

## LOS ORIGENES DE LA ECONOMIA MATEMATICA: A. COURNOT

J. M. Larrazábal

1.- Aunque la matematización de la teoría económica tiene lugar de un modo sistemático a partir del final de la segunda guerra mundial, como consecuencia de la importancia que adquiere, por un lado, el análisis del equilibrio general (bajo condiciones más o menos restrictivas) y la elaboración de modelos teóricos de dinámica económica (acumulación, crecimiento, progreso técnico, etc.) y, por otro, la utilización de técnicas estadístico-econométricas y de programación en la planificación económica, resulta obligado señalar a Léon WALRAS como el fundador de la economía matemática, sin olvidar por ello a W. Stanley JEVONS y a Carl MENGER.

La economía matemática surge con los iniciadores de la escuela neoclásica, sin que el uso de la matemática en la economía clásica o en la crítica de Marx tuviese otro fin que el de servir de soporte a cálculos numéricos sencillos, meramente ilustrativos las más de las veces, de forma que incluso los esfuerzos de matematización del ricardiano William WHEWELL (*A mathematical exposition of some doctrines of Political Economy*, 1829) se sitúan en una simple línea de búsqueda de precisión en la exposición. Hasta los llamados neoclásicos no se produce una inserción substancial del formalismo deductivo matemático en el cuerpo de la teoría económica.

Los fundadores de la teoría neoclásica leen y citan con aprecio a Antoine-Augustin COURNOT (1801-1877), considerándole como el auténtico precursor de la economía matemática. Sin embargo, Cournot, en su condición de autor-puente entre clásicos y neoclásicos, permanece dentro de los límites del pensamiento clásico, bajo la influencia de SAY y de RICARDO. Como indicaremos más adelante, su "solución" al problema de la incoherencia de la teoría ricardiana del valor, por falta del patrón de medida, no consiste sino en la "disolución" de la cuestión, mediante su teoría de los valores relativos, tratados con acierto matemático al pasar de la aritmética elemental al análisis de funciones. Es en este sentido en el que resulta apreciado por los neoclásicos. Doblemente: (a) por la reducción operada en la teoría clásica del valor; (b) por la utilización intrateórica del formalismo analítico-matemático.

Si bien es preciso reconocer que Cournot aporta resultados nuevos en lo que concierne a la determinación de los precios en caso de monopolio y en el análisis del equilibrio en los cambios internacionales, su objetivo en "*Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*" (1838) es claro:

"No he pretendido hacer un tratado dogmático y completo sobre la economía política: he dejado de lado las cuestiones en las que el análisis matemático no tiene intervención y aquellas que me parecen suficientemente esclarecidas" (Introducción).

Junto al interés de autor-puente (en especial situación de continuidad/discontinuidad en el contexto teórico de la época), Cournot presenta otro interés específico, en la medida en que reúne en su práctica la triple condición de matemático, economista y filósofo, no ya en una síntesis lograda a base de eclecticismo, sino haciendo intervenir en niveles distintos, pero siempre desde la interioridad de la propia construcción teórica, su visión unitaria del proceso científico.

Precisamente por esta razón de unitaridad, elegimos como texto para nuestro análisis el denominado "Recherches...", ya que en "Principes de la théorie des richesses" (1863), al eliminar el "aparataje algebraico" (en términos del autor) de "Recherches" llega a considerar el simbolismo matemático como un simple instrumento de investigación y de análisis superpuesto a la teoría económica, sin llegar a incorporarse al contenido económico de la misma, como es el caso en "Recherches". (Digamos de paso que la tercera obra sobre economía de Cournot, "Revue sommaire des doctrines économiques" (1877), hace una refundición de los "Principes".)

2.- La importancia de Cournot, como hemos dicho, es doble. Por una parte, su concepción de las leyes económicas como totalmente análogas a las leyes físicas (hablando de los hechos económicos afirma que hay que evitar las discusiones ociosas, observar y no criticar "las leyes irresistibles de la naturaleza") le induce a utilizar los mismos procedimientos analíticos y los mismos formalismos simbólicos que los de la física, echando mano no sólo del análisis de funciones, sino también de la estadística probabilística, como es el caso en la elaboración de la función de demanda. Por esta razón GUITTON (1974) le considera como el padre de la econometría.

La función del formalismo matemático es abordada desde una óptica realista, puesto que se trata de que la explicación matemática de los fenómenos económicos entre en el núcleo mismo de la teoría, sin permanecer simplemente como lenguaje exterior a ella, pero sin pretender con ello poner en duda la totalidad del edificio de la teoría clásica.

Por otra parte, la importancia de Cournot radica también en la posición que adopta dentro de la teoría económica clásica. Su teoría de los valores relativos es --siguiendo la analogía física-- una cinemática y, en parte, una dinámica de los valores, que, apoyada en la naturalidad de los hechos económicos (Quesnay, Smith, Say, Ricardo), pretende dar cuenta del orden económico que ha llegado a construir el capitalismo, mediante "las extensiones del comercio y los progresos de los procedimientos comerciales".

Contorneando el obstáculo que impide el cierre sistemático de la teoría del valor ricardiana, Cournot se permite el salto de prescindir de la teoría del valor para pasar a una teoría de los cambios de

valor, cambios no referidos a las causas de las variaciones absolutas de valor de una mercancía-patrón, sino analizados en su interdependencia, de manera que de ahí se pasa a la fijación de los precios y a la construcción de una curva de demanda en función del precio (no de la necesidad) que, luego, con la oferta, especificada por las condiciones de producción, determinará los precios de mercado que maximicen el valor global. Veamos cómo se estructuran las bases de la teoría en "Recherches" (1).

3.- Vamos a distinguir tres momentos:

- (i) la idea de la riqueza y el contenido de la teoría de las riquezas;
- (ii) el análisis del valor;
- (iii) la ley de la demanda.

(i) Cournot define el concepto de riqueza dentro de las relaciones de intercambio, identificándolo con la idea de "valores intercambiables". La riqueza es aquello que tiene valor en el intercambio. Se trata, pues, de una entidad abstracta que nada tiene que ver con la riqueza física de acumulación de objetos, de forma que así pueda servir de cimiento a la teoría, ya que sobre esos otros eventuales sentidos empíricos, por ser "ideas variables indeterminadas por naturaleza, no podría asentarse una teoría científica".

Ahora bien, siguiendo los cauces de la teoría clásica, Cournot nos proporciona la génesis del concepto de riqueza. Sin que determinación empírica concreta alguna pueda dar lugar al concepto, éste es provocado por el desarrollo histórico de la propia realidad social, puesto que en este desarrollo se origina el objeto riqueza que hará producir en la teoría el concepto correspondiente, mediante un procedimiento de reducción por abstracción. Esta base histórica del concepto de riqueza es bien visible en Cournot, al insistirnos que la historia es la encargada de transformar la riqueza en valor de cambio, por medio de la extensión y diversificación de los actos de intercambio (2). Este realismo histórico aleja a Cournot de los neoclásicos, en la medida en que estos últimos fundamentan el intercambio en la naturaleza humana y el valor en la utilidad.

Esta vuelta al concepto de riqueza (utilizado por los fisiócratas), dejando de lado el de mercancía (propio de los clásicos) permite a Cournot tender puentes entre la visión fisiocrática y la ricardiana, pero, sobre todo, le permite, identificando el valor con la riqueza, prescindir de la teoría clásica del valor, haciendo que la teoría de las riquezas no sea sino una teoría de los valores intercambiables.

(ii) De entrada nos dice el autor que si algo hay realmente oscuro en los escritos de los economistas, ese algo es la definición de valor. Por ello, recurriendo al símil de la cinemática, afirma que no hay valor absoluto, sino sólo valores relativos. No se trata de determinar las variaciones absolutas de valor que afectan al valor absoluto de las mercancías; se trata de explicar los cambios relati-

vos de valor, suponiendo que se ha operado un cambio absoluto en uno de los valores, suposición fundada en la verosimilitud probabilística, de manera que el problema del cambio absoluto de valor se limita al de la mercancía de referencia que cambia de valor y no ya al cambio de valor absoluto de las mercancías, siendo, por tanto, innecesaria la teoría del valor. JORLAND (1978) caracteriza así este proceso:

"Cournot resume su posición del problema en tres proposiciones: todo valor es relativo y esta idea es conforme con la noción de valor de cambio que implica la de relación; si no hay valor absoluto, hay de todas maneras cambios absolutos de valor; la determinación de estos cambios absolutos es propio de las probabilidades. No hay necesidad de una teoría del valor; sólo de una teoría de los cambios de valor. Dicho de otra manera, según Cournot, para dar cuenta de los cambios de valor puede prescindirse de la teoría del valor. Más aún: debe prescindirse, porque no se sabe construirla".

Cierto es que de alguna forma subsiste el problema de la medida-patrón, pero planteado ya no en términos ricardianos de búsqueda de las causas de las variaciones absolutas de valor, sino como mero término de comparación para dar cuenta de las variaciones relativas. Conceder tal carácter de patrón a los metales preciosos es jugar con la hipótesis más probable; ahora bien, si no pudieramos atribuirles esa condición, bastaría para los efectos de la teoría la construcción abstracta de una medida patrón (algo como el "sol medio" de los astrónomos, dice Cournot), que vendrá concretada más tarde por el "dinero reducido" en la teoría.

(iii) Ya hemos señalado que Cournot es el primero en construir efectivamente una curva de demanda. Para ello parte de la hipótesis de que todo individuo tiende a obtener el mayor valor posible del objeto que posee o de su propio trabajo. Tras esta hipótesis, el autor critica las "evidencias" de quienes afirman que el precio de las cosas está en razón inversa de la cantidad ofertada y en razón directa de la demandada. Estas evidencias no tienen sentido alguno --nos dice--, puesto que no sabemos realmente de qué hablamos al utilizar expresiones como cantidad ofertada y demandada. Por ello, invirtiendo el razonamiento, lo que hace es considerar la demanda como una variable económica que depende del precio, de modo que más crece, en general, cuanto más decrece el precio. Se trata, en consecuencia, de plantear la demanda anual  $D$  como una función  $F$  del precio  $p$  (para cada artículo), intentando después llegar a conocer la forma de esa función  $F$ .

Por lo que respecta a la determinación de  $F$ , Cournot tiene bien en cuenta que la diversidad de los factores que intervienen en la elasticidad de la demanda hace que  $F$  no sea "algebraicamente formulable". Ahora,  $F$  podría llegar a ser determinada empíricamente recurriendo a la estadística, por medio de la utilización posterior de métodos de interpolación o simplemente gráficos. De todos modos,

el recurso al análisis (teoría de funciones) permite precisar otras determinaciones y características de F.

Así se admitirá que F es continua, basándose en que la extensión del mercado hace que a toda variación del precio corresponda la existencia de individuos dispuestos a comprar el artículo en cuestión, de forma que, por la continuidad,

"las variaciones de la demanda sean sensiblemente proporcionales a las variaciones de los precios, siempre que éstas sean pequeñas fracciones del precio originario".

Hecha la observación de que en  $D = F(p)$  p representa el precio medio anual y F la curva media anual, la cuestión reside en determinar en esa función continua y decreciente el punto que maximice el valor global. El valor global viene dado por la función  $pF(p)$ , inicialmente creciente y al final decreciente, pues cabe pensar que para p muy pequeño el producto sea sensiblemente nulo. Además, la función  $pF(p)$  es continua, por serlo F(p).

Teniendo  $pF(p)$  tal forma nos preguntamos por el valor de p (y, claro, de F(p)) que maximice la función. Como en el máximo la derivada primera --supuesta la derivabilidad-- debe ser nula (condición necesaria), se tiene la ecuación:

$$F(p) + pF'(p) = 0.$$

Para asegurarnos que se trata de un máximo y no de un mínimo, vamos a la condición (suficiente) de segundo orden:

$$F'(p) + F'(p) + pF''(p) < 0.$$

Esto es,  $2F'(p) + pF''(p) < 0$ . Ahora, como de la ecuación precedente,

$$p = \frac{-F(p)}{F'(p)}$$

tenemos:

$$2F'(p) - \frac{F(p)F''(p)}{F'(p)} < 0$$

y al ser  $F'(p) < 0$  (ya que F(p) es estrictamente decreciente) multiplicando la inequación precedente por  $F'(p)$  nos queda:

$$2(F'(p))^2 - F(p)F''(p) > 0.$$

Como  $(F'(p))^2$  es siempre positivo, si  $F''(p) \leq 0$  (Cournot dice simplemente  $F''(p) < 0$ ) estaremos con seguridad ante un máximo. Aunque no prosiga el análisis, también estaremos ante un máximo cuando

$$(F'(p))^2 > \frac{1}{2}F(p)F''(p).$$

Lo que le interesa a Cournot es la condición de seguridad de  $F''(p)$  negativo, que hace que  $F(p)$  sea "cóncava respecto al eje de abscisas". Así, si no hay mínimo quiere decirse que sólo habrá un máximo, que es lo realmente pensable --añade el autor-- si de la abstracción se pasa a la concreción de los límites en que efectivamente puede moverse  $pF(p)$ .

Cierto es --insiste Cournot-- que, aún si hubiese problemas para la determinación empírica de  $F$ , por lo menos podría llegarse a fijar estadísticamente el comportamiento de la elasticidad de la demanda con respecto al precio, de manera que según que

$$\frac{\Delta D}{\Delta p} < \frac{D}{p}$$

o bien que

$$\frac{\Delta D}{\Delta p} > \frac{D}{p}$$

el crecimiento del precio hará aumentar o disminuir el valor de  $pF(p)$ , lo cual, por añadidura, permitirá la clasificación de los artículos comerciales en dos categorías diferentes.

Establecido de esta manera el punto que maximiza el valor global, a partir de la función de demanda, Cournot, siguiendo la teoría clásica, hace cimentar su análisis en el estudio de la oferta, esto es, de las condiciones de producción, para ver si permiten o no que la demanda se sitúe en el punto arriba determinado, estableciendo definitivamente los precios de mercado (en equilibrio parcial).

A partir de aquí, procediendo de lo simple a lo compuesto, Cournot elabora una teoría general del mercado, desde la situación de monopolio hasta la de "competencia de los productores".

4.- Como se ha podido apreciar, el aparato matemático que emplea Cournot (el modelo funcional y estadístico que sustenta la ley de la demanda) está incorporado al seno mismo de la teoría, en virtud de una actitud gnoseológica realista, opuesta a toda consideración que haría del lenguaje matemático un mero simbolismo de acogida, desde el exterior, de razonamientos cuya lógica profunda le sería extraña.

No es, pues, la simple necesidad de precisión y de rigor lo que obliga a Cournot a la matematización, sino algo más hondo --y epistemológicamente más relevante--, como es la salida (ruptura teórica parcial) de Cournot del marco de la teoría ricardiana del valor, para fundar su propia teoría de los valores relativos. Este es el sentido del paso de la teoría de la medida (aritmética) a la teoría de las funciones, apoyada en previas consideraciones probabilísticas.

5.- Sería ingenuo intentar descubrir, por nuestra parte, quiebras de lógica formal en la sistematización que Cournot hace de su teoría. Ahora bien, si analizamos la lógica interna de la teoría (matemática) de Cournot, en el sentido de la adecuación de los medios utilizados a los objetivos planteados en el contexto de la teoría, nos daremos cuenta de que, sin abandonar el marco de la teoría clásica,

el modo que Cournot emplea para salvar los obstáculos lógicos de esta teoría no supone una respuesta a los mismos; al contrario, elude la respuesta, dejando de lado las preguntas sin antes haber justificado la falta de legitimidad de tales cuestiones.

Esto explica el desconocimiento que sufrió Cournot en su época, en un momento en que se estaba perfilando la discontinuidad epistemológica que supone el paso de la teoría clásica a la mal llamada neoclásica. No hay que buscar, por tanto, ese desconocimiento, fundamentalmente al menos, en el uso del código matemático (por lo demás, bastante reducido) en la teoría económica. Hacerlo significaría quedarse en el ámbito de lo meramente aparential.

Como es bien sabido, los obstáculos lógicos con los que se enfrenta la teoría clásica del valor dan lugar, principalmente, a dos posiciones teóricas en ruptura con tal teoría, dentro de lo que sigue llamándose la historia del pensamiento económico. tenemos, por un lado, la crítica marxista de la economía política y, en oposición total, la teoría económica neoclásica.

Cournot adopta una posición especial, que consiste, esencialmente, en contornear los problemas, salirse de los cauces de la teoría obstaculizada, relegar tal teoría a rincones oscuros de la racionalidad, desprovistos, por tanto, de interés. Es así como nosotros interpretamos el abandono de la problemática ricardiana de la medida-patrón; por consiguiente, también de la teoría del valor-trabajo. Desde la cómoda óptica de la visión recurrente de las teorías en la historia del pensamiento económico, puede criticarse abiertamente esta actitud de tangencialidad ante la problemática descubierta en la teoría del valor. Pero hay que reconocer que el propio Cournot en su última obra, publicada el año de su muerte (1877), "Revue sommaire des doctrines économiques", admite las críticas en este sentido, por cuanto que los resultados obtenidos con su teoría resultan ser limitados y parciales.

Si tuviésemos que caracterizar con un término único la lógica interna que guía la teorización de Cournot, elegiríamos el de disolución de la problemática impuesta por el contexto teórico en que se inserta su obra. Disolución precisamente en la medida en que los problemas (que han sido engendrados por los obstáculos citados) no son tomados como tales, sino como carentes de relevancia epistemológica alguna, fruto de formulaciones erróneas o de discursos estériles, de modo que así estos problemas son separados del terreno de la investigación legítima.

Esta lógica disolutoria no aparece metodológicamente justificada en la teoría de Cournot, ni rinde resultados sustitutivos (o alternativos) de los eliminados, contrariamente a lo ocurrido en otros casos de la historia del pensamiento económico. Por ello, no sería desmesurado calificarla de pura y estrictamente disolutoria.

6.- Adentrándonos en el análisis ideológico de la matematización operada por Cournot, es conveniente situar a este autor en su contexto. Ya hemos dicho que la reducción por abstracción que preside la conceptualización de Cournot, sustentada en una actitud realista, se apoya en una concepción de lo real como ordenado por su propio

desarrollo histórico. Las nociones de orden y armonía (conseguidos por el capitalismo) son expresamente formuladas por Cournot, influenciado por Leibniz y Kant, de manera que descubrir las leyes de tal orden constituirá la labor de la teoría. Ciertamente es que Cournot relativiza la categoría de ley en términos de causalidad que liga antecedente y consecuente de modo necesario, ya que para él --como se ha visto en el caso de la ley de la demanda-- la ley viene a ser expresada por una relación matemática de tipo funcional.

Concebir la economía política como una física económica es uno de los rasgos ideológicos que más caracterizan al pensamiento cournotiano. Los mecanismos de la teoría pretenden ser en este caso auténticos mecanismos, interiorizados como tales en la teoría. Precisamente mediante este recurso consigue Cournot eludir la profundidad a la que obliga la resolución de la incoherencia en que desemboca la teoría clásica. Las insuficiencias de la teoría ricardiana no son realmente abordadas por Cournot, sino que su física económica se limita a elaborar la cinemática de valores mencionada en 3.(ii). Esta limitación al nivel aparente de la matematización en Cournot ha inducido a ciertos críticos a ver en este autor a un positivista claro, aunque algo tímido. (Un precursor del positivismo habría que decir, si la crítica fuera pertinente.)

La transposición de métodos, e incluso de objetivos, desde la física a la economía política explica la operatividad de esos "esquemas" (matemáticos) de que habla Cournot en "Essai sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique" (1851), que corresponden a lo puesto en marcha en "Recherches". GUITTON (1974) no duda en homologar esos esquemas como auténticos modelos, para ensalzar a continuación la "filosofía del desfase" defendida en la modelización de Cournot. Esta filosofía no es otra sino la misma ideología realista de aproximaciones sucesivas que ha sido caracterizada como dominante en la práctica de los constructores de modelos, puesto que --tras plantear idealistamente la cuestión de la conformidad o no de las ideas conceptuales con la realidad de las cosas-- se interioriza en el sujeto crítico (Cournot, a su modo, es kantiano) el intervalo necesariamente existente entre realidad y concepto, entre precio factual y punto de equilibrio dado por la oferta determinada y la demanda que maximiza el valor global del producto en el mercado.

No hay fracaso a causa de ese intervalo. Al contrario, el mismo intervalo obliga a la remodelación. Comparando Cournot con Pareto, GUITTON (1974) afirma:

"Cournot nos persuade de que entre la realidad de la que hay que partir y el modelo a que se llega para representarla siempre habrá un intervalo inevitable. La existencia de este intervalo no es la manifestación de un fracaso: no destruye por ello, sino al contrario, el valor de la construcción. Hace años tuve la ocasión de intentar una comparación entre Cournot y Pareto. Dos espíritus que permanecen en la historia como los de quienes han aplicado la matemática a la económica. Pareto no ha realizado, sin embargo, la unidad de su obra. Es un doble. Existe el Pareto



teórico de la economía, el del Curso y del Manual. Existe el Pareto del Tratado de sociología. Pareto ha sufrido a causa de un desfase entre sus construcciones de economía pura y la realidad. Este desfase fue el tormento de sus últimos años. En vez de aceptarlo quiso colmarlo. Pero era imposible hacerlo. Era preciso o bien no dejar que se formara o bien admitirlo como irreducible. Cournot no tuvo que soportar este fracaso, ya que obró en un sentido que no obligaba a operar un paso imposible. Contentándose con estudiar las funciones desconocidas, de las que sólo se conocen algunos puntos de materialización, recopilando mediante las estadísticas apropiadas los aspectos fugitivos de una realidad que no puede dejarse atrapar en su totalidad, delimitando, gracias al juicioso cálculo de los probables, los márgenes de confianza en cuyo interior únicamente se puede conocer y actuar, Cournot nos ha dado el ejemplo de la verdadera actitud científica".

7.- Observando desde el contexto histórico posterior, la modelización que desemboca en la función de demanda es de un importancia teórica especial, en la medida en que sobre ella puede construirse una teoría de la demanda que, con la imputación desde la matemática a la economía política de la ley de la baja de la utilidad marginal (debidamente formulada por D. Bernoulli en el siglo XVIII) articulada a la expresión matemática de la demanda, va a posibilitar el hecho de que pueda ser "pensada" una teoría de precios deducida de la teoría del valor-utilidad. En este sentido Cournot hace de precursor, sin pretenderlo, de la escuela neoclásica (3).

No podemos concluir esta exposición sobre Cournot sin resaltar su gnoseología, inmersa en la tradición crítica. La crítica filosófica debe intervenir, según él, para resolver el problema de la relación del conocimiento con el espíritu, discerniendo lo esencial de lo no esencial, criticando los conceptos iniciales de la ciencia, así como sus resultados parciales (según el plano de la racionalidad) y sus conclusiones últimas, sin intentar con ello jurisdicción especial alguna sobre la autonomía de la que goza por su propia cuenta el corpus científico.

Esto nos da una idea de cómo entiende Cournot su propia práctica de matematización de la economía política. Ello no impide que, desde nuestras opciones filosóficas, podamos calificar la ideología que acompaña al formalismo cournotiano como propia de un realismo externo pragmatista, ingenuo si se quiere, pero tenaz y eficaz, provisto sobre todo de una eficiencia que se manifestará en toda su extensión en los modelizados actuales de la teoría económica.

Universidad del País Vasco

#### NOTAS

(1) GUITTON (1974) afirma que el gran mérito de Cournot es el de haber construido, sin decirlo, una verdadera teoría del precio y del mercado, de forma que el capítulo IV de "Recherches" es, a este respecto, el primer modelo del género.

(2) Sobre esta cuestión afirma Cournot al final del capítulo I de "Recherches" lo siguiente: "Pero es tal, como se ha dicho, la influencia de una civilización progresiva, que tiende sin cesar a acercar las relaciones reales y variables de la relación absoluta a la que nos hemos elevado por la vía de abstracción. En tal materia todo deviene cada vez más evaluable y por consiguiente medible ... Todo conspira a esta movilización de la que no queremos ser ni el apologista ni el detractor, pero que es el fundamento de la aplicación de la teoría a los hechos sociales".

(3) Cf. JORLAND (1978), pp. 14-16.

#### REFERENCIAS

A. COURNOT (1838)

Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses. Paris (1974): Calmann-Lévy.

H. GUITTON (1974)

Préface, en: A. Cournot, Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses. Paris: Calmann-Lévy.

G. JORLAND (1978)

Position historique de l'oeuvre économique de Cournot, en: Etudes pour le centenaire de la mort de A. Cournot. Actes de la Table Ronde Dijon Gray 21.23 Avril 1977. Paris: Economica-Vrin.