4.21) ya que el Mach de transición de una teoría a otra en este caso es:

$$M > \{1 + [8/(\pi A)]^2\}^{0.5}$$

$$M > \{1 + [8/(\pi \cdot 0.65)]^2\}^{0.5} = 4.0433.$$

El misil, al no superar en ningún punto $Mach = 4$, siempre se modelará según la teoría de cuerpos esbeltos.

Tabla 7.7 Análisis de estabilidad

<u>ÁREA DE COLA = 889.23 in²</u>			
<u>Mach de vuelo</u>	<u>X_{CG} (in)</u>	<u>S_{REQUERIDA} (in²)</u>	<u>δSuperficie (in²)</u>
Fase – Rocket Boost			
1	124.027	814.68	+74.55
<u>2</u>	<u>119.443</u>	<u>816.12</u>	<u>+73.11</u>
2.825	113.879	687.13	+202.1
Fase – Fuel Climb			
3	113.861	685.22	+204.01
3.9	113.791	679.04	+210.19
Fase – Turn 1 (α=-7.5°)			
3.9	113.791	669.34	+219.89
Fase – Fuel Techo			
4	113.7065	677.195	+212.03
Fase – Crucero (α=8°)			
4	113.7065	666.19	+223.04
Fase - Coast			
3	113.6618	681.68	+207.55
2	113.6618	700.12	+189.11
1.55	113.6618	750.45	+138.78

La condición crítica se ha subrayado dentro de la tabla.

En el punto de impacto, el misil tiene un Mach de vuelo $M = 1.55$. Utilizando $x_{cdg} = 113.662 \text{ in}$. Y calculando el centro aerodinámico del cuerpo y la cola, mediante las ecuaciones (4.27) y (4.28), sumando la localización de la cola en el misil, se obtiene $x_{AC_Tail} = 179.33 \text{ in}$.

Como el centro aerodinámico del cuerpo depende del ángulo de ataque del misil, se calcula el margen estático (ecuación 4.29) del misil en el punto de impacto en función del ángulo de ataque:

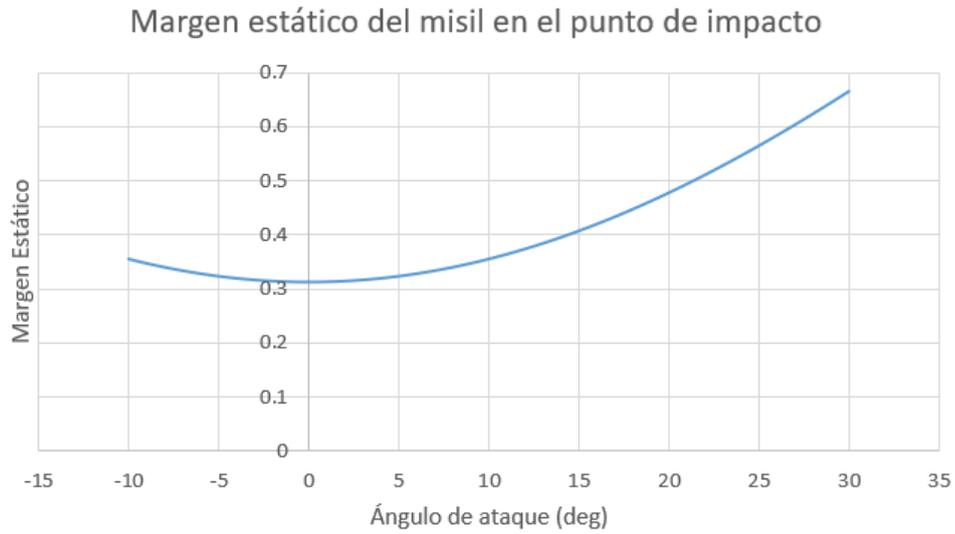


Figura 7.29 Margen estático final del segundo misil

Al haber diseñado la cola lo más ajustada posible al límite de estabilidad estática, el margen estático final no es muy grande, por lo que la maniobrabilidad del misil en el momento más necesario será óptima.

Por último, cabe anotar que el centro de gravedad de las alas y las colas, al estar constituidas por secciones simétricas, se considerará situado en el 50% de la cuerda media aerodinámica de la superficie en cuestión.

7.8 ESTIMACIÓN DEL PESO Y CENTRO DE GRAVEDAD

En este apartado se recogerán todos los pesos de los diferentes subsistemas para poder calcular el centro de gravedad en cada momento y poder realizar un análisis correcto de las actuaciones de vuelo del misil.

En las tablas 7.8, 7.9 y 7.10 se recogerán estos valores en los momentos más importantes de su vuelo:

Tabla 7.8 Resumen de pesos y centro de gravedad. Lanzamiento

<u>ÍTEM</u>	<u>PESO (lb)</u>	<u>X_{CG} Subsistema</u>
Radomo	68.48	37.02
Guiado y control	250	69.51
Cabeza de guerra	200	100.83
Estructura	326.27	125
Entrada de aire	70.06	86.55
Domo c.c	13.07	124.51
Cámara de combustión	87.30	184.66
Propulsante Boost	795.31	148.66
Combustible	116	116.21
Sistema Fuel	24.27	116.21
Tobera	41.08	182.31
Recubrimiento tobera	29.65	182.31
Actuadores de cola	44.09	181.04
Colas	86.85	182.36
$W_{Total} = 2152.446 \text{ lbs} = 968.6 \text{ kg}$		
$x_{cdg} = 126.8 \text{ in} = 3.22 \text{ m}$		
$x_{cdg} = 63.15\%$		
$W_{Prop}/W_{Total} = 911.31/2152.446 = 0.4234$		

Tabla 7.9 Resumen de pesos y centro de gravedad. Final del *rocket boost*

<u>ÍTEM</u>	<u>PESO (lb)</u>	<u>X_{CG} Subistema</u>
Radomo	68.48	37.02
Guiado y control	250	69.51
Cabeza de guerra	200	100.83
Estructura	326.27	125
Entrada de aire	70.06	86.55
Domo c.c	13.07	124.51
Cámara de combustión	87.30	184.66
Combustible	116	116.21
Sistema Fuel	24.27	116.21
Tobera	41.08	182.31
Recubrimiento tobera	29.65	182.31
Actuadores de cola	44.09	181.04
Colas	86.85	182.36
$W_{Total} = 1357.14 \text{ lbs} = 610.71 \text{ kg}$		
$x_{cdg} = 113.88 \text{ in} = 2.89 \text{ m}$		
$x_{cdg} = 56.72\%$		
$W_{Prop}/W_{Total} = 116/1357.14 = 0.0855$		

Tabla 7.10 Resumen de pesos y centro de gravedad. Fin de combustible

<u>ÍTEM</u>	<u>PESO (lb)</u>	<u>X_{CG} Subistema</u>
Radomo	68.48	37.02
Guiado y control	250	69.51
Cabeza de guerra	200	100.83
Estructura	326.27	125
Entrada de aire	70.06	86.55
Domo c.c	13.07	124.51
Cámara de combustión	87.30	184.66
Sistema Fuel	24.27	116.21
Tobera	41.08	182.31

Recubrimiento tobera	29.65	182.31
Actuadores de cola	44.09	181.04
Colas	86.85	182.36
$W_{Total} = 1241.136 \text{ lbs} = 558.51 \text{ kg}$		
$x_{cdg} = 113.662 \text{ in} = 2.887 \text{ m}$		
$x_{cdg} = 56.61\%$		

7.9 TRAYECTORIA DEL MISIL

En este apartado se describirá el vuelo que realiza el misil desde que se lanza hasta que llega al punto de impacto, situado a 200 km de distancia y a 20 km de altura con respecto al punto de lanzamiento, que se encuentra a nivel del mar.

Se establecerá un sistema de coordenadas cartesianas con origen en el punto de lanzamiento. Los valores de las coordenadas (x,y) se darán en metros de distancia al punto de lanzamiento.

La trayectoria de este segundo misil se divide en 7 partes.

- Lanzamiento.
- Vuelo propulsado, acelerado por el grano de propulsante. "Rocket Boost".
- Vuelo propulsado, acelerado por combustible. "Fuel Climb".
- Giro propulsado hasta alcanzar el techo de vuelo. "Turn".
- Vuelo propulsado, acelerado por combustible. "Fuel Techo".
- Vuelo de crucero a velocidad máxima. "Cruise".
- Vuelo no propulsado hasta alcanzar el objetivo. "Coast".

Igual que ocurría con la trayectoria del primer misil, esta también se ha realizado mediante una integración numérica de las ecuaciones del *Capítulo 5* de cada etapa de la trayectoria, a intervalos de tiempo muy pequeños (0.01s – 0.1s) para evitar el uso de valores medios de fuerzas, pesos o condiciones atmosféricas ya que la variación de las condiciones de vuelo entre el inicio y el final de una etapa pueden ser demasiado grandes y el uso de valores medios (entendidos como la media entre el valor inicial y final de etapa) es inaceptable.

El misil parte desde una posición de reposo en el punto (0,0) dentro del tubo de lanzamiento, que tiene una longitud de $s_{Launch} = 5.5 \text{ m}$.

Al ser lanzado, se le aplica una aceleración $n = 30 \text{ g}$.

La velocidad del misil, al final del lanzamiento es: [40]

$$V_{Launch} = (2 \cdot g_c \cdot n \cdot s_{Launch})^{0.5} = (2 \cdot 9.81 \cdot 30 \cdot 5.5)^{0.5} = 56.9 \text{ m/s}.$$

El tiempo que tarda el misil en salir del tubo de lanzamiento es:

$$t_{Lift-off} = (2 \cdot s_{Launch} / (g_c \cdot n))^{0.5} = (2 \cdot 5.5 / (9.81 \cdot 30))^{0.5} = 0.233 \text{ s}.$$

El ángulo de lanzamiento que se utilizará es $\gamma = 35 \text{ deg}$. Muy pequeño a comparación con el ángulo de lanzamiento del misil propulsado por motor cohete. Esto supondrá que el tiempo que pasará el misil en la capa más densa de la atmósfera será mayor. Sin embargo, como el misil no alcanza los picos de velocidad que alcanzaba el anterior misil, la resistencia aerodinámica no será tan grande. Además, este misil no necesitará subir tan alto como el primero, debido a las características propulsivas del estatorreactor.

Este ángulo de lanzamiento se diseñó para permitir que una vez se produjera la transición del motor cohete al estatorreactor, el misil se encontrara en un punto en el que la gran densidad atmosférica le permitiera compensar la falta de velocidad para acelerar más rápidamente. Además, el posterior giro del misil resulta mucho más suave y no se pierde tanta velocidad, ya que acelerar cuesta mucho más mediante el estatorreactor, porque cuanto menos velocidad tenga, menos empuje produce el sistema propulsivo.

La posición del misil al final de lanzamiento, y el punto en el que empieza su trayectoria es:

$$x_{Launch} = (L_{Misil} + s_{Launch}) \cos \gamma = (5.1 + 5.5) \cdot \cos(35 \text{ deg}) = 8.68 \text{ m.}$$

$$y_{Launch} = (L_{Misil} + s_{Launch}) \sin \gamma = (5.1 + 5.5) \cdot \sin(35 \text{ deg}) = 6.08 \text{ m.}$$

Con la velocidad de lanzamiento y la velocidad del sonido (calculada con las ecuaciones del *Capítulo 4*) a la altura de final de lanzamiento, el Mach de lanzamiento es:

$$M_{Launch} = 0.167.$$

La segunda etapa de la trayectoria es el “*rocket boost*” generado por la combustión del propulsante inicial del misil. En esta etapa, el misil funciona como el primer misil, propulsado por motor cohete, y depende de las actuaciones de este. El ángulo γ es de 35° al igual que el de lanzamiento.

- Posición (8.68, 6.08) \rightarrow (5380, 3767)
- Velocidad (56.9 m/s \rightarrow 919.24 m/s)
- Mach (0.167 \rightarrow 2.83)
- Tiempo (0 s \rightarrow 13.14 s)

- Peso (2152.45 lb → 1357.14 lb)

La tercera etapa de la trayectoria es el “*fuel climb*”. Durante esta etapa, el misil sigue aumentando su altura de vuelo a la vez que acelera para seguir consiguiendo velocidad. La trayectoria en este punto se desviará un poco debido a que si se sigue con un ángulo de asiento de 35° alcanzará una velocidad mayor a $Mach = 4$ antes del punto en el que debe realizar el giro (y no es deseable porque la entrada de aire ingeriría la onda de choque y generaría problemas), por lo que el ángulo de asiento será 40° durante esta etapa.

El misil comienza a funcionar como un estatorreactor. Como el funcionamiento del misil es óptimo en altas velocidades, la aceleración debe ser lo más rápida posible y para ello, se necesita que el empuje sea el mayor que el estatorreactor sea capaz de proporcionar. El ángulo de ataque será $\alpha = 0 \text{ deg}$, para reducir al máximo la resistencia aerodinámica, por lo que el vuelo se modelará como un “*boost*”.

La temperatura de la cámara de combustión es el parámetro que limitará el empuje que se puede conseguir. Esta temperatura es $T_{Max} = 5000 \text{ R}$. Utilizando las ecuaciones que modelan las actuaciones de un estatorreactor, si se sabe la velocidad del misil, la temperatura máxima y la temperatura del fluido que rodea al misil se puede calcular el dosado necesario para alcanzar T_{Max} (ecuación 7.18). Tras realizar los cálculos en cada instante, el dosado necesario es cercano al estequiométrico:

$$f / a \approx 0.064.$$

Dependiendo del Mach de vuelo, el misil tendrá una eficiencia de captura diferente. Es necesario calcularla en cada instante para saber el gasto de aire que está pasando a través del difusor de entrada.

Tras realizar los cálculos (figura 7.9), se halló que la eficiencia de captura era del 40.7% en el inicio de la etapa e iba aumentando hasta el 75.33% al final de la etapa. Sabiendo el área de captura del misil en cada momento, se puede calcular el gasto de aire que circula por el misil con la ecuación:

$$G = \rho \cdot V \cdot A_0$$

Tras calcular el gasto de aire en cada instante, se halla que al inicio de la etapa es $G = 59.5 \text{ lb/s}$ y al final $G = 42.74 \text{ lb/s}$. Esto puede parecer ilógico, pero, aunque la velocidad y el área de captura aumenten a lo largo de la etapa, al ascender la atmósfera se reduce la densidad del aire, por lo que entra un menor gasto en el difusor.

Sabiendo el dosado y el gasto de aire en cada momento, se puede calcular cual es el consumo de combustible en cada instante.

- Posición (5380, 3767) \rightarrow (16535, 13127).
- Velocidad (919.24 m/s \rightarrow 1150.68 m/s).
- Mach (2.83 \rightarrow 3.9).
- Tiempo (13.14 s \rightarrow 27.29 s).
- Combustible (116 lb \rightarrow 66.59 lb).

La cuarta etapa de la trayectoria es el giro del misil. El objetivo es que, una vez acabado el giro, el misil se encuentre en el techo de vuelo y con $\gamma = 0$.

Para ayudar a realizar el giro, la cola se deflecta para lograr un ángulo de ataque negativo que favorezca el movimiento. Sin embargo, debido a la configuración del morro del misil, no es bueno que sea muy negativo, pues se producirán desprendimientos y el aire no pasará por la entrada de aire.

Se eligió un $\alpha = -7 \text{ deg}$ para realizar el giro. Calculando el área de captura en estas condiciones, se halla el gasto de aire en cada momento (pues se seguirá utilizando combustible durante esta etapa para realizar el giro más rápido (ecuación 5.7).

Por poner un ejemplo, con este ángulo de ataque se logra un gasto inicial de $G = 12.818 \text{ lb/s}$, un 70% menor que el gasto final en la última etapa (se encuentran casi en la misma condición de vuelo).

Para estabilizar el ángulo de ataque, lo primero es calcular los coeficientes de momentos con las ecuaciones (4.30) y (4.31). Y se halla que la efectividad de control se encuentra, durante todo el giro en valores entre:

$$4.2 < \alpha/\delta < 4.08.$$

(Se produce una variación porque el ángulo de ataque tan elevado provoca una gran resistencia aerodinámica, por lo que la velocidad cae durante el giro, y los centros aerodinámicos varían su posición)

Por lo que la deflexión de cola para estabilizar el ángulo de ataque del giro está en torno a $\delta = -1.84 \text{ deg}$, un valor muy alejado de los márgenes máximos de deflexión, ya que el ángulo de ataque es muy pequeño.

- Posición (16535, 13127) \rightarrow (37916, 20004)
- Velocidad (1150.68 m/s \rightarrow 1005.41 m/s)
- Mach (3.9 \rightarrow 3.41)
- Tiempo (27.29 s \rightarrow 48.79 s)
- Ángulo γ ($40^\circ \rightarrow 0^\circ$)
- Combustible (66.59 lb \rightarrow 58.33 lb).

La quinta etapa es un vuelo acelerado al igual que la tercera, pero manteniendo la altura de vuelo.

El objetivo de esta etapa es acelerar el misil hasta la condición de diseño de $Mach = 4$. Como antes, para obtener la aceleración máxima posible se hace que la temperatura en la cámara de combustión sea 5000 R.

Se calcula el dosado y el gasto de aire en cada instante y con ello se computa el consumo de combustible

- Posición (37916, 20004) \rightarrow (88904, 20000)
- Velocidad (1005.41 m/s \rightarrow 1180.55 m/s)
- Mach (3.41 \rightarrow 4)
- Tiempo (48.79 s \rightarrow 95.39 s)
- Combustible (58.33 lb \rightarrow 22.15 lb).

La sexta etapa es el vuelo de crucero para el que se diseñó el misil. Las condiciones de crucero son las siguientes

- Velocidad $V = 1180.52$, ($Mach = 4$).
- Altura de vuelo $h = 20000 \text{ m}$.
- Densidad del aire (obtenida con las fórmulas de la ISA) $\rho_{aire} = 0.0879374 \text{ kg/m}^3$

Por lo que la presión dinámica del vuelo de crucero será:

$$q = 0.5 \cdot \rho_{aire} \cdot V^2 = 61276 \text{ Pa} = 8.8874 \text{ psi} = 1279.787 \text{ psf}$$

Utilizando las ecuaciones de la resistencia aerodinámica del apartado 4.1, se obtienen los siguientes coeficientes:

- $C_{D0_Body_Friction} = 0.09708$.
- $C_{D0_Base} = 0.010242$.
- $C_{D0_Body_Wave} = 0.1096817$.
- $C_{D0_Tail_Friction} = 0.0209536$.
- $C_{D0_Tail_Wave} = 0.0030226$.

Por lo que el coeficiente de resistencia aerodinámica parásita es:

$$C_{D0} = 0.241$$

En la condición de crucero, la relación $A_C / S_{Ref} \approx 1$, por lo que al utilizar la ecuación (7.13) para corregir el coeficiente debido al difusor, este no varía.

Durante el vuelo de crucero, el misil adopta un ángulo de ataque para provocar una fuerza de sustentación que ayude a mantener el crucero.

En este caso se ha elegido un $\alpha = 8 \text{ deg}$, que como se verá más tarde, es cercano al ángulo de ataque de máxima eficiencia aerodinámica.

Calculando los coeficientes de momentos con las ecuaciones (4.30), (4.31) y (4.33) se obtiene:

$$C_{m\alpha} = -2.7795, \quad C_{m\delta} = 11.041$$

$$\alpha/\delta = -C_{m\delta}/C_{m\alpha} = 3.97235.$$

Por lo que para mantener el ángulo de ataque $\alpha = 8 \text{ deg}$ se necesitará una deflexión en la cola de $\delta = 8/3.97235 = 2.014 \text{ deg}$.

Se procede estudiar la fuerza de sustentación que se produce en estas ecuaciones. Las ecuaciones pueden encontrarse en el apartado 4.2.

El objetivo será calcular la eficiencia aerodinámica (L/D) del misil para cada ángulo de ataque. Se adjuntará la gráfica final a continuación. Los datos reales pueden

variar ya que para la realización de la gráfica se ha elegido un $\delta = 2.014 \text{ deg}$, y este valor no será el valor de la deflexión para trimar el misil a cualquier ángulo de ataque.

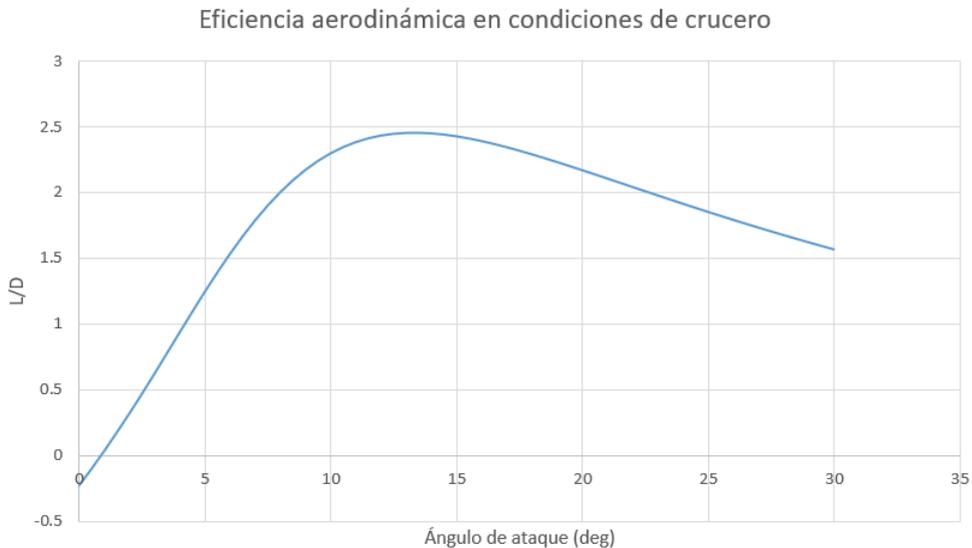


Figura 7.30 Eficiencia aerodinámica del segundo misil

Como se puede observar, la eficiencia máxima $L/D = 2.453$ se da para un ángulo de ataque de 13° . Este ángulo es demasiado para realizar el crucero, teniendo en cuenta que la resistencia aerodinámica crece con el ángulo de ataque, y que las deflexiones del flujo afectan a las ondas de choque que se producen.

Por eso se eligió un ángulo cercano ($\alpha = 8 \text{ deg}$), que es el ángulo de ataque de diseño del radomo, sobre el que fueron calculadas las ondas de choque.

Este ángulo deja al misil con una eficiencia aerodinámica $L/D = 2.00$.

Pasando a la parte propulsiva, durante este vuelo no se pretenderá conseguir todo el empuje que sea posible, si no mantener la condición de vuelo. Para ello, el empuje que se debe generar es:

$$T = \frac{W}{L/D}$$

para ello, se requiere conseguir una temperatura (que no será constante a lo largo del vuelo debido a que el peso disminuye al consumir combustible) que rondará $T_{\text{Cámara}} = 2040 \text{ R}$.

Igual que antes, para alcanzar esa temperatura se debe lograr un dosado, que a diferencia de cuando se pretendía obtener el empuje máximo, será mucho menor a la relación estequiométrica.

En este caso, como el vuelo no varía ni la altura ni la velocidad, el gasto de aire es constante. Además, como esta es la condición de diseño del sistema propulsivo, la eficiencia de captura será del 100%. El gasto que entra en el difusor durante el vuelo es:

$$G = 45.3 \text{ lb/s.}$$

Para calcular el alcance del vuelo de crucero se puede utilizar la fórmula de Breguet. Sin embargo, lo que se ha utilizado es una integración numérica, que calcula en cada instante el consumo de combustible, por lo que se obtiene cuando se agotará t_{cruise} .

Tras realizar los cálculos, se obtiene un $t_{cruise} = 79 \text{ s}$. Por lo que el alcance del misil durante esta etapa sería $x_{cruise} = V \cdot t_{cruise} = 1180.52 \cdot 79 = 93261 \text{ m}$.

A modo de ejemplo, se utilizará la fórmula de Breguet, para cuantificar los errores que se producen al utilizar valores constantes (en este caso, el peso del misil y el impulso específico que se produce).

Se utilizarán los valores iniciales de crucero de:

- Peso del misil $W = 1271.54 \text{ lbs}$.
- Impulso específico $I_{SP} = 544.89 \text{ s}$.
- Peso de combustible $W_{Fuel} = 22.15 \text{ lbs}$.

(Todos decrecerán a lo largo del vuelo de crucero).

La ecuación del alcance de crucero de Breguet es:

$$R = (VI_{SP})(L/D) \ln \left[\frac{W_{Inicial}}{W_{Inicial} - W_{Combustible}} \right]$$

$$R = (1180.52 \cdot 544.89)(2) \cdot \ln \left[\frac{1271.54}{1271.54 - 22.15} \right] = 22608 \text{ m.}$$

La utilización de esta ecuación proporciona un alcance más de 4 veces menor.

- Posición (88904, 20000) → (182165, 20000)
- Velocidad (1180.55 m/s)
- Mach (4)
- Tiempo (95.39 s → 174.39 s)
- Combustible (22.15 lb → 0 lb).

La séptima y última etapa es el vuelo no propulsado (*coast*) que conduce al misil desde que se le acaba el combustible hasta el punto de impacto.

- Posición (182165, 20000) → (200000, 20000)
- Velocidad (1180.55 m/s → 457.53 m/s)
- Mach (4 → 1.55)
- Tiempo (174.39 s → 198.74 s)

Cabe destacar que esta trayectoria se ha iterado un gran número de veces para buscar las alternativas más eficientes y confeccionar una trayectoria lo óptima posible. Las dimensiones del misil han sido rediseñadas en varias ocasiones para satisfacer las necesidades de la misión si al integrar la trayectoria no se cumplían los requisitos.

A continuación, se mostrará una gráfica de la trayectoria que sigue el misil y del perfil de velocidades a lo largo del tiempo, sobre los que se puede ver en un instante las diferentes etapas del vuelo del misil.

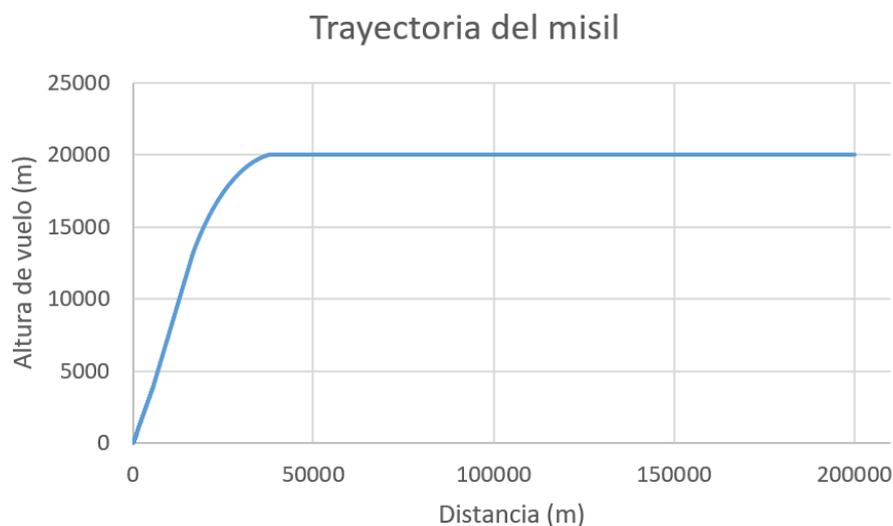


Figura 7.31 Trayectoria del segundo misil

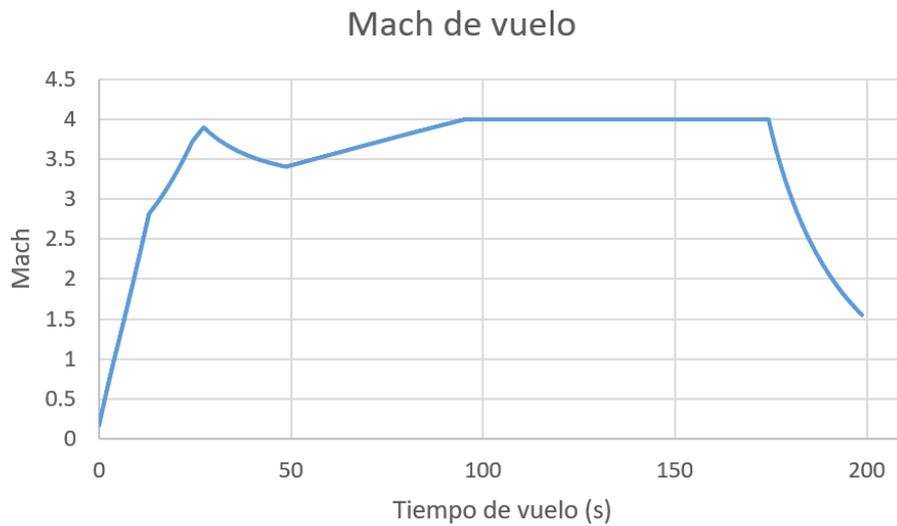


Figura 7.32 Mach de vuelo del segundo misil a lo largo del tiempo

También es interesante observar el estudio de la resistencia aerodinámica del misil. Para ello se han realizado tres gráficas, la primera compara el *drag* con la altura de vuelo y la segunda con la presión dinámica. La tercera compara la fuerza de empuje que se produce con la resistencia aerodinámica que sufre.

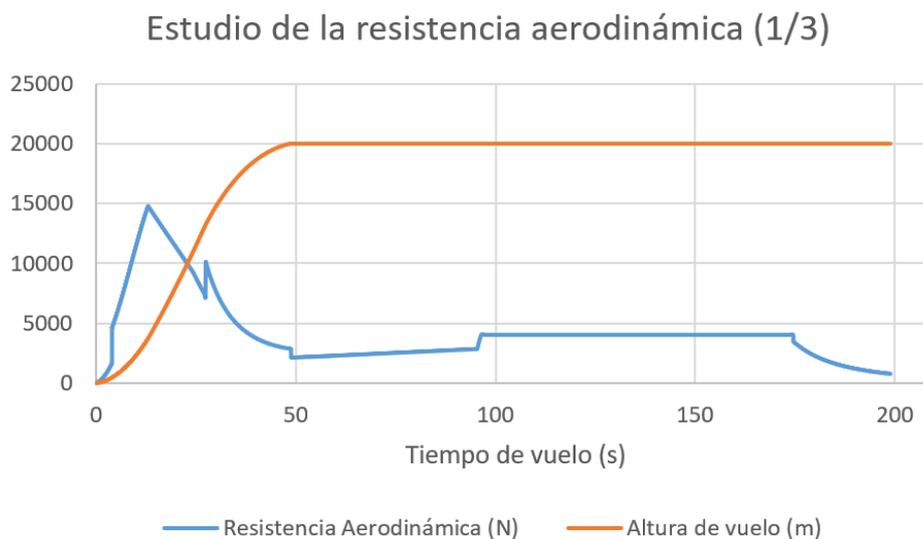


Figura 7.33 Resistencia aerodinámica y altura de vuelo en función del tiempo

De la gráfica 7.33 se puede concluir que cuanto mayor sea la altura de vuelo, menor será *el drag*, por lo que es preferible volar lo más alto posible, para maximizar el alcance del misil.

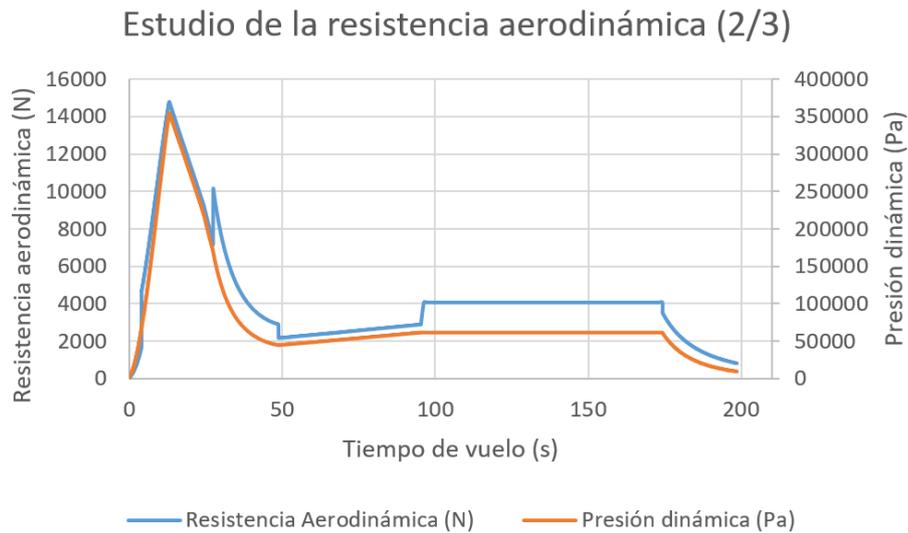


Figura 7.34 Resistencia aerodinámica y presión dinámica en función del tiempo

El *drag* es proporcional a la presión dinámica. En la gráfica 7.34 se puede observar cómo, al utilizar un ángulo de ataque no negativo (como en el giro o el vuelo de crucero) la resistencia aerodinámica crece enormemente.

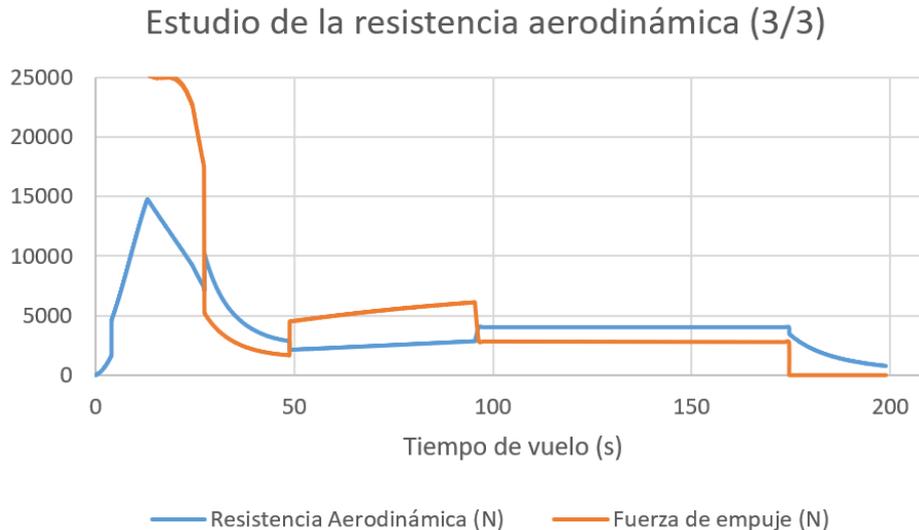


Figura 7.35 Diferencia entre la fuerza de empuje y la resistencia aerodinámica

Esta última gráfica (7.35) quizá es la más importante del estudio de la resistencia aerodinámica. En ella se compara el empuje "*T*" capaz de proporcionar el misil con la resistencia aerodinámica "*D*" que sufre. Se ha recortado la parte del empuje proporcionado por el motor cohete para poder observar mejor los datos.

Cuando comienza a propulsarse el misil mediante el estatorreactor se puede apreciar como $T > D$ debido a que todavía se encuentra en una zona densa de la atmósfera. Cuanto mayor sea la diferencia entre T y D, mayor aceleración tendrá el misil.

Según crece la altura de vuelo, decrece el empuje, hasta llegar al giro, en el que el ángulo de ataque negativo hace que el gasto de aire se reduzca produciendo muy poco empuje.

Una vez terminado el giro, el misil vuelve a su posición horizontal y vuelve conseguir un gasto de aire más grande por lo que crece el empuje (sin embargo, se puede observar que su valor es mucho menor que el que tenía antes, debido a que se encuentra en el techo de vuelo ahora y por tanto, la densidad de la atmósfera es escasa.

También es posible ver que durante el crucero, para mantener la velocidad no necesita un empuje que pueda igualar la resistencia. Esto se debe al equilibrio de fuerzas para vuelo no acelerado:

$$L/D = W/T$$

en la última etapa no se propulsa el misil, por lo que la velocidad del misil cae rápidamente.

7.10 FASE TERMINAL. IMPACTO

Dentro de este apartado se estudiarán los errores de precisión que pueden suceder a la hora de interceptar un objetivo. El marco teórico de este apartado se puede consultar en el apartado 6.9 pues este se centrará en realizar los cálculos que conciernen al segundo misil diseñado.

Las condiciones en el punto de impacto son las siguientes:

- Velocidad del misil $V_M = 457.36 \text{ m/s}$ (*Mach* 1.55).
- Velocidad del objetivo $V_T = 295.07 \text{ m/s}$ (*Mach* 1).

En este caso el objetivo se intercepta de frente “*head-on*” por lo que ambos ángulos de la figura 6.45 son:

$$L = A = 0 \text{ deg}$$

Por lo que la velocidad de acercamiento es:

$$V_C = V_M \cos L + V_T \cos A = V_M + V_T = 752.43 \text{ m/s} = 2468.597 \text{ ft/s}.$$

Asumiendo que el sistema de guiado y control del misil es el mismo que el del primer misil, y por tanto, la relación de navegación efectiva es $N' = 3$, la relación de navegación, calculada a través de la ecuación (6.60) es:

$$N = \frac{N'}{\left[\frac{V_M \cos L}{V_M \cos L + V_T \cos A} \right]} = \frac{3}{\left[\frac{457.36}{457.36 + 295.07} \right]} = 4.9355.$$

Se procederá a realizar el estudio de la constante de tiempo del misil “ τ ”. Los datos de partida (parámetros en el punto de impacto) para realizar el estudio son los siguientes:

- Peso del radomo $W_{cono} = 68.48 \text{ lbs}$.
- Centro de gravedad del radomo $x_{cono} = 37.02 \text{ in} = 3.085 \text{ ft}$.
- Longitud del radomo $l_{cono} = 49.2125 \text{ in} = 4.1013 \text{ ft}$.
- Diámetro del misil $d = 19.685 \text{ in} = 1.64 \text{ ft}$.
- Peso del resto del misil $W_{cilindro} = 1172.66 \text{ lbs}$.
- Centro de gravedad del resto del misil $x_{cilindro} = 118.14 \text{ in} = 9.8456 \text{ ft}$.
- Longitud del resto del misil $l_{cilindro} = 151.575 \text{ in} = 12.632 \text{ ft}$.

- Centro de gravedad del misil $x_{cg} = 113.662 \text{ in} = 9.472 \text{ ft}$.
- Deflexión máxima de la cola $\delta = \pm 30 \text{ deg}$.

Utilizando las ecuaciones del apartado 6.9:

$$(I_{y_cono})_{local} = \left[\frac{Wd^2}{g_c} \right] \left[\frac{3}{80} + \left(\frac{3}{80} \right) \left(\frac{l}{d} \right)^2 \right] = \left[68.48 \cdot \frac{1.64^2}{32.174} \right] \left[\frac{3}{80} + \left(\frac{3}{80} \right) \left(\frac{4.1013}{1.64} \right)^2 \right]$$

$$= 1.5572 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2.$$

$$(I_{y_cilindro})_{local} = \left[\frac{Wd^2}{g_c} \right] \left[\frac{1}{16} + \left(\frac{1}{12} \right) \left(\frac{l}{d} \right)^2 \right]$$

$$= \left[\frac{1172.66 \cdot 1.64^2}{32.174} \right] \left[\frac{1}{16} + \left(\frac{1}{12} \right) \left(\frac{12.632}{1.64} \right)^2 \right] = 490.7215 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2.$$

Con ayuda de la ecuación (6.63) se calcula el momento de inercia del misil.

$$I_y = 1.5572 + 68.48 (3.085 - 9.472)^2 / 32.174 + 490.7215$$

$$+ 1172.66(9.8456 - 9.472)^2 / 32.174 = 613.186 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2$$

Realizando el cambio a unidades del SI:

$$613.186 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2 \times \frac{32.174 \text{ lb}}{1 \text{ slug}} \times \frac{0.4536 \text{ kg}}{1 \text{ lb}} \times \frac{1 \text{ m}^2}{10.764 \text{ ft}^2} = 831.374 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

En el punto de impacto, mediante las ecuaciones (4.27) y (4.28) se halla:

$$x_{AC_Tail} = 179.33 \text{ in}, \quad x_{AC_Body} = 31 \text{ in}.$$

Por lo tanto, utilizando las ecuaciones (4.30) y (4.31),

$$C_{M\alpha} = -1.5543, \quad C_{M\delta} = 9.9524$$

$$\alpha/\delta = -C_{M\delta}/C_{M\alpha} = 6.40295.$$

Fijando el ángulo de ataque efectivo máximo que puede tener la cola del misil (debido a la entrada en pérdida) en $\alpha' = 0.7854 \text{ rad} = 45 \text{ deg}$.

El ángulo de ataque máximo del misil es: [3]

$$\alpha_{Max} = \alpha'_{Max} / [1 + 1/(\alpha/\delta)] = 45 / [1 + 1/6.40295] = 38.9213 \text{ deg}$$

Sustituyendo los datos dentro de la ecuación (6.62):

$$\begin{aligned}\tau_{\delta} &= [8I_y(\alpha_{max}/\delta_{max})/(\rho V^2 S_{ref} d C_{m\delta})]^{1/2} \\ &= [8 \cdot 831.374 \cdot (38.9213/30)/(0.088 \cdot 457.36^2 \cdot 0.1963 \cdot 0.5 \\ &\quad \cdot 9.9524)]^{1/2} = 0.6925 \text{ s.}\end{aligned}$$

Asumiendo que el actuador sea capaz de proporcionar velocidad máxima de rotación de cola $\dot{\delta}_{max} = 360 \text{ deg/s}$,

$$\tau_{\delta} = 2 \cdot \delta_{max}/\dot{\delta}_{max} = 2 \cdot 30/360 = 0.167 \text{ s.}$$

Para poder utilizar esta última fórmula debe cumplirse el siguiente criterio:

$$\delta_{max}/\dot{\delta}_{max} < \tau_{\delta}/2.$$

En este caso se cumple, por lo que se puede utilizar la fórmula:

$$\frac{30}{360} < \frac{0.6925}{2} \rightarrow 0.0833 < 0.34625.$$

Para calcular la última contribución a la constante de tiempo se necesitan los siguientes parámetros de entrada:

- Longitud de onda del buscador $\lambda = 0.00315 \text{ m}$.
- *Frequency Bandwidth Fraction* $\Delta f/f = 0.02$.

La magnitud de la pendiente del error en la percepción del buscador, haciendo uso de la ecuación (6.67), es:

$$\begin{aligned}|R| &= |\Delta\varepsilon / \Delta\delta_{seeker}| = 0.05(l_N/d - 0.5)[1 + 15(\Delta f/f)]/(d/\lambda) \\ &= 0.05 \cdot (2.5 - 0.5)[1 + 15 \cdot 0.02]/(0.5/0.00315) = 0.000819 \text{ deg/deg}\end{aligned}$$

Los coeficientes $C_{N\alpha}$, $C_{N\delta}$ se calculan mediante las ecuaciones (4.24) y (4.25). En el momento del impacto:

$$C_{N\alpha} = 4.9832, \quad C_{N\delta} = -2.9832$$

por lo que tiempo que tarda en filtrarse el error del buscador, utilizando la ecuación (6.68), $q = 192.32 \text{ psf}$, $S_{ref} = 2.1135 \text{ ft}$ es:

$$\begin{aligned}\tau_{Dome_Filter} &= N' W V_C |R| / \{g_c q S_{ref} [C_{N\alpha} + C_{N\delta}/(\alpha/\delta)]\} \\ &= 3 \cdot 1241.136 \cdot 2468.59 \cdot 0.000819 / \{32.174 \cdot 192.32 \cdot 2.1135 \\ &\quad \cdot [4.9832 - 2.9832/6.40295]\} = 0.1274\end{aligned}$$

La constante de tiempo será:

$$\tau = \tau_{\delta} + \tau_{\delta} + \tau_{Dome_Filter} = 0.6925 + 0.167 + 0.1274 = 0.9866 \text{ s.}$$

Una vez calculada la constante de tiempo del misil en ese punto, se pasará a estudiar la “miss distance”.

- Distancia de fijado de blanco $R_{Lock-On} = 300 \text{ m.}$
- Error de rumbo máximo $\gamma_M = error/R_{Lock-On} = 3/300 = 0.01 \text{ rad}$
- Tiempo para corregir el error $t_0 = R_{Lock-On}/V_C = 300/752.43 = 0.399 \text{ s.}$
- Aceleración necesaria para corregir el error (máxima en $t = 0 \text{ s.}$).

$$a_M = (V_M \gamma_M N' / t_0) (1 - t/t_0)^{N'-2} = (457.36 \cdot 0.01 \cdot 3 / 0.399) = 34.413 \text{ m/s}^2 = 3.5 \text{ g}$$

Este valor es muy pequeño, el misil puede resistirlo y por tanto no supone ningún problema.

La distancia de fallo provocada por el error inicial en el rumbo del misil se calculará con la ecuación (6.74), resolviendo el método de las adjuntas para $N' = 3$

$$\begin{aligned} \sigma_{HE} &= V_M \gamma_M \tau e^{-(t_0/\tau)} [(t_0/\tau) - (t_0/\tau)^2/2] \\ &= 457.36 \cdot 0.01 \cdot 0.9866 \cdot e^{-\left(\frac{0.399}{0.9866}\right)} \left[\left(\frac{0.399}{0.9866}\right) - \frac{\left(\frac{0.399}{0.9866}\right)^2}{2} \right] \\ &= 0.9714 \text{ m.} \end{aligned}$$

La distancia de fallo provocada por una maniobra (de 9 g) del objetivo se calculará con la ecuación (6.77), resolviendo el método de las adjuntas para $N' = 3$. Hay que tener en cuenta que con $N' = 3$, el misil debe ser capaz de aguantar una aceleración de 27 g para hacer frente a la maniobra de 9 g del objetivo.

$$\begin{aligned} \sigma_{Maniobra} &= g n_T \tau^2 e^{-(t_0/\tau)} [(t_0/\tau)^2/2] \\ &= 9.81 \cdot 9 \cdot 0.9866^2 e^{-(0.399/0.9866)} [(0.399/0.9866)^2/2] = 4.685 \text{ m.} \end{aligned}$$

Por último se calculará la distancia de fallo debida al “glint”. Como el buscador que llevan ambos misiles es el mismo, se pueden obtener los siguientes datos del estudio anterior:

- Coeficiente $K_{N'} = 0.9677$.

- Resolución del buscador $\theta_{3dB} = 0.0064 \text{ rad} = 0.368 \text{ deg}$
- Señal de ruido de banda ancha $B = 2 \text{ Hz}$.

El ancho de resolución del buscador será:

$$R_{Blind} \cdot \tan(\theta_{3dB}) = V_c \cdot \tau \cdot \tan(\theta_{3dB}) = 752.43 \cdot 0.9866 \cdot \tan(0.0064) = 4.77 \text{ m.}$$

Por lo tanto, la resolución del buscador sobre la envergadura del objetivo será el mínimo entre el ancho de resolución del buscador y la propia envergadura del avión.

$$(b_T)_{Res} = \text{Min}(R_{Blind} \cdot \tan(\theta_{3dB}), b_T) = 4.77 \text{ m.}$$

Utilizando la ecuación (6.80) se puede calcular la densidad espectral del ruido del destello:

$$W = (b_T)_{Res}^2 / (3\pi^2 B) = 4.77^2 / (3\pi^2 \cdot 2) = 0.3843 \text{ m}^2/\text{Hz}.$$

La distancia de fallo debida al “*glint*” se calcula con la ecuación (6.78):

$$\sigma_{Glint} = K_{N'}(W/\tau)^{1/2} = 0.9677 \cdot (0.3843/0.9866)^{0.5} = 0.604 \text{ m.}$$

La distancia de fallo “*miss distance*” total del misil será por tanto:

$$\begin{aligned} [(\sigma_{HE})^2 + (\sigma_{Maniobra})^2 + (\sigma_{Glint})^2]^{1/2} &= [0.9714^2 + 4.685^2 + 0.604^2]^{0.5} = 4.8224 \text{ m} \\ &= 15.82 \text{ ft.} \end{aligned}$$

7.11 ANÁLISIS TÉRMICO

En este apartado se realizará un breve análisis térmico sobre los 4 puntos que se estudiaron sobre el otro misil.

Se comenzará con el análisis de la estructura de titanio del misil (considerada como *térmicamente fina*).

- Espesor de la estructura $z = 0.28 \text{ in} = 0.01833 \text{ ft}$.
- Calor específico del titanio $c = 0.1258 \text{ BTU/lbm/R}$.
- Densidad del titanio $\rho = 276.48 \text{ lb/ft}^3$.

De igual manera que se calculó para el otro misil, el estudio se ayuda de la integración numérica realizada para el cálculo de la trayectoria.

Una vez obtenido los datos de la integración, se calcula el número de Reynolds (ecuación 6.84), con él se calcula el número de Nusselt (ecuación 6.86), con el que se podrá calcular el coeficiente de convección en cada instante (ecuación 6.88).

Sabiendo la velocidad del misil y la altura en la que se encuentra en cada instante, podrá calcularse la temperatura de estancamiento mediante la ecuación (6.89).

Se han elegido los siguientes puntos de cálculo (distancia a la punta del misil):

- $x = 1.25 \text{ m} \rightarrow$ Final del radomo, inicio del sistema de guiado y control.
- $x = 2.3 \text{ m} \rightarrow$ Inicio de la cabeza de guerra.
- $x = 2.8 \text{ m} \rightarrow$ Inicio del subsistema de combustible.
- $x = 3.09 \text{ m} \rightarrow$ Inicio del sistema propulsivo.
- $x = 4 \text{ m}$
- $x = 5.1 \text{ m} \rightarrow$ Final del misil.

Los resultados del análisis de la temperatura del misil a lo largo del tiempo que dura su vuelo se reflejan en la gráfica 7.36.

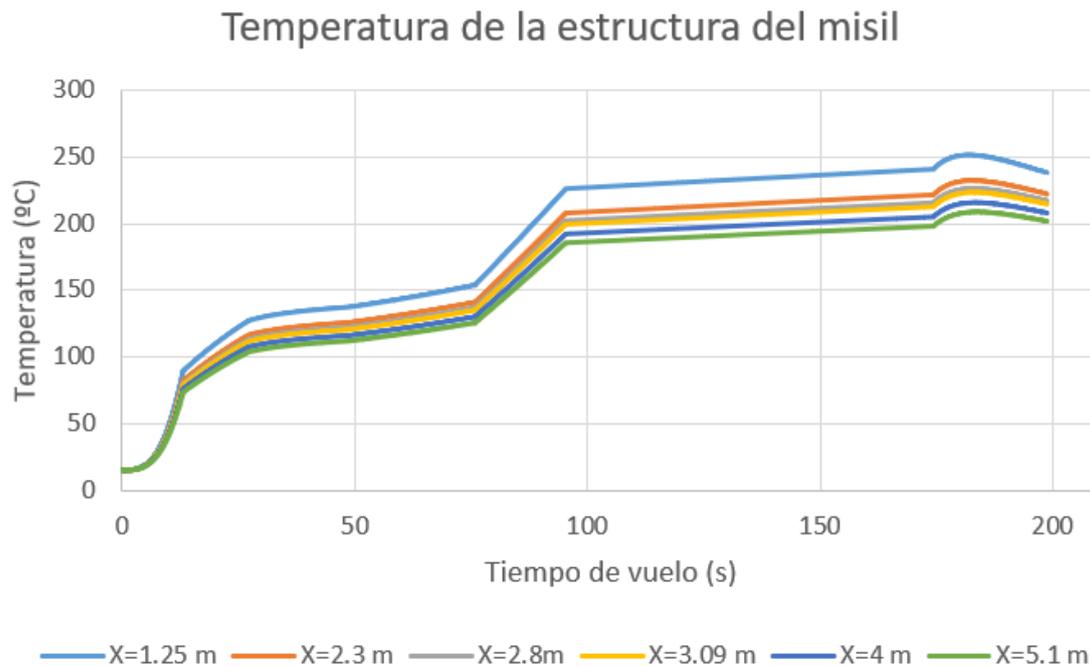


Figura 7.36 Temperatura de la estructura del segundo misil.

De esta gráfica se pueden sacar tres conclusiones, la primera es que la temperatura será más elevada cuanto más cerca de la punta del misil. La segunda es que el titanio en este caso es perfectamente utilizable, debido a que su temperatura siempre estará por debajo de su temperatura de trabajo, por lo que no será necesario emplear ningún recubrimiento aislante exterior. La tercera es que, al ser comparado con el misil anterior, la temperatura es menor, con lo que se puede afirmar que una rápida aceleración hasta un Mach elevado provoca más calentamiento aerodinámico (aunque después la velocidad caiga rápidamente al no estar propulsado) que una aceleración más lenta y continuada en el tiempo.

Se pasará a realizar el análisis térmico del radomo, fabricado de pirocerámica.

- Conductividad térmica $k = 0.000596 \text{ BTU/s/ft}$.
- Difusividad térmica $\alpha = 1.49 \cdot 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{s}$.
- Espesor $z = 0.48 \text{ in} = 0.04 \text{ ft}$.

Este es un material se considerará como “*térmicamente grueso*”, ya que no es un material que conduzca bien el calor. Sin embargo, puede que en la realidad, al tener un tiempo de vuelo tan largo, no puedan aplicarse estas ecuaciones con precisión.

Se estudiará el punto $x = 1.25 \text{ m}$, que es el punto en el que acaba el radomo. Se utilizarán los coeficientes de convección calculados antes.

Tras realizar los cálculos, se obtiene que la superficie interior del radomo se mantiene casi a la misma temperatura durante todo el vuelo, sin embargo, como se puede ver en la gráfica 7.37, la temperatura de la superficie exterior sí aumenta.

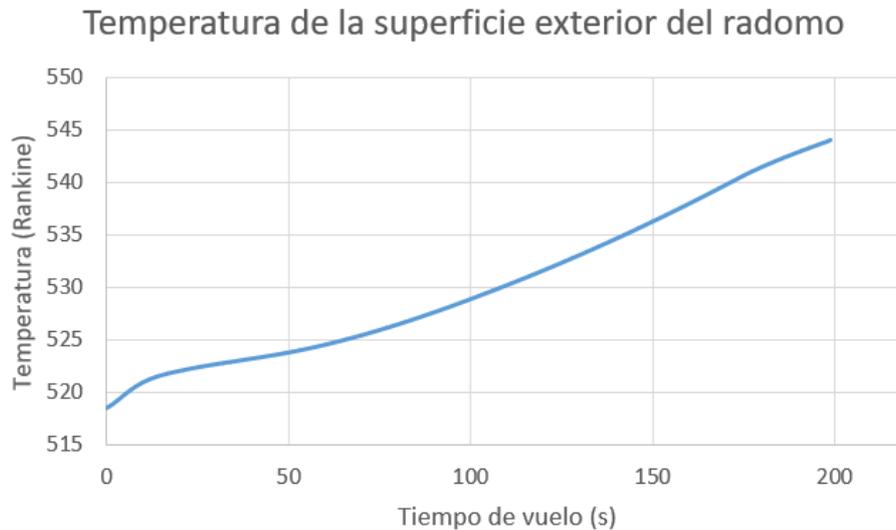


Figura 7.37 Temperatura de la superficie exterior del radomo del segundo misil

Por lo tanto, las temperaturas, al final del vuelo son:

- $T_{Interior} = 518.6 \text{ R} = 14.96 \text{ }^{\circ}\text{C}$.
- $T_{Exterior} = 544.05 \text{ R} = 29.1 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

La diferencia de temperaturas provoca un estrés térmico sobre el radomo

$$\sigma_{TS} = \alpha E \Delta T = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 13 \cdot 10^6 \cdot (544.05 - 518.6) = 992.55 \text{ psi}.$$

Esta tensión está lejos de los 25000 psi de la tensión de rotura de la pirocerámica, por lo que no existe ningún problema. Sin embargo, esta tensión se suma a las cargas estructurales que soporta el radomo, así que es importante conocerla.

Uno de los puntos críticos del misil y sobre el que es obligado realizar un análisis térmico es la punta del morro del misil. Como ya se ha afirmado en varias ocasiones, se ha redondeado un poco la punta para evitar calentamientos excesivos (y por tanto, un estrés térmico elevado). Ahora se estudiará qué temperaturas alcanza la punta con el redondeo de diseño (1%).

El estudio consiste en usar el coeficiente de convección en el punto de remanso (que será mayor que el coeficiente de convección en cualquier otro punto) para calcular el calentamiento aerodinámico sobre una superficie *térmicamente gruesa*.

La obtención del coeficiente de convección en el punto de remanso se puede observar en la ecuación (6.94).

Realizando los cálculos, se obtiene la siguiente gráfica, que compara la temperatura en la punta del radomo y en el final de este:

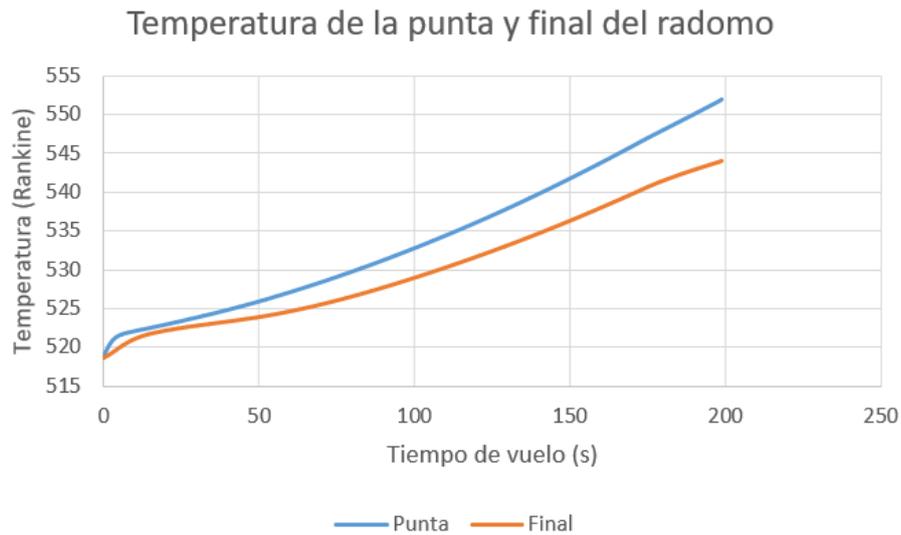


Figura 7.38 Temperatura de la punta y el final del radomo del segundo misil

Se puede observar que la temperatura final en la punta del radomo es

$$T_{Exterior} = 551.91 R = 33.47^{\circ}C.$$

La temperatura que se alcanza en la punta del misil es un 15.01% mayor que la temperatura del punto anteriormente calculado.

Sin embargo, no supone ningún problema, ya que el estrés térmico que se produce en la punta, utilizando la ecuación (6.93) y suponiendo que la temperatura en el interior de la superficie es la temperatura inicial es:

$$\sigma_{TS} = \alpha E \Delta T = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 13 \cdot 10^6 \cdot (551.91 - 518.6) = 1299.09 \text{ psi}.$$

Es un estrés térmico un 30.88% mayor que el que existe en el punto calculado anteriormente pero su valor se aleja de la tensión de rotura de la pirocerámica, por lo que no supone ningún problema.

La conclusión que se puede sacar de este análisis es que, el redondeo de 5 mm que se ha aplicado sobre la punta del radomo es más que suficiente y no es necesario aplicar un redondeo mayor (con las desventajas que eso supondría).

Por último se realizará el estudio del grosor de aislante necesario que hay que colocar para proteger los componentes electrónicos del sistema de control y guiado.

Como antes, siguiendo la recomendación de Fleeman [3], los aparatos electrónicos deben encontrarse a una temperatura inferior a 160 °F durante todo el vuelo.

El aislante utilizado será el Min-K, cuyas propiedades se pueden encontrar en la tabla 6.13.

Utilizando la ecuación propuesta por Carslaw [46] (ecuación 6.99) se puede calcular cuál es la temperatura de un aislante detrás de la estructura metálica del misil.

Mediante un proceso iterativo se consiguió obtener una temperatura máxima detrás del aislante de 160 °F. Para ello se necesitó un grosor de aislante $Z_{Aislante} = 0.59 \text{ in} = 14.99 \text{ mm}$.

Temperatura de la estructura vs Temperatura del sistema G/C

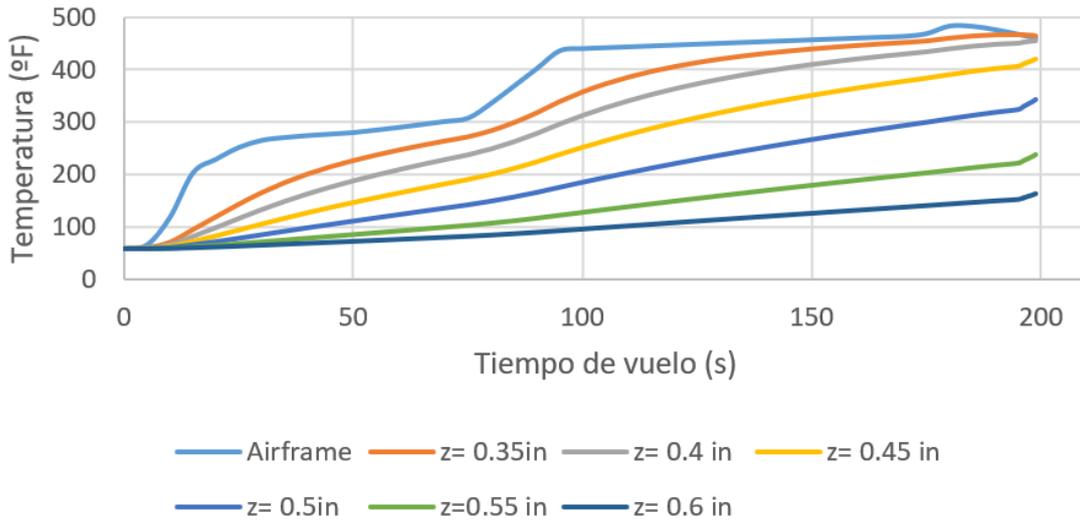


Figura 7.39 Diferencia de temperatura gracias al uso de un aislante

Al encontrarse la temperatura por debajo de 160 °F durante todo el vuelo, los componentes electrónicos no se verán dañados.

8. Resultados del trabajo

Una vez detallados los dos misiles que se han diseñado para este trabajo, se cerrará con una comparación entre los misiles y sus bases de referencia (que servirá para comprobar que los diseños no están alejados de la realidad) y otra comparación entre ambos misiles diseñados para apuntar las ventajas de las que dispone cada sistema propulsivo.

Habrà que tener en cuenta que las condiciones sobre las que se calculan las actuaciones del misil puede que no sean las mismas que las de los misiles de referencia, puede que utilicen otras tecnologías, estén fabricados de otra manera... Por lo que compararlos será más complicado.

Por poner un ejemplo, para este trabajo se ha fijado que el alcance efectivo es la mayor distancia a la que el misil permite llegar con un Mach 1.5 a una altura de 20 km. Sin embargo, puede que los misiles de defensa aérea tengan otros requisitos.

Para realizar una comparación precisa deberíamos tener en cuenta el valor de las dimensiones, la velocidad, el alcance... Pero también en qué condiciones se consigue. Por desgracia, esa información no está disponible.

8.1 COMPARACIÓN MISIL MOTOR COHETE

El primero de los misiles, aunque tiene dos bases de referencia, se comparará con el misil ruso *48N6E2* pues la misión para la que ha sido diseñado es más parecida a la nuestra.

En la siguiente figura se pueden observar las diferencias que existen entre ambos misiles, tanto a nivel estructural como de prestaciones.

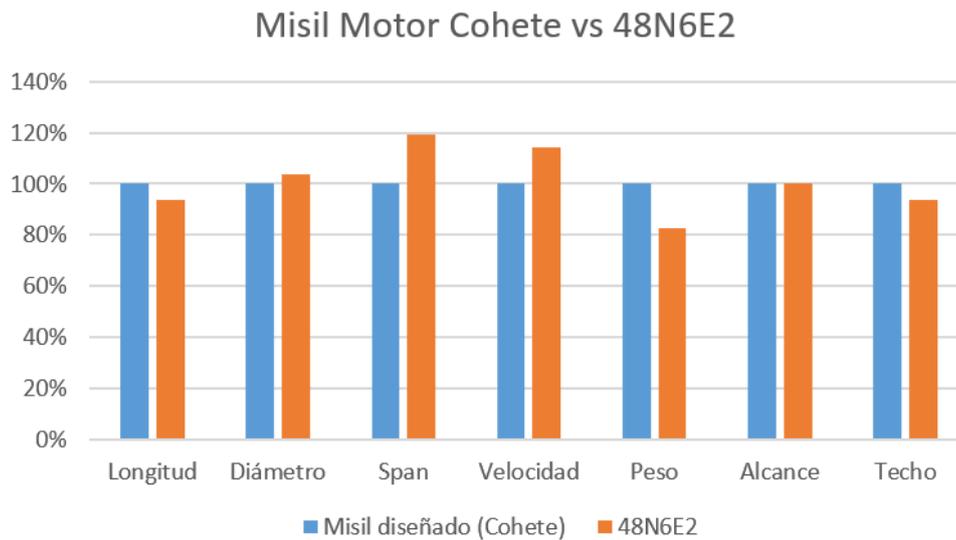


Figura 8.1 Comparación del primer misil con el 48N6E2

Se puede ver en la figura que ambos misiles son muy similares. El diseñado por nosotros tiene una longitud un poco superior y un diámetro un poco inferior. En cuanto a la envergadura, nosotros nos decantamos por una cola con baja relación de aspecto, para favorecer la integración en la plataforma de lanzamiento, mientras que el misil ruso, al encontrarse las colas dobladas dentro del tubo de lanzamiento, puede permitirse una cola con mayor envergadura, ya que se extenderán una vez el misil esté fuera del tubo.

La mayor diferencia se encuentra en el peso, nuestro misil tiene un peso de lanzamiento de casi 4900 libras, mientras que el misil ruso tiene un peso de lanzamiento de 4050 libras. Esto también se debe en parte a las dos etapas de las que dispone nuestro misil. Al tener que cargar con dos motores, es normal que el peso sea superior. Si se tuviese más información sobre los subsistemas del misil, podríamos encontrar en qué parte se puede reducir el peso.

En cuanto a las actuaciones, no hay muchos datos sobre el misil ruso, pero no difieren mucho de las conseguidas. El alcance es el mismo (aunque no se sabe qué condición han elegido para fijar el alcance) y las velocidades son comparables (Mach 6 vs Mach 6.8).

Por último, se comparará el misil diseñado con los misiles definidos en la figura 3.3. En la figura 8.2 se puede observar en qué punto queda nuestro misil en relación con los demás.

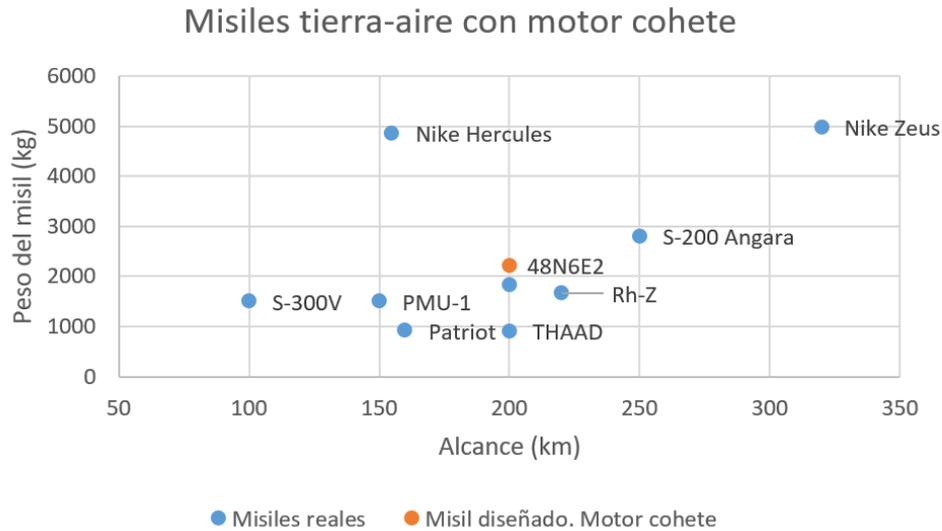


Figura 8.2 Comparación del primer misil con misiles reales.

En general, da la sensación de que el diseño de este misil es bastante acertado.

8.2 COMPARACIÓN MISIL ESTATORREACTOR

Este misil se comparará con el *ASALM*. Las misiones de ambos misiles difieren bastante, pero debido a que se posee una gran cantidad de información de este misil y la mayoría de los misiles propulsados a través de un estatorreactor son utilizados como misiles anti-barco (debido a las características propulsivas del motor de reacción y su necesidad de ingerir grandes gastos de aire), se decidió que, aunque no es un misil lanzado desde tierra, serviría para desarrollar el misil.

En la siguiente figura se pueden observar las diferencias que existen entre ambos misiles, tanto a nivel estructural como de prestaciones.

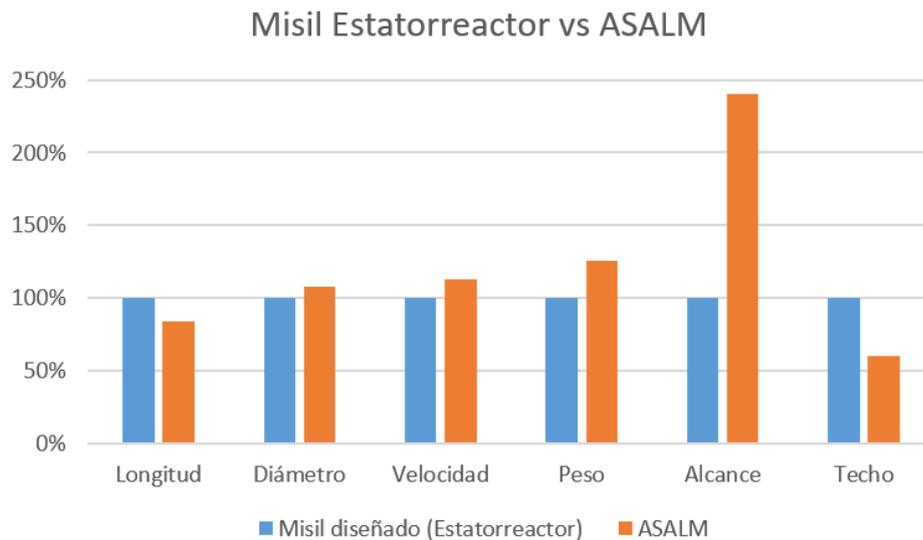


Figura 8.3 Comparación del segundo misil con el ASALM

A primera vista parece que son muy diferentes pero esto se debe a lo que se ha comentado antes. Nuestro misil parte desde nivel del mar y sin velocidad. El ASALM parte desde una elevada altura (por lo que se reduce la resistencia aerodinámica desde el principio) y con velocidad (por lo que necesita un motor cohete mucho menos potente que el nuestro).

Aún con un motor más potente (es el subsistema más crítico en cuanto a peso se refiere), la diferencia de peso es notable (2150 libras vs 2700 libras).

Hay que tener en cuenta que con 116 libras de combustible, nuestro misil realiza un recorrido de casi 200 km, por lo que si pudiéramos reducir el propulsante del motor cohete (gracias a una velocidad inicial) e introducir más combustible, estoy seguro de que se podría (al menos) igualar el alcance, por lo que parece que el diseño del misil también es bastante acertado.

El resto de las prestaciones son similares, la velocidad es un poco inferior (Mach 4 vs Mach 4.5) pero no es una limitación de nuestro misil, tan solo es una condición de diseño, motivada por el mayor rendimiento que se obtiene de un estatorreactor sobre Mach 3-4.

Es cierto que nuestro misil tiene una mayor longitud, debido a la limitación que tenía el ASALM para ser instalado en el avión desde el que se lanzaba, y eso nos da una cierta ventaja a la hora de situar y dimensionar los subsistemas.

Por último, se comparará el misil diseñado con los misiles definidos en la figura 3.5. En la figura 8.4 se puede observar en qué punto queda nuestro misil en relación con los demás.

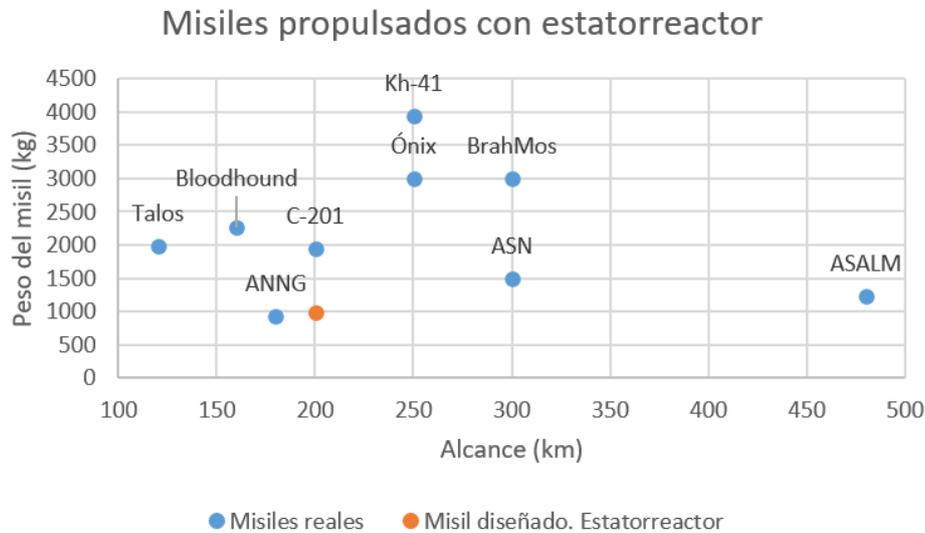


Figura 8.4 Comparación del segundo misil con misiles reales

Como se puede observar, el misil diseñado se encuentra en unos valores bastante adecuados en relación con los misiles que existen actualmente. Al estudiar la gráfica, puede que parezca demasiado ligero. Sin embargo esto se debe a que la gráfica incluye datos de misiles que vuelan en alturas muy bajas, y experimentan una mayor resistencia aerodinámica, por lo que deben cargar más propulsante.

Los alcances de misiles reales que vuelan a gran altura, propulsados por estatorreactor suelen ser mucho mayores a lo que requería nuestra misión. Un claro ejemplo de ello es el *ASALM*.

8.3 COMPARACIÓN DE AMBOS MISILES DISEÑADOS

Ambos misiles se han diseñado para completar la misma misión y en las mismas condiciones, por lo que esta comparación es objetivamente más precisa.

Aunque cada uno consigue llevar a cabo la misión de forma diferente, y cada sistema propulsivo requiere un diseño diferente, los elementos del misil que podían diseñarse igual en ambos misiles (como la cabeza de guerra o el sistema de guiado

y control) se han diseñado con las mismas características para que influyan lo mínimo en esta comparación.

Tabla 8.1 Especificaciones de ambos misiles

	MOTOR COHETE	ESTATORREACTOR
Longitud	8 m	5.1 m
Diámetro	0.5 m	0.5 m
Envergadura	0.947 m	0.932 m
Peso	2214 kg	977 kg
Velocidad máxima	Mach 5.95	Mach 4
Velocidad media	914.79 m/s	1006.34 m/s
TTT (Time-To-Target)	218.63 s	198.74 s
Techo de vuelo	32 km	20 km

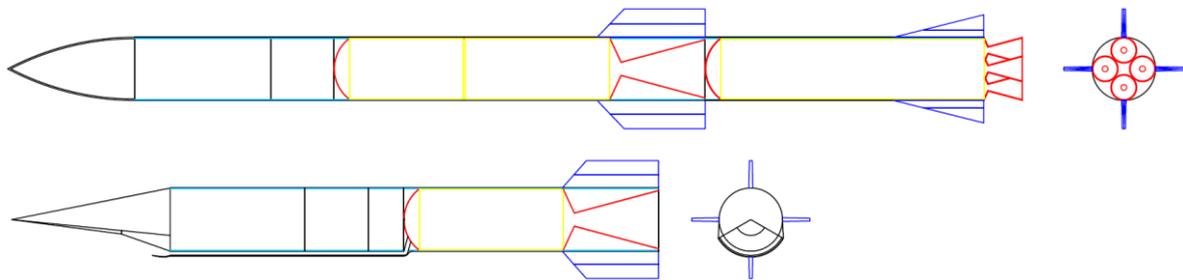


Figura 8.5 Diseño de ambos misiles. Situación de subsistemas de cada uno

Se comenzará con comparación de las dimensiones de cada misil.

Ambos han sido diseñados con el mismo diámetro y casi la misma envergadura, para reducir la comparación a la longitud y al peso de cada uno.

En las figuras 8.5 y 8.6 vemos cómo en dimensiones, es mucho mejor el segundo misil, ya que cumple la misión tan sólo utilizando un 44% del peso del primero, y su longitud es mucho más pequeña. Aunque en este caso la longitud no importa demasiado, pues la segunda etapa del primer misil y el segundo misil, tienen una longitud similar (5.5 metros vs 5.1 metros).

El peso sin embargo, sí que es un factor muy importante a tener en cuenta, ya que la diferencia es de más de 2700 libras.

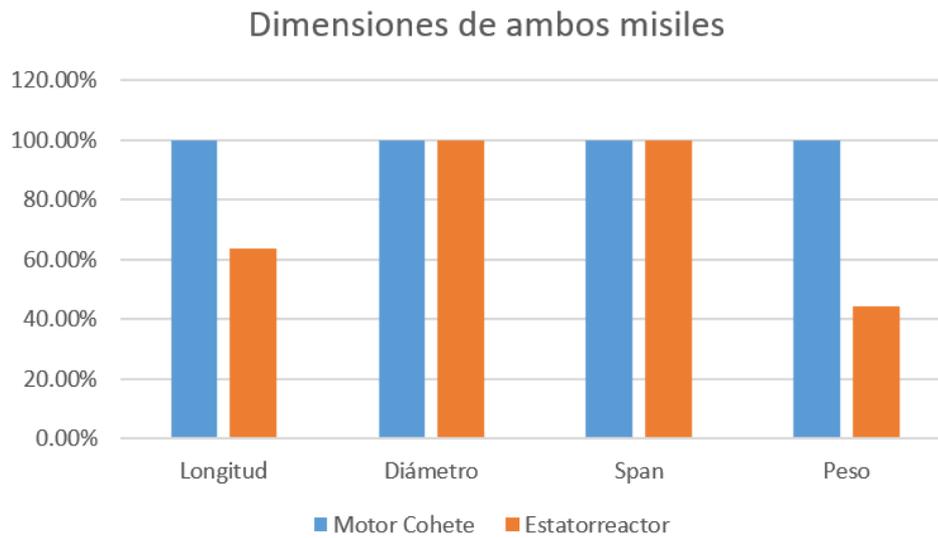


Figura 8.6 Comparación de las dimensiones de ambos misiles

Se pasará a comparar las trayectorias que describen ambos misiles y las prestaciones que tienen.

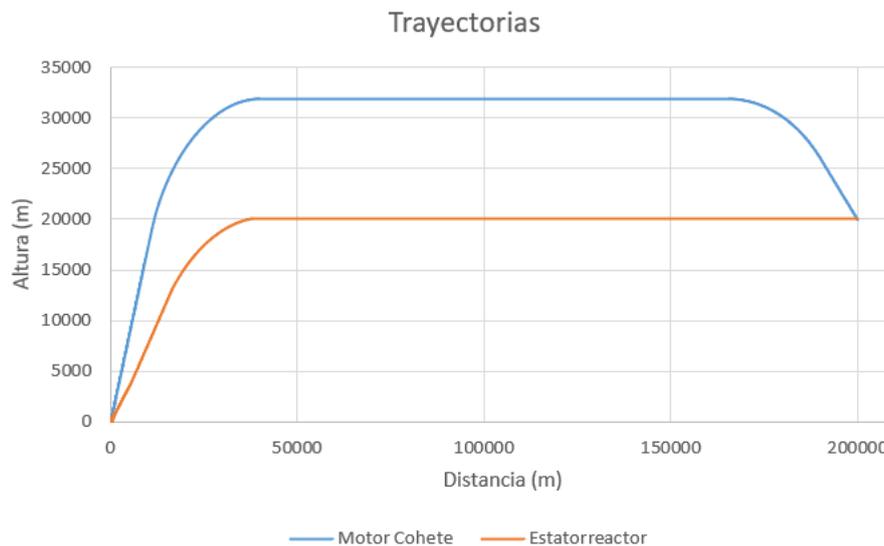


Figura 8.7 Comparación de las trayectorias de ambos misiles

Observando estas figuras se puede ver la trayectoria balística que sigue el misil del motor cohete (debido a que el sistema propulsivo no está limitado por la altura de vuelo, e incluso es más eficiente cuanto menos densa sea la atmósfera) y la trayectoria de crucero que sigue el estatorreactor (debido a que necesita un gasto de aire suficiente para poder funcionar).

En este apartado considero que el motor cohete tiene la ventaja, debido a la versatilidad que te proporciona no depender de las condiciones atmosféricas.

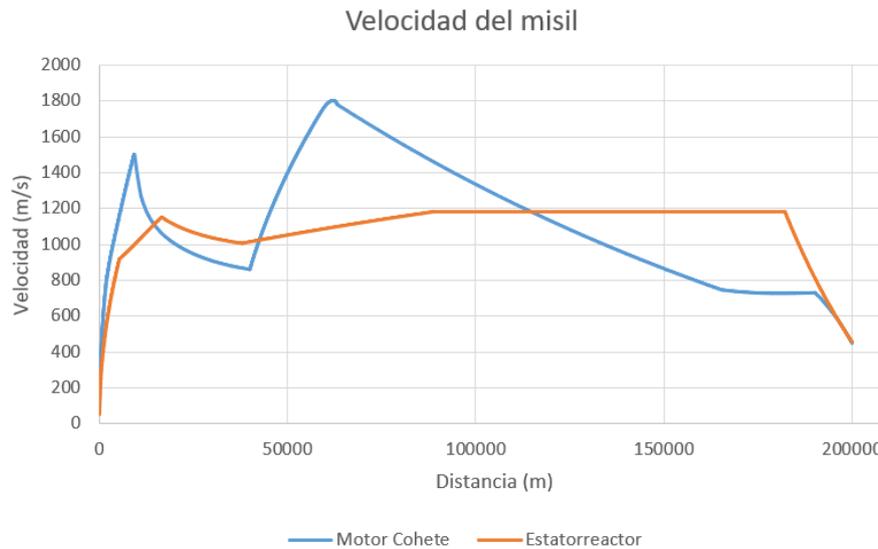


Figura 8.8 Comparación de las velocidades de ambos misiles

En la gráfica 8.8 (en la que se comparan las velocidades y no el Mach, para no depender de la altura de vuelo) se puede observar como el motor cohete es capaz de alcanzar picos de velocidad mucho mayores pero no es capaz de mantener la velocidad (aunque debido a la compleja configuración del motor cohete es capaz de mantener velocidades relativamente altas durante todo el vuelo). El estatorreactor sin embargo, aunque no alcanza picos tan altos de velocidad, mantiene una velocidad elevada durante toda la trayectoria, consiguiendo ser más rápido que el motor cohete, como se podrá observar en la siguiente gráfica.

La velocidad media durante la trayectoria de ambos misiles es:

$$V_{M_COHETE} = \frac{200000}{218.63} = 914.79 \text{ m/s.}$$

$$V_{M_RAMJET} = \frac{200000}{198.74} = 1006.34 \text{ m/s.}$$

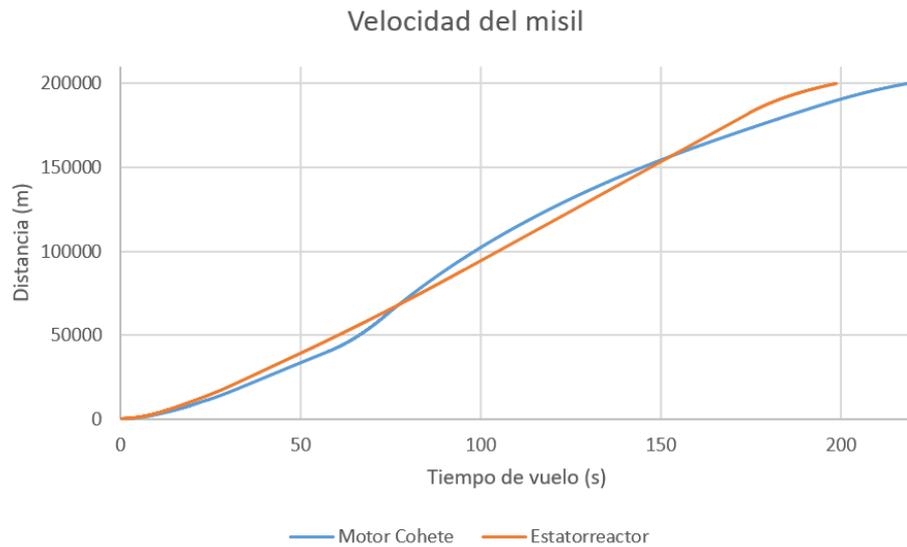


Figura 8.9 Distancia recorrida a lo largo del tiempo por ambos misiles

El estatorreactor llega antes al objetivo, y eso es lo que importa al final. En este apartado, la ventaja es para el *ramjet*. El motor cohete, además de ser más lento incluso con todas las tecnologías de las que dispone, tiene picos enormes de velocidad, que provocan un calentamiento aerodinámico excesivo. Además, cuanto más velocidad tenga el misil, mayor resistencia aerodinámica sufrirá, por lo que perderá esta velocidad más rápidamente.

Es mejor un vuelo a velocidad rápida y constante.

9. Conclusiones del trabajo

Las conclusiones que se pueden obtener de este trabajo se detallarán en este apartado. Estarán relacionadas con las capacidades de los sistemas propulsivos, ya que todo el trabajo gira en torno a ellos.

Ambos sistemas de propulsión son perfectamente válidos para su uso en el diseño de misiles, aunque tengan sus ventajas e inconvenientes.

Si no se requiere de un alcance muy grande, sin lugar a duda, el motor cohete es mejor (y probablemente, única opción), puede funcionar autónomamente como sistema de propulsión, acelera mucho más rápido y permite alcanzar velocidades instantáneas mucho mayores, aunque no sean mantenidas en el tiempo. Si se necesitan grandes aceleraciones, el motor cohete vuelve a ser la única opción viable.

En alcances muy grandes, los estatorreactores son mucho más eficientes. Aunque el propulsante sólido sea más denso que el combustible líquido, con un volumen idéntico de ambos se consiguen alcances enormemente mayores con el combustible líquido. Esto hace que las dimensiones del misil puedan ser menores, y esto es una gran ventaja, ya que el misil será mucho más difícil de detectar e interceptar. Además, para alcanzar distancias realmente grandes, el motor cohete deberá estar constituido por varias etapas, como es el caso del *Standard Missile SM-3* (4 etapas). Esto aumenta su complejidad y el coste de fabricación. Ambas características no son deseables para un misil.

Si el vuelo debe realizarse a alturas bajas (incluso a nivel del mar) para evitar ser detectado e interceptado (o para atacar un objetivo terrestre o marítimo más rápido), el estatorreactor es mejor, debido a que el motor cohete sufre mucha resistencia aerodinámica en la capa más densa de la atmósfera haciendo que la velocidad decrezca rápidamente mientras que el estatorreactor puede mantener un crucero gracias al gasto de aire elevado que puede obtener.

En contraposición, si la altura es una necesidad (también es una forma de aumentar la seguridad del misil, haciéndolo inalcanzable), la única posibilidad es montar un motor cohete en el misil. Esto es usado por los *ICBM*, como el *Minuteman III*

estadounidense, que puede alcanzar más de 1000 km de altura. Como ya se ha visto en varias ocasiones, el sistema propulsivo no depende de la atmósfera que lo rodea. Lo único que necesitará será un sistema de control no convencional para controlar su dirección (vectorización del empuje...).

En cuanto a la velocidad, aunque ambos misiles diseñados están bastante parejos en este aspecto, es más rápido el *ramjet*. Si se necesitara una velocidad mucho mayor, podría diseñarse un *scramjet*. El funcionamiento es muy similar al de un estatorreactor pero pueden funcionar eficientemente hasta Mach 8, debido a que la combustión es supersónica y no necesita decelerarse tanto el fluido, reduciendo las pérdidas de presión que producen las ondas de choque.

En cuanto al diseño de un misil en general, la principal conclusión que puede obtenerse durante este trabajo es que existen una gran cantidad de alternativas para satisfacer un mismo requisito, y que realizar una elección para mejorar una característica del misil supondrá que otra característica empeore.

Por eso es importante valorar desde un principio las características más importantes para encontrar los compromisos adecuados.

Durante el diseño de un misil (e imagino que se aplica en cualquier otra rama del diseño) es importante ser creativo y contar con varias alternativas, para optimizar el resultado final lo máximo posible.

10. Referencias bibliográficas

- [1] Real Academia Española. “Misil”. Diccionario de la lengua española. <https://dle.rae.es/misil>. (Accedido 10-06-2022).
- [2] T. Nicholas y R. Rossi. *US Missile Data Book, 2011*. Huntington Beach, California. Data Search Associates. 2011.
- [3] E. Fleeman. *Missile Design and System Engineering*, 1st ed. Reston, Virginia. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 2012.
- [4] “Fighter aircraft index”. Armedforces.eu. https://armedforces.eu/air_forces/fighter. (Accedido 11-06-2022).
- [5] O. Hajime. “Missile index”. missile.Index.ne.jp. <http://missile.index.ne.jp/en/>. (Accedido 04-02-2022).
- [6] “Anti-aircraft missile system Patriot (MIM-104A)”. Missilery.info. <https://en.missilery.info/missile/patriot>. (Accedido 15-02-2022).
- [7] A. Servaes. “M901 Mobile Launching station for Patriot surface-to-air missile system”. Armyrecognition.com. https://www.armyrecognition.com/patriot_mim-104_vehicles_systems_us_army_uk/m901_launching_station_launcher_unit_patriot_m983_data_sheet_specifications_information_description.html. (Accedido 04-02-2022).
- [8] A. Servaes. “Analysis Russian S-300PMU2 missile systems will increase air defense capabilities of Iran TASS 11304161”. Armyrecognition.com. https://www.armyrecognition.com/april_2016_global_defense_security_news_industry/analysis_russian_s-300pmu2_missile_systems_will_increase_air_defense_capabilities_of_iran_tass_11304161.html (Accedido 20-05-2022).
- [9] “48N6”. Deagel.com. <https://www.deagel.com/Defensive%20Weapons/48N6/a000994> (Accedido 10-05-2022).
- [10] C. Kopp. “Almaz-Antey 40R6 / S-400 Triumph Self Propelled Air Defence System”. Air Power Australia. <http://www.ausairpower.net/APA-S-400-Triumph.html#mozTocId843249> (Accedido 20-05-2022).
- [11] “S-400 SAM equipment capabilities”. janes.com. <https://www.janes.com/S400-equipment-intelligence> (Accedido 20-05-2022).

- [12] J. Trevithick. "The Air Force Almost Got A Near Hypersonic Radar Plane Killing Cruise Missiles Decades Ago". thedrive.com. <https://www.thedrive.com/the-war-zone/34036/the-air-force-almost-got-a-near-hypersonic-radar-plane-killing-cruise-missile-decades-ago> (Accedido 05-04-2022).
- [13] A. Parsch. "Martin Marietta ASALM". Designation-systems.net. <http://www.designation-systems.net/dusrm/app4/asalm.html> (Accedido 05-04-2022).
- [14] J. Jerger. *Systems Preliminary Design. Principles of Guided Missile Design*, 1st ed. Princeton, New Jersey. D. Van Nostrand Company. 1960.
- [15] E.A. Bonney, M.J. Zucrow y C.W Besserer. *Aerodynamics, Propulsion, Structures, and Design Practice*, 1st ed. Princeton, New Jersey. D. Van Nostrand Company. 1956.
- [16] L.H. Jorgensen. *Prediction of Static Aerodynamic Characteristics for Space-Shuttle-Like, and Other Bodies at Angles of Attack From 0° to 180°*. NASA Technical Note D-6996. 1973.
- [17] W.C. Pitts, J.N. Nielsen y G.E. Kaattari. *Lift and Center of Pressure of Wing-Body-Tail Combinations at Subsonic, Transonic and Supersonic Speeds*. National Advisory Committee for Aeronautics, Report 1307. 1959.
- [18] R.D. Finck. *USAD Stability and Control DATCOM*. Data Compendium. 1978.
- [19] P. Zarchan. *Tactical and Strategic Missile Guidance*, 5th ed. Reston, Virginia. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 2019.
- [20] United States National Oceanic and Atmospheric Administration and United States Air Force. *US Standard Atmosphere, 1976*. Washington. National Oceanic and Atmospheric Administration.
- [21] R. Stull. "Atmospheric Structure". Geo.libretexts.org. https://geo.libretexts.org/Bookshelves/Meteorology_and_Climate_Science/Book%3A_Practical_Meteorology_%28Stull%29/01%3A_Atmospheric_Basics/1.07%3A_Atmospheric_Structure (Accedido 15-06-2022).
- [22] L. DeSimone. *Aegis BMD; The Way Ahead*. 2011.
- [23] A. Parsch. "Raytheon RIM-161 Standard SM-3". Designation-systems.net. <https://www.designation-systems.net/dusrm/m-161.html> (Accedido 05-04-2022).
- [24] L.A. Klein. *Milimeter-Wave and Infrared Multisensor Design and Signal Processing*, 1st ed. Artech House. 1997.

- [25] S.B. Segletes. *Analytical Description of the Volume, Center of Gravity and Moments of Inertia for Tangent and Secant Ogives*. US Army Combat Capabilities Development Command Army Research Laboratory Aberdeen Proving Ground. 2019.
- [26] United States Naval Academy. “Fundamentals of Naval Weapons Systems, Chapter 15. Guidance and Control”. Mas.fas.org.
<https://man.fas.org/dod-101/navy/docs/fun/part15.htm> (Accedido 08-05-2022).
- [27] A. Servaes. “Patriot MIM-104 Surface-to-Air defense missile system data fact sheet”. Armirecognition.com
https://www.armyrecognition.com/armies_in_the_world_analysis_focus/index.php?option=com_content&view=article&id=3154:patriot-mim-104-united-states-uk&catid=762:united-states-american-missile-system-vehicle-uk&Itemid=1642&=1 (Accedido 04-02-2022).
- [28] J.B. Nowell. *Missile Total and Subsection Weight and Size Estimation Equations*. Monterey, California. Naval Postgraduate School. 1992.
- [29] “FM 44-85 Appendix B. Patriot Batallion Equipment and Organization”. Globalsecurity.com.
https://www.globalsecurity.org/space/library/policy/army/fm/44-85/Appb.htm#figb_23 (Accedido 04-02-2022).
- [30] J. Carleone. *Tactical Missile Warheads*. Washington, DC. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 1993.
- [31] M.G. Natrella. *Experimental Statistics. Section 2 – Standard Techniques for Analysis and Interpretation of enumerative and Classificatory Data*. Gaithersburg, Maryland. National Bureau of Standards. 1963.
- [32] G. Taylor. *The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion, Part I. Theoretical Discussion*. Proceedings of the Royal Society of London. 1950.
- [33] “Titanium Ti-6Al-4V (Grade 5), Annealed”. Matweb.com.
<https://www.matweb.com/search/datasheet.aspx?MatGUID=a0655d261898456b958e5f825ae85390&ckck=1> (Accedido 01-03-2022).
- [34] J. Mancilla, A. Zaragoza, A. Iturbe, I. Jonathan y A. Traslosheros. *Diseño de una tobera convergente-divergente para un túnel de viento supersónico de número de Mach 1.6*. Universidad Aeronáutica de Querétaro. 2021.
- [35] G.P. Sutton y O. Biblarz. *Rocket Propulsion Elements*, 7th ed. New York. John Wiley & Sons. 2001.

- [36] “AK Steel PH 15-7 Mo. Precipitation Hardening Stainless Steel, Condition C”. Matweb.com.
<https://www.matweb.com/search/datasheet.aspx?MatGUID=c1856b5da12d40f69010e22307f51c8f&ckck=1> (Accedido 03-03-2022).
- [37] A. Reilley. *openMotor*. 2019. Descarga disponible en:
<https://github.com/reilleya/openMotor>
- [38] “Aeroballistic missile AGM-69A SRAM”. Missilery.info.
<https://en.missilery.info/missile/sram> (Accedido 05-04-2022).
- [39] E. Torenbeek. “Appendix A: Volumes, Surface and Wetted Areas” en *Advanced Aircraft Design*. Oxford, UK. John Wiley & Sons. 2013.
- [40] NASA. “Air Rocket Launch Equations”. Grc.nasa.gov.
<https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/rktslaunch.html> (Accedido 08-02-2022).
- [41] R.J. Heaston y C.W. Smoots. *Introduction to Precision Guided Munitions*. Volumen 1. Chicago. Guidance and Control Information Analysis Center. Report HB-83-01. 1983
- [42] R.R. Bennett y W.E. Mathews, W.E. *Analytical Determination of Miss Distances for Linear Homing Navigation Systems*. Hughes Tech Memo 260. 1952.
- [43] S.H. Schneider. *Encyclopedia of Climate and Weather*. New York. Oxford University Press. 1996.
- [44] F.R. Kschischang. *The Complementary Error Function*. University Of Toronto. 2017. <https://www.comm.utoronto.ca/frank/notes/erfc.pdf> (Accedido 15-06-2022).
- [45] H.J. Allen y A.J. Eggers. *A Study of the Motion and Aerodynamic Heating of Ballistic Missiles Entering the Earth’s Atmosphere at High Supersonic Speeds*. National Advisory Committee For Aeronautics, Report 1381. 1953.
- [46] H.S. Carslaw y J.J.C. Jaeger. *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed. Oxford. Clarendon Press. 1959.
- [47] J. Shedon y E.L. Goldsmith. *Intake Aerodynamics*, 2nd ed. Reston, Virginia. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 1999.
- [48] K. Oswatitsch. *Pressure Recovery for Missiles with Reaction Propulsion at High Supersonic Speeds. (The efficiency of Shock Diffusers)*. National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Memorandum 1120. 1947.

- [49] NASA. "Oblique Shock Waves". Grc.nasa.gov.
<https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/oblique.html> (Accedido 10-04-2022).
- [50] G.W. Burdette. *Liquid Hydrocarbon Air Breather Fuel*. U.S. Patent N° US4410749A. 1981.
- [51] D.P. Wells, B.L. Horvath y L.A. McCullers. *The Flight Optimization System Weights Estimation Method*. Hampton. NASA Technical Memorandum 2017-219627. 2017.
- [52] G.D. Kinroth y W.R. Anderson. *Ramjet Design Handbook*. Columbia, Maryland. Chemical Propulsion Information Agency. 1980.
- [53] R.A. Bithell y R.C. Stoner. *Rapid Approach for Missile Synthesis*. Air Force Wright Aeronautical Laboratory. Technical Report 81-3022. 1982.
- [54] "Ramjet". Skybrary.aero. <https://skybrary.aero/articles/ramjet> (Accedido 19-06-2022).
- [55] "INCONEL Alloy 718". Haraldpihl.com.
https://www.haraldpihl.com/globalassets/pdf/059_inconel-alloy-718.pdf
(Accedido 24-04-2022).
- [56] R.E. Kirk, D.F. Othmer, M. Grayson y D. Eckroth. *Encyclopedia of Chemical Technology*, 3rd ed. New York. Wiley. 1978.
- [57] J.D. Anderson. *Modern Compressive Flow: With Historical Perspective*. Volumen 12. New York. McGraw-Hill. 1990.
- [58] NASA. "Ramjet Thermodynamic Cycle – Brayton Cycle". Grc.nasa.gov.
<https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/braytonram.html> (Accedido 20-06-2022).
- [59] P.G. Hill y C.R. Peterson. *Mechanics and Thermodynamics of Propulsion*, 2nd ed. Reading, Massachusetts. Addison-Wesley Publishing Company. 1992.
- [60] H. Ashley. *Engineering Analysis of Flight Vehicles*. Newburyport, Massachusetts. Dover Publications. 2013.

11. ANEXO I – DIAGRAMA GANTT

Con el objetivo de intentar realizar una estimación del tiempo que ha llevado la realización de este proyecto se ha realizado un diagrama Gantt, que muestra en qué periodos se ha realizado cada actividad y cuál ha sido su duración (estimada).

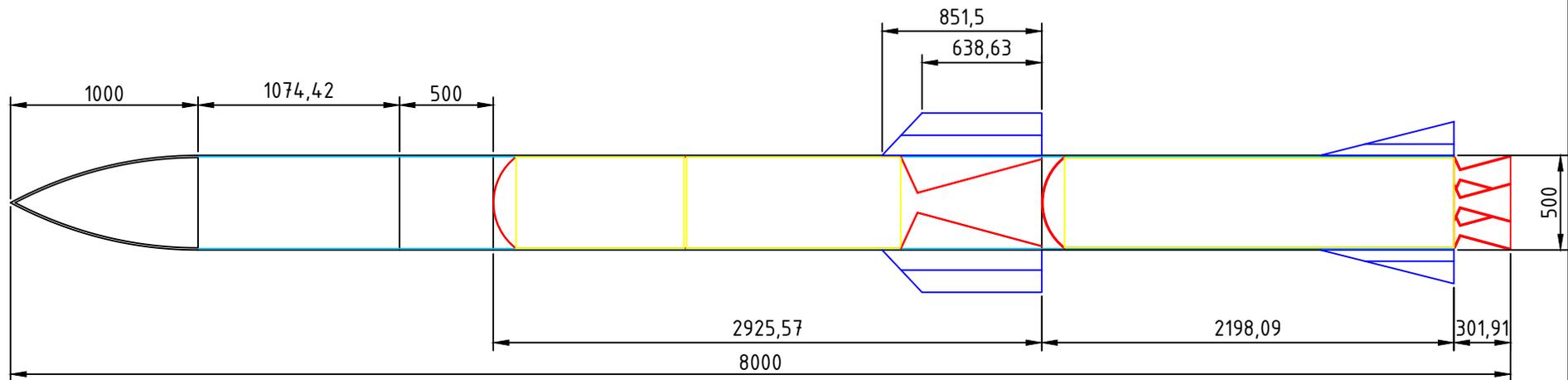
El proyecto se ha dividido en 37 semanas, desde que se recibió la misión que debían desarrollar los misiles hasta que se concluyó la redacción de esta memoria.

La primera semana por tanto, fue del 18 al 24 de octubre de 2021 y la última, del 27 de junio al 3 de julio de 2022.

Para facilitar su visualización, el diagrama se colocará en la siguiente página, ya que se trata de una tabla de gran longitud.

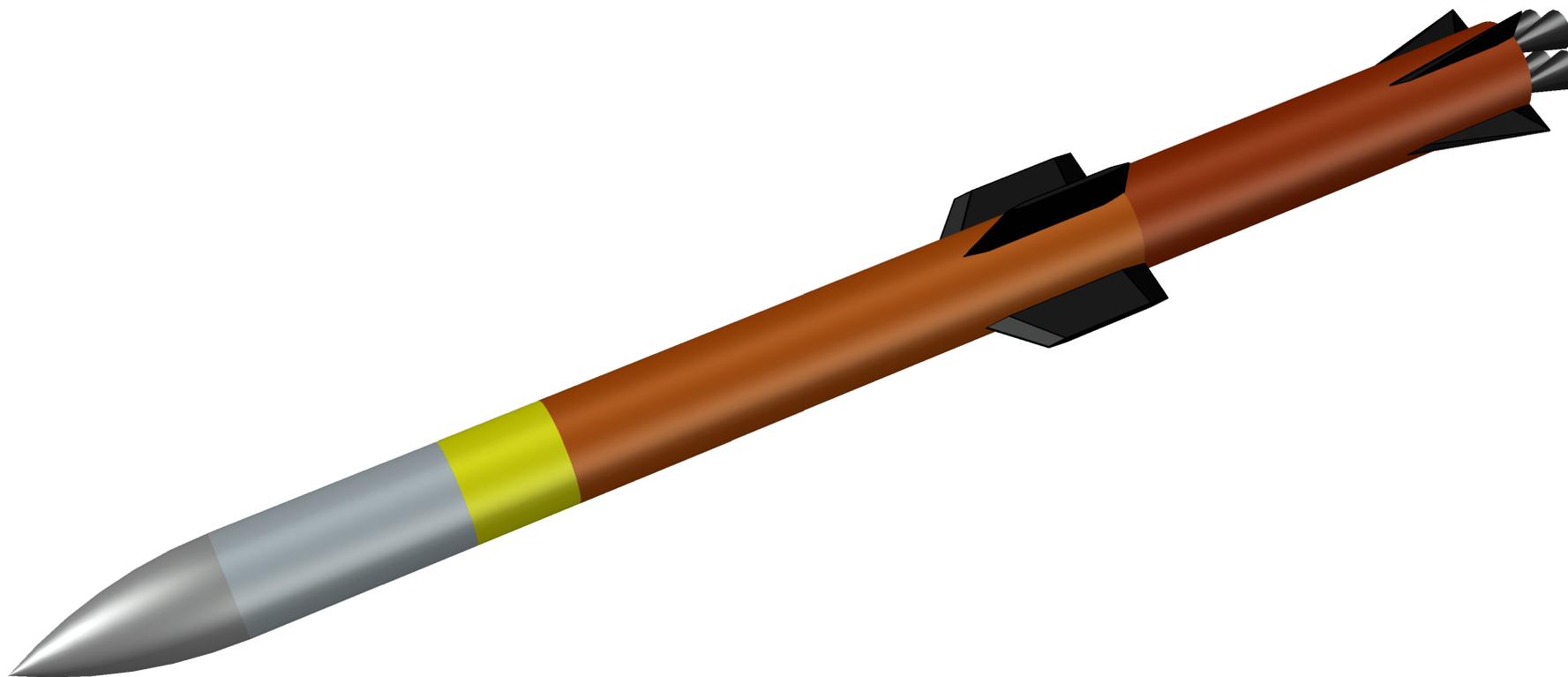
12. ANEXO II – PLANOS DE LOS MISILES

A lo largo de las siguientes páginas se mostrarán los planos realizados para ayudar en la visualización de los dos misiles. Se han dimensionado de acuerdo con los valores calculados a lo largo del trabajo.

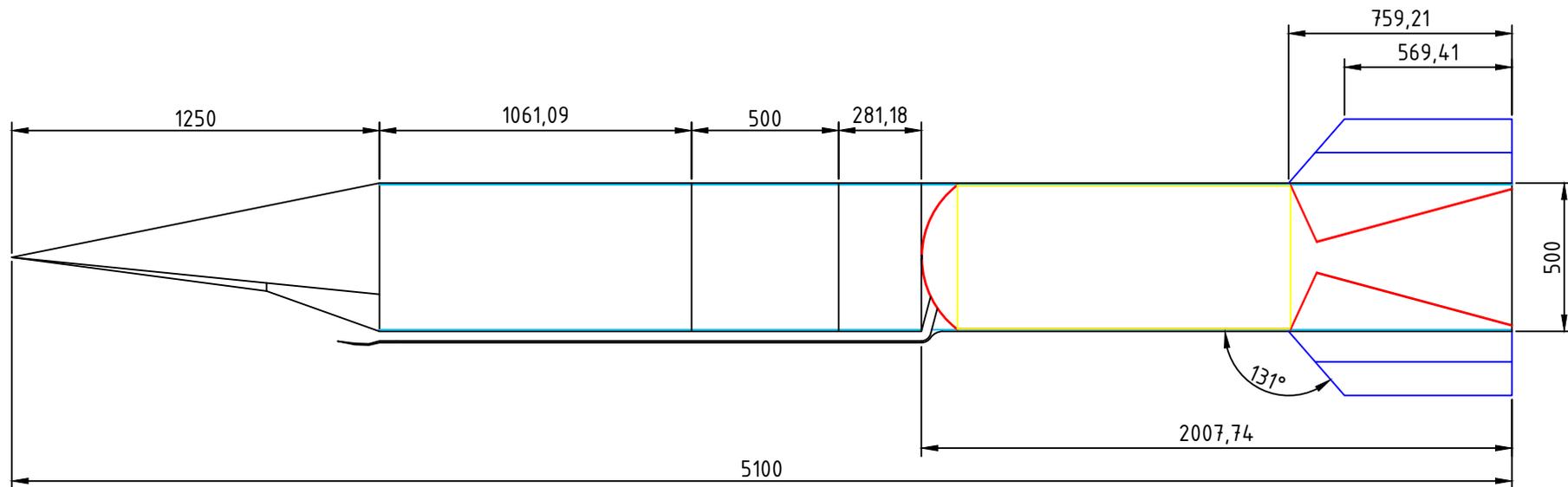


Medidas acotadas en
milímetros (mm)

<u>UNIVERSIDAD DE LEÓN</u> ESCUELA DE INGENIERÍAS, INDUSTRIAL, INFORMÁTICA Y AEROESPACIAL		<u>Proyecto</u> Misil tierra-aire de larga distancia	
<u>Plano</u> Sección del perfil del misil propulsado por motor cohete. Situación de subsistemas.		<u>Escala</u> 3:100	<u>Fecha</u> Junio 2022
<u>Autor</u> DAVID DONCEL DEL AMO		Trabajo de Fin de Grado Ing. Aeroespacial	
			<u>Nº PLANO</u> 1

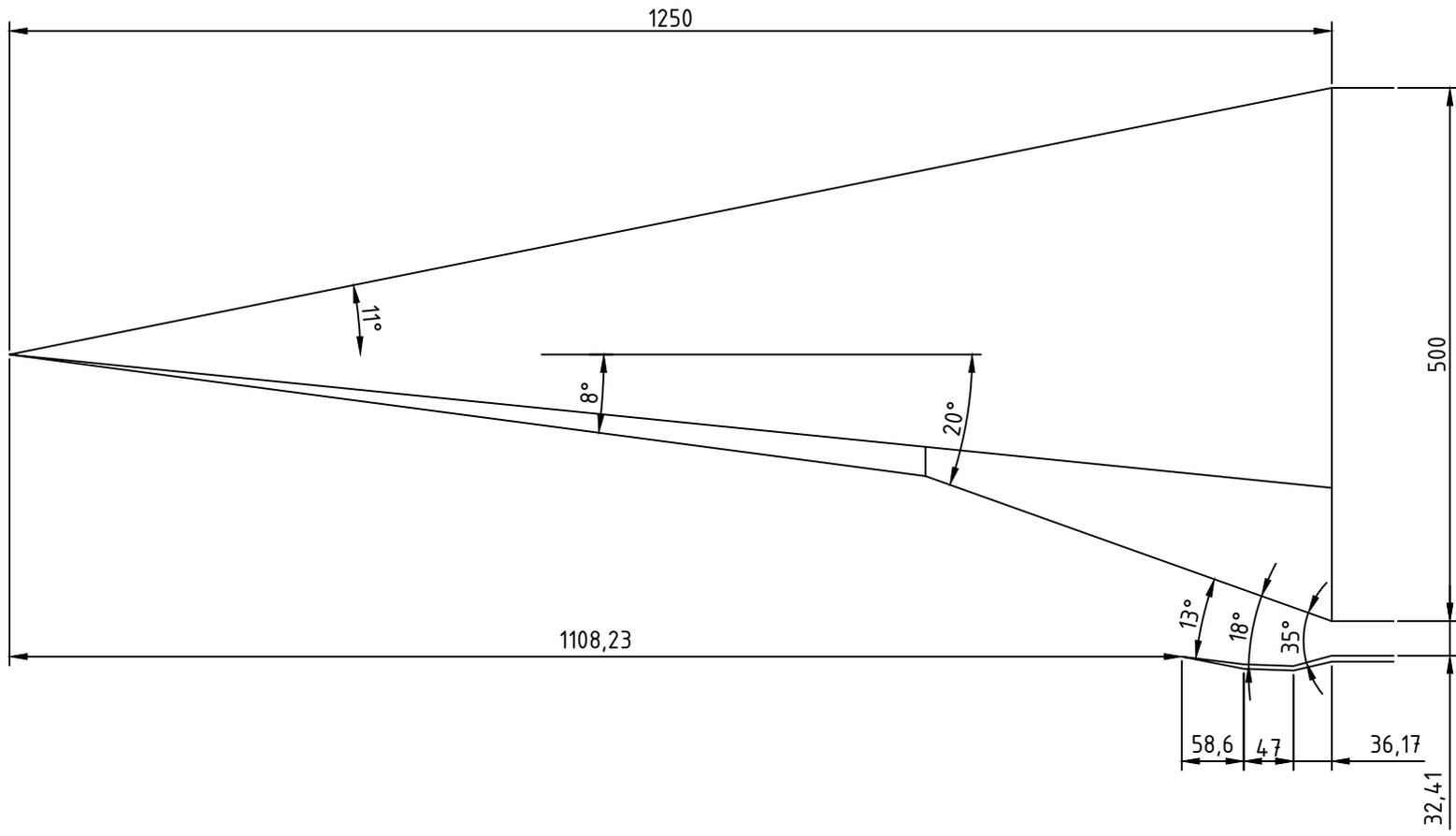


<u>UNIVERSIDAD DE LEÓN</u> ESCUELA DE INGENIERÍAS, INDUSTRIAL, INFORMÁTICA Y AEROESPACIAL		<u>Proyecto</u> Misil tierra-aire de larga distancia	
<u>Plano</u> Modelo 3D del misil propulsado por motor cohete.		<u>Escala</u> 3:100	<u>Fecha</u> Junio 2022
<u>Autor</u> DAVID DONCEL DEL AMO		Trabajo de Fin de Grado Ing. Aeroespacial	
			<u>Nº PLANO</u> 3



Medidas acotadas en milímetros (mm)

<u>UNIVERSIDAD DE LEÓN</u> ESCUELA DE INGENIERÍAS, INDUSTRIAL, INFORMÁTICA Y AEROESPACIAL		<u>Proyecto</u> Misil tierra-aire de larga distancia	
<u>Plano</u> Sección del perfil del misil propulsado por estatorreactor. Situación de subsistemas.		<u>Escala</u> 9:200	<u>Fecha</u> Junio 2022
<u>Autor</u> DAVID DONCEL DEL AMO		Trabajo de Fin de Grado Ing. Aeroespacial	
			<u>Nº PLANO</u> 4



Medidas acotadas en milímetros (mm)

UNIVERSIDAD DE LEÓN
 ESCUELA DE INGENIERÍAS, INDUSTRIAL, INFORMÁTICA Y AEROESPACIAL

Proyecto
 Misil tierra-aire de larga distancia

Plano
 Misil propulsado por estatorreactor.
 Geometría del radomo y entrada de aire.

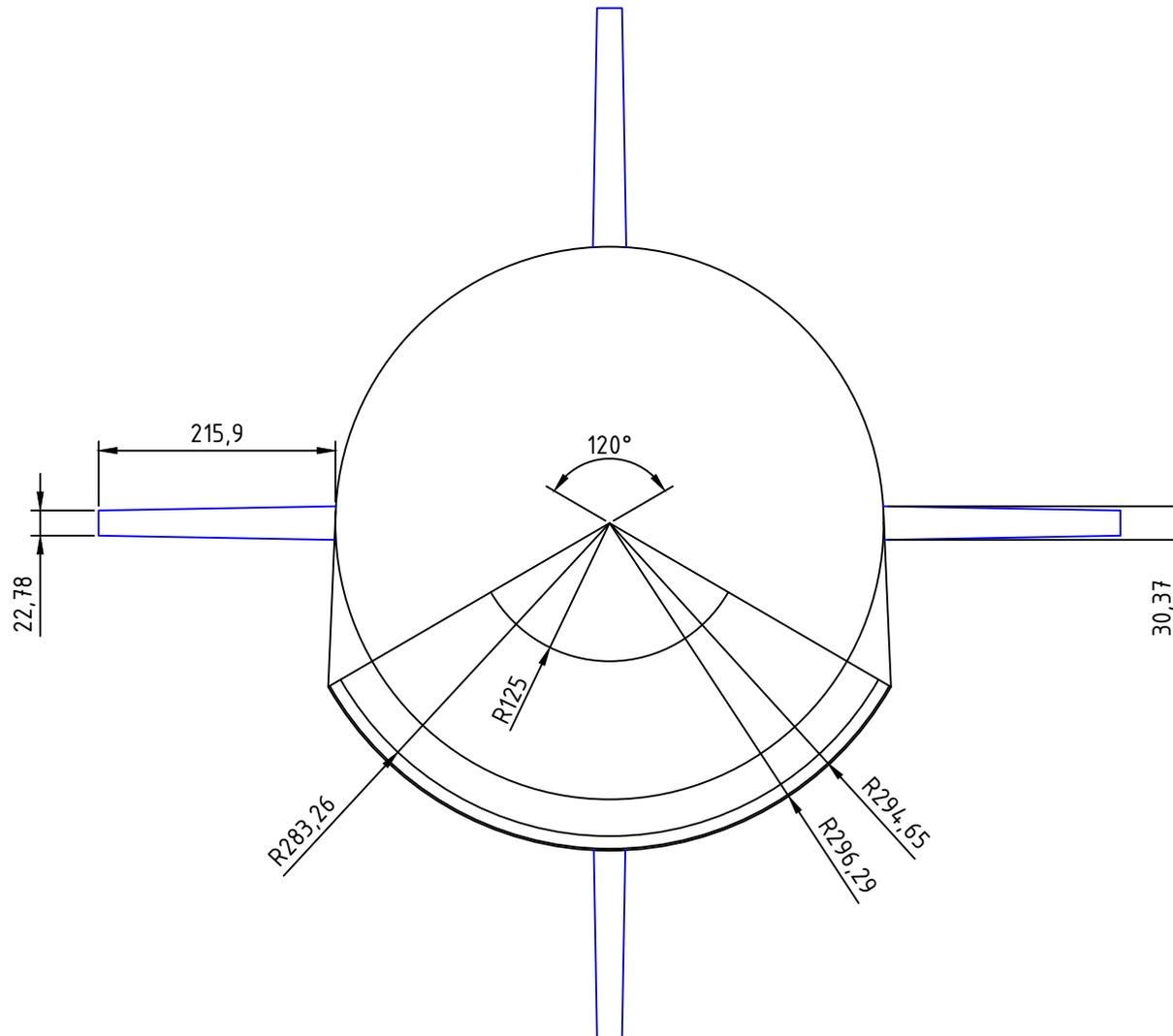
Escala
 3:20

Fecha
 Junio 2022

Nº PLANO
 5

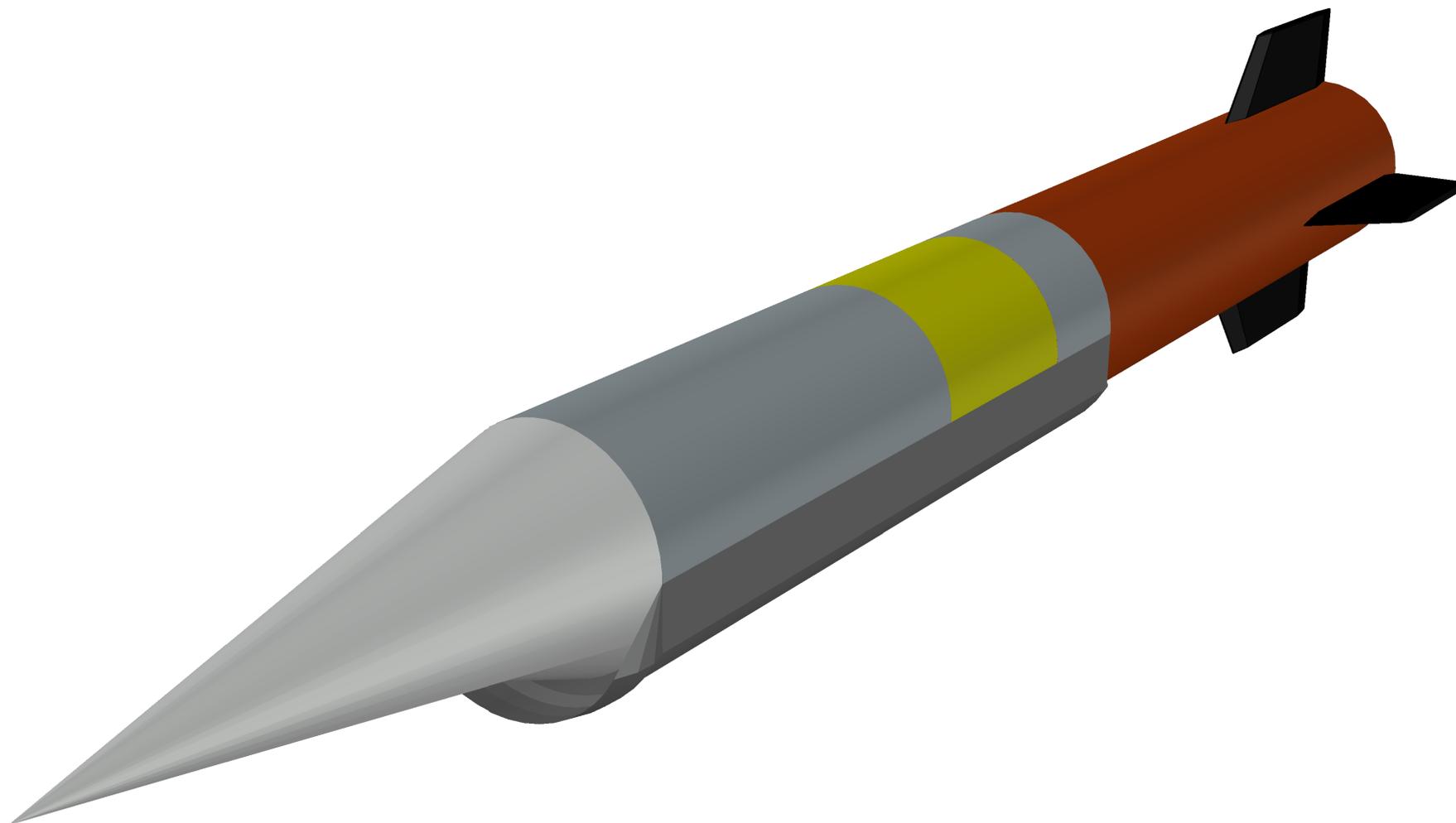
Autor
 DAVID DONCEL DEL AMO

Trabajo de Fin de Grado
 Ing. Aeroespacial



Medidas acotadas en
milímetros (mm)

<u>UNIVERSIDAD DE LEÓN</u> ESCUELA DE INGENIERÍAS, INDUSTRIAL, INFORMÁTICA Y AEROESPACIAL		<u>Proyecto</u> Misil tierra-aire de larga distancia	
<u>Plano</u> Vista anterior del misil propulsado por estatorreactor. Entrada de aire.		<u>Escala</u> 3:20	<u>Fecha</u> Junio 2022
<u>Autor</u> DAVID DONCEL DEL AMO		Trabajo de Fin de Grado Ing. Aeroespacial	
			<u>Nº PLANO</u> 6



<u>UNIVERSIDAD DE LEÓN</u> ESCUELA DE INGENIERÍAS, INDUSTRIAL, INFORMÁTICA Y AEROESPACIAL		<u>Proyecto</u> Misil tierra-aire de larga distancia	
<u>Plano</u> Modelo 3D del misil propulsado por estatorreactor.	<u>Escala</u> 1:100	<u>Fecha</u> Junio 2022	<u>Nº PLANO</u> 7
<u>Autor</u> DAVID DONCEL DEL AMO	Trabajo de Fin de Grado Ing. Aeroespacial		