8ª Lección: **Movimiento rectilíneo y curvilíneo, planos, de partículas: clasificaciones**

1. Movimiento rectilíneo de partículas

Al estudiar el movimiento de una partícula es preciso comenzar definiendo el concepto de “trayectoria”. Así pues, se denomina “trayectoria” al lugar geométrico de las posiciones ocupadas por la partícula a lo largo del tiempo; en consecuencia, en el movimiento rectilíneo, la trayectoria es una línea recta.

Sin embargo, aunque se sepa que la partícula describe una línea recta, el movimiento no quedará determinado si no se conoce dónde se encuentra aquélla en cada instante. Por ello, se precisa elegir un punto de la trayectoria al que referir la distancia de la partícula, esto es lo que se denomina “posición” y se acostumbra a representar por la letra “x”.

El punto de la trayectoria que se elige como referencia para medir, respecto de él, la distancia de la partícula, se denomina “origen”; una vez elegido, para definir completamente la posición, se necesita decir cuál de las semirrectas en las queda dividida la trayectoria corresponderá a las posiciones positivas. Con ello, el signo del número real que proporciona la posición, indicará a qué lado del origen se encuentra la partícula sobre la recta, y el módulo, la distancia a aquél.

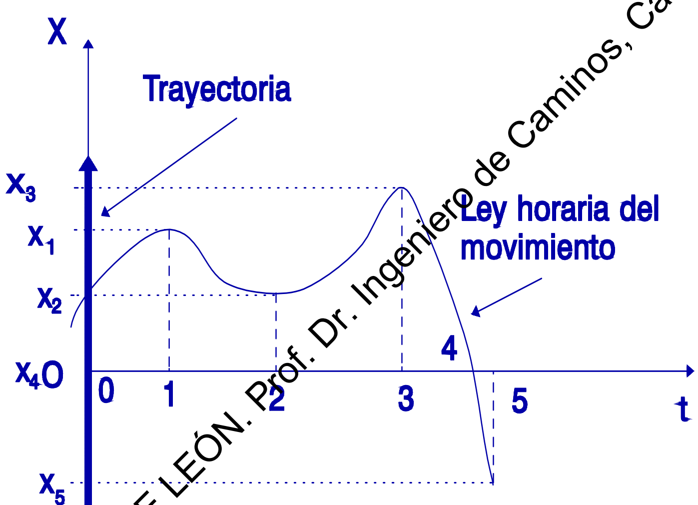

Figura 1. Ley horaria del movimiento. Trayectoria.

Así pues, la distancia de la partícula al origen -con su signo-, se denomina “posición”, y la función horaria [x= x(t)] que la define, “Ley Horaria del Movimiento (LHM)”. En consecuencia, la

LHM proporciona la posición de la partícula en cada instante de tiempo.

La proyección de la LHM sobre el eje de ordenadas permite “ver” el movimiento rectilíneo. Así, en relación a la figura 1, en t = 5 s, la partícula se encuentra en la parte negativa de la trayectoria rectilínea, a la distancia “x_5” del origen. En t = 3 s, la partícula se encuentra en la parte positiva de la trayectoria, en la posición más alejada del origen, para el intervalo de cinco segundos que se ha considerado en la figura 1.

Conviene señalar que en general, la diferencia entre la posición en un instante y en otro, no coincidirá con el espacio recorrido en dicho intervalo temporal. Ello sólo será cierto en un movimiento monótono, que es aquél en el que la partícula se desplaza siempre en el mismo sentido.

2. Velocidad media

Se define velocidad media como:

$$v_{med} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (1)$$

La expresión (1) compara el cambio de posición (“Δx”) con el intervalo de tiempo en el que ha tenido lugar (“Δt”). Así pues, el concepto de velocidad media no toma en consideración más que el tiempo necesario para que se produzca esa variación de posición.

Por ello, si, p.e., en un viaje en el AVE, entre León y Madrid, se han invertido 2 h y 6 min, la velocidad media será el resultado de dividir la distancia -por ferrocarril entre las citadas estaciones ADIF-, entre el citado tiempo, sin tener en cuenta las paradas en el recorrido, p.e., la que el AVE Madrid-León efectúa en el apeadero de Segovia, que lleva el nombre de “Guiomar” (Pilar de Valderrama), la mujer que el poeta conoció en esa ciudad en 1928, durante su etapa como profesor del Instituto, y a la que mencionó reiteradamente en la última parte de su obra.

3. Velocidad instantánea

A partir del concepto de velocidad media, se define la velocidad instantánea como su límite cuando tiende a cero el intervalo de tiempo considerado, es decir:

$$v_{ins} = \underset{\Delta t \to o}{Lím}\, v_{med} = \underset{\Delta t \to 0}{Lím} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \underset{\Delta t \to 0}{Lím} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \qquad (2)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \qquad (3)$$

De acuerdo con la definición anterior, en particular, con la parte que en (2) corresponde al límite del cociente de los incrementos, la velocidad en cualquier instante de tiempo viene dada por la tangente geométrica a la LHM en dicho instante, siendo el módulo de la velocidad, la tangente trigonométrica del ángulo que forma con el eje de abscisas. Este concepto da entrada a la interpretación del signo, ya que la tangente puede ser tanto positiva como negativa.

4. Interpretación geométrica de la velocidad

La velocidad en un instante de tiempo es, por tanto, la tangente geométrica a la LHM. Si la expresión (3) es positiva, matemáticamente resulta que el nº real "x" aumenta.

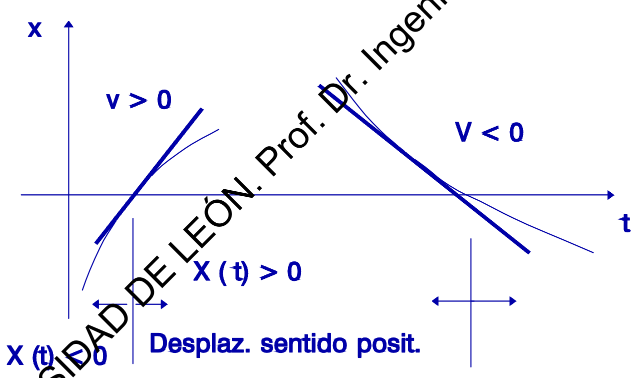

Figura 2. Interpretación del signo de la velocidad.

En Física, es preciso interpretar siempre el signo de un resultado, lo que en este caso conduce a decir que la partícula se desplaza en sentido positivo (Véase la LHM de la parte izqda. de la figura 2, a la que corresponde el rótulo "Desplaz. sentido posit.").

Se observa que cuando v>0, la partícula se desplaza en sentido positivo; al principio lo hace desde posiciones negativas [“x(t)<0”], después pasa por el origen (“x=0”) y posteriormente, se aleja de él.

En resumen, cuando “v>0”; es decir, cuando la tangente forma un ángulo positivo (antihorario), con el eje de abscisas, la partícula se desplaza en sentido positivo.

En la LHM dibujada en la parte derecha de la figura 2, correspondiente al caso “v<0”, la partícula se encuentra inicialmente en posiciones positivas; transcurrido cierto tiempo pasa por el origen y después se aleja de él, ocupando posiciones negativas. Por consiguiente, cuando “v<0” la partícula se desplazará en sentido negativo.

Desde el punto de vista matemático y por ejemplo, cuando “v<0” (LHM de la dcha. de la figura 2), el número real “x” disminuye a medida que aumenta el tiempo, la función LHM es decreciente y monótona; “monótonamente decreciente”, se suele decir en Matemáticas.

5. Aceleración media

Se define aceleración media de un movimiento rectilíneo como el cociente entre la diferencia del módulo de la velocidad en dos instantes de tiempo y la diferencia entre éstos, es decir:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (4)$$

La aceleración media es un concepto muy utilizado por los fabricantes de automóviles de turismo que, invariablemente, lo proporcionan en sus catálogos para el intervalo “0-100 km/h”, como recoge la tabla 1.

Modelo	Potencia (CV/rpm)	Consumo medio L/100 km	Aceler. 0-100 km/h (s)
218 i	136/4400	4,9 a 5,2	9,2
220 i	192/5000	5,6 a 5,8	7,4
225 i	231/5000	5,8 a 6,0	6,6

Tabla 1. Algunas características del BMW Serie 2 Active Tourer

6. Aceleración instantánea

La aceleración, en un instante cualquiera "t", se obtiene calculando el límite de la aceleración media, cuando se hace tender a cero el intervalo de tiempo observado; o sea, el límite matemático:

$$a_{ins} = \lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \qquad (5)$$

$$a_{ins} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \qquad (6)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \qquad (7)$$

7. Interpretación geométrica de la aceleración

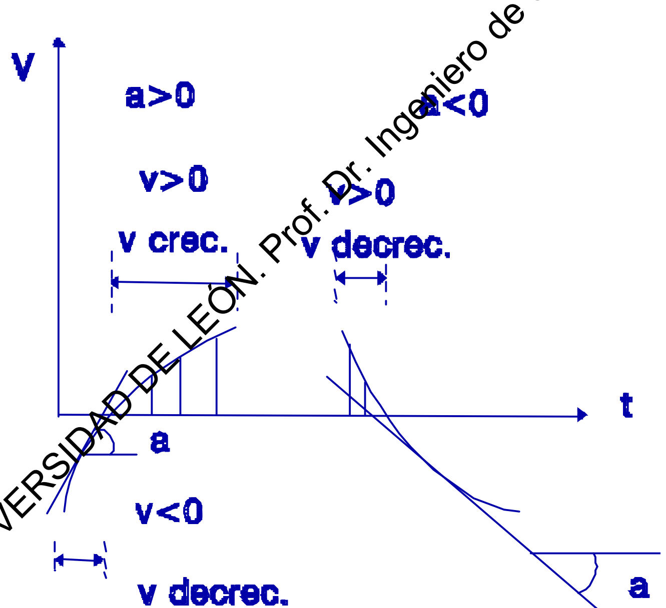

Figura 3. Interpretación del signo de la aceleración.

Si "a>0", de acuerdo con la última igualdad de la ecuación (5), resulta que la función "v" es estrictamente creciente, monótona. La variación de la velocidad con el tiempo podría venir representada por una gráfica como la que se muestra en la parte izquierda de la figura 3.

Antes de la intersección con el eje de abscisas, la velocidad es negativa, lo que, como se explicó anteriormente, significa que la partícula se desplaza en el sentido negativo. Una vez interpretado el signo de la velocidad, la parte izquierda de la figura 3 muestra que el módulo de la velocidad disminuye. El resumen de las anteriores observaciones, cuando siendo “a>0” se cumple que “v<0”, es que la partícula se desplaza en sentido negativo cada vez más lentamente, es decir, decelera.

Siguiendo con el caso “a>0”, pero considerando ahora los tiempos posteriores a la intersección de “v=v(t)” con el eje de abscisas, se observa que “v>0” y también, que el módulo de la velocidad aumenta. Es decir, la partícula se desplaza en sentido positivo cada vez más rápidamente; acelera, por tanto.

Como resumen de la situación “a>0”, se puede decir que sólo una de las dos cosas siguientes puede ocurrir: o la partícula se desplaza en sentido negativo cada vez más lentamente (deceleración), o si se desplaza en el positivo, lo hace cada vez más rápido, o sea, que acelera. Tanto una como otra situación se corresponden con una cierta “querencia” de la partícula hacia el desplazamiento en sentido positivo, de tal manera que si se ve forzada a desplazarse en el sentido negativo, se podría decir que “resiste”, en tanto que disminuye su velocidad.

Se deja al lector razonar lo que sucede cuando “a<0”, parte derecha de la figura 3.

8. Derivación intermedia

En ocasiones se hace preciso efectuar lo que se denomina una “derivación intermedia”. En el caso de la aceleración, y para el movimiento rectilíneo, el interés de la derivación intermedia se concreta en “abrir” la derivada temporal para insertar, en numerador y denominador, la diferencial de la posición “dx”, es decir:

$$a = \frac{dv}{dx} \bullet \frac{dx}{dt} \qquad (8)$$

expresión en la que “dx/dt” es la velocidad [Ec. (2)], con lo que la ecuación (8) quedaría en la forma:

$$a = \frac{dv}{dx} \bullet v \qquad (9)$$

con ello, en el segundo miembro, se tiene el producto de la velocidad por su diferencial, lo que es conveniente si se diera el caso de que la aceleración fuera constante o función de la posición "x". En efecto, en tales supuestos, la ecuación diferencial de variables separadas dada por la expresión (9) sería directamente integrable.

así se logra que en el segundo miembro aparezca la velocidad y su

9. Clasificación de los movimientos rectilíneos

Aunque sea adelantar ideas, conviene recordar que la segunda ley de Newton (1687) relaciona el vector fuerza resultante con el vector aceleración. Esto significa que ante la aplicación de un campo de fuerzas a una partícula, ésta adquirirá una aceleración de la que resultará su movimiento.

De acuerdo con lo señalado en el párrafo anterior, los movimientos se clasificarán en función de la aceleración. En el caso de un movimiento rectilíneo, cinco son los casos que pueden darse:

I) $a = 0$

De la condición I se desprende que, según la segunda ley de Newton (1687), no actúa ninguna fuerza sobre la partícula, denominándose a este caso movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

Sustituyendo en la ecuación (7) e integrando, resulta que la velocidad permanece constante, e igual a la que tuviera la partícula en el instante inicial. Entrando con este valor constante de la velocidad –característica fundamental del MRU-,en la ecuación (3), e integrando otra vez, se obtiene la conocida ley que relaciona el cambio de posición con el intervalo temporal entre los instantes considerados.

Se obtiene así que: A) la LHM es una línea recta -con ordenada en el origen, positiva o negativa, dependiendo de si en el instante inicial la partícula se encuentra o no en él-, y pendiente positiva o negativa, en función del signo que tenga la velocidad inicial, B) la variación de velocidad con el tiempo es una línea horizontal, por encima o por debajo del eje de abscisas y C), la variación de la aceleración con el tiempo viene dada por el propio eje de abscisas.

Aún cuando las tres leyes citadas: “x=x(t)”, “v=v(t)” y “a=a(t)”, sean muy sencillas en el MRU, al describirlas se ha querido llamar la atención sobre la conveniencia de su representación, no sólo para el sencillo MRU, sino sobre todo, para cualquier otro movimiento, en tanto que realizada en la forma que se indicará a continuación, proporciona toda la información necesaria para describirlo y adicionalmente, comprobar si se ha hecho correctamente.

La primera gráfica que debe hacerse es la de la LHM, debajo de ella se dibujará la ley de velocidades, de tal forma que el eje de ordenadas de ambas gráficas quede en la misma vertical. Por último, se dibujará la ley de aceleraciones, igualmente con el eje de ordenadas debajo del de velocidades.

Habiendo dibujado las tres leyes: “x=x(t)”, “v=v(t)” y “a=a(t)”, en el orden indicado, y teniendo en cuenta la relación (3), es inmediato deducir que la ley “v=v(t)”, en tanto que derivada de la LHM, debe cumplir ciertos requisitos.

Así, por ejemplo, en el instante de tiempo en el que la LHM presente tangente horizontal, la ley “v=v(t)” tendrá que tener valor cero. En el intervalo temporal en el que la LHM sea, p.e., estrictamente creciente, la velocidad tendrá que ser positiva; donde la LHM sea monótona decreciente, la velocidad será negativa, y necesariamente, el paso de una LHM de creciente a decreciente –o a la inversa-, tendrá lugar donde la tangente sea horizontal, lo que implica velocidad nula.

De acuerdo con la ecuación (7), la ley de aceleraciones tendrá que cumplir las condiciones propias de su condición de derivada de la ley de velocidades.

II) $a = cte$

Según la segunda ley de Newton (1687), la resultante de las fuerzas aplicadas a la partícula es constante y el movimiento resultante se denomina uniformemente variado (MRUV). Si la aceleración es positiva, el movimiento es uniformemente acelerado en el sentido que se haya adoptado como positivo para la posición; si es negativa, el movimiento será uniformemente decelerado en ese mismo sentido.

La representación de la LHM será una parábola de segundo grado, la de la ley de velocidades, en tanto que derivada de la anterior, será una línea recta, con pendiente igual al valor de la aceleración. Si ésta es positiva, la ley de aceleraciones será una línea recta horizontal, situada por encima del eje de tiempos y por debajo, si fuera negativa.

La derivación intermedia a través del parámetro posicional proporciona la conocida ecuación –habitualmente estudiada en la Enseñanza Secundaria-, que relacionaba la diferencia del cuadrado de las velocidades con el módulo de la aceleración y la diferencia de posiciones, cuya deducción se propone al estudiante como ejercicio.

Por último, dada la familiaridad con la que se suele conocer el movimiento parabólico, se recomienda que el estudiante dibuje la LHM, la ley de velocidades y la de aceleraciones, para el caso de un MRUD. Se trata, evidentemente, de un ejercicio paramétrico, en el que -para poder representar las curvas-, habrá que suponer signos a las letras que representen las magnitudes que definen el movimiento.

III) $a = a(t)$

Este caso se presentará cuando alguna de las fuerzas actuantes sobre la partícula dependa del tiempo. Fuerzas reales dependientes del tiempo son, por ejemplo, las ejercidas por el viento. En las zonas costeras, el viento que actúa sobre grandes extensiones de agua (*Fetch*, se denomina este concepto en la tecnología portuaria), son las que causan el oleaje.

La obtención de la ley de velocidades y, posteriormente, de la de posiciones (LHM), serán inmediatas, en el supuesto de que la función $a = a(t)$ sea integrable, y también lo sea la ley de velocidades.

IV) a = a (x)

La resultante de las fuerzas actuantes sobre una partícula será función de la variable posicional si alguna de ellas es función de la posición. Un caso típico de este cuarto supuesto es el del movimiento de una partícula unida a un muelle.

Utilizando la expresión de la derivación intermedia –ecuación (8)-, se obtendrá la ley "v = v(x)", y sustituyendo ésta en la ecuación (3), se obtendría la LHM. El condicional, que se ha usado en el tiempo verbal, obedece a que hace falta que la ley "v = v(x)" admita inversa, para que se pueda despejar la variable posicional y sustituirla en la citada ecuación (3), y así proceder a su integración.

Así pues, si "v = v(x)" es invertible y la función resultante, integrable, se habrá podido obtener la LHM. Con ella, sustituyéndola en "v = v(x)" se tendrá "v = v [x(t)]", en definitiva, "v* = v*(t)" y sustituyendo ésta en la ley de aceleraciones se llegará a "a* = a*(t)".

V) a = a (v),

El último tipo de movimiento rectilíneo se da cuando alguna de las fuerzas que solicitan a la partícula es función de su velocidad. La ley de Stokes proporciona la fuerza resistiva que experimenta una esfera pequeña que cae en el seno de un líquido. En las páginas 154 a 156 del libro "Lecciones de Mecánica de Fluidos" (Celemín Matachana, 1996), se detalla la integración de las ecuaciones correspondientes a un ejemplo de este "V" caso. Se remite al lector al citado libro para que, en el contexto de la MdF, compruebe que sabe aplicar conceptos estudiados en la Mecánica del Sólido Rígido.

Naturalmente que podría darse el caso de que hubiera fuerzas actuantes sobre la partícula que fueran dependientes, simultáneamente, de la posición, velocidad y tiempo, o de dos de ellas, pero tal supuesto no se contempla en este estudio, pues no es posible proporcionar un método de resolución sencillo, como los que se han podido mostrar en los casos estudiados.

10. Movimiento curvilíneo plano de partículas

El movimiento curvilíneo corresponde al caso en el que la trayectoria es una línea curva. Para definirlo en dos dimensiones –único espacio en el que se hará dicho estudio en este curso- se utiliza un sistema cartesiano de referencia OXY.

Así pues, si se supone conocida la trayectoria curvilínea de la partícula en el plano OXY, su vector posición en un instante cualquiera "t" vendrá dado por la expresión:

$$\vec{r}(t) = x(t) \bullet \vec{i} + y(t) \bullet \vec{j} \qquad (10)$$

que se denomina vector posición de la partícula en el instante genérico "t". Debe ser observado que la expresión (10) permite descomponer el movimiento curvilíneo en dos rectilíneos, correspondiente cada uno de ellos a la proyección ortogonal de la posición de la partícula sobre los ejes cartesianos.

En efecto, "x(t)" es la LHM de la proyección ortogonal de la posición de la partícula sobre el eje OX, mientras que "y(t)" es la LHM de la proyección ortogonal sobre OY.

Mediante la expresión (10), el movimiento curvilíneo ha quedado descompuesto en la suma de dos movimientos rectilíneos a los que, lógicamente, es de aplicación todo lo estudiado para dicho tipo de movimientos.

11. Vector velocidad instantánea

El vector velocidad en un instante genérico se obtiene calculando el límite del vector velocidad media, cuya definición se obtiene por extensión de la expresión (1), formulada para el movimiento rectilíneo. En consecuencia, para el movimiento curvilíneo la citada extrapolación se concreta en:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_{med} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (11)$$

derivando la expresión del vector posición del movimiento curvilíneo (Ecuación 10) resulta, por tanto:

$$\vec{v}(t) = \dot{x}(t) \bullet \vec{i} + \dot{y}(t) \bullet \vec{j} \qquad (12)$$

donde "$\dot{x}$" e "$\dot{y}$" son la primera derivada de la correspondiente LHM.

Las características del vector velocidad instantánea requieren el siguiente comentario: por lo que se refiere al módulo, debe tenerse en cuenta que al elevar al cuadrado cada una de las componentes del vector velocidad y extraer la raíz cuadrada, resulta la función “módulo instantáneo de la velocidad”, lo que significa que para poder obtener un valor numérico será preciso particularizarla en un instante determinado.

Si se trata de la dirección del vector velocidad, se hace más patente la necesidad de concretar el instante de tiempo en el que se desea conocer dicha característica, pues no será posible obtener dirección alguna si no se dispone de las componentes numéricas de la velocidad. Habiendo particularizado la expresión (12) en un instante temporal, es inmediato no sólo conocer el módulo y la dirección del vector velocidad, sino también su sentido.

El comentario más importante que cabe hacer de la expresión (12) es que el vector velocidad siempre es tangente a la trayectoria. Ello es consecuencia -obligada-, de la definición de vector velocidad como límite del vector "$\Delta\vec{r}$".

En efecto, el incremento de vector posición en un instante determinado “t” ($\Delta\vec{r}$), es un vector que une el punto correspondiente a la posición en dicho instante ["$\vec{r}(t)$"], con el asociado al vector posición en el instante “t+Δt” ["$\vec{r}(t+\Delta t)$"].

Resulta así que "$\Delta\vec{r}$" es un vector secante a la trayectoria. Al hacer que "Δt" tienda a cero -según indica la expresión (11)-, el vector posición "$\vec{r}(t+\Delta t)$" se irá aproximando a "$\vec{r}(t)$", uniendo siempre, por tanto, dos puntos situados sobre la trayectoria: los definidos por "$\vec{r}(t)$" y "$\vec{r}(t+\Delta t)$".

En el límite, esto es, cuando "Δt" es prácticamente cero, el vector "$\Delta\vec{r}$" unirá dos puntos consecutivos de la trayectoria y por definición, la recta que une dos puntos consecutivos –esto es, infinitamente próximos-, de una curva, es la tangente en el punto considerado inicialmente, es decir, es la tangente en el punto definido por el vector "$\vec{r}(t)$". Ha quedado, por consiguiente, demostrado que la tangente a la trayectoria en un punto es el vector soporte de la velocidad en dicho punto. El sentido de la velocidad es del avance del movimiento. El estudiante debe reproducir lo indicado en el gráfico de una trayectoria curvilínea, para asegurarse de que ha comprendido la descripción que se ha hecho.

12. Vector aceleración instantánea

El vector aceleración en el instante “t” se define como:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0} \vec{a}_{med} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta T} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (13)$$

y teniendo en cuenta la expresión (12) será:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = x(t)\bullet\vec{i} + y(t)\bullet\vec{j} \qquad (14)$$

en la que "$\ddot{x}$" e "$\ddot{y}$" son la segunda derivada de la correspondiente LHM.

De forma similar a lo explicado para el vector velocidad, hay que señalar que el módulo, dirección y sentido de la aceleración sólo quedan definidos si se refieren a un tiempo concreto. De no concretarse el instante, lo que se obtendría al calcular el módulo del vector dado por la expresión (14) sería la “función” módulo en un instante cualquiera.

Hay que subrayar que la dirección del vector aceleración NO es tangente a la trayectoria, sino a una curva concreta denominada “hodógrafa” del movimiento.

La hodógrafa de un movimiento se obtiene eligiendo un punto cualquiera del plano y llevando a él el vector velocidad instantánea en distintos momentos, es decir, trazando los vectores equipolentes a los vectores velocidad. El lugar geométrico de los extremos del vector velocidad instantánea es la hodógrafa, y a esta curva sí que es tangente la aceleración. Se deja al lector hacer la comprobación, para lo cual será necesario haber comprendido la explicación de la tangencia del vector velocidad a la trayectoria.

13. Aceleración en coordenadas intrínsecas

En el apartado 11 se demostró que el vector velocidad es tangente a la trayectoria, y que por tanto, si se adopta en cada punto de ésta un vector básico unitario trazado sobre dicha recta, se podrá escribir:

$$\vec{v} = v(t)\vec{t} \qquad (15)$$

donde el vector tangente "$\vec{t}$" también es función del tiempo, es decir "$\vec{t} = \vec{t}(t)$". No se ha reflejado en la expresión (15) la dependencia temporal del vector tangente porque lo habitual es no hacerlo.

Definido el vector unitario tangente en cada punto de la trayectoria, se define el vector unitario normal "$\vec{n} = \vec{n}(t)$" ,como el vector perpendicular a él trazado en el mismo punto. El vector unitario normal se obtiene, por tanto, trazando la perpendicular a la tangente, eligiendo un vector unitario sobre ella y dirigiéndolo hacia el centro de curvatura en el punto de la trayectoria en el que se esté.

El centro ce curvatura es el centro del círculo osculador, que es la circunferencia que pasa por tres puntos consecutivos de la curva en el punto considerado. No debe verse incoherencia en la utilización de los sustantivos círculo y circunferencia, pues se trata de un convencionalismo.

En consecuencia, en cada punto de una curva plana –también, si fuera alabeada-, se define un sistema de referencia intrínseco constituido por los citados vectores unitarios tangente y normal. El sistema de referencia plano así definido se puede utilizar también en curvas espaciales, añadiendo el vector binormal, perpendicular a los anteriores y constituyendo los tres: tangente, normal y binormal, un sistema dextrógiro (giro “a derechas” de uno a otro eje).

14. Expresión de la velocidad en coordenadas intrínsecas

La aceleración ha sido definida (Ec.13) como un vector que mide la variación temporal de, lógicamente, otro vector: la velocidad. Por ello, el vector aceleración debe medir los cambios temporales, tanto de la parte escalar como de la parte direccional, del vector velocidad, es decir:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(PE\vec{v})}{dt} + \frac{d(PD\vec{v})}{dt}$$

A continuación, partiendo de la expresión del vector velocidad en coordenadas intrínsecas, se deducirá la obtención de cada una de las citadas variaciones temporales del vector velocidad, lo que dará entrada, y sobre todo, significado, a la aceleración tangencial y a la aceleración normal.

Teniendo en cuenta la expresión de la velocidad en coordenadas intrínsecas (Ecuación 15), resulta:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \bullet \vec{t} + v \bullet \frac{d\vec{t}}{dt} \qquad (16)$$

expresión en la que, lógicamente, hay que derivar respecto al tiempo tanto la función “v=v(t)” como el vector tangente "$\vec{t} = \vec{t}(t)$", pues no hay que olvidar que la dirección del vector unitario tangente cambia de un punto a otro de la trayectoria.

El cálculo de la derivada temporal del vector tangente se hace mediante el concepto de derivación intermedia (Apartado 8). En este caso, la derivación se hará respecto al arco de curva “s”, como sigue:

$$\frac{d\vec{t}}{dt} = \frac{d\vec{t}}{ds}\frac{ds}{dt} \qquad (17)$$

De acuerdo con las fórmulas de Frenet, la derivada del vector tangente es la inversa del radio de curvatura por el vector unitario normal, es decir:

$$\frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{1}{\rho}\vec{n} \qquad (18)$$

Por otro lado, al estudiar el movimiento rectilíneo, se vio que la derivada temporal del parámetro posicional “x” era el módulo de la velocidad (ecuación 3), por lo que la derivada temporal del parámetro “s” –que es la posición de la partícula si se trata de un movimiento curvilíneo-, será también el módulo de la velocidad “v”. En consecuencia, resulta:

$$\frac{d\vec{t}}{dt} = \frac{d\vec{t}}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{1}{\rho} \bullet v \bullet \vec{n} \qquad (19)$$

que sustituida en (16) proporciona:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \bullet \vec{t} + \frac{v^2}{\rho} \bullet \vec{n} \qquad (20)$$

que son las componentes intrínsecas de la aceleración, es decir:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \bullet \vec{t} + \frac{v^2}{\rho} \bullet \vec{n} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \qquad (21)$$

lo que da entrada al concepto de aceleración tangencial y de aceleración normal. Esta última también se le denomina aceleración centrípeta, ya que está dirigida hacia el centro de curvatura.

De la ecuación (21) resulta que el vector aceleración tangencial “ $\vec{a}_t$ ”, es la parte del vector aceleración que, obviamente, mide los cambios en la parte escalar del vector velocidad.

El módulo de la aceleración tangencial puede ser positivo ($a_t>0$) o negativo, según que número algebraico "v" aumente o disminuya, lo que significará que la función "v=v(t)" será estrictamente creciente o decreciente, respectivamente.

La aceleración tangencial será nula ($a_t=0$) si "v" es constante o la función "v=v(t)" presenta un extremo o un punto de inflexión en el instante considerado.

Siendo el vector aceleración tangencial la parte del vector aceleración que mide la variación temporal de la parte escalar del vector velocidad, de la ecuación (21) resulta que el vector aceleración normal no puede ser sino la componente del vector aceleración que mida la variación temporal de la parte direccional del vector velocidad.

El módulo de la aceleración normal puede ser "$v^2/\rho \geq 0$". La aceleración normal será "0" si "v=0" o "$\rho=\infty$" (El radio de curvatura infinito corresponde a una trayectoria rectilínea, o bien, a un punto de inflexión).

Las curvas de gran radio, p.e. 800 m, presentan, a igualdad de velocidad de inscripción en la curva, una aceleración normal más baja que una curva de pequeño radio, como son las curvas que hay en las vías urbanas.

Las autovías y autopistas tienen grandes radios de curvatura, lo que significa que para la velocidad de proyecto (120 km/h), necesitan una "pequeña" aceleración normal. Esto supone que los cambios en la parte direccional de la aceleración son igualmente pequeños, de ahí que la inscripción en curva en ese tipo de carreteras requiera giros suaves del volante.

La dirección de la aceleración normal es la de la perpendicular a la tangente en el punto considerado, dirigida hacia el centro de curvatura.

A los efectos de poder calcular el radio de curvatura se dará la fórmula para hacerlo en cartesianas.

Para una función real "y" de una variable real "x", es decir, para una función "y=y(x)", la expresión de la curvatura (k), inversa del radio de curvatura, viene dada por:

$$k = \frac{y''}{\left(1+y^2\right)^{3/2}}$$

El trazado de carreteras y líneas de ferrocarril está constituido por una alineación recta seguida de una curva circular tangente. Sin embargo, dado que las primeras tienen radio de curvatura infinito, en el punto de tangencia no estaría definida la aceleración normal.

Para salvar la discontinuidad, la alineación recta va seguida de un arco de clotoide, cuya ecuación es "$\rho \cdot s$=cte", es decir, que el radio de curvatura varía inversamente con el parámetro "s", arco de curva. De esta manera, se hace una transición "suave" desde el valor muy alto de "ρ" en el punto de tangencia de la clotoide con la alineación recta, hasta el finito de la circunferencia.

En resumen: siendo la velocidad una magnitud vectorial y teniendo, por tanto, características, a saber: módulo, dirección, sentido y en este caso, punto de aplicación, cuando se trata de hallar su derivada temporal -por definición, el vector aceleración-, necesariamente tendrá que haber una derivada temporal de la parte escalar y una derivada temporal de la parte direccional, es decir:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(PE\,\vec{v} + PD\,\vec{v})}{dt} = \frac{d(PE\,\vec{v})}{dt} + \frac{d(PD\,\vec{v})}{dt} \qquad (22)$$

Teniendo en cuenta la expresión (21), es inmediato deducir que la aceleración tangencial mide los cambios temporales de la parte escalar del vector velocidad, mientras que la aceleración normal tiene en cuenta los cambios temporales de la parte direccional del vector velocidad.

15. Movimiento circular

El movimiento circular es el más importante entre los curvilíneos, debido a las muchas ocasiones en las que se presenta en las aplicaciones cotidianas. La trayectoria es, obviamente, una circunferencia.

Para definir la posición de la partícula que describe un movimiento circular se utilizan dos sistemas de referencia.

Sobre un sistema de referencia cartesiano "XOY" cuyo origen "O" es el centro de la circunferencia, se define un primer sistema, que define la posición de la partícula mediante el ángulo que forma el radio correspondiente a ella con el eje "OX". Dicho ángulo se suele denominar con la letra griega "φ" y se mide desde el eje "OX", en sentido antihorario. La función posición será por tanto "φ=φ(t)", que no es sino la LHM definida por la citada función angular.

Un segundo sistema de referencia para definir la posición de la partícula en la circunferencia es de carácter lineal, no angular, como era el anterior. En éste, la posición se define mediante el arco de circunferencia "s" que corresponda. Se suele tomar como origen de posiciones el punto de intersección de la circunferencia con la parte positiva del eje "OX". Queda así definida una segunda LHM que viene dada por la función "s=s(t)".

Las funciones posicionales que se acaban de definir no son independientes, ya que:

$$s(t) = R \bullet \varphi(t) \qquad (23)$$

siendo "R" el radio de la trayectoria circular.

Es inmediato escribir el vector posición de la partícula que describe una circunferencia:

$$\vec{r}(t) = x(t) \bullet \vec{i} + y(t) \bullet \vec{j} = R \bullet \cos\varphi(t) \bullet \vec{i} + R \bullet \sin\varphi(t) \bullet \vec{j} \qquad (24)$$

El vector velocidad se obtiene a partir de su definición [Ecuación (11)], es decir:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = [-R \bullet sen\varphi(t) \bullet \dot{\varphi}]\vec{i} + [R \bullet \cos\varphi(t) \bullet \dot{\varphi}]\vec{j} \qquad (25)$$

Si se calcula el módulo del vector velocidad se obtiene:

$$v = \sqrt{R^2 \bullet \dot{\varphi}^2 \bullet \{sen^2[\varphi(t)] + \cos^2[\varphi(t)]\}} = R \bullet \dot{\varphi} \qquad (26)$$

relación entre la velocidad lineal ("v") y la angular ("$\dot{\varphi}$") que también se obtiene al derivar la expresión (23). La igualdad final que aparece en la expresión (26) es frecuente verla escrita en la forma "$v = \omega \cdot R$", en la que "ω" -esto es, "$\dot{\varphi}$"-, se denomina "velocidad angular".

Si se representa el vector velocidad en un punto cualquiera de la circunferencia –por ejemplo, para un ángulo "$\varphi(t)$" o una posición "$s(t)$", relacionados mediante la ecuación (23)"-, correspondiente al primer cuadrante, es fácil comprobar que el vector velocidad es tangente a la trayectoria -es decir, a la circunferencia-, en el punto considerado, por lo que se recomienda al estudiante que no deje de hacerlo.

Derivando respecto al tiempo el vector velocidad –expresión (25)- se obtiene el vector aceleración. Se deja al lector que efectúe el cálculo del módulo de la aceleración y que compruebe que, de la expresión final, se deduce que "$a_t = \ddot{\varphi} \cdot R$", coincidente con "$a_t = \alpha \cdot R$", denominándose "aceleración angular" tanto a "$\ddot{\varphi}$" como a "α". Nuevamente se recomienda al estudiante efectuar esta deducción, dada la creciente dificultad que se viene observando, entre demasiados alumnos de Fundamentos Físicos de la Ingeniería, para derivar correctamente una función de función, como es "$sen\varphi(t)$".

La relación entre la aceleración tangencial y la angular también se deduce de la derivación respecto al tiempo de la última igualdad que aparece en la ecuación (26), resultado al que también se llega derivando dos veces respecto al tiempo la expresión (23).

16. Tipos de movimiento circular

La clasificación del movimiento rectilíneo se hizo con arreglo a la expresión que adoptaba la aceleración, que en aquel caso era la segunda derivada temporal del parámetro posicional “x”; es decir, en el movimiento rectilíneo: “a = $\ddot{x}$”. Se vio entonces que había cinco tipos de dicho movimiento (Apartado 9).

En el movimiento circular se dispone de dos parámetros posicionales, uno lineal (“s”) -semejante al “x” del movimiento rectilíneo-, que se mide a lo largo de la circunferencia, y otro angular (“φ”), relacionados entre sí [Expresión (23)].

Si se toma el parámetro lineal “s” como posicional de la partícula, el movimiento circular podrá clasificarse con arreglo a su segunda derivada “a_t”, y en consecuencia, se darán los cinco tipos de movimiento que fueron identificados al estudiar el rectilíneo, es decir, que “a_t” sea cero, constante, que dependa de “t”, de “s” o de “v”.

Dado que el parámetro angular (“φ”) depende del lineal, la clasificación del movimiento circular con arreglo a aquél, podrá hacerse dependiendo de que su segunda derivada “$\ddot{\varphi}$” o “α”, sea cero, constante, dependa del tiempo (“t”), del parámetro posicional (“φ”) o de su primera derivada (“$\dot{\varphi}$”).

En resumen, la clasificación del movimiento circular puede hacerse de dos formas:

$a_t = 0$	$\alpha = 0$	M.C.U. (Mvto. Circ. Uniforme)
$a_t = cte$	$\alpha = cte$	M.C.U.V.(Mvto. Circ. Uniformemente Variado)
$a_t = a_t(t)$	$\alpha = \alpha(t)$	
$a_t = a_t(s)$	$\alpha = \alpha(\varphi)$	
$a_t = a_t(v)$	$\alpha = \alpha(\omega)$ ó $\alpha = \alpha(\dot{\varphi})$	

teniendo en cuenta que, en todo caso, tendrá que cumplirse la relación de dependencia entre la aceleración tangencial y la angular, resultante de la segunda derivación, respecto al tiempo, de la relación (23).

En el caso “$\alpha = \alpha(\varphi)$” o “$a_t = a_t(s)$” habrá que tener en cuenta las relaciones:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\dot{\phi}}{dt} = \frac{d\dot{\phi}}{d\phi}\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\dot{\phi}}{d\phi}\dot{\phi}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds}v$$

similares a la relación (9), deducida para el caso IV de los movimientos rectilíneos.

17. Movimiento circular uniformemente variado (MCUV)

Corresponde al caso "a_t= cte", equivalente al "α= cte*", siendo "cte*=cte/R", de acuerdo con la derivación temporal de la relación (23).

La obtención de la ley de velocidades y de posiciones se hará por integración sucesiva, en forma similar a como se explicó en el caso II del MRUV.

18. Movimiento circular uniforme (MCU)

Corresponde al caso a_t= 0, lo que significa que el módulo de la velocidad es constante, circunstancia que justifica la calificación de "uniforme" que se da a este tipo de movimiento circular.

Sin embargo, debido a que la velocidad es un vector y por tanto, tiene características: módulo, dirección, sentido y en este caso, punto de aplicación, del hecho de que el módulo del vector velocidad sea constante, no se desprende que su dirección y sentido también lo sean, y en realidad, en un movimiento curvilíneo, no lo pueden ser.

En efecto, una partícula que describa una trayectoria circular con velocidad constante –el caso más frecuente de movimiento en la industria-, tiene que tener su vector velocidad tangente a la circunferencia en todo punto de ella, por lo que es preciso que modifique continuamente su dirección, a fin de que, como se ha dicho, la partícula pueda inscribirse en la circunferencia.

En consecuencia, aunque en un movimiento circular descrito con velocidad constante, sea cero la derivada temporal de la parte escalar del vector velocidad, no lo será la derivada temporal de su parte direccional, lo que de acuerdo con la expresión (21) significa que el vector aceleración no será cero. En resumen, que el MCU, aunque tenga lugar a velocidad constante, tiene aceleración, también constante.

REFERENCIAS

BEER, Ferdinand P. Y Johnston, E. Russell, Jr., “Mecánica Vectorial para Ingenieros. Dinámica”. 6ª edición, McGraw-Hill Interamericana de España, S.A.U., 1998.

BMW AG, “BMW serie 2 Active Tourer”, Múnich, Alemania, 2015.

PISKUNOV, N., “Cálculo diferencial e integral”, Montaner y Simón, S.A., Barcelona, 1970.

STRUIK, Dirk J., “Geometría Diferencial Clásica”, Ed. Aguilar S.A. de Ediciones, 1973.

CONTEXTO UNIVERSITARIO

La realización de este guión se ha basado en los esquemas de las clases impartidas desde 1984 hasta, aproximadamente 1992, en la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Agrícola (EUITA), que a partir de ese último año pasaría a denominarse Escuela Superior y Técnica de Ingeniería Agraria (ESyTIA) de León.

Los guiones eran ampliados cada curso, incorporando los resultados de la interacción con los alumnos. Por consiguiente, a ellos, a todos quienes han recibido estas explicaciones, agradezco que las hayan escuchado, y espero que les hayan servido para su formación, pues no es otro el fin y la razón del esfuerzo del profesor.

En el curso 2016-2017 ese esfuerzo ha sido mayor que el que tuve que realizar en anteriores ocasiones, cuando arreciaron los ataques y hostigamientos en la propia Escuela y después, en el departamento de Física, Química y Expresión Gráfica, ahora, de Química y Física Aplicadas. Ejemplos de lo sucedido en la EUITA-ESyTIA se encuentran en las actas de la Junta de Escuela de 20 de septiembre de 1995 y de 12 de mayo de 2004, que la secretaria del Centro, Profa. Dra. Dña. Rosario Castro Abengoza, me ha proporcionado, a petición mía, muy rápidamente, tratándose de escritos de alguna antigüedad, por lo que la reitero mi agradecimiento y estímulo para que continúe ejerciendo su responsabilidad como corresponde a quien desempeña un cargo de servicio a los demás.

En la primera de esas juntas, profesores del Centro, por este orden de intervención en la reunión: Dr. Marcelino Pérez de la Vega , Dra. Mª Josefa González Prieto, Dr. Pedro Díez Díez, Dr. Javier Ovejero Martínez y Dr. Rodrigo Peláez Suárez, lograron hacer desistir a la Dirección, formada por los Profs. Rafael de Cos Jährling, Herminio Fernández Solares y Eliseo Álvarez Pascual, de su intención de rechazar el plan docente del Dr. Celemín Matachana, de acuerdo con el contenido que figura en el "ANEXO Nº V AL ACTA DE LA JUNTA DE ESCUELA DE 20-9-95: PROPUESTA EN CONTRA DEL PROFESOR RESPONSABLE DE FÍSICA I Y FÍSICA II" (sic).

Los pretextos aducidos por la Dirección para rechazar mi plan docente fueron mi "Oposición a los Planes de Estudio", "Elevado número de alumnos no presentados", "Conflictividad con los alumnos" e "Intentos de desestabilización del Centro".

No sé si sería porque aquella Dirección de la EUITA se quedó frustrada en sus intenciones, pero lo cierto es que, poco después, el 25 de octubre de 1995, mi alumno Javier Magaz González, presentó una reclamación que se encontró con que esta Universidad, que dicen fue la primera de España en contar con el Defensor de la Comunidad Universitaria, todavía no había encontrado ocasión de desarrollar el art. 73.1 g del Estatuto de 1991. Dicho artículo es el que recoge el derecho de los estudiantes a *"Ser valorados objetivamente en su rendimiento académico, así como a revisar sus exámenes escritos…".*

Así pues, por extrañísimo que parezca, la Universidad de León, que por aquellos años de 1995 debía contar con unos 15.000

alumnos, no había tenido jamás, entre 1991 y 1995, ni una reclamación de alumno alguno ya que, de haberla habido, el rector de entonces, Dr. Julio César Santiago Mediavilla, y el secretario general, Dr. Jesús Miguel Lobato Gómez, tuvieron que improvisar un procedimiento.

Y como la Universidad no había desarrollado tan importante aspecto de su misma razón de ser, que no es otra que la docencia, y con ella, la justa valoración de los conocimientos de los estudiantes, y no había procedimiento que aplicar, el rector Santoyo Mediavilla, y el secretario, Dr. Jesús Miguel Lobato Gómez, improvisaron efectivamente, cometiendo tan elevado número de presuntas irregularidades e ilegalidades cuya descripción requirió cuatro páginas, dando lugar al escrito: “SOBRE EL PROCEDIMIENTO DE REVISIÓN DE EXÁMENES”, que remití a cada uno de los miembros de la Junta de Gobierno.

Como consecuencia, supongo, del citado escrito mío, ja Junta de Gobierno se vio así obligada a redactar el que sería “Primer Reglamento de Revisión de Exámenes de la Universidad de León” y a mí me cupo, por tanto, el honor de haberlo propiciado, bien a mi pesar, por supuesto.

Poco después, el Dr. Lobato Gómez sería nombrado presidente del Tribunal de Arbitraje de Consumo de León y después, y hasta el momento de escribir estas líneas, ocupa el cargo de adjunto al Procurador del Común. Por lo que respecta al Dr. Santoyo Mediavilla, el ex rector Hermida Alonso le nombró presidente de la Asociación de Antiguos Alumnos y Amigos de la Universidad de León, de la que soy tesorero. En el año y medio que el Dr. Santoyo Mediavilla estuvo como presidente, ni siquiera se preocupó de dar a conocer a la Asociación, que fue el pretexto con el que el ex rector Hermida Alonso le propuso como presidente *“..se necesitaba un Presidente de la Asociación que fuera muy conocido para que pudiera movilizar los apoyos necesarios…”* Más o menos, ésas fueron las palabras del citado ex Rector.

El Dr. Santoyo Mediavilla no sólo se esforzó en que casi nadie conociera a la Asociación de Antiguos Amigos y Alumnos de la Universidad de León, sino que también quedó sin firmar con la directora de la Fundación General de la Universidad de León (FGULEM), Profa. Dra. Humildad Rodríguez Otero, el texto del convenio cuya redacción ocupó a la Junta Directiva de la

Asociación toda su presidencia. El final de la presidencia del Dr. Santoyo Mediavilla fue decepcionante, tal y como le dije, pues cuando dejó de tener excusas para no convocar la Junta Directiva que yo le solicitaba, dimitió. Al Dr. Santoyo Mediavilla le sustituyó el vicepresidente, Dr. Francisco Rojo Vázquez, que desde que asumió la presidencia el próximo 15.12.17 se cumplirán tres años sin convocar a la Junta Directiva, incumpliendo así el Estatuto de la Asociación. Como tesorero, yo convoqué la última, pero no se ha podido convocar ninguna más por no contar siquiera con el apoyo de los representantes del Consejo Social, promotor de la Asociación.

Lo que sucedió en la junta de 12 de mayo de 2004 fue que la nueva dirección de la Escuela: Profs. Dres. Juan Antonio Boto Fidalgo, Ignacio Guerra, Pedro Aguado Rodríguez y Javier López Díez, sometió a votación la propuesta de los representantes de alumnos para que fuera devuelto al departamento el plan docente de Fundamentos Físicos de la Ingeniería. No hubo en esta ocasión intervención de profesores, de manera que la Dirección no tuvo que cambiar de parecer, aunque anunciaron que se abstendría en la votación. Sólo un voto de diferencia hubo entre quienes votaron a favor y los que lo hicieron en contra. Gracias a Dios puedo decir que mi continuidad en la Escuela no se debió ni a mi voto ni al que tenía delegado del Dr. Zorita Calvo, pues, providencialmente, repito, no ejercí ninguno de ellos.

Cuando, en el curso 2011-2012, el Grado en Ingeniería Aeroespacial inició la impartición del segundo año de dicho título, hubo que asignar, en el área de Física Aplicada, la responsabilidad de "Mecánica de Fluidos". Ningún profesor del área quiso hacerse cargo de ella, a pesar de que había profesores que impartían, en otros grados, asignaturas con igual denominación o similar, p.e., "Ingeniería Fluidomecánica". Se me obligó, pues, a impartir la "Mecánica de Fluidos" de Aeroespaciales, pues como me dijo el Coordinador del área, Dr. Roberto Fraile Láiz, *"La Mecánica de Fluidos, al fin y al cabo es mecánica".* Afortunadamente no está asignada al área de Física Aplicada la asignatura "Mecánica Cuántica".

Asumí la responsabilidad de Mecánica de Fluidos de Aeroespaciales y lo hice desde el curso 2011-2012 hasta el curso 2015-2016, impartiendo las clases en la ESyTIA, ya que no sólo los equipos de laboratorio estaban en ella, sino que las condiciones académicas eran mucho mejores, habida cuenta de la complicación que supone gestionar un centro con 1655 alumnos frente a la que representa la de los 176 de la ESyTIA de León (Datos de 14.2.2017, para el censo a las elecciones al Claustro).

En el curso 2015-2016 la Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad (ANECA), seleccionó la "Mecánica de Fluidos" -junto a otras cinco asignaturas-, para la evaluación de la acreditación del grado Aeroespacial. Junto a los informes preceptivos, redacté otros en los que ponía de manifiesto las presuntas irregularidades e ilegalidades cometidas, en el departamento de Química y Física Aplicadas, en la docencia de algunas de las materias a él encomendadas en el Grado Aeroespacial, entre ellas, p.e., el nombramiento de los Tribunales de Revisión y lo no menor de la arbitraria asignación de responsabilidad de Fundamentos Físicos a un licenciado en Biología, sin contrastar el currículum de los otros aspirantes a impartirla.

Cuando pregunté al director de la EIIIyAeronáutica, Prof. Dr. D. Ramón Ángel Fernández Díez, por el resultado de mis informes a la ANECA, me dio a entender que la Comisión de Evaluación podía haberlos destruido, por lo que me dirigí a la ANECA, que a su vez me remitió a la Agencia para la Calidad del Sistema Universitario de Castilla y León (ACSUCyL), dirigida, precisamente, por un profesor de la Universidad de León, el Prof. Dr. D. Salvador Rus Rufino. Ningún interés mostró éste en atender mis denuncias, de hecho no respondió a ninguna de mis peticiones hasta que la ANECA se lo pidió, y cuando lo hizo fue para decir que: *"No podía inmiscuirse en los problemas de ninguna de las nueve universidades de Castilla y León".*

El 20 de enero de 2017 el Procurador del Común de Castilla y León, D. Javier Amoedo Conde, acusó recibo del escrito presentado en la Subdelegación del Gobierno en León sobre la inacción del Director de la ACSUCyL, y el 21 de febrero de 2017 fue aceptada a trámite. En el momento de redactar estas líneas no he tenido información del estado en el que se encuentra mi queja; de hecho, el Procurador ni siquiera ha respondido a los dos correos electrónicos que le remití en demanda de información sobre el estado de la investigación del Procurador.

En el curso 2016-2017 me he encontrado con que la docencia en la ESyTIA ha coincidido con el desarrollo del expediente disciplinario número 63 de 2016, incoado por el rector García Marín, siendo instructor del mismo el ex rector, Prof. Dr. D. Juan Manuel Nieto Nafría. En las cinco últimas líneas del hecho octavo del Pliego de Cargos presentado por el Dr. Nieto Nafría se recoge la principal acusación:

OCTAVO.- Como consecuencia de ella, el Departamento de Química y Física Aplicadas y la EIII tuvieron que proceder a la modificación del plan docente, de tal forma que el Prof. Trapote del Canto asumió la responsabilidad de la asignatura y el Prof. Búrdalo Salcedo asumió la docencia de la parte asignada al Prof. Dr. Celemín Matachana desde el 7 de junio de 2016. Por lo tanto, los alumnos no tuvieron docencia de la parte asignada al Prof. Dr. Celemín Matachana en el lugar previsto al efecto desde el inicio desde el inicio del semestre, y ni en ese ni en la ESTIA desde el 19 de febrero de 2016 hasta al menos el 7 de junio de 2016 –casi cuatro meses–, con la evidente perturbación del servicio y el grave perjuicio para los alumnos.

Cuando presenté (Doc. nº 45 del Expediente Administrativo) las firmas de los alumnos que asistieron, también en la ESyTIA, a mis clases de "Calor y Electromagnetismo" desde el 19 de febrero hasta el 17 de mayo de 2016, el instructor Nieto Nafría, no retiró la acusación ni se disculpó por la falsa imputación, sino que, en la "Propuesta de sanción" escribió:

SÉPTIMO.- Como consecuencia de todo lo anterior, el Departamento de Química y Física Aplicadas y la EIII tuvieron que proceder a la modificación del plan docente, de tal forma que el Prof. Trapote del Canto asumió la responsabilidad de la asignatura y el Prof. Búrdalo Salcedo asumió la docencia de la parte asignada al Prof. Dr. Celemín Matachana desde el 7 de junio de 2016. Por lo tanto, los alumnos tuvieron docencia de la parte asignada al Prof. Dr. Celemín Matachana desde el 23 de febrero hasta el 12 de abril de 2016 (4 días) en la ESTIA, que no era el lugar previsto al efecto desde el inicio del semestre, y no tuvieron docencia desde entonces hasta el 7 de junio de 2016 (4 sesiones) ni allí ni en la EIII, con la evidente perturbación y perjuicio que tanto una como otra situación provocaban en el servicio y en los alumnos.

haciéndome responsable, incluso, de no haber dado clase los días 31 de mayo y 7 de junio de 2016, cuando fue el rector García Marín, quien me retiró la responsabilidad docente de "Calor y Elecromagnetismo" el 30 de mayo de 2016, bajo el pretexto de la incoación del citado expediente.

Mis alumnos de Fundamentos Físicos de la Ingeniería de la

ESyTIA del curso 2016-2017 fueron informados de mi situación de expedientado lo antes que se me presentó la ocasión para decirlo en clase.

La Junta de la Escuela de Ingenierías, Industrial y Aeronáutica decidió no aprobar, para el curso 2016-2017, cualquier plan docente en el que estuviera mi nombre. Por ello se me retiró la responsabilidad docente de “Mecánica de Fluidos”, del Grado en Ingeniería Aeroespacial, la de “Calor y Electromagnetismo”, del Grado en Ingeniería Mecánica y la colaboración en “Ingeniería Hidráulica” en la asignatura “Ingeniería Térmica e Hidráulica” del Máster en Ingeniería Industrial.

El pretexto para la repetición de lo ocurrido en las juntas de la EUITA (22.9.1995) y ESyTIA (12.5.2004) aún se desconoce, pues tanto el director de la Escuela, Prof. Dr. D. Ramón Ángel Fernández Díez, como el secretario, Prof. Dr. D. José Manuel Alija Pérez, aún no me han enviado las actas en las que se adoptaron los acuerdos correspondientes. No deja de ser significativo que en el escrito, en el que para no proporcionármelas, pretextan mi error en las fechas de celebración de las juntas en las que se adoptaron tales decisiones, se mencione, ni más ni menos, que la “Ley 19/2013 de Transparencia, Acceso a la Información Pública y Buen Gobierno”.

La única referencia de lo que pudo haber sucedido en las Juntas de la EIIIyAeronáutica es indirecta, a través de las actas del Consejo de Departamento de Química y Física Aplicadas al que estoy adscrito.

“El Director informa que las modificaciones realizadas en el plan docente de las asignaturas “Calor y Electromagnetismo” y “Mecánica de Fluidos” vienen solicitadas en el expediente disciplinario incoado por el Rector al Prof. D. Miguel Celemín Matachana”. Es lo que figura en el punto segundo del acta del Consejo de Departamento celebrado el 7 de junio de 2016.

Sin embargo, en el punto quinto del acta del Consejo de Departamento del 13 de julio de 2016, lo que se lee es: *“Toma la palabra el Prof. D. Javier Aller Fernández para preguntar por los criterios esgrimidos por la Escuela de Ingeniería Industrial e Informática para rechazar el plan docente del Prof. D. Miguel Celemín Matachana. El Director responde que dicha decisión fue* *refrendada abrumadoramente en votación realizada en una Junta de Escuela, previa lectura y presentación por los representantes de alumnos de un documento de quejas".*

No se sabe, por tanto si el motivo de que la Junta de la Escuela de Ingenierías Industrial, Informática y Aeroespacial, rechazó todos los planes docentes en los que el Dr. Celemín Matachana tuviera cometidos docentes, fue la incoación del expediente disciplinario Nº 63/2016 o la "votación abrumadoramente contraria".

En el momento de escribir estas líneas, el rector García Marín ha desestimado el recurso de reposición en el que solicitaba la retirada de la sanción propuesta por el ex rector Nieto Nafría y aceptada por el rector García Marín, de "suspensión de funciones por dos meses". El Rector también ha desestimado mi petición de que no se aplique la sanción hasta que un Juez conozca el caso.

En consecuencia, estoy a la espera de que me sea notificada la fecha en la que deberé cesar en la responsabilidad docente de los Fundamentos Físicos de la Ingeniería en la ESyTIA. Con ello, el rector García Marín no hará sino repetir que mis alumnos queden, por segunda vez, sin clase ni evaluación, como hizo, el 30 de mayo de 2016, al retirarme la responsabilidad docente de "Calor y Electromagnetismo" del Grado en Ingeniería Mecánica.

Con la actitud del Rector, el trabajo, las pruebas de evaluación y las prácticas de laboratorio que los alumnos de "Calor y Electromagnetismo" habían realizado desde el 23 de febrero hasta el 31 de mayo fueron ignorada y el profesor que se hizo cargo de la asignatura sólo impartió clase –si lo hizo-, durante 10 horas, frente a las 32,5 h en las que yo lo hice.

Laus Deo