ANEXO 4

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de León

Grado en Administración y Dirección de Empresas
Curso 2015 / 2016

LA MODELIZACIÓN DE LA CONDUCTA EMPRESARIAL A PARTIR DE LA TEORÍA DE JUEGOS.

MODELLING BUSINESS BEHAVIOUR FROM GAMES THEORY

Realizado por la alumna Dña. Cristina González González

Tutelado por la Profesora Dña. Ana Pardo Fanjul

León, 4 de Julio de 2016

ÍNDICE DE CONTENIDOS:

RESUMEN………………………………………………………………...………6
ABSTRACT…………………………………………………………………………7
1. **INTRODUCCIÓN**……………………………………………………………...8
2. **OBJETIVO DEL TRABAJO**……………………………………………...10
   2.1 Objetivos generales…………………………………………………..…10
   2.2 Objetivos específicos………………………………………………........10
3. **METODOLOGÍA**……………………………………………….............11

TEORÍA DEL OLIGOPOLIO
4. **PLANTEAMIENTO**…………………………………………………………12
5. **CARACTERÍSTICAS DE UN OLIGOPOLIO**…………………………..14
6. **EL EQUILIBRIO EN OLIGOPOLIO: EL EQUILIBRIO DE NASH**……18
7. **MODELOS DE OLIGOPOLIO**……………………………………………...19
   7.1 Modelo de Cournot…………………………………………………………19
   7.2 Modelo de Stackelberg……………………………………………………..25
   7.3 Modelo de Bertrand………………………………………………………...28
      7.3.1 Solución de Edgeworth……………………………………………......29
      7.3.2 Diferenciación del producto……………………………………….30
      7.3.3 Dimensión temporal…………………………………………………..31

TEORÍA DE JUEGOS
8. **PLANTEAMIENTO Y DEFINICIÓN**……………………………………....32
9. **JUEGOS ESTÁTICOS CON INFORMACIÓN COMPLETA**…………....34
   9.1 Soluciones de un juego mediante argumentos de dominación…………......36
      9.1.1 Primer concepto de solución: Uso de estrategias dominantes……...36
      9.1.2 Segundo concepto de solución: Eliminación Iterativa Estricta…....36
      9.1.3 Tercer concepto de solución: Eliminación Iterativa de estrategias débilmente dominadas……………………………………………...38

9.2 Soluciones de un juego mediante argumentos de equilibrio. Equilibrio de Nash……………………………………………………………………..38
9.3 Aplicaciones……………………………………………………………..40
9.3.1 Oligopolio de Cournot……………………………………………...40
9.3.2 Oligopolio de Bertrand……………………………………………..42
10. **JUEGOS DINÁMICOS CON INFORMACIÓN COMPLETA**…………...43
10.1 Aplicaciones……………………………………………………….……47
10.1.1 El duopolio de Stackelberg…………………………………………47
11. **JUEGOS ESTÁTICOS CON INFORMACIÓN INCOMPLETA**…………49
11.1 Aplicaciones…………………………………………………………….51
11.1.1 Duopolio de Cournot con información incompleta……………......51
12. **JUEGOS DINÁMICOS CON INFORMACIÓN INCOMPLETA O IMPERFECTA**……………………………………………………………..53
13. **JUEGOS REPETIDOS**……………………………………………………56
13.1 Juegos repetidos un número finito de veces…………………………….57
13.2 Juegos repetidos un número infinito de veces…………………….……61

CONCLUSIONES………………………………………………………………..…62
REFERENCIAS…………………………………………………………………….68

ÍNDICE DE FIGURAS, TABLAS Y CUADROS:

Figura 4.1: *Cuadro comparativo entre oligopolio y competencia perfecta*...................13
Figura 4.2: *Cuadro comparativo entre oligopolio y monopolio*...................................13
Figura 4.3: *Cuadro comparativo entre oligopolio y competencia monopolística*..........14
Figura 7.1.1: *El modelo de Cournot*...21
Figura 7.1.2: *Las curvas de reacción y el equilibrio de Cournot*..................................22
Figura 7.1.3: *El ejemplo de duopolio*..24
Figura 7.2.1: *Comparación gráfica del equilibrio en Cournot y Stackelberg*...............26
Figura 9.1: *Matriz del juego "Dilema del prisionero"*..35
Figura 9.1.1.1: *¿Publicidad o no?*..36
Figura 9.1.2.1: *Eliminación Iterativa Estricta*...37
Figura 9.2.1: *Solución de un juego mediante el equilibrio de Nash*.............................39
Figura 9.2.2: *Solución de un juego mediante el equilibrio de Nash*.............................40
Figura 10.1: *Representación en forma extensiva del juego del trespiés*........................44
Figura 10.2: *Representación extensiva de un juego dinámico que contiene dos subjuegos*..45
Figura 10.3: *Resolución de los subjuegos de un juego representado en forma extensiva*...46
Figura 11.1: *Juego estático con información incompleta*..50
Figura 12.1: *Un juego con opción externa*..54
Figura 13.1.1: *Juego con un único equilibrio de Nash en estrategias puras*.................57
Figura 13.1.2: *Representación extensiva de un juego repetido en dos etapas*...............58
Figura 13.1.3: *Representación matricial y equilibrio de Nash del primer subjuego*...59
Figura 13.1.4: *Representación matricial y equilibrio de Nash del segundo subjuego*...59
Figura 13.1.5: *Representación matricial y equilibrio de Nash del tercer subjuego*...59
Figura 13.1.6: *Representación y equilibrio de Nash del cuarto subjuego*....................59
Figura 13.1.7: *Matriz de pagos finales del juego repetido en función de las estrategias en la primera etapa*...60

RESUMEN

La estrategia de la empresa es uno de los conceptos que mayor atención han suscitado tanto para los estudiantes de la Dirección de Empresas como para los directivos y personas encargadas de ponerlas en marcha. El comportamiento estratégico de la empresa ha sido uno de los campos de estudio que más ha evolucionado en los últimos años y todo esto se debe a varias razones:

- La nueva Economía Industrial ha permitido avanzar en la modelización de la conducta empresarial a partir de la teoría de juegos. Gracias a ella logramos tener un conocimiento más preciso de cómo las empresas pueden comportarse estratégicamente y así poder beneficiarse de su conducta. Los problemas que la interdependencia plantea a las empresas han sido entendidas gracias a la contribución de las ventajas de mover primero, la racionalización de las prácticas colusorias mediante los juegos repetidos y el valor de las acciones irreversibles, entre otros.

- La Dirección Estratégica ha realizado importantes contribuciones dirigidas a profundizar en la forma en la que las empresas pueden explotar las imperfecciones del mercado y tratar de diferenciar su posición con respecto a sus competidores o conseguir reducir sus costes mediante la explotación de economías de escala y de experiencia.

  La incidencia que tienen los costes de transacción, los activos específicos, la información asimétrica y la frecuencia de los intercambios, todo ello dentro de un mundo caracterizado por la racionalidad limitada y las conductas oportunistas, son aspectos fundamentales para el análisis estratégico de una empresa.

- Por último, el auge de los acuerdos de cooperación o alianzas estratégicas, la necesidad de armonizar la diferenciación y los costes reducidos si se quiere seguir siendo competitivo, el dinamismo tecnológico, los retos que supone una economía abierta a la competencia, la importancia de la cultura y los recursos propios difícilmente imitables, los nuevos métodos de producción, etc., suponen un reto muy importante para el estudio y la comprensión de la conducta empresarial.

Palabras Clave: Oligopolio; Teoría de juegos; Estrategia empresarial.

ABSTRACT

The business strategy is one of the concepts that has attracted the most attention from both students of Business Administration as from managers and people responsible for implementing them. The strategic behaviour of the company has been one of the fields of study that has evolved the most in recent years and all of this is due to several reasons:

- The new Industrial Economy has allowed a progress in the modelling of the corporate behaviour built on the game theory. Thanks to this system, we are able to achieve a more precise understanding of how companies behave strategically and thus to benefit from their behaviour. The problems posed to the companies by the interdependence have been understood thanks to the benefit of first-mover advantage, the streamlining of cartel activities by means of repeated games and the value of the irreversible actions, among others.

- The Strategic Management has made significant contributions aimed at studying in depth the way in which companies can make good use of the market imperfections and try to differentiate their position in comparison to their competitors or achieve a reduction of the costs by exploiting economies of scale and experience.

  The impact that transaction costs has, the specific assets, the asymmetric information and the frequency of exchanges, all within a world characterized by the bounded rationality and the opportunistic behavior, are fundamental aspects for the strategic analysis of a company.

- Finally, the spread of cooperation agreements or strategic alliances, the need to harmonize the differentiation and the reduced costs —a requirement to remain competitive—, the technological dynamism, the challenges of an open competitive economy, the importance of culture and of the hardly imitable own resources, the new production methods, etc., entail a very important challenge for the study and understanding of the corporate behavior.

Keywords: Oligopoly; Game Theory; Business Strategy.

1. INTRODUCCIÓN

A lo largo de este Trabajo de Fin de Grado (TFG) se pretende poner en práctica muchos de los conocimientos adquiridos a lo largo de la carrera. Si bien es cierto que en un principio Administración y Dirección de Empresas no es una titulación en la que haya demasiadas asignaturas de teoría económica, como puede ser el Grado en Economía, la realidad económica que rodea a la empresa tiene una gran importancia y, nuestro trabajo como futuros empresarios o personas encargadas de dirigir las empresas, debe estar encaminado a tomar las mejores decisiones y definir las mejores estrategias posibles teniendo en cuenta el entorno en el que trabajamos. Para entender cómo funciona una empresa y las estrategias que podemos llevar a cabo necesitamos conocer las características del mercado en el que nos encontramos, y sus posibles imperfecciones. Durante estos 4 años hemos estudiado tanto el funcionamiento interno de una empresa -con asignaturas como la Contabilidad, Diseño Organizativo, Fundamentos de Administración de Empresas y otras similares-, como la relación entre el funcionamiento de la empresa y su entorno -en asignaturas como Microeconomía y Economía Industrial-. Con el estudio de la teoría de juegos y el oligopolio se pretende entender dentro de un entorno determinado, en este caso en el que hay pocas empresas, cómo funciona una organización cuando las decisiones que el resto de empresas toma influye en sus resultados, es decir, la interdependencia que tienen unas con las otras. Este es, en mi opinión, un aspecto fundamental y de especial importancia para saber dirigir una empresa, de ahí que esta haya sido mi elección para el trabajo.

Como ya se ha dicho anteriormente, gracias a la nueva Economía Industrial podemos tener un conocimiento más preciso de cómo se comportan las empresas y son capaces de obtener los mayores beneficios posibles. Este es el aspecto fundamental sobre el que he basado mi trabajo, es decir, cómo a través de la teoría de juegos se puede entender la conducta de las empresas.

La realización de este trabajo ha supuesto un esfuerzo añadido, ya que la teoría de juegos es un tema que me resultaba prácticamente desconocido, puesto que en la carrera tan sólo se trata en un tema de la asignatura Economía Industrial. Por lo tanto, el trabajo previo a la redacción de este trabajo ha sido largo, ya que además de documentarme y hacer una muy extensa revisión bibliográfica he hecho incluso un curso de la plataforma online de la Universidad Rey Juan Carlos de Madrid sobre teoría de juegos. Este trabajo ha sido, por lo tanto, un importante reto personal y es un tema bastante novedoso con respecto al resto de Trabajos de Fin de Grado tutelados por el Departamento de Economía. He intentado ir un paso más allá sobre los conocimientos adquiridos a lo largo de la carrera y profundizar un poco en este aspecto, para así poder tener un conocimiento y una visión más completa del funcionamiento de la empresa. El trabajo se ha dividido en dos bloques diferenciados "Teoría del oligopolio" y "Teoría de juegos". Se comienza con un planteamiento y una introducción de la teoría del oligopolio así como los diferentes modelos oligopolísticos que existen. Una vez analizados, podremos ver cómo estos modelos estudian comportamientos estratégicos de las empresas, que tanto desde el punto de vista estático como dinámico, son muy difíciles de analizar. Puesto que aun considerando los modelos o soluciones clásicas al oligopolio, siguen existiendo preguntas sin resolver pasamos a continuación a examinar y describir el segundo bloque del trabajo, la teoría de juegos.

La teoría de juegos ha supuesto un gran avance para la microeconomía, así como para muchos otros campos y permite dar respuesta a todas las preguntas que las soluciones clásicas no pudieron contestar. En este bloque se analizan los distintos tipos de juegos existentes.

Al final de este trabajo se exponen las conclusiones a las que se ha llegado con el estudio del oligopolio, la teoría de juegos y el caso práctico así como la bibliografía utilizada a lo largo del estudio.

2. OBJETIVOS DEL TRABAJO

Los objetivos de este trabajo los he clasificado en un objetivo general y cinco objetivos específicos.

2.1 OBJETIVO GENERAL

El objetivo fundamental de este trabajo es el estudio y análisis del mercado oligopolístico para entender sus principales características, como son la interdependencia y la incertidumbre, así como las relaciones de la empresa tanto con su entorno como con el resto de empresas existentes en dicho entorno.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para la consecución del objetivo general de este trabajo debemos afrontar una serie de objetivos más específicos que describiremos a continuación:

- Basándonos en la teoría económica, analizar los principales aspectos y características de los mercados oligopolísticos.
- Describir los diferentes modelos o soluciones clásicas que existen en este tipo de mercados, así como sus características. (Cournot, Bertrand y Stackelberg).
- Analizar y describir los distintos tipos de juegos que existen basándose en dos aspectos fundamentales: si son estáticos o dinámicos y si tienen información completa o no.
- Estudiar las aplicaciones que la teoría de juegos tiene sobre los distintos modelos de oligopolio citados anteriormente y cómo la teoría de juegos resuelve los principales problemas del oligopolio inicialmente mencionados.

3. METODOLOGÍA

Para la elaboración de este trabajo se han planteado dos grandes bloques:

- Una primera parte en la que se desarrolla la parte teórica del oligopolio: sus características principales, el equilibrio de los mercados oligopolísticos, así como los distintos modelos de oligopolio que existen: Cournot, Bertrand y Stackelberg.

  Para la realización de este apartado se ha realizado una amplia revisión bibliográfica utilizando la información extraída de diversos manuales de autores como Pindyck y Rubinfeld, Krugman y Welss, Nicholson, Maddala y Varian entre otros.

- La segunda parte trata de la teoría de juegos. En primer lugar se definen sus características principales para, a continuación, describir cada uno de los posibles juegos que existen con las particularidades que puede tener cada uno de ellos. Por último se realiza un estudio de sus aplicaciones prácticas sobre los distintos modelos de oligopolio definidos en el primer bloque.

  Para la elaboración de este bloque se ha utilizado información de numerosos manuales, entre ellos los manejados en la primera parte del trabajo. Dado que esta segunda parte es mucho más específica se ha requerido realizar una muy amplia revisión bibliográfica de revistas y artículos, así como manuales más especializados en este tema de autores como Aguado Franco, Gibbons, Olcina y Calabuig, Pérez, Jimeno y Cerdá, Sánchez-Cuenca y Vega Redondo entre otros. Para este segundo apartado también ha sido necesaria la realización de un curso online de la plataforma de la Universidad Rey Juan Carlos de Madrid.

Todos los artículos, revistas, obras y manuales mencionados están detallados en la bibliografía al final del trabajo.

TEORÍA DEL OLIGOPOLIO

4. PLANTEAMIENTO

El mercado se encuentra determinado por distintas estructuras, cada una de ellas con características diferentes. Una de las formas para distinguir estas estructuras se basa en el número de empresas oferentes y el número de demandantes. Este ha ido evolucionando desde las estructuras más extremas como son la competencia perfecta o el monopolio hasta llegar a alcanzar estructuras intermedias entre una y otra como son la competencia monopolística y el oligopolio.

Competencia perfecta es aquella situación en la que en el mercado actúa un gran número de empresas en la que cada una vende una cantidad que supone una proporción muy pequeña para el total del mercado. Los productos que ofrecen las empresas son homogéneos y en la que ninguna empresa tiene capacidad para influir en los precios de estos productos.

El monopolio es una situación en la que en el mercado existe una sola empresa que abastece todo el mercado y por tanto, tiene capacidad para establecer los precios y la cantidad ofrecida.

La competencia monopolística se caracteriza por ser un mercado formado por muchas empresas en las que ninguna ocupa una parte importante del mercado. Ofrecen productos diferenciados, es decir, son parecidos para el consumidor pero no exactamente iguales. Poseen un poder limitado en cuanto a la fijación del precio, es decir, las empresas pueden aumentar un poco su precio sin perder a todos sus clientes debido a la fidelidad por la diferenciación que las empresas crean con sus clientes, esto supone que los compradores preferirán continuar comprando a esta empresa sus productos a pesar de tener un precio superior, porque la utilidad que les reporta dicho producto diferenciado compensa el mayor precio. Por último, se caracteriza por no existir barreras de entrada.

La estructura en la que nos vamos a centrar en este trabajo es una estructura de mercado conocida como oligopolio. “Un oligopolio es un mercado en el que existen muy pocas empresas y un gran número de compradores, cada uno de los cuales hace una contribución despreciable a la función de demanda del mercado” (Friedman, 1988, p.15)

La mayor parte de la producción se lleva a cabo por pocas empresas las cuales ofrecen productos que pueden estar diferenciados o no, en la que cada empresa tiene capacidad para fijar el precio individualmente y se encuentra condicionado por la existencia de barreras de entrada a este mercado.

El oligopolio es una estructura de mercado muy frecuente. Algunos ejemplos sobre este mercado son la industria automovilística, el sector eléctrico, los hidrocarburos…Por ejemplo, en la mayoría de las rutas aéreas sólo operan dos o tres aerolíneas; Coca-Cola y Pepsi venden la mayor parte de las bebidas con cola; etc.

En los siguientes cuadros se muestran las diferencias entre los modelos anteriormente mencionados y el oligopolio:

Figura 4.1: Cuadro comparativo entre oligopolio y competencia perfecta

COMPETENCIA PERFECTA	OLIGOPOLIO
Los productos son homogéneos.	Los productos pueden ser homogéneos o diferenciados.
Las empresas no ejercen ninguna influencia sobre los precios.	Las empresas fijan el precio basándose en la conducta de sus competidores.
No existen barreras de entrada.	Existen barreras de entrada.

Fuente: Elaboración propia a partir de Maddala (1990)

Figura 4.2: Cuadro comparativo entre oligopolio y monopolio

MONOPOLIO	OLIGOPOLIO
Existe un único vendedor	Existen pocos vendedores
Se dice que son fijadores de precios ya que pueden determinar el precio y la cantidad de producción se deriva de la curva de demanda del mercado.	Fija el precio o el nivel de producción basándose en consideraciones estratégicas relacionadas con la conducta de sus competidoras.
Sus acciones son totalmente independientes, es decir, no depende de nadie al ser el único vendedor.	Las acciones de las empresas oligopolísticas dependen unas de las otras.

Fuente: Elaboración propia a partir de Pindyck y Rubinfeld (2013)

Figura 4.3: Cuadro comparativo entre oligopolio y competencia monopolística

COMPETENCIA MONOPOLÍSTICA	OLIGOPOLIO
Las acciones de estas empresas son independientes en un alto grado.	Las empresas dependen unas de las otras y de las acciones que lleven a cabo.
Los productos son diferenciados.	Los productos pueden ser homogéneos (cemento o acero) o diferenciados (automóviles, jabones, cigarrillos).
Los precios pueden cambiar con frecuencia ya que tienen un poder limitado.	Los precios son relativamente rígidos, no cambian con frecuencia.
No existen barreras de entrada.	Existen barreras de entrada.

Fuente: Elaboración propia a partir de Maddala (1990)

5. CARACTERÍSTICAS DE UN OLIGOPOLIO

Para la elaboración de este apartado se han utilizado manuales de microeconomía de diferentes autores como Friedman (1988), Krugman (2006), Maddala (1990), Pindyck y Rubinfeld (2013), Puértolas y Llorente (2013) y Varian (1991).

El oligopolio, tal y como hemos dicho anteriormente, es una estructura de mercado muy frecuente en la que unas pocas empresas abastecen a todo el mercado y estas empresas se caracterizan por:

- La interdependencia estratégica que tienen unas sobre otras, es decir, dependen en un alto grado unas de las otras. En este tipo de estructuras una empresa a la hora de tomar sus decisiones debe pensar que las empresas competidoras actuarán de una manera racional y por tanto deberán preguntarse cómo reaccionarán estas ante su estrategia.

- La incertidumbre oligopolística que sufren las empresas a la hora de tomar todas sus decisiones ya que no saben cómo van a reaccionar sus competidoras y deben suponerlo, dicha suposición en ocasiones puede ser la correcta y en otras puede ser errónea, lo cual supondrá unos elevados costes para las empresas.

Supongamos que una empresa toma la decisión de reducir sus precios para así intentar aumentar su demanda. Ante esta decisión cabe esperar distintas respuestas por parte de sus competidoras, entre estas opciones están:

- Que la empresa competidora no tenga en cuenta la bajada de precios de esta empresa y decida seguir con su estrategia habitual.
- Reducir el precio de sus productos en menor medida que la otra empresa y con ello aumentar sus ventas levemente.
- Reducir los precios exactamente en la misma cantidad que lo ha hecho la empresa. Esto tiene como resultado que ambas empresas vendan más, pero obtengan unos beneficios menores.
- Reducir los precios aún más que esta empresa. Esta estrategia conduciría probablemente a una guerra de precios y una reducción de los beneficios en toda la industria.

Ante todas estas opciones, la empresa tendrá que valorar y sopesar cuál será la respuesta más probable de sus competidores y así decidir la estrategia que llevará a cabo.

Para explicar qué son las guerras de precios imaginemos que una empresa oligopolística decide reducir el precio de sus productos. Esta situación afecta directamente al resto de las empresas que forman el oligopolio y por tanto, es muy probable que como respuesta para no perder cuota de mercado estas empresas decidan también reducir el precio de sus productos. Esta estrategia se convierte en una espiral de reacciones estratégicas disminuyendo los precios que termina desencadenando en las conocidas guerras de precios.

Las guerras de precios son muy típicas en sectores como la telefonía móvil, los productos lácteos, etc. Uno de los ejemplos más llamativos sobre las guerras de precios ocurrió con dos grandes empresas de venta digital como son Amazon y Wal-Mart. Esta guerra comenzó cuando a mediados de noviembre y de cara al Black Friday Wal-Mart decidió rebajar un juguete hasta los 17 dólares frente a los 28 que valía originalmente. Al día siguiente Amazon hizo exactamente lo mismo y por tanto esta guerra de precios tuvo como resultado libros por una cuarta parte del precio original y la consola X-Box 360 por 100 dólares menos. De igual manera ocurrió con empresas de distribución como es el caso de Mercadona y Carrefour, éstos centran su estrategia en ofrecer productos más baratos al consumidor, especialmente en marcas blancas. A lo largo de las guerras de precios Carrefour ha llegado a hacer descuentos de hasta el 72% en productos de primera necesidad.

Dentro de estas industrias formadas por empresas oligopolísticas, el poder de mercado, el liderazgo y la rentabilidad dependen en gran medida de la relación que haya entre las empresas que forman dicho oligopolio. Esta interrelación puede llevarse a cabo de dos maneras diferentes: cooperando o compitiendo.

- Cooperando (colusión): esta estrategia consiste en que ambas empresas cooperan y llegan a acuerdos para aumentar los beneficios de cada una de las empresas. Puede darse una colusión perfecta, en la que se acuerdan tanto los precios como la cantidad de producción, aunque también pueden surgir acuerdos de cualquier otro tipo, como por ejemplo repartirse el mercado, repartirse por zonas, etc. Pueden hacerlo de manera formal, firmando un acuerdo o estableciendo un acuerdo informal. La forma más poderosa de colusión es el cártel, que es un acuerdo formal en el que especifica cuánto se le permite producir a cada empresa según Krugman (2006). El cártel más conocido a nivel mundial es la Organización de los Países Exportadores de Petróleo. "Un cártel es un grupo de empresas cuyo objetivo es limitar el alcance de las fuerzas competitivas en el mercado" (Maddala, 1990, p. 408). La colusión es más rentable que el comportamiento no cooperativo, y por tanto, las empresas tendrán incentivos para cooperar. Un cártel se mantiene mientras ninguno de sus miembros rompa el acuerdo, por lo que muy pocos cárteles han logrado durar más de 5 años. Según Maddala (1990) la expectativa de vida de un cártel depende de varios factores como son:

    - La elasticidad-precio de la demanda ya que si la demanda es bastante elástica necesitamos que la disminución sea mayor para aumentar el precio. Esta es una cuestión difícil de alcanzar y mantener. La elasticidad de la demanda depende de la existencia de bienes sustitutivos.

    - La estabilidad de la demanda. Si la demanda es constante no es necesario ajustar constantemente la producción y las negociaciones y por tanto, el cártel tiene una mayor supervivencia.

    - La capacidad de controlar una parte importante de la producción actual y probable.

- El clima político si los cárteles son de carácter internacional

El cártel es una práctica ilegal en algunos países ya que la legislación antimonopolio normalmente lo prohíbe.

Sin embargo es más frecuente que las empresas coludan sin llegar a ningún acuerdo formal. Este acuerdo puede tomar dos formas: una, pacto de caballeros, que consiste en acuerdos verbales informales entre oligopolistas en el que pactarán un precio mínimo. Y otra, liderazgo de precios, que se produce cuando una empresa o unas pocas inician normalmente los cambios de precios y las siguen el resto de las empresas de la industria. Aunque existen muchas variedades de liderazgo la más común es la de liderazgo de precios de cobertura, donde la empresa dominante fija un precio que maximiza su ganancia y después le permite a las demás empresas vender todo lo que deseen a ese precio. En este sentido se manifiesta Maddala (1990)

- Compitiendo: en esta ocasión la estrategia consiste en no llegar a ningún acuerdo con las demás empresas aunque a veces suponga la pérdida de beneficios. También estas empresas podrían incurrir en pérdidas conscientemente con la intención de expulsar a otras empresas competidoras o disuadir de entrar a nuevas empresas y así quitar de en medio parte de la competencia. A lo largo de este trabajo vamos a analizar diversas formas de competir como son las llamadas soluciones clásicas.

Por otro lado, la existencia de barreras de entrada al mercado como por ejemplo las economías de escala provoca que la aparición de nuevas empresas y la coexistencia de todas ellas en el mercado no sea rentable en determinados mercados y con ello aparezcan los oligopolios naturales.

Estas barreras de entrada son naturales y algún ejemplo de ellas serían las patentes, el acceso a una determinada tecnología a la que no todas las empresas pueden acceder o el gasto que una empresa debe hacer para ganarse una reputación y un prestigio de marca. “Estas barreras de entrada son naturales, es decir, son básicas para la estructura del mercado. Pero, además, las empresas que ya están en el mercado puede tomar medidas estratégicas para disuadir a otras de entrar.” (Pindyck y Rubinfeld, 2013, p. 449).

6. El EQUILIBRIO EN OLIGOPOLIO: EL EQUILIBRIO DE NASH

Para analizar el mercado los principales valores que debemos de tener en cuenta son los que alcanzarán el precio y la cantidad de equilibrio en esta estructura.

Para alcanzar el precio y la cantidad de equilibrio en cualquier tipo de mercado deben cumplirse tres condiciones:

- Ima = Cma
- $\frac{\partial \mathrm{Ima}}{\partial \mathrm{q}} = \frac{\partial \mathrm{Cma}}{\partial \mathrm{q}}$
- P $\geq$ CVme

Dichas condiciones se cumplen en todas las estructuras de mercado aunque cada una de ellas posee unas características diferenciadoras a la hora de alcanzar este equilibrio. Estas son:

- En un mercado perfectamente competitivo el precio es el que hace que se igualen la oferta y la demanda.
- En competencia monopolística y en competencia perfecta se alcanza el equilibrio a largo plazo cuando la entrada de nuevas empresas reduce los beneficios a cero.

En todos estos mercados una empresa está en equilibrio cuando la cantidad ofrecida es igual a la demandada, es decir, cada empresa consigue los mejores resultados posibles (vende todo lo que produce) y maximiza sus beneficios y, por lo tanto, no tendría ningún motivo para alterar su precio o nivel de producción. Asimismo, en un monopolio el equilibrio se alcanza cuando el ingreso marginal es igual al coste marginal, ya que de esta manera también obtiene los mejores resultados posibles y maximiza sus beneficios. En estos mercados cada empresa podría despreocuparse en cierta medida de sus competidores.

Sin embargo, en un oligopolio, debido a la interdependencia que hay entre unas empresas y otras, la empresa fija el precio o la cantidad de producción en función de las acciones que lleven a cabo sus competidores. Por tanto, según Pindyck y Rubinfeld (2013, p. 450): en este mercado el equilibrio se alcanzará cuando “cada empresa consiga los mejores resultados posibles dado lo que hacen sus competidoras”. Esto se conoce como el equilibrio de Nash.

7. MODELOS DE OLIGOPOLIO

Hay dos elementos básicos que hay que determinar para poder modelizar una situación de oligopolio. El primero es saber sobre qué variable va a decidir el productor, es decir, puede elegir bien sobre la cantidad que desea producir o bien el precio que desea fijar. El otro elemento que sirve para definir el modelo es la información que tienen los productores cuando toman las decisiones. Además existen otras consideraciones como por ejemplo, que las unidades producidas no sean homogéneas, saber si los oligopolistas se van a enfrentar una única vez o lo harán repetidamente a lo largo del tiempo o incluso darse el caso de que los oligopolistas cooperasen entre ellos en lugar de competir.

Sobre estas decisiones la literatura económica ha propuesto una serie de modelos para su análisis y comprensión. Con el fin de simplificar al máximo este apartado estudiaremos las principales soluciones clásicas que se han propuesto en forma de duopolio, es decir, un caso de oligopolio formado por dos únicas empresas. Estos modelos se denominan por el nombre de sus autores y son los siguientes:

7.1 MODELO DE COURNOT

Este modelo es presentado por primera vez en 1838 por el economista francés Augustin Cournot en su obra Cournot, A. (1838).

Este modelo parte de las siguientes hipótesis tal y como resumen (Maddala, 1990; Pindyck y Rubinfeld, 2013)

- Se trata de un modelo de duopolio, es decir, formado por dos empresas cuyo objetivo es la maximización del beneficio.
- Los productos que ofrecen estas dos empresas son homogéneos y ambas conocen la curva de demanda del mercado.
- Ambas empresas actúan de manera independiente, es decir, no existe colusión entre ellas.
- Las empresas deben tomar la decisión sobre la cantidad que van a producir, considerando fija la cantidad producida por la otra empresa.
- Esta decisión se toma de manera simultánea por ambas empresas.

- El precio dependerá de la producción total de las dos empresas.
- El equilibrio de estas empresas viene determinado por el equilibrio de Nash.

Siguiendo el ejemplo de Pindyck y Rubinfeld (2013) consideraremos dos empresas conocidas como empresa 1 y empresa 2. A continuación, vamos a tener en cuenta la decisión de producción de la empresa número 1. Si la empresa 1 piensa que la número 2 no va a producir nada, ésta tomará la decisión de llevar a cabo la producción total y, por tanto, la curva de demanda de la empresa 1 será igual a la curva de demanda del mercado actuando esta empresa como un monopolio.

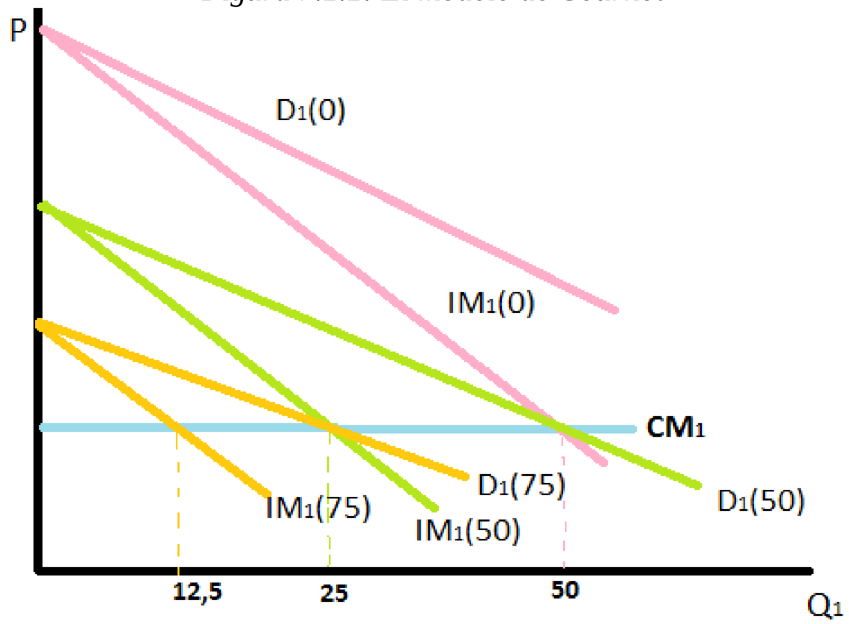
En la siguiente figura $D_1(0)$ es la curva de demanda de la empresa 1 suponiendo que la empresa 2 no produce nada. En esta misma figura se representa también el ingreso marginal que corresponde $IM_1(0)$ y suponiendo que el coste marginal de la empresa 1 es constante. En este caso la producción maximizadora para la empresa 1 sería producir 50 unidades, que es el valor en el que se cortan el ingreso marginal y el coste marginal.

Por el contrario, supongamos que la empresa 1 cree que la empresa 2 va a producir 50 unidades. Su curva de demanda es la curva del mercado desplazada en 50 unidades a la izquierda. $D_1(50)$ y su ingreso marginal correspondiente $IM_1(50)$. En este caso la producción maximizadora de beneficio para la empresa 1 sería la correspondiente a 25 unidades, donde se cortan el ingreso marginal y el coste marginal.

Cuando la empresa 1 piensa que la empresa 2 va a producir 75 unidades en vez de 50, en ese caso, $D_1(75)$ y su curva de ingreso marginal $IM_1(75)$ se desplazan hacia la izquierda en 75 unidades. Ahora la producción maximizadora de beneficios para la empresa 1 sería producir 12,5 unidades.

El último supuesto es que la empresa A piense que la B producirá 100 unidades. En ese caso, sus curvas de demanda y de ingreso marginal cortarían a su curva de coste marginal en el eje de ordenadas; por lo tanto la empresa A no debe producir nada porque la empresa B absorbe toda la demanda.

Figura 7.1.1: El modelo de Cournot



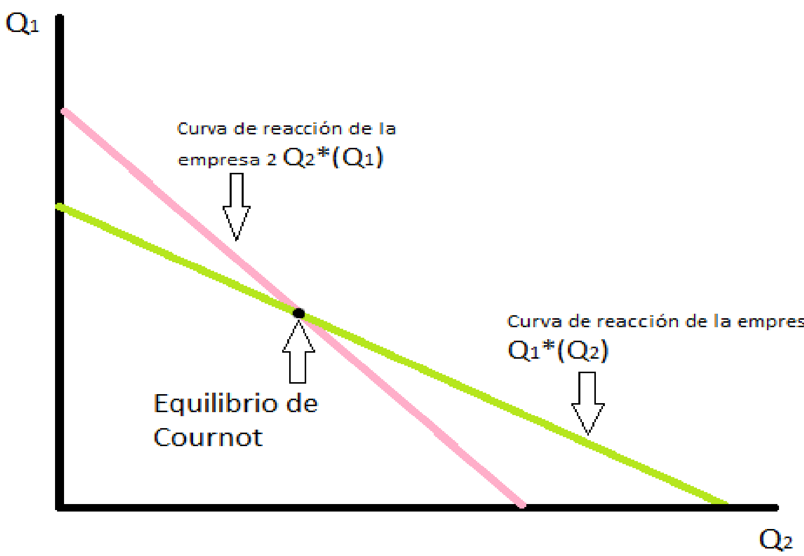
Fuente: Elaboración propia a partir de Pindyck y Rubinfeld (2013)

Por tanto, el nivel de producción que maximiza los beneficios de la empresa 1 es una función decreciente de la cantidad que piense que producirá la 2.

Empresa 2	**Q=0**	**Q=50**	**Q=75**	**Q=100**
Empresa 1	Q=50	Q=25	Q=12,5	Q=0

Esta función se denomina curva de reacción y es la relación entre el nivel de producción maximizador de los beneficios de una empresa y la cantidad que cree que producirá su competidora. Si queremos representar la curva de reacción de la empresa 1 sería $Q_1 * (Q_2)$ y si por el contrario quisiéramos representar la curva de reacción de la empresa 2 su curva de reacción se representaría del siguiente modo: $Q_2 * (Q_1)$. Si la curva de ingreso marginal o de coste marginal de una empresa es diferente de la curva de la otra, las curvas de reacción también serán también diferentes.

Figura 7.1.2: Las curvas de reacción y el equilibrio de Cournot



Fuente: Elaboración propia a partir de Pindyck y Rubinfeld (2013)

Por lo tanto, lo que cada empresa decide producir viene dado por la curva de reacción de la otra empresa y el punto de equilibrio se encuentra en el punto de intersección de las dos curvas de reacción. A este punto se le conoce como equilibrio de Cournot, que es un ejemplo del equilibrio de Nash. Cada empresa supone correctamente lo que producirá su competidora y como consecuencia toma la decisión estratégica que maximiza sus beneficios, por lo que ninguna tiene incentivos para alterar su nivel de producción, es decir, es un equilibrio estable.

Siguiendo el ejemplo de Pindyck y Rubinfeld (2013) vamos a suponer dos empresas idénticas y que se enfrentan a una curva de demanda del mercado lineal. En este ejemplo vamos a comparar el equilibrio de Cournot con el equilibrio competitivo y con el equilibrio en el caso de que las empresas coludiesen.

Suponemos que la demanda de mercado es $P = 30 – Q$ donde Q es la producción total de las dos empresas $Q = Q1 + Q2$ y ambas empresas tienen unos costes marginales nulos $CM1 = CM2 = 0$.

Lo primero que debemos hacer es conocer las curvas de reacción. Para maximizar el beneficio debemos igualar el ingreso marginal y el coste marginal IM = CM. Su ingreso total viene dado por

$$I_1 = P*Q_1 = (30 - Q)*Q_1 = 30Q_1 - (Q_1 + Q_2)*Q_1 = \mathbf{30Q1 - Q^2 1 - Q2Q1}$$

Por lo que su ingreso marginal es

$IM_1 = \Delta I/Q_1 = 30 - 2Q_1 - Q_2$

Ahora, igualamos el IM al CM (que en este ejemplo es 0) y despejamos Q1 obteniéndose así la curva de reacción de la empresa 1 siendo ésta

Curva de reacción de la empresa 1: $Q_1 = 15 - 1/2Q_2$

De la misma manera hallamos la curva de reacción de la empresa 2, siendo

Curva de reacción de la empresa 2: $Q_2 = 15 - 1/2Q_1$

En el punto de intersección de estas dos curvas de reacción se encuentran las cantidades de producción de equilibrio. Sustituyendo Q2 en la ecuación verificamos que los niveles de producción de equilibrio son

Equilibrio de Cournot: $Q_1 = Q_2 = 10$

En la siguiente figura se muestra el equilibrio de Cournot en el punto en el que se cruzan las dos curvas de intersección halladas anteriormente. En este punto cada empresa maximiza sus propios beneficios dado el nivel de producción de su competidora.

Hemos supuesto que estas dos empresas compiten entre sí. Ahora, supongamos, que las empresas pudiesen coludir y llegar a un acuerdo. Fijarían unas cantidades de producción que maximizarían sus beneficios y los repartirían a partes iguales. En este caso los beneficios totales se maximizan eligiendo la producción total, Q, en el que el ingreso marginal iguala al coste marginal (en este ejemplo es 0).

El ingreso total es

$I = P*Q = (30 - Q)*Q = 30Q - Q^2$

Y por tanto, su ingreso marginal es

$IM = \Delta I/\Delta Q = 30 - 2Q$

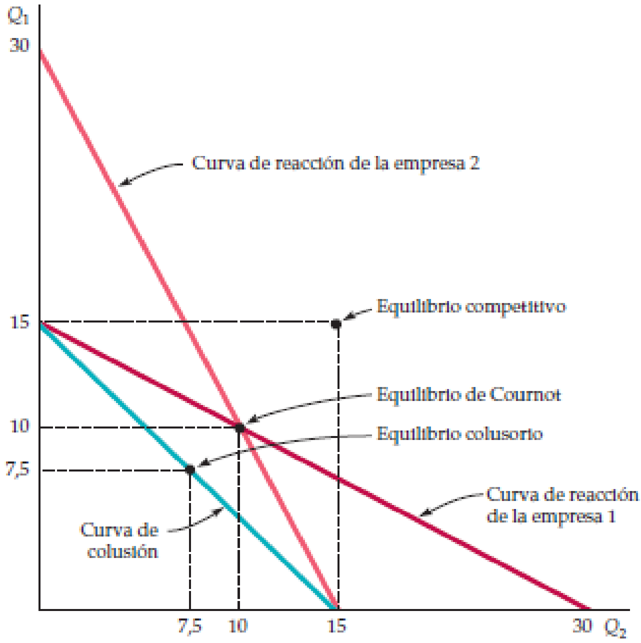
Igualando el IM a cero y despejando Q vemos que los beneficios totales se maximizan cuando Q = 15. Como hemos supuesto que en este acuerdo las empresas se repartirían los beneficios a partes iguales suponemos que cada empresa producirá la mitad y por tanto:

Q_1 y $Q_2 = 7,5$

Mediante un acuerdo podemos observar que las empresas producen menores cantidades y obtienen mayores beneficios. Para hallar los niveles de producción competitivos igualamos el precio y el coste marginal, que son, $Q_1 = Q_2 = 15$, lo que implica que la empresa obtiene unos beneficios nulos.

Por tanto, podemos concluir que el resultado de Cournot es mucho mejor para las empresas que competir en competencia perfecta, sin embargo, el resultado que obtenemos en Cournot no es tan bueno si lo comparamos con el que podemos obtener si las empresas coludiesen y llegasen a acuerdos.

Figura 7.1.3: El ejemplo de duopolio



Fuente: Pindyck y Rubinfeld (2013)

Las críticas a este modelo surgen al preguntarnos qué pasaría si las dos empresas comenzasen a producir inicialmente cantidades distintas al del equilibrio de Cournot. ¿Estas empresas modificarían su producción hasta llegar a la de equilibrio? Por desgracia este modelo no aporta nada acerca de este ajuste dinámico y como consecuencia, necesitamos otros modelos distintos para entenderlo. Cuando utilizamos el modelo de Cournot debemos limitarnos a examinar la conducta de empresas en condiciones de equilibrio y con cantidades de producción fijas.

7.2 MODELO DE STACKELBERG

También conocido como modelo de liderazgo, frecuentemente se usa para industrias en las que hay una empresa dominante, conocida como líder, que fija la cantidad de producción antes que sus competidoras, conocidas como seguidoras. Por lo tanto, la empresa líder posee la ventaja de mover primero.

Este modelo debe su nombre al economista alemán Heinrich Freiherr von Stackelberg quien lo dio a conocer en 1934 en su obra Marktform und Gleichgewicht (Estructura de Mercado y Equilibrio) y lo podemos consultar en Von Stackelberg, F. (1934). En este modelo las decisiones se toman de manera secuencial, es decir, las decisiones se toman una vez que el líder ha tomado su decisión.

Siguiendo con el ejemplo que utilizamos en Cournot supongamos que la empresa 1 es la líder y la empresa 2 es la seguidora y ambas empresas tienen un coste marginal nulo y que la curva de demanda del mercado viene dado por

$P = 30 – Q$, donde Q es la producción total

La empresa 1 al ser la líder fijará primero su nivel de producción y la empresa 2 lo hará más tarde, una vez conocida la producción de la empresa 1. En este caso, la empresa 1 debe fijar su nivel de producción teniendo en cuenta que la empresa 2 llevará a cabo la mejor estrategia posible conociendo la suya de antemano. Este hecho de mover primero supone una ventaja para la empresa 1 y en todo caso va a suponer un mayor nivel de producción para la empresa líder que para la empresa seguidora. Si por el contrario, la seguidora decidiese producir también un nivel de producción elevado la empresa líder presionaría los precios a la baja y ambas verían reducidos sus beneficios.

Como ya hemos dicho, la empresa 2 toma su decisión de producción después de la empresa 1. Por tanto, el nivel de producción que maximiza los beneficios de la empresa 2 viene dado por su curva de reacción de Cournot, que hemos calculado anteriormente y que es

Curva de reacción de la empresa 2: $Q_2 = 15 – 1/2Q_1$

Ahora, la empresa 1, para maximizar sus beneficios, elige Q1 de manera que el ingreso marginal sea igual al coste marginal. Recordemos que el ingreso de la empresa 1 calculado en el ejemplo anterior es

$$I_1 = P^*Q_1 = 30Q_1 – Q^2_1 – Q_2Q_1$$

Como el ingreso de la empresa 1 depende de Q2 la empresa 1 debe prever cuánto va a producir la 2 y sabe que esta última elegirá en función de su curva de reacción, por lo que, sustituimos en la ecuación Q2 por su valor y observamos que el ingreso de la empresa 1 es

$$I_1 = 30Q_1 – Q^2_1 – Q_1 (15 – 1/2Q_1) = 15Q_1 – 1/2Q^2_1$$

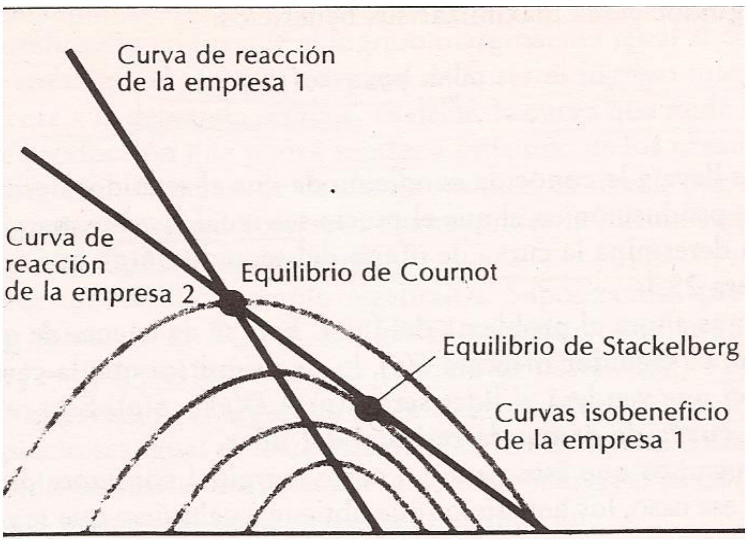
Por lo que su ingreso marginal será

$$IM_1 = \Delta I_1/\Delta Q_1 = 15 – Q_1$$

Como ya hemos dicho, para maximizar sus beneficios la empresa 1 tiene que igualar su ingreso marginal a su coste marginal (en este caso es 0) y obtenemos que Q1 = 15. Como consecuencia la empresa 2 sustituye Q1 en su curva de reacción y observamos que Q2 = 7,5. La ventaja que obtiene la empresa 1 al mover primero es que produce el doble que la otra y por tanto obtiene el doble de beneficios.

En el siguiente gráfico podemos ver la comparación entre las cantidades producidas en el equilibrio de Cournot y el equilibrio de Stackelberg.

Figura 7.2.1: Comparación gráfica del equilibrio en Cournot y Stackelberg



Fuente: Hal R. Varian (1991)

Las principales diferencias del modelo de Cournot respecto al de Stackelberg son:

- Mientras que en el modelo de Cournot las decisiones se tomaban de manera simultánea, es decir, ambas empresas tomaban sus decisiones al mismo tiempo, en el modelo de Stackelberg las decisiones se toman de manera secuencial, de manera que la empresa que elige primero obtiene una enorme ventaja sobre las demás empresas.

- La cantidad de equilibrio de la empresa líder en Stackelberg es superior a la hora de equilibrio en Cournot y el precio es menor.

  Otra diferencia es el tipo de mercados en los que son aplicables uno u otro modelo. El modelo de Cournot se aplica en industrias formadas por empresas más o menos parecidas, en las que ninguna de ellas tiene una gran ventaja sobre el resto. En cambio, se utiliza el modelo de Stackelberg en industrias que están dominadas por una empresa que normalmente toma la delantera. Un ejemplo es el mercado de los ordenadores, en el cual IBM es la empresa líder.

7.3 MODELO DE BERTRAND

Este modelo fue desarrollado en 1883 por un economista francés, Joseph Bertrand. Este modelo lo podemos consultar en su obra Bertrand, J. (1883) "Book review of theorie mathematique de la richesse sociale and of recherches sur les principles mathematiques de la theorie des richesses".

Al igual que el modelo de Cournot, el modelo de Bertrand se aplica para empresas que producen un bien homogéneo y toman sus decisiones de manera simultánea. La principal diferencia entre los dos modelos es la variable sobre la que se toman las decisiones, es decir, mientras que en Cournot lo que se decide son las cantidades a producir en el modelo de Bertrand lo que se eligen son los precios.

En este caso la pregunta es: ¿qué precio elegirá cada empresa y cuántos beneficios obtendrá? Tratándose de empresas que producen un bien homogéneo la elección de una empresa u otra por parte de los consumidores únicamente estará motivada por aquella que ofrece el menor precio. De esta manera, si venden el producto a diferentes precios aquella que ofrezca el precio menor será la que abastezca a todo el mercado, mientras que la que venda al precio más alto no venderá nada. Por tanto, las empresas tienen incentivos para vender sus productos a un precio ligeramente inferior que el de sus competidores. Entonces, ¿cómo se alcanza el equilibrio de Nash en el modelo de Bertrand? Las empresas inician un proceso en el que bajan continuamente sus precios hasta un nivel determinado. Ese nivel es aquel en el que las empresas ya no pueden bajarlo más, es decir, es el nivel en el que el precio iguala al coste marginal, con lo que obtendrían ambas empresas unos beneficios nulos. Esto se conoce como la paradoja de Bertrand ya que aunque son un duopolio las empresas acaban cobrando un precio igual al coste marginal. En este nivel ninguna empresa tiene incentivos para modificar su precio ya que si una de ellas lo sube perdería todas sus ventas en favor de la otra empresa y si lo disminuye obtendría pérdidas.

¿Podría ser posible alcanzar un equilibrio de Nash si ambas empresas cobran el mismo precio pero que éste sea mayor? En este caso se podría pensar e intentar alcanzar un equilibrio de Nash con un precio mayor que el anteriormente acordado y así, poder obtener beneficios. Esto en la realidad no es viable ya que estas empresas saben que si en cualquier momento disminuyen el precio podría apropiarse de toda la demanda del mercado y así aumentaría notablemente sus beneficios. Por lo tanto, si alguna de estas empresas tiene incentivos para modificar el precio de sus productos no se puede obtener un equilibrio. Podemos concluir que el equilibrio de Nash se obtiene cuando las empresas obtienen los mejores resultados posibles dado lo que hacen sus competidoras.

Este modelo ha sido criticado por varias razones. Una de ellas es porque cuando las empresas compiten con un producto homogéneo tiene más sentido competir fijando la cantidad de producción en lugar del precio. Otra razón objeto de críticas es que en este modelo se supone que cuando las empresas fijan el mismo precio se reparten el mercado a partes iguales, pero, ¿quién nos garantiza que esto sea así? A pesar de todas estas deficiencias se considera que es un modelo útil ya que muestra que en un oligopolio el equilibrio depende fundamentalmente de la elección de la variable estratégica que se elija, es decir, fijar precios o cantidades.

En la práctica la paradoja de Bertrand es muy difícil, por no decir imposible, que surja ya que en la realidad es poco probable que entre dos empresas existan productos sin ninguna diferencia y con los mismos costes de producción. Así pues, las empresas tenderán a bajar su precio para ser más competitivas, tanto como sus costes se lo permitan hasta el punto en que sus beneficios sean nulos. He aquí la ironía tras la teoría: buscan maximizar los beneficios bajando los precios, pero lo que en realidad consiguen es neutralizarlos. Aquí se ve bien reflejada una de las características principales del oligopolio, que es la interdependencia y los costes que ella misma conlleva

Tras el planteamiento de este problema, han surgido diversas soluciones:

7.3.1 Solución de Edgeworth:

Este modelo fue propuesto por el economista inglés Edgeworth en 1897. Podemos consultarlo en su obra Edgeworth, Francis (1889) "The pure theory of monopoly", reprinted in Collected Papers relating to Political Economy 1925, vol.1, Macmillan.

Este modelo da una solución al modelo de Bertrand al introducir restricciones de capacidad, de manera que las empresas no pueden vender más de lo que son capaces a producir.

Supongamos dos empresas a las que llamaremos A y B. La empresa A tiene una capacidad de producción menor que la demanda del mercado, de tal modo que se enfrenta a una demanda que no puede satisfacer. Por lo tanto, algunos consumidores deben recurrir a la empresa B, y así, su demanda es mayor que 0 y es capaz de vender a un precio mayor que el coste marginal, obteniendo beneficios positivos. Por tanto, si una empresa no pudiera proveer a todo el mercado, la afirmación de que el precio es igual al coste marginal no es cierta; ya que al no poder abarcar toda la demanda, la oferta de mercado se desplaza hacia la izquierda y por consiguiente aumentan los precios. De esta manera concluimos que la solución de Edgeworth no es una solución de equilibrio.

7.3.2 Diferenciación del producto:

En el modelo de Bertrand partimos del supuesto de que los productos son perfectamente sustitutivos, por lo que las empresas no podrían cobrar un precio superior a su coste marginal. Sin embargo, con productos diferenciados, las empresas ya podrían cobrar precios superiores al coste marginal. La existencia de productos diferenciados en el modelo de duopolio sería otra solución a la paradoja de Bertrand.

Por ejemplo, pensemos en dos empresas llamadas A y B, que ofrecen el mismo producto pero están ubicadas en diferentes lugares, una situada en el centro de la ciudad y la otra situada en las afueras. La diferenciación del producto en este caso es la distancia, pero podría ser cualquier otra (dependerá del bien o servicio que se esté ofreciendo).

Supongamos que la empresa A fija su precio igual que el coste marginal y la empresa B cobra un precio ligeramente superior a su coste marginal. En este caso, la empresa B, aunque tenga un precio más alto, no significa que vaya a perder toda su demanda: mantiene, al menos, a los consumidores que están localizados cerca de ella, en este caso, las personas que vivan en las afueras de la ciudad.

Para estos consumidores, el diferencial de precios es más que compensado por el diferencial en los costes de tener que trasladarse al centro, por lo tanto, el sistema de precios ($p1=p2=c$) no es un sistema de equilibrio: En general las empresas no fijarán su precio al nivel del coste marginal.

Otro ejemplo lo constituiría la industria de los refrescos, muy bien representada por Coca-Cola y Pepsi. Estas compiten la una con la otra, pero los productos que ofrecen no son perfectamente sustitutivos. Algunos individuos preferirán Coca-Cola en vez de Pepsi, incluso si el precio de la Coca-Cola es superior. De la misma manera, si el precio de la Coca-Cola se situase por debajo del de Pepsi, algunos consumidores que prefieren Pepsi seguirían siendo fieles a su marca.

Si una empresa puede convencer a algunos consumidores de que su marca es superior a la de su competidor, podrá cobrar un precio superior al que podría cobrar si vendiera productos perfectamente sustitutivos a los de la otra empresa.

La razón por la que la diferenciación permite a una empresa cobrar un precio superior, es que la curva de demanda residual del producto de la empresa (la demanda de mercado menos la cantidad ofertada por los rivales a cada precio) se hace menos elástica.

7.3.3 Dimensión temporal:

El modelo de Bertrand supone que las empresas sólo toman la decisión de fijar sus precios una única. Supongamos que ambas empresas (A y B) han fijado el mismo precio pero por encima del coste marginal y la empresa A decide bajar su precio, entonces se quedará con toda la demanda del mercado. Sin embargo, si introducimos una dimensión temporal, la empresa B tendría capacidad de reacción y disminuiría su precio para no perder toda su demanda. De manera que si introducimos esta dimensión temporal y la posibilidad de reacción no está claro que la empresa A se beneficiará reduciendo su precio por debajo de la B. La empresa A tendrá que comparar sus ganancias a corto plazo con las pérdidas que se generarán a largo plazo por la guerra de precios para determinar si le conviene seguir bajando su precio.

TEORÍA DE JUEGOS

8. PLANTEAMIENTO Y DEFINICIÓN

En la parte del oligopolio hemos visto cómo las empresas tienen que tomar decisiones estratégicas teniendo en cuenta la respuesta de sus competidores. Sin embargo hay muchas preguntas que han quedado sin resolver. Por ejemplo, ¿Por qué las empresas tienden a coludir en unos mercados y a competir en otros?, ¿Cómo hacen algunas empresas para disuadir a posibles competidores para entrar en el mercado? Cuando hay nuevas condiciones en la demanda o nuevas competidoras en el mercado, ¿cómo deben tomar las empresas sus estrategias en precios?

Los modelos o soluciones clásicas de Cournot, Bertrand o Stackelberg representan situaciones en las que los comportamientos estratégicos de las empresas tanto desde el punto de vista estático como dinámico son muy difíciles de analizar. El desarrollo de la denominada teoría de juegos ofrece un marco analítico más potente con el que estudiar los incentivos que tienen las empresas oligopolísticas para competir o cooperar.

Para dar respuesta a todas estas preguntas se utiliza la teoría de juegos, propuesta por el matemático von Neuman y el economista Morgensternen en su libro The Theory of Games and Economic Behavior en 1944, lo cual ha supuesto un importante avance en la microeconomía, además de en muchos otros campos.

Podemos definir un juego como “cualquier situación en la que los individuos deben tomar decisiones estratégicas y en la que el resultado final depende de lo que cada uno decida hacer (Nicholson, 2001, p.250), o como “un problema de toma de decisiones, donde el rendimiento (que obtiene una persona) depende no sólo de sus propias decisiones sino también de las decisiones de las otras personas que participan en el juego” (Maddala y Miller, 1991, p. 401).

Según Soto y Valente (2005), los supuestos de partida de la Teoría de Juegos son los siguientes:

- Cada jugador tiene a su disposición dos o más opciones bien especificadas llamadas jugadas o estrategias.

- Cada posible combinación de jugadas disponibles para los jugadores los guía a un estado final bien definido (ganar, perder o retirarse) que dará por concluido el juego.

- Una retribución específica para cada jugador está asociada con cada situación final.

- Cada jugador tiene perfecto conocimiento del juego y de su oponente, lo cual significa que el jugador conoce las reglas del juego, las preferencias y creencias de los demás jugadores, las retribuciones del resto de jugadores así como lo que cada jugador puede o no puede hacer.

- Todos los jugadores son racionales, esto implica que cada jugador, disponiendo de dos o más opciones seleccionará aquella que le reporte un mayor beneficio o utilidad.

El objetivo fundamental de la teoría de juegos es establecer cuál es la estrategia óptima para cada jugador. La estrategia óptima para cada jugador será aquella que le permita maximizar la ganancia esperada, partiendo de la consideración de que los jugadores son seres racionales. Sin embargo, en ocasiones, encontrar esta estrategia óptima puede ser difícil.

En la teoría de juegos podemos distinguir dos tipos básicos de juegos: los cooperativos y los no cooperativos. Los juegos cooperativos son aquellos en los que los jugadores pueden negociar y llegar a ponerse de acuerdo sobre las estrategias que va a llevar a cabo cada uno y así poder establecer estrategias conjuntas. En los juegos no cooperativos no es posible negociar ni ponerse de acuerdo entre los jugadores.

Así mismo, dentro de los juegos no cooperativos podemos distinguir entre juegos estáticos o dinámicos y juegos con o sin información completa. En los juegos estáticos los jugadores toman las decisiones a la vez, es decir, de manera simultánea sin saber qué estrategia han elegido los otros jugadores, mientras que en los juegos dinámicos puede ocurrir que algún jugador antes de tomar su decisión ya conozca la decisión del otro jugador. En los juegos con información completa, todos los jugadores conocen las consecuencias de sus acciones, tanto para ellos mismos como para sus rivales mientras que en los juegos sin información completa algún jugador desconoce dichas consecuencias.

Estos juegos pueden representarse de dos formas diferentes: juegos en forma estratégica o normal o juegos en forma extensiva. Los juegos en forma estratégica se representan mediante una matriz de resultados centrándose en las estrategias de los jugadores como si éstos pudiesen tomar las decisiones a la vez, mientras que los juegos en forma extensiva se representan mediante un árbol de decisión en el cual se detalla la secuencia temporal de las jugadas, es decir, como se desarrollan las estrategias de los jugadores hasta alcanzar los posibles resultados que tenga el juego.

9. JUEGOS ESTÁTICOS CON INFORMACIÓN COMPLETA

En este apartado se representan los juegos más sencillos que existen, es decir, los juegos estáticos con información completa. En este tipo de juegos los jugadores realizan sus jugadas de manera simultánea, de una sola vez y en todo momento conocen las consecuencias de sus acciones, es decir, es información de dominio público. Esto supone que además de conocer ambos toda la información, también saben que el otro la conoce. Además estos juegos suelen representarse de forma normal o estratégica, como ya hemos definido en el apartado anterior, se representa a través de una matriz.

A continuación vamos a representar uno de los ejemplos más conocidos de este tipo de juegos:

- Dilema del prisionero

Aunque fue desarrollado por Merrill M. Flood y Melvin Dresher este juego fue formalizado por Albert W. Tucker en 1940.

Dos delincuentes habituales son apresados cuando acaban de cometer un delito grave. No hay prueba clara contra ellos, pero sí indicios fuertes de dicho delito y además hay pruebas de un delito menor. Son interrogados simultáneamente en habitaciones separadas. Ambos saben que si los dos se callan serán absueltos del delito principal por falta de pruebas, pero condenados por el delito menor (1 año de cárcel), que si ambos confiesan, serán condenados por el principal pero se les rebajará un poco la pena por confesar (4 años), y finalmente, que si sólo uno confiesa, él se librará de las penas y al otro “se le caerá el pelo” (5 años). Extraído de Pérez, Jimeno y Cerdá (2013).

El juego representado de forma estratégica es el siguiente:

Figura 9.1: Matriz del juego "Dilema del prisionero"

		Preso 2	
		Callar	Confesar
Preso 1	Callar	-1, -1	-5, 0
	Confesar	0, -5	-4, -4

Fuente: elaboración propia a partir de Pérez, Jimeno y Cerdá (2013)

En este juego las estrategias posibles son:

- Que ambos se callen y por tanto las penas serán de un 1 año para cada preso
- Que el jugador 1 se calle y el jugador 2 confiese. Entonces el preso 1 iría 5 años a la cárcel mientras que, el 2 al haber confesado, quedaría libre.
- Que el preso 1 confiese mientras que el preso 2 se calla. En este caso, el preso 1 quedaría libre mientras que el preso 2 iría a la cárcel 5 años.
- Que ambos confiesen, y de esta manera ambos irían a la cárcel 4 años.

La solución a este juego es aquella que más conviene al agente que se plantea el problema, es decir, es la solución óptima. Sin embargo, en los juegos prácticos la solución no es tan sencilla ya que aunque cada jugador puede identificar la situación óptima para él no tiene garantizado conseguirlo a través de sus propias decisiones, sino que depende de las decisiones y actuaciones de los demás jugadores. Normalmente suele existir conflicto entre las soluciones óptimas de uno y otro jugador. Por lo tanto, podemos referirnos al término solución como una palabra con un significado menos preciso y evidente. En este ejemplo la solución óptima para el preso 1 de manera individual es confesar y así quedaría libre de la cárcel, de la misma manera ocurre con el preso número 2 y por tanto, aunque si considerásemos a los jugadores conjuntamente su solución óptima sería que ambos se callasen para que así sólo fuesen un año a la cárcel cada uno está claro que cada jugador mira por su propio beneficio y por ende, ambos confesarán, teniendo que cumplir así 4 años de cárcel cada uno.

Existen varios tipos de soluciones a estos juegos ya sea mediante criterios de dominación como con criterios de equilibrio.

9.1 SOLUCIONES DE UN JUEGO MEDIANTE ARGUMENTOS DE DOMINACIÓN

Dentro de los criterios de dominación existen varios tipos de soluciones:

9.1.1 Primer concepto de solución: Uso de estrategias dominantes

Según Pindyck y Rubinfeld (2013) una estrategia dominante es aquella que es óptima independientemente de lo que haga el adversario.

En el siguiente ejemplo vamos a suponer que las empresas A y B venden productos rivales y deben decidir si hacer publicidad o no hacerla. En la siguiente matriz se muestran los resultados posibles:

Figura 9.1.1.1: ¿Publicidad o no?

		Empresa B	
		Hacer publicidad	No publicidad
Empresa A	Hacer publicidad	10, 5	15, 0
	No publicidad	6, 8	10, 2

Fuente: elaboración propia a partir de Pindyck y Rubinfeld (2013)

En este caso está claro que la empresa A debe hacer publicidad, ya que con independencia de lo que haga la empresa B, obtiene los mejores resultados publicitándose. Si la empresa B hace publicidad, la A obtiene unos beneficios de 10 haciendo publicidad, en cambio, si no hace publicidad los beneficios serían 6. Si la empresa B elige no publicitarse, la A gana 15 si lo hace, en cambio si no lo hace, sólo obtiene beneficios de 10. Lo mismo ocurre con la empresa B, que independientemente de lo que haga la empresa A, para B la mejor opción siempre será hacer publicidad.

En la realidad, lo que ocurre es que los juegos en los que cada jugador tiene alguna estrategia dominante son más bien la excepción.

9.1.2 Segundo concepto de solución: Eliminación Iterativa Estricta

Consideramos racionales a todos aquellos jugadores que intentan maximizar sus ganancias. Pues bien, el argumento básico de dominación, según el cual ningún jugador racional jugará a una estrategia que esté estrictamente dominada, y el anterior concepto de solución, que dice que cualquier jugador racional jugará una estrategia dominante, si es que la tiene, requiere que todos los jugadores sean racionales. Sin embargo, vamos a analizar un juego en el que el primer concepto de solución no es aplicable.

El proceso de eliminación se lleva a cabo de la siguiente manera:

En el primer paso cada uno de los jugadores, y a la vez, eliminan todas las estrategias que estén estrictamente dominadas en el juego inicial. Se construye un juego reducido resultante de tal eliminación.

En el segundo paso cada uno de los jugadores, y a la vez, eliminan todas las estrategias que estén estrictamente dominadas en el juego reducido. Se construye un nuevo juego reducido resultante de tal eliminación.

Y así sucesivamente. Se acaba el proceso cuando ya no quedan para ningún jugador estrategias que eliminar. Al conjunto de estrategias supervivientes se les llama estrategias iterativamente no dominadas.

Supongamos el siguiente juego:

Figura 9.1.2.1: Eliminación Iterativa Estricta

		Jugador 2	
		I	D
Jugador 1	A	0, 2	4, 100
	B	20, 40	8, 0

Fuente: elaboración propia

Partiendo de la hipótesis de que ambos jugadores son racionales y siguiendo el argumento básico de dominación nos lleva a descartar la estrategia A del jugador 1, ya que en este caso está estrictamente dominada por B. De esta manera, tanto el resultado (B, I) como (B, D) son resultados aceptables para la empresa A. Sin embargo, si añadimos el supuesto de que el jugador 2 sabe que el jugador 1 es racional descartaríamos la estrategia D del jugador 2, ya que en este caso obtendría unos beneficios de 0. Por tanto, podemos concluir que la solución del juego es la estrategia (B, I) y sólo esa.

Lo que permite poder introducir este concepto de solución es el hecho de que la información es de dominio público y por tanto, todos los jugadores saben que sus adversarios son racionales.

9.1.3 Tercer concepto de solución: Eliminación Iterativa Débil

En el anterior concepto para eliminar una estrategia necesitábamos que estuviese estrictamente dominada por otra, y eso hace muy difícil que el concepto funcione ya que a menudo no hay estrategias que eliminar. Por lo tanto, tiene sentido intentar en este tercer concepto llevar a cabo la misma estrategia de eliminación pero basándola en una dominación menos exigente, es decir, la dominación débil, que hará del proceso de eliminación un proceso mucho más efectivo.

El primer paso para llevar a cabo esta eliminación consiste en que cada uno de los jugadores, y a la vez, eliminan todas las estrategias que estén débilmente dominadas en el juego inicial. Se construye un juego reducido que resulta de tal eliminación.

El segundo paso consiste en que cada uno de los jugadores, y a la vez, eliminan todas las estrategias que estén débilmente dominadas en el juego reducido calculado en el paso 1. Volemos a construir otro juego reducido resultante de tal eliminación.

Y así sucesivamente. Se acaba el proceso cuando ya no quedan para ningún jugador estrategias que eliminar. A las estrategias supervivientes de las eliminaciones anteriores se llaman estrategias iterativamente no dominadas.

9.2 SOLUCIONES DE UN JUEGO MEDIANTE ARGUMENTOS DE EQUILIBRIO. EQUILIBRIO DE NASH

En el apartado anterior hemos analizado la forma de resolver estrategias basándonos en las estrategias que nunca debería llevar a cabo un jugador racional. Ahora bien, en muchas situaciones estratégicas los jugadores no tienen acciones dominadas. O, incluso teniéndolas, tras realizar las sucesivas eliminaciones siguen quedando varias opciones entre las que decidir. La solución mediante el equilibrio de Nash tiene un enfoque completamente diferente al de la dominación de estrategias.

Según Aguado Franco (2007, p. 60) un equilibrio de Nash es “una combinación de estrategias en la que la opción elegida por cada jugador es óptima dada la opción elegida por los demás”. Por tanto, si se encuentra un equilibrio de Nash, ninguno de los jugadores tendrá incentivos individuales para variar de estrategia.

Cabe señalar que un equilibrio de Nash no necesariamente ha de ser un equilibrio en estrategias dominantes. Aunque lo contrario, sí que es cierto: un equilibrio en estrategias dominantes siempre ha de ser un equilibrio de Nash.

Supongamos la siguiente matriz:

Figura 9.2.1: Solución de un juego mediante el equilibrio de Nash

		Jugador 2	
		X	Y
Jugador 1	A	9, 11	6, 14
	B	9, 10	10, 3

Fuente: elaboración propia

En este ejemplo se ve como si intentásemos resolver este juego mediante la eliminación de estrategias estrictamente dominadas no podríamos desechar ninguna opción (aunque podemos observar que la estrategia B domina débilmente a la estrategia A para el jugador 1).

Sin embargo, mediante un equilibrio de Nash sí vamos a poder encontrar un equilibrio. Podemos apreciar que la opción (B, X) es un equilibrio de Nash, ya que, si se encuentran ambos jugadores en esa combinación de estrategias, ninguno tendrá incentivos para variar la suya (es decir, el jugador 2 si cambia su estrategia saldría perdiendo ya que pasaría a ganar 3 en vez de 10, mientras que el jugador 1 no saldría ganando si la cambiase).

Una de las formas más habituales a la hora de encontrar los equilibrios a partir de la representación matricial de los juegos consiste en subrayar los pagos correspondientes a la estrategia elegida por cada jugador en función de lo que pudiera elegir el otro.

Imaginemos el ejemplo anterior, si el jugador 1 elige A, la mejor respuesta para el jugador 2 sería optar por Y, obteniendo una ganancia de 14. Si el jugador 1 elige B, lo mejor para el jugador 2 sería optar por X, ya que obtendría 10 en vez de 3.

Ahora bien, si el jugador 2 elige X, el jugador 1 sería indiferente entre A y B, ya que en ambos casos obtiene una ganancia de 9, de tal manera que subrayamos ambas opciones. Finalmente, si el jugador 2 elige Y, el jugador 1 elegiría B ya que obtendría una ganancia de 10 frente a 6 en el caso de escoger la opción contraria.

De modo que, el equilibrio de Nash será aquella casilla en la que ambos pagos estén subrayados, en este caso es la opción (B, X).

Figura 9.2.2: Solución de un juego mediante el equilibrio de Nash

		Jugador 2	
		X	Y
Jugador 1	A	9, 11	6, 14
	B	9, 10	10, 3

Fuente: elaboración propia

También puede darse la situación en la que en un juego haya más de un equilibrio de Nash, como puede ser el juego de la batalla de los sexos[1], aunque cabe la posibilidad de que un equilibrio sea más deseable que el otro y los jugadores no sean indiferentes a esta situación.

9.3 APLICACIONES

9.3.1 Oligopolio de Cournot

Una de las aplicaciones más fructíferas de la teoría de juegos ha sido la relativa al estudio de la organización industrial en entornos con un número reducido de empresas. Los modelos de duopolio constituyen una aplicación pionera de este tipo.

Como ya se ha explicado en el apartado 7 Cournot fue uno de los precursores de la teoría de juegos. En su trabajo realizado en 1838 propuso el modelo clásico de Cournot, que consistía en que un pequeño número de empresas competían en el mercado con un producto homogéneo y decidían simultáneamente las cantidades de producción, y el precio quedaba determinado por la cantidad total aportada.

Como decimos que en el oligopolio existe interdependencia entre las empresas que lo componen, podemos despejar la variable de decisión de la empresa en función de la del resto de empresas, obteniendo la función de reacción. Ésta nos indica cuál es la cantidad

[1] Juego de la batalla de los sexos: María y Jorge están planeando unas vacaciones. María prefiere la playa, Jorge la montaña. Ambos jugadores prefieren pasar sus vacaciones juntos a pasarlas separados

óptima que una empresa producirá en función de la cantidad que el resto de empresas pueda producir.

Si obtenemos la función de reacción de cada empresa, en la intersección que se produzca entre ellas obtendremos el equilibrio de Nash, puesto que la cantidad que produce cada una de ellas será óptima en función de lo que produzcan todas las demás.

A continuación desarrollaré un ejemplo práctico en el que supongamos que nos encontramos ante un duopolio, es decir, un mercado satisfecho por dos empresas, cuyas funciones de costes totales son: CTi = 10qi. La función de demanda es P = 70 – (q1 + q2). Si ambas deciden la cantidad que van a producir de manera simultánea.

Calculamos el IT de la empresa 1 siendo éste:

$IT_1 = p \text{ x } q_1 = [70 - (q_1 + q_2)] \cdot q_1 = 70q_1 - q^2_1 - q_1 \cdot q_2$

Para calcular la función de reacción de cada empresa debemos maximizar el beneficio. Para ello hacemos la derivada respecto de la variable de decisión, en este caso, la cantidad producida, es decir, q1 o q2, dependiendo de la empresa que sea e igualarla al coste marginal. Después, despejando dicha variable, obtenemos la función de reacción.

$Ima_1 = 70 - 2q_1 - q_2 = Cma_1 = 10$

$q_1 = (60 - q_2)/2$

$\boxed{q_1 = 30 - q_2/2}$ Curva de reacción de la empresa 1

De la misma manera realizamos estos pasos para la empresa 2:

$IT_2 = p \text{ x } q_2 = [70 - (q_1 + q_2)] \cdot q_2 = 70q_2 - q_1 \cdot q_2 - q^2_2$

$Ima_2 = 70 - q_1 - 2q_2 = Cma_2 = 10$

$q_2 = (60 - q_1)/2$

$\boxed{q_2 = 30 - q_1/2}$ Curva de reacción de la empresa 2

Resolviendo el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que suponen las funciones de reacción podemos encontrar el equilibrio del juego, donde la cantidad q1 es óptima para el jugador 1 en función de la cantidad que produce el jugador 2, y simultáneamente, la cantidad q2 es óptima para el jugador 2 en función de la cantidad que produce el 1.

Realizando los cálculos observamos que el equilibrio de este juego se produce para una cantidad igual a 20 unidades para ambas empresas. El precio y el beneficio es el mismo para ambas empresas, siendo de 30 y 400 respectivamente. Las funciones de reacción tienen pendiente negativa ya que ambas se enfrentan a la misma función de demanda, y cuanto más produzca una menos debería de producir la otra.

9.3.2 Oligopolio de Bertrand

Tal y como se ha dicho en el capítulo 7 Bertrand en su modelo definió un tipo de mercado en el que los bienes que producen las empresas no son totalmente homogéneos aunque sí conservan un alto grado de sustitución. En este caso, lo que se hace es competir en precios en lugar de las cantidades de producción. De manera que nos encontramos ante funciones de reacción con pendiente positiva ya que cuanto mayor sea el precio que fijen los otros mayor será el que yo pueda establecer para mi producto, o visto desde otra perspectiva, si los demás bajan el precio, si yo no quiero perder cuota de mercado deberé bajar el mío también.

Análogamente al caso del modelo de Cournot, el equilibrio de Bertrand es el equilibrio de Nash del juego definido por el modelo de Bertrand.

Siguiendo con el ejemplo anterior supongamos que el mercado se encuentra abastecido por dos empresas, cuyos costes totales son CTi = 10qi y la función de demanda es: P = 70 - Q donde Q = q1 + q2.

En este caso el ejercicio se resuelve de la misma manera que si fuese competencia perfecta ya que estamos suponiendo que se trata de un producto homogéneo.

Igualamos el precio al coste marginal:

P = Cma

70 – Q = 10; Q = 60 siendo $q_1 = 30$ y $q_2 = 30$

Sustituyendo Q en la función de demanda obtenemos un precio de 10 unidades.

Para hallar el beneficio realizamos la siguiente operación IT – CT dando como resultado un beneficio de 0 para ambas empresas.

$IT_1 – CT_1 = P \times q_1 – 10q_1 = 30x10 – 10x30 = 0$

$IT_2 – CT_2 = P \times q_2 – 10q_2 = 30x10 – 10x30 = 0$

Por lo tanto, al precio del mercado de competencia perfecta, las dos empresas producirán la misma cantidad; si una de ellas decidiera bajar el precio se quedaría con todo el mercado mientras que la otra no produciría nada.

10. JUEGOS DINÁMICOS CON INFORMACIÓN COMPLETA

En este apartado se estudian los juegos dinámicos con información completa, que son aquellos en los que los jugadores pueden tomar sus decisiones en instantes distintos del tiempo y donde cada jugador conoce con certeza las funciones de pagos o beneficios de todos los jugadores. Su forma natural de representación es la forma extensiva.

En estos juegos dinámicos se especifica el momento del juego en que tiene lugar cada jugada y el jugador a quien le corresponde jugar, así como lo que dicho jugador sabe sobre el desarrollo anterior del juego. Además, se supone que la estructura del juego es de dominio público.

Según Olcina y Calabuig (2002) un juego secuencial es de información perfecta si todos los jugadores están completamente informados acerca de las decisiones previas de todos sus oponentes en cada punto del juego en que le corresponda adoptar una acción.

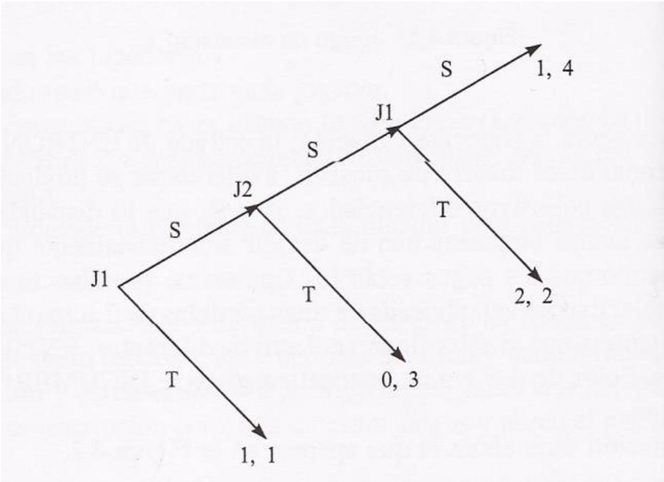
A continuación, siguiendo el manual de Pérez, Jimeno y Cerdá (2013) vamos a estudiar un ejemplo de este tipo de juegos.

- El juego del trespiés

  "En este juego hay dos montones de monedas sobre la mesa, que inicialmente tienen una moneda cada uno, y dos jugadores, J1 y J2, uno junto a cada montón. Los jugadores toman, de manera alternada, decisiones consistentes en seguir (S) o en terminar (T). Comienza J1, y si elige T se acaba el juego, mientras que si elige S el juego prosigue de modo que los montones pasan a tener 0 monedas el primero y 3 el segundo y le toca el turno a J2. Si J2 elige T se acaba el juego, mientras que si juega S los montones pasan a tener 2 monedas el primero y 2 el segundo (es decir, disminuye en una moneda el montón del jugador que acaba de tomar la decisión S, y aumenta en dos monedas el montón del otro jugador), y el juego prosigue hasta una última jugada a cargo de J1. Si en su última jugada J1 elige T se acaba el juego y si elige S los montones varían de igual modo (pasando a tener una moneda el primero y 4 el segundo), y se acaba el juego. Cuando el juego termina, cada jugador recibe como pago su propio montón de monedas".

De modo que la representación extensiva de este juego sería la siguiente:

Figura 10.1: Representación en forma extensiva del juego del trespiés



Fuente: extraído del manual de Pérez, Jimeno y Cerdá (2013)

Tanto para los juegos mencionados a lo largo del trabajo como para estos tenemos que hablar de un equilibrio de Nash para que exista la solución del juego. Una posible solución del juego en forma extensiva consistiría en el conjunto de los equilibrios de Nash de su representación en forma estratégica. Sin embargo, cuando pasamos un juego en forma extensiva a forma estratégica perdemos información y puede que alguno de los equilibrios de Nash encontrados fuesen razonables desde una perspectiva estática del juego, pero no lo fuesen desde la forma dinámica.

Puede ocurrir que surjan equilibrios de Nash que incluyan acciones que no sean óptimas para el jugador que debería realizarlas si le correspondiese jugar en ese momento. Esto se evita exigiendo que los equilibrios de Nash sean perfectos en subjuegos. "Un subjuego es la parte de un juego que resta por jugarse a partir de cualquier punto en el que la información de lo que ha ocurrido hasta ese momento es de dominio público". (Aguado Franco, 2007, p. 81). Un subjuego, por tanto, no puede nunca cortar a un conjunto de información. Olcina y Calabuig (2002, p.139) también lo definen como "cualquier parte de un juego que constituye un juego por sí mismo". Es evidente que en un juego con información perfecta en cada nodo de decisión comienza un subjuego.

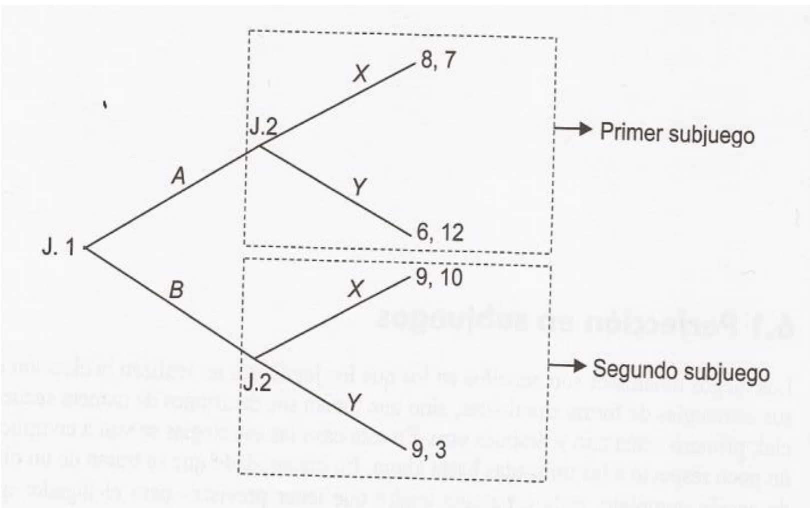
"Sea G un juego en forma extensiva y sea s un perfil de estrategias de G que es un equilibrio de Nash. Decimos que s es un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos de G si la restricción de s a cualquier subjuego de G es un equilibrio de Nash de dicho subjuego". (Pérez, Jimeno y Cerdá, 2013, p. 237)

"Un equilibrio de Nash de un juego secuencial es un equilibrio perfecto en subjuegos si induce equilibrios de Nash en todos los subjuegos del juego. Es decir, las acciones que se planean jugar según las estrategias de ese equilibrio de Nash constituyen un equilibrio de Nash en todos y cada uno de los subjuegos". (Olcina y Calabuig, 2002, p. 140)

En el siguiente ejemplo de Aguado Franco (2007) se observa de una manera más clara este concepto:

En el siguiente juego suponemos que primero ha de elegir el jugador 1 entre A y B. A continuación, el jugador 2, conociendo la decisión adoptada por el jugador 1, ha de elegir entre X e Y. Los pagos que obtendrían uno y otro jugador como consecuencia de sus respectivas elecciones son los siguientes:

Figura 10.2: Representación extensiva de un juego dinámico que contiene dos subjuegos.



Fuente: extraído del manual de Aguado Franco (2007)

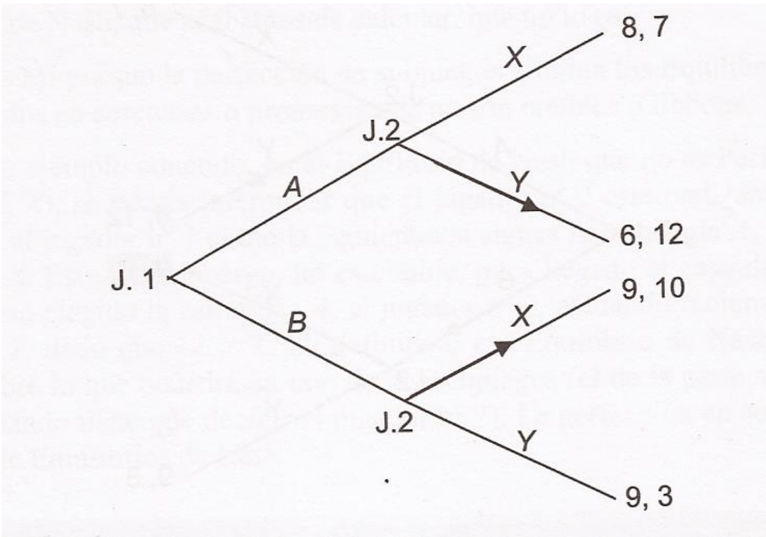
Las estrategias entre las que tiene que elegir el jugador 2 en este ejemplo no son dos como ocurriría en un juego estático (X e Y), sino cuatro, que serían las siguientes: (X, X), (X, Y), (Y, X), (Y, Y). La acción que figura antes de la coma en cada una de ellas es la respuesta prevista ante la posibilidad de que el jugador 1 opte por su estrategia A; la que figura tras la coma es la respuesta prevista por el jugador 2 al hecho de que el jugador 1 elija su estrategia B.

Para resolver el juego primero tenemos que hallar el equilibrio de cada subjuego, para luego poder encontrar el equilibrio del juego en su conjunto.

En el subjuego de la parte superior, el jugador 1 ha optado por la opción A y el jugador 2 debe elegir entre X e Y. Como sus pagos son los que figuran detrás de la coma, está claro que optará por Y ya que obtendrá unos pagos de 12 en lugar de 7.

En el segundo subjuego, el jugador 1 ha elegido la opción B, en este caso, el jugador 2 optaría por X, ya que obtiene un pago mayor que si escogiese la opción Y (un pago de 10 frente a 3).

Figura 10.3: Resolución de los subjuegos de un juego representado en forma extensiva



Fuente: extraído del manual de Aguado Franco (2007)

En la figura anterior se señala con fechas las dos opciones que nos indican cuál es la estrategia óptima del jugador 2: Y si el jugador 1 elige la opción A, y X si el jugador 1 opta por B; la estrategia óptima del jugador 2 será, por tanto, (Y, X).

Cuando el juego empieza, el jugador 1 sabe que si el jugador 2 es racional optará por seguir esa estrategia. En ese caso, si él también es racional optará por B, pues de esa manera, ya que sabe que el jugador 2 va a elegir X, tendrá un pago de 9, que es mayor que el que obtendría si eligiese A, dado que sabe que en ese caso el jugador 2 optará por Y, y su pago sería tan solo de 6.

El equilibrio de Nash perfecto en subjuegos, sería, (B; Y, X), que nos indica que el jugador 1 hará B; y que el jugador 2 haría X si el jugador 1 optara por A, y elegiría Y si el jugador 1 hiciese B. El equilibrio de Nash perfecto en subjuegos nos indica informa no solamente de cuál será la evolución del juego, sino también del equilibrio de cada uno de los subjuegos.

10.1 APLICACIONES

10.1.1 El duopolio de Stackelberg

El modelo de duopolio de Stackelberg como se ha expuesto en el apartado 7 es un ejemplo de juego en dos etapas en el que los conjuntos de acciones son continuos. Aquí los jugadores son dos empresas que constituyen un duopolio con un producto homogéneo compitiendo en cantidades, pero ahora supondremos que no van a tomar sus decisiones de producción simultáneamente, sino que una de ellas, a la que llamaremos empresa líder, decide su producción en primer lugar, y la otra, la empresa seguidora decide su propia cantidad a producir tras haber observado la decisión de la empresa líder.

En este caso, al decidir sobre la cantidad de producción, la empresa líder tiene una clara ventaja, pues si las empresas seguidoras decidiesen producir volúmenes muy elevados inundarían el mercado yendo en contra de sus propios intereses.

A continuación propongo un ejemplo en el que suponemos dos empresas cuya función de costes totales son: CTi = 10qi. La función de demanda del bien que producen es P = 70 – (q1 + q2). Si la empresa 1 decide la cantidad que va a producir antes que la empresa 2, determinaremos:

Calculamos los ingresos totales, que los obtendremos multiplicando el precio por la cantidad que la empresa decida fabricar.

$IT_1 = [70 – (q_1 + q_2)] \cdot q_1 = 70q_1 – q^2{}_1 – q_1 \cdot q_2$

$IT_2 = [70 – (q_1 + q_2)] \cdot q_2 = 70q_2 – q_1 \cdot q_2 – q^2{}_2$

Para calcular la función de reacción de la empresa 2, debemos maximizar el beneficio, por tanto hacemos la derivada respecto de su variable de decisión, en este caso, la cantidad producida (q2), e igualarla al coste marginal. Después, despejando dicha variable, tenemos la función de reacción.

$Ima_2 = 70 – q_1 – 2q_2 = Cma_2 = 10$

$q_2 = (60 – q_1)/2$

$\boxed{q_2 = 30 – q_1/2}$ Curva de reacción de la empresa 2

Como la empresa 1 elige primero en la función de IT de la empresa 1 sustituimos q2 por el valor que hemos obtenido en la curva de reacción.

$IT_1 = 70q_1 – q^2{}_1 – q_1·(30 – q_1/2) = 40q_1 – q^2{}_1/2$

Para saber cuál es la cantidad óptima para la empresa 1, la que le hace maximizar beneficios, derivamos esta función respecto de su variable de decisión e igualamos al coste marginal.

$Ima_1 = 40 – 2q_1/2$

$Ima_1 = 40 – q_1 = Cma = 10$

$\boxed{q_1 = 30 \text{ unidades}}$

Sustituimos en la función de reacción de la empresa 2:

$q_2 = 30 – 30/2$

$\boxed{q_2 = 15 \text{ unidades}}$

Sustituimos ambas cantidades en la función de demanda del bien y obtenemos que el precio del bien en cuestión es de 25. Haciendo lo mismo con las funciones de IT CT obtenemos como resultado que la empresa 1 recibe unos beneficios de 450 mientras que la empresa 2 los recibe tan sólo de 125.

Como podemos ver en los resultados, la empresa 1, al ser la que elige primero, posee una ventaja sobre la 2. Al producir 30 unidades la empresa 1, la empresa 2 sólo va a producir 15. El resultado es que la primera empresa tiene mayor volumen de beneficios que la segunda (450 > 125).

11. JUEGOS ESTÁTICOS CON INFORMACIÓN INCOMPLETA

En este apartado vamos a analizar juegos estáticos con información incompleta, que son aquellos en los que los jugadores toman sus decisiones simultáneamente y, aunque las características y estructura del juego son de dominio público, existen algunas informaciones referidas a los pagos del juego que son privadas, es decir, no están al alcance de todos los jugadores.

Un ejemplo claro de este tipo de juegos sería el de un mercado en el que las empresas sólo conocen su estructura de costes y estiman, pero sin conocerlos con certeza, los costes de sus competidoras. A ese tipo de juegos se les conoce como juegos bayesianos simultáneos o estáticos. Con estos juegos se intenta modelizar aquellas situaciones de naturaleza estática en que cada jugador i tiene un conjunto de acciones disponibles Ai, pero además algunos o todos los jugadores disponen de alguna información privada, y las preferencias de cada jugador dependen, no sólo de las acciones ¿decididas? por todos los jugadores, sino también de la información privada de los jugadores.

A la hora de intentar analizar y resolver los juegos bayesianos, hay que tener en cuenta que la existencia de dichas informaciones privadas va a obligar a considerar las suposiciones que cada jugador hace, acerca de los pagos o ganancias de los demás jugadores, lo que a su vez depende de las suposiciones que los demás hagan acerca de la información privada y pagos de este jugador, y así sucesivamente.

Para este tipo de juegos necesitamos elaborar un concepto de equilibrio apropiado a este nuevo contexto bayesiano, pero coherente con los conceptos de equilibrio ya estudiados para los contextos estático y dinámico. Es necesario que el nuevo concepto de equilibrio, que se llamará equilibrio bayesiano, sea un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos y se reduzca al habitual equilibrio de Nash en el caso extremo en que la información privada se reduzca a la nada.

La idea sigue siendo la misma que la utilizada para el cálculo del equilibrio de Nash en juegos con información completa: la estrategia de cada jugador debe ser una mejor respuesta a la estrategia del rival. Obsérvese que, de forma equivalente, podríamos pensar en los diferentes tipos de un jugador como si fueran diferentes jugadores y calcular el equilibrio de Nash de este juego teniendo en cuenta la incertidumbre que cada tipo de jugador tiene sobre los tipos del otro.

A continuación, tras definir el concepto de equilibrio de Nash bayesiano podemos analizar un ejemplo de juego estático de información incompleta y calcular su equilibrio.

Siguiendo el ejemplo extraído de Olcina y Calabuig (2002): ¿Me quiere o no me quiere?

Supongamos una situación en la que el jugador 1 (un chico) no está seguro de si el jugador 2 (una chica) desea salir con él o por el contrario, desea evitarle, mientras que la chica sí que conoce que el chico desea salir con ella. Es decir, suponemos que la chica tiene dos tipos: S, quiere salir con el chico y NS, no quiere salir con él. Cada jugador tiene dos acciones, ir al cine (C) o ir al teatro (T) y deben tomar su decisión simultáneamente, es decir, ignorando la decisión del otro. El chico no conoce cuáles son los verdaderos pagos de la chica y por tanto no sabe cuál es la verdadera matriz de pagos que está jugando. En concreto supongamos que el chico cree que con probabilidad 1/2 el juego que se está jugando es el de la matriz arriba (tipo S) mientras que con probabilidad 1/2 cree que el juego que se está jugando es el de la matriz abajo (tipo NS):

Figura 11.1: Juego estático con información incompleta

		2	**(S)**
		C	T
1	C	2, 1	0, 0
	T	0, 0	1, 2

		2	**(NS)**
		C	T
1	C	2, 0	0, 2
	T	0, 1	1, 0

Fuente: elaboración propia a partir de Olcina y Calabuig (2002)

Ahora, calculamos los equilibrios de Nash bayesianos de este juego.

El jugador 1 (chico) no tiene tipos, no tiene información privada. Por tanto una estrategia para él es elegir una de las dos acciones C o T.

El jugador 2, la chica, tiene dos tipos, luego, T2 = {S, NS}. Una estrategia para la chica es una función que le dice qué acción elegir para cada tipo. Un ejemplo de estrategia sería (T, C) donde el primer elemento es la acción que elige el tipo S y el segundo componente es la acción que elige el tipo NS.

Como se puede comprobar en las matrices anteriores ninguno de los tipos de jugador 2 tiene acciones dominantes. Si el jugador 1 juega C, la mejor respuesta del tipo S de chica es C y la mejor respuesta del tipo NS de chica es T. Por tanto, el pago esperado para el jugador 1 de este par de estrategias (C, (C, T)) es: ½ · 2 + ½ ·0 = 1. Para que este par de estrategias sea un equilibrio de Nash bayesiano sólo necesitamos pues que el jugador 1 prefiera la acción C dada esa estrategia del jugador 2.

Manteniendo fijas las acciones de los distintos tipos de jugador 2, (C, T), ¿cuál es el pago esperado para el jugador 1 si se desvía y juega T? El pago esperado sería: ½ · 0 + ½ · 1 = 0,5. Por tanto, la posible desviación le proporciona un pago menor y, por consiguiente, no tiene incentivos a desviarse.

En definitiva, (C, (C, T)) es un equilibrio de Nash bayesiano.

¿Existe algún equilibrio de Nash bayesiano en el que el jugador 1 juegue T?

Si el jugador 1 juega T, la mejor respuesta del tipo S de chica es T y la mejor respuesta del tipo NS de chica es C, por tanto, el pago esperado para el jugador 1 de este par de estrategias (T, (T, C)) es: ½ · 1 + ½ · 0 = 0,5.

Manteniendo fija la estrategia del jugador 2, (T, C), ¿cuál es el pago esperado para el jugador 1 si se desvía y juega C? El pago esperado sería: ½ · 0 + ½ · 2 = 1. Luego, la desviación le proporciona un pago más alto, y por tanto, (T, (T, C) no es un equilibrio de Nash bayesiano. No hay ningún tipo de equilibrio de Nash bayesiano donde el jugador 1 juegue T.

En definitiva, existe un único equilibrio de Nash bayesiano, en el que el chico elige C, el tipo de chica S elige C y el tipo de chica NS elige T.

11.1. APLICACIONES

11.1.1 Duopolio de Cournot con información incompleta

En este apartado vamos a analizar el duopolio de Cournot, pero dando cabida a hipótesis más realistas en cuanto al conocimiento que cada empresa tiene de los costes de la otra. Vamos a suponer un modelo en el que entendemos que una de las empresas tiene información privada al respecto.

Siguiendo el modelo extraído del manual de Olcina y Calabuig (2002: 119-20) consideremos dos empresas compitiendo a la Cournot que se enfrentan a la función inversa de demanda: P = 10 – X, donde X = x1 + x2. La producción de la empresa 1 viene denotada por x1 y x2 la de la empresa 2. La función de costes de la empresa 1 es C1 = 5x1, mientras que la función de costes de la empresa 2 puede ser C2 = 2x2 con probabilidad 1/2 o C2 = 10x2 con probabilidad 1/2.

A continuación calcularemos el equilibrio de Nash bayesiano en esta situación:

La empresa 2 conoce cuál es su verdadera función de costes y la función de costes de la empresa 1, mientras que la empresa 1 conoce su propia función de costes, y que la función de costes de la empresa 2 puede ser una de las dos citadas anteriormente con sus correspondientes probabilidades. Es decir, la empresa 1 sabe que la empresa 2 puede tener dos tipos, que son sus costes, es decir, T2 = {c2b = 2, c2a = 10} con una probabilidad de 1/2 cada uno.

La empresa 1 sabe que la empresa 2 producirá una cantidad diferente según sea su coste, por lo que debe ajustar su nivel de producción a esta circunstancia. Las acciones de los jugadores en este juego estático consisten en elección de cantidades. En concreto, la estrategia de la empresa 1 se reduce a la elección de la cantidad x1 y mientras que la estrategia de la empresa 2, consiste en la elección de dos cantidades en función de los tipos (costes) que esta empresa puede tener, {x2(c2b), x2(c2a)}.

Supongamos que x2b(c2b) y x2a(c2a) son las cantidades elegidas por la empresa 2 dependiendo de sus costes y x1* la cantidad elegida por la empresa 1.

Si el cose de la empresa 2 es 2, ésta elegirá x2b tal que sea una solución a:

$$\text{Max}_{x_2}\ [100 – x_1^* - x_2) – 2]x_2$$

Así mismo, si el coste de la empresa 2 es 10, ésta elegirá x_2^a tal que sea una solución a:

$$\text{Max}_{x_2}\ [100 – x_1^* - x_2) – 10]\ x_2$$

La empresa 1 sabe que el coste de la empresa es 2 con probabilidad 1/2, y produciría x_2^b y es 10 con probabilidad 1/2 con lo que su nivel de producción sería x_2^a. Por tanto la empresa 1 debe elegir una producción x_1^* tal que maximice:

Max x_1 (1/2) · [100 – x_1 – x_2^b – 5] x_1 + (1/2) · [100 – x_1 – x_2^a – 5] x_1.

Las condiciones de primer orden de estos problemas de maximización dan lugar a las siguientes funciones de reacción:

$x_2^b = (98 – x_1^*) / 2$

$x_2^a = (98 – x_1^*) / 2$

$x_1^* = (95 – (1/2)x_2^b – (1/2)x_2^a) / 2$

Como tenemos tres ecuaciones con tres incógnitas podemos obtener la solución a este problema, que es: $x_1^* = 32$, $x_2^b = 33$ y $x_2^a = 29$.

Si hubiese información completa y la empresa 1 compitiera con la 2 con costes altos, la empresa 1 elegiría una producción de $x1^* = 33{,}3$ mientras que la empresa 2 produciría $x2 = 28{,}3$. A la vista de estos datos, se observa que la presencia de la información privada, cambia tanto el comportamiento de la empresa 1 como de la empresa 2. Por una parte, la empresa 1 tiene que producir óptimamente teniendo en cuenta la presencia de ambos tipos, y por otra, la empresa 2, sea cual sea su tipo, tiene que responder óptimamente a esta producción.

12. JUEGOS DINÁMICOS CON INFORMACIÓN INCOMPLETA O IMPERFECTA

El objeto de este capítulo es detallar de una forma menos extensa los juegos dinámicos con información incompleta, que son aquellos en los que las decisiones se toman de manera secuencial y que los jugadores conocen algunas de las decisiones de sus oponentes pero no otras, es decir, su información es imperfecta.

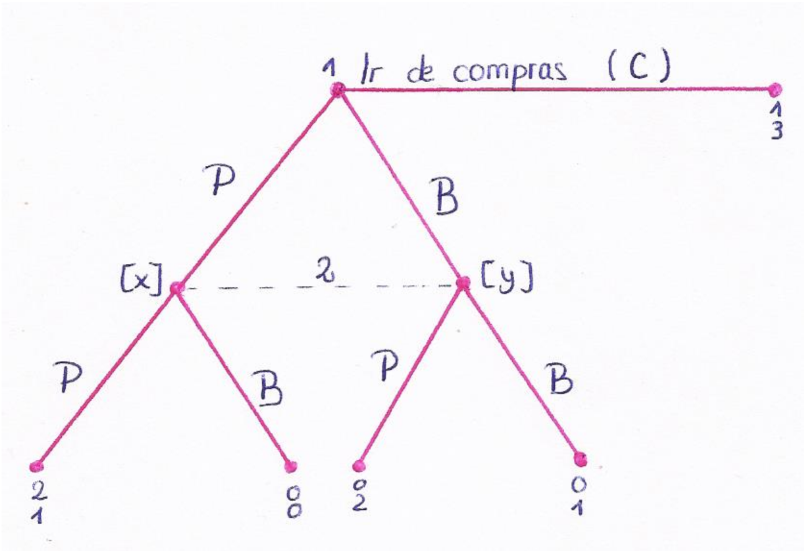
Un claro ejemplo de este tipo de juegos es el siguiente:

El jugador 1 puede elegir entre una opción externa (ir de compras: acción C) o no hacerlo y participar en un juego simultáneo con el jugador 2 eligiendo ambos si salen a dar un paseo (acción P) o van a tomar algo al bar (acción B). El jugador 2 llama a casa del jugador 1 por teléfono y alguien le informa si éste se ha ido de compras o no. Si el jugador 1 ha ido de compras, el jugador 2 no toma ninguna decisión y se acaba el juego.

Pero, si aquél no ha ido de compras, debe decidir entre P y B. Las preferencias sobre resultados finales son las expresadas en el siguiente árbol del juego.

El par de nodos de decisión del jugador 2, x e y, forman un conjunto de información, pues al decidir entre las acciones P y B no puede distinguir entre ellos debido a que no sabe si el jugador 1 ha elegido P o B. Todo lo que sabe en ese momento del juego es que el jugador 1 no eligió la acción C. Gráficamente, representaremos los conjuntos de información uniendo los nodos que lo componen mediante líneas discontinuas.

Figura 12.1: Un juego con opción externa



Fuente: elaboración propia.

En este tipo de juegos para hablar de equilibrio debemos hablar del concepto de equilibrio bayesiano perfecto, que "es un refinamiento con respecto al equilibrio de perfección en el subjuego, que a su vez es un refinamiento del equilibrio de Nash. Así como sólo algunos equilibrios de Nash son también de perfección en el subjuego, sólo algunos equilibrios de perfección en el subjuego son equilibrios bayesianos perfectos" (Sánchez Cuenca, 2009, p. 114).

El equilibrio perfecto en subjuegos tiene dos limitaciones. Una es que este concepto no se puede aplicar en juegos que no tienen otro subjuego que el propio juego. Y la otra es que incluso cuando se puede aplicar, sucede, en ocasiones, que la aplicación origina equilibrios poco razonables. El equilibrio bayesiano perfecto supera estas dos limitaciones. Se puede aplicar en cualquier juego y, gracias a la incorporación de las creencias en el equilibrio, elimina los equilibrios poco razonables. Hasta el momento, el equilibrio de Nash o el de perfección en el subjuego, se definían exclusivamente en términos de estrategias. Ahora, el equilibrio bayesiano perfecto se define a partir de estrategias y creencias. Además de comprobar si las estrategias son respuestas óptimas entre sí, hay que comprobar si las estrategias son coherentes con las creencias y si las creencias tienen sentido dadas las estrategias.

El jugador tiene creencias acerca de su posición en el juego, si no sabe lo que ha hecho su rival antes, ¿está en el nodo derecho o en el izquierdo de su conjunto de información? Si el conjunto de información cubre más de un nodo, entonces la creencia es una distribución de probabilidad sobre los nodos del conjunto de información. Cuando al jugador le toque jugar en un conjunto de información determinado, asignará una probabilidad a cada nodo (cada probabilidad es la creencia de estar en uno de los nodos) de forma que la suma de todas ellas dé 1.

Las estrategias han de cumplir una condición de la máxima importancia, llamada racionalidad secuencial. Decimos que las estrategias son secuencialmente racionales si cada acción del jugador es óptima dadas la creencia del jugador y las estrategias de los otros jugadores. La idea de racionalidad secuencial es muy parecida a la de respuesta óptima, sólo que incorporando las creencias.

Aun así, la racionalidad secuencial no es suficiente para determinar un equilibrio ya que la condición de racionalidad secuencial sólo afecta a las estrategias (dadas las creencias), pero no dice nada de las creencias en sí mismas. Las estrategias han de ser secuencialmente racionales y las creencias racionales. ¿Qué quiere decir que las creencias sean racionales? Hay que hacer una distinción entre conjuntos de información que forman parte de la ruta de equilibrio y conjuntos de información que están fuera de la ruta de equilibrio. La ruta de equilibrio es el tramo del juego que se recorre cuando los jugadores juegan sus estrategias de equilibrio. Éste es algo más amplio que la ruta de equilibrio, pues el equilibrio incluye tanto la ruta de equilibrio como las respuestas óptimas que elegirían los jugadores si estuvieran fuera de dicha ruta. Sánchez Cuenca (2009, p. 115) define la ruta de equilibrio como "aquella que está formada por todos aquellos conjuntos de información en el juego que tienen una probabilidad mayor que 0 de ser alcanzados cuando los jugadores juegan sus estrategias de equilibrio".

"Un equilibrio bayesiano perfecto es un conjunto de estrategias y creencias tal que las estrategias son secuencialmente racionales y las creencias son racionales" (Sánchez

Cuenca, 2009, p. 115). El principal problema se encuentra en las creencias fuera de la ruta de equilibrio, que resultan difíciles de tratar, pues son creencias acerca de lo que harían los jugadores si lo que no tiene que suceder sucede. Lo que no tiene que suceder, evidentemente, es que los jugadores se desvíen de su ruta de equilibrio. De todos los refinamientos del equilibrio de Nash, el que menos restricciones impone sobre las creencias fuera de la ruta de equilibrio es el equilibrio bayesiano perfecto.

13. JUEGOS REPETIDOS

En este capítulo vamos a analizar los juegos repetidos, consistentes en que de forma repetida a lo largo del tiempo, determinados jugadores, los mismos en cada etapa, completan un determinado juego, siempre el mismo, haciéndose públicos los resultados y recibiendo cada jugador sus pagos tras cada etapa. Esta situación no es una mera acumulación de juegos sueltos, sino que constituye un juego en el que las decisiones pueden depender de cómo se jugó en etapas anteriores y, como consecuencia, influyan en las decisiones de etapas posteriores.

Los juegos repetidos son de gran utilidad para entender la realidad económica y social ya que los mercados funcionan periodo tras periodo durante largas temporadas en condiciones estacionarias respecto a la demanda y a la tecnología de producción y, sólo esporádicamente, se producen cambios sustanciales en la estructura del juego de mercado. Por ejemplo, las empresas en un mercado en duopolio coluden más de lo que los consumidores desearíamos y sólo raramente se observa que intenten "aprovecharse" entre ellas compitiendo a la baja en precios para hacerse con una mayor cuota de mercado.

Nos interesa entender por qué se coopera en la situación repetida, cuando la no cooperación es la acción dominante si el juego se jugara de manera aislada, como en el ejemplo del duopolio. La idea básica que puede explicar esta conducta es que cada parte es disuadida de explotar la ventaja de corto plazo, por una "amenaza" de castigo que reduce su pago a largo plazo. Este mecanismo sostiene la cooperación a largo plazo entre jugadores egoístas y oportunistas como los de la teoría de juegos convencional.

13.1 JUEGOS REPETIDOS UN NÚMERO FINITO DE VECES

En este apartado se tratan aquellos juegos consistentes en la repetición de un juego básico o juego de etapa a lo largo del tiempo, pero un número de veces especificado de antemano. El objetivo es analizar cómo la repetición de un juego afecta a los resultados que se pueden alcanzar, ya sea coordinando las acciones de los individuos o permitiendo que éstos alcancen algún nivel de cooperación.

Vamos a explicarlo mejor con un ejemplo en el que dos individuos se enfrentan al juego siguiente, en el que el jugador 1 ha de elegir entre Fuera y Dentro (F y D) y el jugador 2 puede optar entre Cerca y Lejos (C y L). Realizan su elección de forma simultánea y sin poder pactar previamente una forma de comportamiento –de hecho, aunque llegasen a un acuerdo al respecto, si no existen mecanismos que obliguen a su cumplimiento, ambos actuarían buscando maximizar su utilidad individual-.

Figura 13.1.1: Juego con un único equilibrio de Nash en estrategias puras

		Jugador 2	
		C	L
Jugador 1	F	1, 3	0, 0
	D	2, 1	1, 2

Fuente: elaboración propia

Como se puede apreciar en la figura anterior, el juego sólo tiene un equilibrio de Nash en estrategias puras, correspondiente a que el jugador 1 elija Dentro (D) y el jugador 2 escoja Lejos (L).

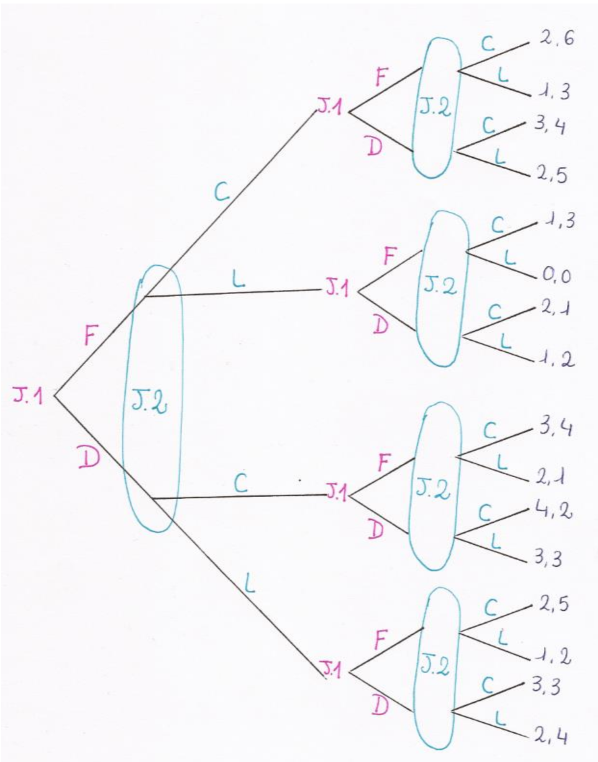
Si ambos jugadores vuelven a enfrentarse al mismo juego, es previsible que vuelvan a utilizar las mismas estrategias.

A continuación se representa la forma extensiva del juego al que se enfrenan, teniendo en cuenta las dos etapas, y calcularemos los equilibrios de Nash perfectos en subjuegos del juego.

Los pagos que figuran al final son el resultado de sumar los obtenidos en cada una de las etapas, en función por tanto de la elección realiza por uno y otro jugador en ambas ocasiones.

Así, si en la primera etapa juegan el perfil de estrategias (F, C) ambos obtendrán como pago 1 y 3 unidades respectivamente. Si vuelven a jugar en la segunda etapa de la misma manera, volverán a ganar 1 y 3, por lo que los pagos finales que percibirán serán 2 y 6. Igualmente, si en la primera etapa juegan el perfil de estrategias (F, C) y en la segunda etapa cambian a jugar (F, L), los pagos que obtendrán serán los correspondientes a sumar cero unidades a la que ambos consiguieron en la primera etapa. Análogamente, si en la primera etapa juegan el perfil de estrategias (F, C) y en la segunda etapa pasan a jugar (D, C), los pagos que percibirán se calcularán sumando los pagos de la primera etapa – 1 y 3- con los de la segunda etapa – 2 y 1-, lo que hace un total de 3 y 4, respectivamente. Repetimos el proceso para todas las posibilidades existentes, como se puede apreciar en la siguiente figura.

Figura 13.1.2: Representación extensiva de un juego repetido en dos etapas



Fuente: elaboración propia

Como se puede ver, este juego cuenta con cuatro subjuegos, que comienzan en el momento en el que se ha acabado la primera etapa, ven el resultado que han obtenido en ella, y tienen que elegir por segunda vez.

Para encontrar el equilibrio de Nash perfecto en subjuegos resolveremos a continuación los cuatro subjuegos ayudándonos de la representación matricial en las siguientes figuras, para a continuación poder calcular el equilibrio del juego en su conjunto, resolviendo por inducción hacia atrás.

Figura 13.1.3: Representación matricial y equilibrio de Nash del primer subjuego

		Jugador 2	
		C	L
Jugador 1	F	2, <u>6</u>	1, 3
	D	<u>3</u>, 4	<u>2</u>, <u>5</u>

Fuente: Elaboración propia

Figura 13.1.4: Representación matricial y equilibrio de Nash del segundo subjuego

		Jugador 2	
		C	L
Jugador 1	F	1, 3	0, 0
	D	<u>2</u>, 1	<u>1</u>, <u>2</u>

Fuente: Elaboración propia

Figura 13.1.5: Representación matricial y equilibrio de Nash del tercer subjuego

		Jugador 2	
		C	L
Jugador 1	F	3, <u>4</u>	2, 1
	D	<u>4</u>, 2	<u>3</u>, <u>3</u>

Fuente: Elaboración propia

Figura 13.1.6: Representación y equilibrio de Nash del cuarto subjuego

		Jugador 2	
		C	L
Jugador 1	F	2, <u>5</u>	1, 2
	D	<u>3</u>, 3	<u>2</u>, <u>4</u>

Fuente: Elaboración propia

Al empezar el juego ambos jugadores pueden analizar a priori el desarrollo posterior del juego, pues conocen que, en función de su actuación en la primera etapa, los resultados finales a los que pueden llegar son los que acabamos de calcular. En concreto, antes de empezar el juego, y suponiendo que en la segunda etapa vayan a jugar el equilibrio de Nash, podrían resumir su toma de decisiones de acuerdo a la matriz de pagos de la siguiente figura:

Figura 13.1.7: Matriz de pagos finales del juego repetido en función de las estrategias en la primera etapa

		Jugador 2	
		C	L
Jugador 1	F	2, 5	1, 2
	D	3, 3	2, 4

Fuente: Elaboración propia

El equilibrio de Nash perfecto en subjuegos del juego sería, por tanto, el que recogiera el desarrollo previsible del juego, así como el equilibrio de cada subjuego. En la primera etapa, como vemos en la figura anterior, optarán por el perfil de estrategias (D, L), así como en cada uno de los subjuegos – como hemos visto en las figuras anteriores. El equilibrio de Nash perfecto en subjuegos será: (D, D, D, D, D; L, L, L, L, L).

Axelrod (1981) establece cómo un juego repetido infinitas veces puede llevar a la cooperación, mientras que si las repeticiones son finitas predominarán las actitudes no cooperativas, que surgirán desde el primer encuentro y se repetirán hasta la última repetición del juego.

13.2 JUEGOS REPETIDOS UN NÚMERO INFINITO DE VECES

Cuando el juego se repite un número indefinido de veces es posible que surja la cooperación. Pueden existir muchos equilibrios de Nash perfectos en subjuegos en los que todos los jugadores cooperan siempre. “El futuro puede proyectar una sombra sobre el presente, y de este modo influir sobre la situación estratégica actual” (Axelrod, 1986, p. 23)

Una de las primeras aplicaciones en las que se mostró que la repetición infinita de una situación (o juego) podía generar un comportamiento colusivo, en el que las empresas se comportan como si hubiesen firmado un acuerdo o un pacto, es el oligopolio.

En el caso del duopolio de Cournot, recordemos que se trata de dos empresas que producen un bien homogéneo para un mercado con una determinada curva de demanda. En el caso de que el juego sólo durase una etapa en teoría deberíamos llegar a un determinado equilibrio que nos indica la cantidad que debe producir cada empresa y en la que ninguna de las dos tenga incentivos para desviarse de esta cantidad, pero el juego al repetirse una única vez y no pueden existir represalias cada jugador intentará llevar a cabo una estrategia que maximice sus beneficios sin importar el rival, de manera que si para ganar ellos más pueden hacerlo a costa de su competidor lo harán. Bien, pues si ahora el juego fuese repetido infinitas veces, el equilibrio de Nash del juego repetido infinitamente sería aquel en el que las empresas producen en cada periodo la cantidad de Cournot, ya que ninguna desviación de esa cantidad incrementaría los beneficios. En cambio, si se diese la situación en la que el juego se repite muchas veces pero los jugadores conocen cuál será la última jugada es posible que durante todo el juego tengan una actitud proclive a la cooperación salvo en la última etapa, ya que al saber ambos que acaba el juego y no podrá haber represalias a su comportamiento tenderán hacia la "traición" de la cooperación y cada uno buscará hacer máximo su beneficio aunque sea a costa de su competidor.

RESUMEN Y CONCLUSIONES:

Al comienzo del trabajo nos planteamos una serie de objetivos que hemos ido alcanzando a lo largo del mismo. Partimos de un primer objetivo general basado en el estudio y análisis del mercado oligopolístico así como las relaciones que la empresa mantiene tanto con su entorno como con el resto de empresas existentes en el mismo. A continuación se presentan todas y cada una de las conclusiones alcanzadas a lo largo de este trabajo.

A partir de la teoría económica, se han analizado las principales características del oligopolio. Pues bien, como se ha explicado un oligopolio es un mercado en el que la mayor parte de la producción la llevan a cabo pocas empresas las cuales ofrecen productos que pueden estar diferenciados o no. Las empresas tienen capacidad para fijar el precio de manera individual y el mercado se encuentra condicionado por las barreras de entrada existentes. Es una estructura de mercado muy frecuente y que se encuentra caracterizado por dos aspectos principales:

- La interdependencia que tienen unas empresas sobre las otras. Esta es una característica muy importante ya que las decisiones de cada una de las empresas que forman el mercado influirán sobre el resto y éstas actuarán en consecuencia.
- La incertidumbre oligopolística a la que deben enfrentarse las empresas a la hora de tomar una decisión debido a la interdependencia antes mencionada.

Se han descrito los distintos modelos o soluciones clásicas del oligopolio. Aunque existen muchos más, en este trabajo se han expuesto los tres principales:

- Cournot: se trata de un duopolio en el que ambas empresas conocen la demanda del mercado y ofrecen un producto homogéneo. Estas dos empresas actúan de manera independiente, es decir, no cooperan entre sí y la decisión que deben tomar las empresas es de manera simultánea y sobre la cantidad a producir, considerando fija la cantidad producida por la otra empresa.

  La crítica a este modelo surge porque es muy estático y no aporta nada en situaciones dinámicas, como por ejemplo que ambas empresas empezasen a competir con unas cantidades distintas a las de equilibrio y a lo largo del tiempo tuviesen que modificar las mismas.

- Stackelberg: en este modelo existe una empresa que domina el mercado, llamada empresa líder, y el resto de empresas, conocidas como empresas seguidoras. En este caso las decisiones no se toman de manera simultánea, sino que la empresa líder es la que primero fija el nivel de producción. Esto último se conoce como la ventaja de mover primero, ya que la empresa líder es la que producirá una mayor cantidad y en consecuencia obtendrá unos mayores beneficios que el resto de empresas.

- Bertrand: en este caso al igual que en Cournot, las empresas toman sus decisiones de manera simultánea y producen un bien homogéneo. La gran diferencia de este modelo con respecto a los otros dos es que en este la variable sobre la que se toman las decisiones es el precio y no la cantidad de producción.

  Esta solución ha recibido varias críticas: una de ellas es que tiene más sentido competir en cantidades y no en precios cuando se trata de un bien homogéneo. Otra crítica es que en este modelo se supone que las empresas cuando fijan el mismo precio se reparten el mercado a partes iguales pero nadie nos garantiza que esto sea así.

Estos tres modelos son muy concretos y se quedan cortos a la hora de analizar el entorno de una empresa, ya que en la vida real en los mercados se pueden dar unas situaciones muy dispares y que estas soluciones no tienen en cuenta. Como bien se ha dicho antes, una de las principales críticas al modelo de Cournot es que no contempla las situaciones dinámicas y en un mercado lo raro es que encontremos una situación estática en la que las empresas no modifiquen en ningún momento su cantidad de producción.

Ante estos problemas y las preguntas que quedan sin resolver nos pareció relevante completar el estudio con la teoría de juegos. La teoría de juegos estudia el comportamiento de las empresas en diferentes situaciones, es decir, con ella completamos la visión que las soluciones clásicas nos ofrecen del modelo de oligopolio. Se trata de un marco analítico que nos enseña las distintas posibilidades que pueden darse en la vida real, y por tanto, nos abre un abanico de posibilidades más dinámicas en el que hay muchas más situaciones y puntos de vista.

Para una mejor comprensión de esta teoría se han estudiado distintos tipos de juegos basándonos en dos aspectos: si son estáticos o dinámicos y si tienen o no información completa. Algunos de los principales juegos destacados en este trabajo son:

- Juegos estáticos con información completa: en este tipo de juegos los jugadores realizan sus jugadas de manera simultánea y en todo momento conocen las consecuencias de sus acciones, es decir, es información de dominio público. Esto supone que además de conocer ambos toda la información, también saben que el otro la conoce.

  El ejemplo más claro de este tipo de juegos es el conocido como "Dilema del Prisionero".

- Juegos dinámicos con información completa: son aquellos en los que los jugadores pueden tomar sus decisiones en distintos momentos de tiempo y donde cada jugador conoce las funciones de pagos o beneficios de todos los jugadores. En estos juegos se especifica el momento del juego en que tiene lugar cada jugada y el jugador a quien le corresponde jugar, así como lo que dicho jugador sabe sobre el desarrollo anterior del juego. En este caso, también se supone que la estructura del juego es de dominio público.

  El ejemplo expuesto en el trabajo es el llamado "Juego del Trespiés".

- Juegos estáticos con información incompleta: son aquellos en los que los jugadores toman sus decisiones simultáneamente y, aunque las características y estructura del juego son de dominio público, existen algunas informaciones referidas a los pagos del juego que son privadas, es decir, no están al alcance de todos los jugadores.

  Un ejemplo de este juego es el expuesto en el trabajo ¿Me quiere o no me quiere?

- Juegos dinámicos con información incompleta: se trata de aquellos juegos en los que las decisiones se toman de manera secuencial y en el que los jugadores conocen algunas de las decisiones de sus oponentes pero no otras, es decir, su información es imperfecta.

  El ejemplo de este tipo de juegos desarrollado en el trabajo es el siguiente: Un jugador puede elegir entre una opción externa, ir de compras (acción C) o no hacerlo, y participar en un juego simultáneo con el otro jugador eligiendo ambos si salen a dar un paseo (acción P) o van a tomar algo al bar (acción B).

- Juegos repetidos: consistentes en que de forma repetida a lo largo del tiempo, determinados jugadores, los mismos en cada etapa, completan un determinado juego, siempre el mismo, haciéndose públicos los resultados y recibiendo cada jugador sus pagos tras cada etapa. Este tipo de juegos no son una simple acumulación de juegos sueltos, sino que se trata de un juego en el que las decisiones de los jugadores dependerán de cómo se jugó en las etapas anteriores. Dentro de este tipo de juegos hay dos opciones: que los juegos se repitan de manera finita o infinita.

Por último, en este trabajo se ha intentado estudiar y comprender las aplicaciones que la teoría de juegos tiene sobre los distintos modelos de oligopolio y ver cómo se resuelven los problemas que presenta. Pues bien, para conseguir este objetivo se han desarrollado tres ejercicios prácticos a lo largo del bloque llamado "Teoría de Juegos" con las mismas funciones de demanda y la misma situación para cada uno de ellos pero compitiendo como si estuvieran en un modelo de Cournot de Bertrand o de Stackelberg para poder comprobar con qué modelo de oligopolio las empresas obtienen unos mejores resultados.

De igual manera que los tres ejercicios anteriores se ha desarrollado un ejercicio con la misma situación en el que las empresas decidan coludir. Es decir, con la misma función de demanda $P = 70 – Q$, siendo $Q = q_1 + q_2$ y unos $CT_i = 10q_i$ hemos supuesto que las empresas se ponen de acuerdo y coluden. Los resultados obtenidos fueron los siguientes: la producción total es de 30 unidades, suponiendo que lo reparten a partes iguales cada empresa realizaría una producción de 15 unidades. El precio del producto sería el mismo en este caso 40 unidades monetarias, y por lo tanto el beneficio obtenido también sería el mismo, 600 unidades monetarias.

Con los resultados obtenidos en cada ejercicio se ha realizado una matriz comparativa de los mismos, siendo la siguiente:

	Cantidad	Precio	Beneficio
Cournot	$q_1=q_2=20$	$p_1=p_2=30$	$B_1=B_2=400$
Bertrand	$q_1=q_2=30$	$p_1=p_2=10$	$B_1=B_2=0$
Stackelberg	$q_1=30$	$p_1=25$	$B_1=450$
	$q_2=15$	$p_2=25$	$B_2=125$
Colusión	$q_1=q_2=15$	$p_1=p_2=40$	$B_1=B_2=600$

Con estos resultados podemos observar cómo las empresas compitiendo con las mismas funciones de costes y enfrentándose a la misma función de demanda, obtienen unos beneficios muy diferentes dependiendo de en qué modelo de oligopolio compitan, ya sea decidiendo la cantidad de producción –como son Cournot o Stackelberg- o decidiendo sobre el precio, -Bertrand- o bien decidan cooperar entre ellas.

En caso de que las empresas compitan en la cantidad de producción, el modelo de Stackelberg presenta una clara ventaja para la empresa que pueda ser líder, que es la que vende una mayor cantidad y obtiene unos beneficios mucho mayores que la empresa seguidora. Esta situación no siempre ocurre en todos los mercados oligopolísticos ya que hay algunos en los que no existe ninguna empresa líder ni ninguna seguidora, sino que todas tienen el mismo peso dentro del mercado.

Si por el contrario, decidimos competir en precios como ya se ha dicho plantea varios problemas, entre ellos, que es más sensato competir en cantidades en lugar de precios y que en la realidad es muy complicado por no decir casi imposible que existan dos empresas con un producto idéntico y con los mismos costes de producción. Para solucionar estos problemas a lo largo del trabajo se ha hablado sobre la solución de Edgeworth, la diferenciación del producto y la dimensión temporal. En este ejercicio se ha supuesto que estamos ante un bien homogéneo y por tanto, actuamos como en competencia perfecta, es decir, con una producción de 30 unidades cada empresa obtienen unos beneficios nulos a largo plazo.

Por otra parte, observando esta matriz de resultados podemos concluir que dentro de un oligopolio a las empresas les interesaría mucho más cooperar que no enfrentarse y competir entre ellas. Con una colusión las empresas obtienen unos beneficios de 600 unidades con tan sólo una producción de 15 unidades por cada empresa. ¿Cooperar o competir?, esta era una de las principales preguntas que se planteaban al inicio de este trabajo y que gracias a este ejercicio práctico hemos podido resolver.

REFERENCIAS:

Abreu, D. (1988). On the Theory of Infinitely Repeated Games with Discounting. *Econometrica 56*(2), 383–396.

Aguado Franco, J.C. (2007). *Teoría de la decisión y de los juegos.* (1ª ed.). Madrid: Delta, Publicaciones Universitarias.

Amir R., y Grilo, I. (1999). Stackelberg versus Cournot equilibrium. *Games and Economic Behavior,* (36), 1-21.

Anderson, S. y Engers, M. (1992). Stackelberg versus Cournot Oligopoly Equilibrium. *International Journal of Industrial Organization*, *10*(1), 127-135.

Axelrod, R. (1986). *La evolución de la cooperación (1ª ed).* Madrid: Alianza Editorial.

Bergin, J., y MacLeod, W.B. (1993). Efficiency and Renegotiation in Repeated Games. *Journal of Economic Theory, 61*(1), 42– 73.

Bertrand, J. L. (1890). *Leçons sur la theorie mathématique de l´electricité.* Paris: Gauthier-Villars

Bertrand, J. (1883). Book review of theorie mathematique de la richesse sociale and of recherches sur les principles mathematiques de la theorie des richesses. *Journal de Savants,* 67, 499–508.

BIBLIO3 (2011). Modelos de oligopolio y teoría de juegos. Recuperado el 18 de marzo de 2016 a partir de http://biblio3.url.edu.gt/Libros/2012/org_indu/12.pdf

Blanco Sánchez, J.M. (2008). *Economía. Teoría y práctica* (5ª ed.). Madrid: Mc Graw-Hill

Busetto F., Codognato, G. y Ghosal, S. (2008). Cournot-Walras equilibrium as a subgame perfect equilibrium. *International Journal of Game Theory*, *37*(3), 371-386.

Carrasco, A., De-la-Iglesia, C., Gracia, E., Huergo, E. y Moreno, L. (2013). *Microeconomía: Ejercicios y cuestiones*. Madrid: McGraw-Hill.

Casas Méndez, B., Fiestras Janeiro, M.G., García Jurado, I. y González Díaz, J. (2012). *Introducción a la teoría de juegos.* Santiago de Compostela: USC, editora.

Cheng, L. (1985). Comparing Bertrand and Cournot Equilibria: A Geometric Approach. *Rand Journal of Economics*, *16*(1), 146–152.

Cournot, A. (1960). *Investigación acerca de los principios matemáticos de la teoría de las riquezas.* Madrid: Alianza Editorial

Díaz J, S. (2012). Duopolio de Cournot. Recuperado el 15 de marzo de 2016 a partir de https://prezi.com/vb0qf1jdyulv/duopolio-de-cournot/

Dixit, A.K. y Nalebuff, B.J. (1992). *Pensar estratégicamente: Un arma decisiva en los negocios, la política y la vida diaria.* Barcelona: Antoni Bosch editor, S.A.

Doblado Burón, J.M., y Nieto Ostolaza, C. y Santos Peñas, J. *Juegos de estrategia. Una revolución silenciosa en la economía y la empresa.* Madrid: UNED Ediciones.

Edgeworth, F. (1889) *"The pure theory of monopoly",* reprinted in Collected Papers relating to Political Economy 1925, vol.1, Macmillan.

Fernández, Z. (1987). Evolución del pensamiento estratégico. *Economistas*, 28, 6-12

Friedman, J. (1993). Oligopoly theory, *Handbook of Mathematical Economics*, *2*(4), 491-534.

Fudenberg, D. y Tirole, J. (1991). *Game theory*. Cambridge: MIT Press

Gabszewicz, J.J. y Vial, J.P (1972). Oligopoly 'à la Cournot' in a general equilibrium analysis. *Journal of Economic Theory*, *4*(3), 381-400.

Gibbons, R. (1993). *Un primer curso de teoría de juegos.* Barcelona: Antoni Bosch

Hamilton, J. y Slutsky, S. (1990). Endogenous Timing in Duopoly Games: Stackelberg or Cournot Equibliria. *Games and Economic Behavior*, *2*(1), 29-46.

Hibert, A. (2012). Modelo Stackelberg. Recuperado el 16 de marzo de 2016 a partir de http://www.abelhibert.org/clases/modelostackelberg.pdf

Jarillo, J.C. (1990). *Dirección estratégica.* Madrid: McGraw-Hill.

Kreps D. (1990). *Game theory and economic modelling.* New York: Oxford University Press

Krugman, P. y Wells, R. (2006). *Introducción a la microeconomía: microeconomía.* Barcelona: Reverté

Ludovic, A. J. (2010). Oligopoly Equilibria "à la Stackelberg" in Pure Exchange Economies. *Recherches Économiques de Louvain – Louvain Economic Review, 76*(2), 175-193.

Maddala, G.S. y Miller, E. (1990). *Microeconomía.* México: McGraw-Hill.

Nicholson, W. (2004). *Teoría microeconómica. Principios básicos y ampliaciones.* (8ª ed.). Madrid: Thomson

Olcina, G. y Calabuig, V. (2002). *Conducta estratégica y economía. Una introducción a la teoría de juegos.* Valencia: Tirant lo Blanch.

Pérez, J., Jimeno, J.L. y Cerdá, E. (2013). *Teoría de Juegos.* (2ª ed). Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L.

Pindyck, R. y Rubinfeld, D. (2013). *Microeconomía* (8ª ed). Madrid: Pearson.

Porter, M. (1982). *Estrategia competitiva.* México: CECSA.

Redondo Vega, F. (2000). *Economía y juegos.* Barcelona: Antoni Bosch, editor, S.A.

Rosa García, A. (2016). Microeconomía II - La competencia monopolística y el oligopolio (2). [Archivo de vídeo]. Recuperado el 15 de marzo de 2016 a partir de https://www.youtube.com/watch?v=XOIlD72p6OM&index=5&list=PLuPfRcG3ijpDFQnl1uE1wJKA8pHxGXXws

Sánchez-Cuenca, I. (2009). *Teoría de juegos. Cuadernos metodológicos.* (2ª ed. ampliada y revisada). Madrid: Publidisa.

Sherali, H. (1984). A Multiple Leader Stackelberg Model and Analysis. *Operations Research, 32*(2), 390-404

Soto, A. y Valente, M.R. (2005). Teoría de los juegos: vigencia y limitaciones. *Revista de Ciencias Sociales, 11*(3), 497-506.

Von Stackelberg, H. F. (1934). *Markform und Gleichgewitch.* Vienna: Julius Springer.

Sutton, C.J. (1983). *Economía y estrategias de la empresa.* México: Limusa.

Varian, Hal R. (1991). *Microeconomía Intermedia: un enfoque moderno.* (2ª ed.). Barcelona: Antoni Bosch.

Vela Meléndez, Lindon. (2011). Teoría de juegos y modelos de oligopolio. Recuperado el 15 de marzo de 2016 a partir de http://web.ua.es/es/giecryal/documentos/teoria-juegos.pdf?noCache=1354884545431

Ventura Victoria, J. (1994). *Análisis competitivo de la empresa: Un enfoque estratégico.* Madrid: Editorial Civitas.

Vives, X. (1985). On the Efficiency of Cournot and Bertrand Competition with Product Differentiation. *Journal of Economic Theory,* 36(1), 166–175.

Watt, R. (2002). A Generalized Oligopoly Model. *Metroeconomica*, *53*(1), 46-55.

Zofío, J.L. (2007-08). Microeconomía II. Licenciatura: Dirección y administración de empresas. Recuperado 20 de marzo de 2016 a partir de: http://www.uam.es/personal_pdi/economicas/jlzofiop/ade/Micro2-ADE-T4.pdf