



**UNIVERSIDAD DE LEÓN**

Departamento de Dirección y Economía de la Empresa

TÍTULO

**EL DISEÑO DE SISTEMAS DE INFORMACIÓN BASADOS EN  
ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS Y RETÍCULOS DE GALOIS  
PARA LA TOMA DE DECISIONES SOBRE GRUPOS ESTRATÉGICOS.  
UNA APLICACIÓN AL SECTOR BANCARIO ESPAÑOL**

Tesis Doctoral presentada por:

**Begoña González Pérez**

Dirigida por el Doctor:

**D. ENRIQUE LÓPEZ GONZÁLEZ**

**Catedrático de Economía Financiera y Contabilidad**

**Universidad de León**

**León, 2011**





## INFORME DEL DIRECTOR DE LA TESIS

El Dr. D. *Enrique López González* como Director de la Tesis Doctoral titulada “El diseño de sistemas de información basados en Análisis Envoltante de Datos y Retículos de Galois para la toma de decisiones sobre Grupos Estratégicos. Una aplicación al sector bancario español” realizada por Dña. *Begoña González Pérez* en el programa de doctorado “Nuevas Tendencias en Dirección de Empresas” del Departamento de Dirección y Economía de la Empresa, informa favorablemente el depósito de la misma, dado que reúne las condiciones necesarias para su defensa.

Lo que firmo, en León a 12 de julio de 2011

El Director de la Tesis,

Fdo. Prof. Dr. Enrique López González





## ADMISIÓN A TRÁMITE DE LA TESIS DOCTORAL

El órgano responsable del programa de doctorado “Nuevas Tendencias en Dirección de Empresas” en su reunión celebrada el día 12 de julio de 2011, ha acordado dar su conformidad a la admisión a trámite de lectura de la Tesis Doctoral titulada “El diseño de sistemas de información basados en Análisis Envolvente de Datos y Retículos de Galois para la toma de decisiones sobre Grupos Estratégicos. Una aplicación al sector bancario español”, dirigida por el Prof. Dr. D. Enrique López González, elaborada por Dña. Begoña González Pérez y cuyo título en inglés es el siguiente “The design of information systems based on Data Envelopment Analysis and Galois Lattices for decisions making on Strategic Groups. An application to Spanish banking sector”.

Lo que firmo, en León a 12 de julio de 2011

La Secretaria,

Fdo.: Pilar Sierra Fernández

Vº Bº

El Director del Departamento/  
Presidente de la Comisión Académica,

Fdo.: Mariano Nieto Antolín



# Índice

## Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

1.1.	INTRODUCCIÓN .....	13
1.2.	OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN .....	18
1.3.	JUSTIFICACIÓN DE LA METODOLOGÍA .....	19
1.4.	ESTRUCTURA DEL TRABAJO .....	24

## Capítulo 2. GRUPOS ESTRATÉGICOS

2.1.	INTRODUCCIÓN .....	31
2.2.	CONCEPTO DE GRUPO ESTRATÉGICO .....	33
2.3.	FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS .....	37
2.3.1.	La Teoría de la Organización Industrial .....	37
2.3.2.	La Teoría de Recursos y Capacidades .....	41
2.3.3.	El enfoque cognitivo .....	45
2.4.	ANÁLISIS DE LAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN ABIERTAS SOBRE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS .....	48
2.4.1.	Existencia real de los Grupos Estratégicos .....	48
2.4.2.	Efecto de los Grupos Estratégicos sobre los resultados económico- financieros de las empresas .....	50
2.4.3.	Rivalidad de los Grupos Estratégicos .....	54
2.4.4.	Solapamientos entre los Grupos Estratégicos .....	57
2.5.	ANÁLISIS DE LA METODOLOGÍA UTILIZADA EN LA INVESTIGACIÓN EMPÍRICA DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS .....	62
2.5.1.	Métodos de análisis clúster (1): El algoritmo de Ward .....	65
2.5.2.	Métodos de análisis clúster (2): El algoritmo de las k-medias .....	68
2.6.	LIMITACIONES DE LAS INVESTIGACIONES EMPÍRICAS .....	71
2.6.1.	Ausencia de flexibilidad en la configuración de los Grupos Estratégicos ...	72
2.6.2.	Ausencia de relación causal entre las variables estratégicas .....	75

### **Capítulo 3.**

#### **LA TEORÍA DE AFINIDADES EN EL ESTUDIO DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

3.1.	INTRODUCCIÓN .....	79
3.2.	CONJUNTOS Y RELACIONES ENTRE CONJUNTOS .....	82
3.2.1	Conjuntos, subconjuntos y funciones de pertenencia .....	82
3.2.2	Relaciones ordinarias y relaciones borrosas .....	83
3.2.3	Relaciones binarias entre elementos de un conjunto .....	85
3.3.	SEMEJANZAS: DISTANCIAS ENTRE ELEMENTOS Y CONJUNTOS .....	90
3.3.1	Concepto de distancia .....	90
3.3.2	Medidas de distancia entre subconjuntos borrosos .....	93
3.4.	AFINIDADES: GENERALIZACIÓN DE SEMEJANZAS .....	95
3.4.1.	Familias y Cierres de Moore .....	96
3.4.1.1.	Obtención del cierre de Moore a partir de una familia .....	98
3.4.1.2.	Obtención del cierre de Moore a través de relaciones binarias .....	101
3.4.2.	Agrupaciones homogéneas ordenadas: Reticulos de Galois .....	109
3.4.2.1.	Concepto y características de los reticulos .....	109
3.4.2.2.	Reticulos de Galois .....	113
3.4.3.	Subrelaciones máximas de similitud .....	123
3.5.	APORTACIONES DE LA TEORÍA DE AFINIDADES AL ESTUDIO LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS .....	128

### **Capítulo 4.**

#### **EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS (DEA) EN EL ESTUDIO DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

4.1.	INTRODUCCIÓN .....	133
4.2.	CONSIDERACIONES GENERALES: CONCEPTO Y TIPOS DE EFICIENCIA .....	135
4.3.	FUNDAMENTOS OPERATIVOS DE LA MEDICIÓN DE EFICIENCIA .....	140
4.4.	MODELOS DE ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS .....	145
4.4.1.	Modelos multiplicativos y envolventes con rendimientos de escala constantes .....	145
4.4.2.	Modelos multiplicativos y envolventes con rendimientos de escala variables .....	153



4.4.3.	Otros modelos de Análisis Envolvente de Datos .....	161
4.4.4.	Propiedades del Análisis Envolvente de Datos .....	165
4.5.	APORTACIONES DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS AL ESTUDIO DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS .....	167
4.5.1.	Puntuaciones de eficiencia y conjunto de referencia .....	167
4.5.2.	Ponderaciones de variables y variables virtuales .....	169
4.6.	PROBLEMÁTICA DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS .....	174
4.6.1.	Ponderaciones nulas: soluciones basadas en restricciones .....	176
4.6.1.1.	Restricciones que modifican la frontera original .....	181
4.6.1.2.	Restricciones que respetan la frontera original .....	185
4.6.2.	Múltiples ponderaciones óptimas: distintas soluciones .....	187
4.6.2.1.	Solución basada en las relaciones marginales máxima y mínima .....	189
4.6.2.2.	Solución basada en la máxima diferenciación .....	191
4.6.2.3.	Solución basada en las facetas de máxima dimensión .....	194

## Capítulo 5.

### INTEGRACIÓN DE LA TEORÍA DE AFINIDADES Y EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS EN EL ESTUDIO DE GRUPOS ESTRATÉGICOS: LOS RETÍCULOS ESTRATÉGICOS BASADOS EN DEA

5.1.	INTRODUCCIÓN .....	201
5.2.	PROPUESTA DE APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS .....	202
5.2.1.	Determinación de las empresas eficientes e ineficientes.....	203
5.2.2.	Selección de las ponderaciones óptimas de las empresas de eficiencia extrema .....	205
5.2.3.	Eliminación de las ponderaciones nulas del resto de empresas .....	206
5.3.	PROPUESTA DE APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE AFINIDADES .....	210
5.3.1.	Análisis de las subrelaciones máximas de similitud estratégica .....	210
5.3.2.	Análisis de las agrupaciones estratégicas homogéneas y ordenadas: Reticulos de Galois .....	212

## **Capítulo 6.**

### **APLICACIÓN DE LOS RETÍCULOS ESTRATÉGICOS BASADOS EN DEA AL SECTOR BANCARIO ESPAÑOL**

6.1.	INTRODUCCIÓN .....	219
6.2.	GRUPOS ESTRATÉGICOS EN EL SECTOR BANCARIO .....	221
6.2.1.	Investigaciones empíricas a nivel internacional .....	221
6.2.2.	Investigaciones empíricas a nivel nacional .....	222
6.3.	EL SECTOR BANCARIO ESPAÑOL: VARIABLES ESTRATÉGICAS Y MUESTRA ANALIZADA .....	226
6.3.1.	Características del sector bancario español .....	226
6.3.2.	Consideraciones previas y perspectivas influyentes en la selección de las variables estratégicas .....	230
6.3.3.	Variables estratégicas y muestra analizada .....	239
6.4.	APLICACIÓN EMPÍRICA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	248
6.4.1.	Aplicación del Análisis Envolvente de Datos .....	248
6.4.1.1.	Bancos y cajas de ahorro eficientes e ineficientes .....	248
6.4.1.2.	Selección de ponderaciones óptimas de los bancos y cajas de ahorros de eficiencia extrema .....	255
6.4.1.3.	Eliminación de ponderaciones nulas del resto de bancos y cajas de ahorros .....	259
6.4.2.	Aplicación de la Teoría de Afinidades .....	261
6.4.2.1	Subrelaciones máximas de similitud estratégica .....	261
6.4.2.2	Agrupaciones estratégicas homogéneas y ordenadas: Reticulos de Galois .....	268

## **Capítulo 7.**

### **CONCLUSIONES**

7.1.	CONCLUSIONES .....	285
7.2.	LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN ABIERTAS .....	291
	<b>Referencias bibliográficas .....</b>	<b>293</b>

## **Capítulo 1.**

### **INTRODUCCIÓN**

- 1.1. Introducción
- 1.2. Objetivos de la investigación
- 1.3. Justificación de la metodología
- 1.4. Estructura del trabajo



## 1.1. INTRODUCCIÓN

Esta Memoria de Tesis Doctoral presenta una nueva propuesta metodológica para el estudio de los Grupos Estratégicos de empresas aplicando la Teoría de Afinidades en base al Análisis Envolverte de Datos.

Desde esta perspectiva, el análisis de los Grupos Estratégicos se presenta como un aspecto fundamental de la gestión empresarial, sobre todo en el entorno en el que operan las empresas, de por sí caracterizado por cambios abruptos, rápidos e inesperados, y en la actualidad también afectado por la crisis económica y financiera.

La actual crisis puede considerarse coyuntural, pero también es estructural debido a los cambios tecnológicos, culturales y sociales que se están generando en el propio funcionamiento de los sistemas económicos. Uno de los efectos más llamativos de esta doble crisis que gravita sobre las empresas en este inicio de siglo es la generación de fuertes procesos de reconversión y la afloración de intensivas dinámicas de innovación que permitan su adaptación al entorno en el que operan. Reconversión, reestructuración, renovación e innovación son conceptos predominantes en la gestión de estos tiempos. Para afrontar estos cambios las organizaciones deben considerar los parámetros generales de la economía, las características de los mercados en los que operan y, especialmente, el entorno competitivo en el que actúan. Este análisis permitirá comprender en mayor profundidad la complejidad del contexto al que se enfrentan, generándose información para la toma de decisiones en la gestión empresarial.

Con independencia de la actual crisis económica y financiera, cualquier empresa u organización debe entender que actúa en un contexto social complejo que impide la toma de decisiones absolutas y divergentes, suscitándose la necesidad de reconciliar las diversas paradojas en lugar de decantarse por una única verdad (Handy, 1996). En este sentido, Bauman (2003) aportó el concepto de "sociedad líquida" para explicar que la sociedad se constituye como un flujo de relaciones flexibles, fragmentadas y volubles. Por su parte, Sennet (2006) propuso una visión de un nuevo "capitalismo flexible", caracterizado por la incertidumbre y la flexibilidad que genera la actual sociedad, lo que está en consonancia con la idea de "levedad", introducida por Calvino (1998) como una de las seis propuestas para entender el nuevo milenio.

Desde hace unas décadas las organizaciones se enfrentan a una nueva realidad postindustrial que ha generado cambios tanto a nivel cultural como tecnológico. La sociedad actual está atravesando un proceso de transformación radical que registra nuevas dinámicas de entendimiento. De ahí que cada vez sea mayor el consenso que existe en torno a la idea de "Sociedad de red" propuesta por

Castells (1996) como una nueva cultura de “saber hacer” que impacta en todas las esferas, tanto culturales, como económicas y de gestión empresarial. En el contexto social actual, dominado por digitalización, las conexiones individuales entre los agentes que la conforman están implicando nuevas dinámicas que establecen una estructura compleja y caótica, donde el verdadero impacto en el comportamiento eficiente reside no sólo en la tecnología incorporada en los procesos productivos, sino también en la transformación de los modelos organizativos tradicionales a través de los flujos de conocimiento que generan las conexiones individuales y grupales.

La idea anterior supone un paso de avance para entender los ecosistemas económicos. Según la RAE, un ecosistema es una “comunidad de los seres vivos cuyos procesos vitales se relacionan entre sí y se desarrollan en función de los factores físicos de un mismo ambiente”, por tanto, comparten el mismo hábitat, incluso muestran cierta interdependencia. La principal idea sobre la que se sustenta este concepto radica en las complejas interacciones entre los organismos que forman la comunidad y los flujos de energía, información y materiales que la atraviesan. En el contexto económico, los ecosistemas pueden entenderse en ámbitos muy distintos, ya que su idea esencial reside en el equilibrio (inestable) y la interdependencia de las partes.

Según lo expuesto, las empresas forman parte de un destino colectivo que va más allá de la realidad de la propia unidad empresarial, entorno común en el que se genera el concepto de Grupo Estratégico, que constituye el principal objeto de estudio de esta Memoria.

La complejidad de agentes implicados en la economía requiere una visión tanto vertical como horizontal de la estructura de estos nuevos ecosistemas. En base a las leyes de redes distribuidas, todo parece interconectado y mantiene relaciones que pueden variar dependiendo de la perspectiva adoptada. Los tiempos líquidos provocan un flujo constante de oportunidades que sólo lo son para aquellos agentes del ecosistema capaces de adaptarse a cambios tan profundos, imprevistos y transformadores.

Los ecosistemas económicos se enfrentan a variaciones en sus modelos y estructuras que suponen un reto significativo para la gestión empresarial debido a la complejidad que implica identificarlos, medir su intensidad y analizar sus consecuencias. Para complicarlo aún más, cabe añadir la singularidad e idiosincrasia particular de las empresas en relación a la complejidad empírica del conocimiento sobre su gestión y la dificultad de convertir en categoría científica los resultados de su experiencia ordinaria.

En este ámbito, la búsqueda de instrumentos metodológicos adecuados para aprehender la complejidad e interdisciplinariedad del ecosistema económico es

continua. Por tanto, el desafío para los investigadores de este ámbito es dual: por un lado, superar esa complejidad interdisciplinaria y, por otro, abrir muchas más puertas a las empresas y organizaciones para enriquecer la aplicación de la ciencia. Todo esto mediante el diseño y desarrollo de instrumentos, herramientas y prácticas empíricas para ayudar a pasar del discurso de los valores de la excelencia (calidad, reputación, confianza) a la práctica de la eficiencia y la búsqueda de un mejor rendimiento.

Uno de los aspectos que goza de mayor relevancia en la investigación sobre la empresa hace referencia al análisis del posicionamiento en los mercados de recursos y de productos que permita obtener información para tomar decisiones, evitando perder la competitividad e incorporar valor en los modelos de negocio. Precisamente en este contexto se plantean cuestiones de vital importancia, como por ejemplo, por qué algunas empresas del sistema rinden mejor que otras si se dedican a lo mismo (Goddard, 1994). Por tanto, el intento de alcanzar a comprender las causas y fuerzas que explican las diferencias de resultados entre las organizaciones empresariales es una tarea inacabada y que justifica el esfuerzo investigador para mejorar el conocimiento de la gestión empresarial.

Por otro lado, la realidad económica actual plantea nuevas demandas de información, ya que se requiere interpretar de forma práctica y significativa los fenómenos y tendencias del entorno. Resulta entonces necesario replantear la utilidad y la oportunidad de esta información en el actual ecosistema económico competitivo, en el que las organizaciones se orientan a servir a un mercado y a generar valor, para lo cual se requieren sistemas de información confiables y significativos, y poder así enfrentarse a los retos que impone la sociedad.

Bajo las condiciones anteriores, parece evidente que la información es uno de los principales instrumentos para la gestión eficaz de las organizaciones económicas, puesto que para sobrevivir, evitar el fracaso y lograr el éxito, las empresas deben explotar aquellas dimensiones que presentan oportunidades en la búsqueda de ventajas competitivas. De hecho, se puede afirmar que la información es el flujo vital de la gestión empresarial, pues ninguno de los elementos significativos en la conducción de los negocios en general (planificación, organización, dirección y control), especialmente en el ámbito estratégico, existe en un sentido práctico sin ella. Esto conduce a considerar que para ser competitivos en una economía redificada, líquida y cambiante, se requiere disponer de herramientas informativas capaces de responder a las inquietudes de cada organización económica.

Como es sabido, la Contabilidad forma parte de los sistemas de información que integran, a su vez, una disciplina de contenido general y amplio, la Administración o Gestión Empresarial, y representa un importante trabajo de campo para la planificación y el control de los negocios. En virtud de esta naturaleza de funciones,

se puede considerar que la Contabilidad es un método de trabajo intelectual aplicado, pues constituye un ordenamiento para obtener, a partir de fundamentaciones matemáticas y lógicas, su producto formal: información para la toma de decisiones.

En base a lo anterior, en esta investigación se intentará evidenciar, en primer término, la necesidad de impulsar estudios de carácter interdisciplinario que permitan utilizar la información contable de acuerdo a la necesidad que tienen las empresas de conocer el contexto competitivo en el que actúan, donde la confiabilidad, utilidad y oportunidad de la información se pueda traducir en herramientas de alto valor para la toma de decisiones, que permitan aprovechar las ventajas competitivas de cada una.

De acuerdo con lo explicado, una adecuada gestión empresarial requiere conocer en primer término el entorno en el que actúan las organizaciones, prestando interés al resto de empresas que conforman una industria o actúan en mercados similares. En este ámbito cobra especial relevancia el concepto de Grupo Estratégico, entendido como un "conjunto de empresas que compiten en una industria en base a combinaciones similares de compromisos de recursos y alcance de negocios" (Cool y Schendel, 1987: 1106). El análisis de los Grupos Estratégicos permitirá a las empresas mejorar el conocimiento sobre su contexto operativo, situar a sus competidores en base a diferentes características y analizar las interdependencias o conexiones que existen entre sus opciones estratégicas.

La mayoría de las investigaciones que se ocupan de estudiar los Grupos Estratégicos no tienen en cuenta la realidad del contexto económico y social en el que operan las empresas ni los principios económicos que rigen la gestión empresarial, limitándose a realizar un fraccionamiento nítido y preciso de la industria mediante técnicas que únicamente se basan en la similitud que pueda existir entre un conjunto de variables que perfilan las opciones estratégicas.

En el entorno cambiante, complejo y competitivo en el que operan las empresas no parece pertinente que los estudios sobre las estrategias industriales se limiten a una segmentación en grupos perfectamente delimitados y diferenciados. El análisis de los Grupos Estratégicos también requiere el uso de técnicas que reflejen la realidad económica y social actual, una estructura compleja e interdependiente en la que la búsqueda de agrupaciones semejantes no responde a patrones predefinidos ni totalmente rígidos, sino que se caracteriza por la flexibilidad y los cambios continuos.

En el campo de la Administración o Gestión Empresarial, el desarrollo de una estrategia conlleva una serie de pasos (Mintzberg, 1987): en primer término, un plan que sirva de guía; una táctica para enfrentarse al resto; un patrón que otorgue consistencia al comportamiento de la empresa; un posicionamiento que sitúe a la



empresa en el entorno; y, por último, una perspectiva que sirva para relacionar a la empresa con su entorno adoptando diversos cursos de acción. Una estrategia puede entenderse como el patrón que integra las principales metas de la organización y al mismo tiempo establece una secuencia coherente de acciones (Mintzberg, Quinn y Boyer, 1997). La estrategia ayuda a ordenar y asignar los recursos de una organización con el objetivo de lograr una situación que permita adaptarse al entorno y anticiparse a sus cambios.

Según lo expuesto, el análisis de los Grupos Estratégicos también requiere incorporar técnicas que permitan vincular en primera instancia las decisiones operativas con los objetivos estratégicos de las empresas, además de reflejar la causalidad que puede darse entre las diferentes variables estratégicas, ya que éstas se relacionan a través de una función productiva donde las tendencias estratégicas se reflejan en los recursos comprometidos y los productos obtenidos en base a unos principios generales de funcionamiento económico.

## **1.2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

La presente Memoria de Tesis Doctoral pretende contribuir al análisis del entorno inmediato en el que actúan las empresas con el objetivo de obtener información para la toma de decisiones de gestión, mediante el diseño, el desarrollo y la aplicación de un modelo que permita mejorar el estudio de los Grupos Estratégicos en base a la incorporación de aspectos de la realidad compleja en la que actúan las empresas. En este sentido, en base a la problemática observada en las investigaciones empíricas sobre los Grupos Estratégicos, se propone un nuevo modelo metodológico que pretende solventar alguna de las limitaciones detalladas en el análisis crítico de los antecedentes y literatura pertinente sobre el tópico de estudio.

El objetivo principal de este trabajo plantea, entonces, que el esfuerzo investigador se estructure en base a varios objetivos parciales:

En primer lugar, se plantea estudiar en profundidad el marco conceptual que constituye el objeto de estudio del presente trabajo, analizando las implicaciones relativas a los Grupos Estratégicos de empresas, las líneas de investigación abiertas en torno a su análisis y las investigaciones empíricas realizadas al respecto.

La revisión crítica de la literatura especializada en el tema arrojará luz sobre el estudio del entorno competitivo inmediato de las empresas y permitirá vislumbrar la necesidad de mejorar el análisis de los Grupos Estratégicos mediante técnicas que posibiliten flexibilizar su estudio al tiempo que consideren los principios fundamentales que rigen la operativa empresarial.

En segundo lugar, se suscita examinar las posibles herramientas que contribuyan a la mejora del análisis de los Grupos Estratégicos. Para lograr este objetivo se analizan dos metodologías diferentes; los Reticulos de Galois, una técnica basada en la Teoría de Afinidades que flexibiliza el estudio de las agrupaciones; y el Análisis Envolvente de Datos, una técnica no paramétrica cuyo objetivo básico es el estudio de la eficiencia económica.

En tercer lugar, se propone diseñar, construir y aplicar un modelo operativo que permita integrar las técnicas anteriores con el propósito de mejorar el análisis de los Grupos Estratégicos de empresas y optimizar la información disponible para la toma de decisiones en la gestión empresarial.

Por último, se plantea la aplicación de la propuesta metodológica anterior para comprobar su funcionamiento en un contexto real utilizando información de carácter contable. En concreto, su aplicación se plantea en el sector bancario español por el especial interés que despierta en el funcionamiento de la economía de nuestro país y por los cambios en los que está inmerso.

### 1.3. JUSTIFICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

La Gestión Empresarial y, más concretamente, la Contabilidad de Gestión, como campos de investigación fundamentalmente prácticos, se enfrenta constantemente a nuevos retos. De hecho, "el espíritu innovador, evidente hace cien años en los inicios del movimiento científico de gestión, puede ser recuperado por gestores innovadores e investigadores académicos comprometidos en el desarrollo de nuevos conceptos para diseñar importantes sistemas de Contabilidad de Gestión" (Johnson y Kaplan, 1988), con lo cual se anima a los contables de gestión a construir nuevos sistemas de información de gestión que se enfrenten más adecuada y correctamente a los nuevos retos.

El interés por el "enfoque constructivo" en la Contabilidad de Gestión puede estar basado entonces en tres conceptos principales, a saber:

- En términos generales, las construcciones hacen referencia en términos generales a modelos que producen soluciones para problemas explícitos. Al desarrollar una construcción, se crea algo que difiere de o lo anterior, por lo que las construcciones tienden a crear nuevas realidades. Esta idea está en línea con el enfoque de que la Contabilidad juega un papel significativo en la construcción de la realidad (Hopwood, 1983; Hines, 1988 y Lukka, 1990).
- Una característica importante de las construcciones es que su utilización se puede demostrar mediante la puesta en práctica de la solución, siendo la demostración de la capacidad de uso de la construcción un aspecto esencial para su valoración científica.
- Las construcciones relevantes hacen referencia a propuestas metodológicas que resuelven problemas que surgen en el análisis del funcionamiento de las organizaciones empresariales.

De acuerdo con lo anterior, el enfoque constructivo se plantea como un procedimiento de investigación para crear constructos. Así, en la Contabilidad de Gestión este enfoque de investigación se dirige a la creación de constructos, sistemas, modelos, prototipos gerenciales. En este sentido, el enfoque constructivo satisface los requerimientos de una investigación aplicada válida, permitiendo así la justificación de la metodología seguida en el desarrollo de la presente Memoria de Tesis Doctoral.

Según lo expuesto, en primer término, cabe destacar que intuitivamente no resulta complicado comprender el enfoque constructivo de investigación: solución de problemas gerenciales mediante la construcción de modelos, esquemas, planes, etc. Muchos ejemplos de estudios constructivos aplicados se encuentran en las ciencias técnicas, en la medicina clínica y en operaciones de investigación, aunque también es posible encontrar modelos, procedimientos y otras herramientas en

Contabilidad de Gestión. Sin embargo, no todos los ejercicios de solución de problemas se consideran investigación constructiva, de hecho una parte esencial del enfoque constructivo radica en la vinculación del problema y su solución con el conocimiento teórico acumulado.

El enfoque constructivo se puede describir dividiendo el proceso de investigación en fases, cuyo orden puede variar según los casos:

1. Buscar un problema práctico relevante con potencial de investigación.
2. Obtener una idea general y una comprensión global del tema.
3. Innovar, por ejemplo, construir una idea de solución.
4. Demostrar que la solución funciona.
5. Mostrar las conexiones teóricas y la contribución investigadora del concepto de solución.
6. Examinar el alcance de la aplicabilidad de la solución.

De las anteriores fases, conviene destacar la particularidad que presenta la fase de innovación. La fase de innovación es el elemento central de un estudio constructivo satisfactorio, por la mera razón de que si el investigador no es capaz de aportar ninguna solución nueva para el problema en cuestión, obviamente no tiene sentido continuar con el estudio (Dunk, 1989).

Por otro lado, la investigación constructiva se puede contemplar como una forma de estudios aplicados. Una característica de los estudios aplicados es la producción de nuevo conocimiento en forma de aplicaciones normativas. En este sentido, puede distinguirse tanto de los estudios básicos que tratan de incrementar el conocimiento y comprensión del mundo sin ningún propósito normativo explícito como del desarrollo de técnicas que simplemente tratan de mejorar las habilidades y medios. Por ello, el criterio inicial para evaluar los resultados de los estudios aplicados es su utilidad práctica, lo que plantea los temas de relevancia y facilidad de comprensión de los resultados.

En efecto, una de las tareas de la filosofía de la ciencia es fijar los criterios que hacen que una investigación sea considerada científica. Esto significa que esas condiciones necesarias y suficientes que distinguen la ciencia de la no-ciencia y de la pseudo-ciencia deben ser fijadas. Sin embargo, y debido a que la ciencia es algo abierto y en desarrollo, no se pueden fijar unos criterios estrictamente categóricos, de forma que retengan su validez para siempre. De hecho, la apertura y la variabilidad se presuponen como características de la ciencia. A pesar de que existen diferentes enfoques, la lista de criterios que aparece a continuación, apenas encuentra oposición entre los científicos, a saber: objetividad, criticidad, autonomía y progresividad.

Para que la investigación científica sea fructífera, tiene que ser capaz de resolver problemas y plantear nuevas cuestiones. En consecuencia, la progresividad deberá ser contemplada en referencia tanto al incremento del conocimiento mediante la resolución de problemas como a la difusión de nuevos problemas (Rescher, 1984; Siitonen, 1984). Más aún, con relación a los estudios constructivos, se tienen que considerar los criterios de las ciencias aplicadas, esto es, que sus resultados sean relevantes, simples y fáciles de usar.

Antes de analizar estos criterios, cabe poner de manifiesto el carácter del enfoque constructivo más detalladamente. Los rasgos característicos del método constructivo son en general los siguientes: (i) es un procedimiento paso a paso, de forma que la naturaleza de los pasos se especifica en el sistema marco en el que se aplica el modelo propuesto; (ii) existe la posibilidad de controlar cada paso, o cada etapa de la construcción; y (iii) el procedimiento en su totalidad sirve a unos propósitos definidos. Así la creación de construcciones es una actividad dirigida a un objetivo.

La posibilidad de controlar los pasos de una construcción unida a los criterios de objetividad, criticidad y autonomía contribuye a la cuestión de que cualquiera puede comprobar la construcción obteniendo los mismos resultados que la persona que hizo la original. Al controlar la construcción también se puede criticar la forma en que fue realizada.

Por otro lado, cabe poner de manifiesto que la realización de construcciones tiende a facilitar la liberación de prejuicios debido a que las construcciones muestran de una forma concreta las soluciones que funcionan y las que no. Así, la realización de construcciones se conecta con los criterios de progresividad y criticidad. Más aún, mediante el método constructivo se resuelven problemas y, a menudo, también se muestran nuevas cuestiones. De hecho, una construcción que funciona tiende a plantear nuevas cuestiones.

La primera condición de validez para las construcciones es claramente que funcionen (por ejemplo, resolver los problemas). En la mayoría de los casos la idea más simple suele ser la más adecuada, por lo que se puede afirmar que una construcción que funciona es relevante y comprensible.

De hecho, según el pragmatismo, la construcción de un esquema equivale a utilizar el método correcto, en matemáticas y también en otras materias. De ahí, que no resulte extraño que científicos consideren que el método de construcción es un procedimiento autojustificativo (Peirce, 1955).

No obstante, para demostrar que el método constructivo es científico, no es suficiente mostrar que un cierto modelo gerencial funciona en su propio contexto. También se debe mostrar que la construcción tiene conexiones teóricas, por ejemplo, que se contextualiza en un marco teórico determinado. Además de contribuir a

la validez científica del método, la exposición de las conexiones teóricas apoya la afirmación de que la construcción en cuestión, también funcionaría en otras situaciones distintas de las de su campo original.

A pesar de lo anterior, conviene señalar que la generalización no es una condición evidente en sí misma para la ciencia, ya que existen ejemplos de esfuerzos científicos que, claramente, ni siquiera tratan de cumplir este criterio, por ejemplo, la Historia. Además, es posible argumentar que cuando un modelo ha sido diseñado, este objetivo ya ha sido conseguido: las construcciones que funcionan adecuadamente son en sí mismas aptas para realizar conexiones con otros fenómenos en cuestión. Si, por ejemplo, se crea una solución para un problema de Contabilidad de Gestión de una empresa y funciona, es probable que esta solución sea también aplicable a otras empresas del mismo tipo.

Además, conviene tener en cuenta que la cuestión de la generalización en el caso de los estudios constructivos difiere significativamente de los problemas respectivos en estudios explicativos, basados en pequeñas muestras, donde, en ocasiones, se producen inferencias estadísticas injustificadas. De hecho, la generalización de construcciones gerenciales se puede contemplar como un proceso de difusión de las innovaciones que se produce entre los profesionales, a menudo con la ayuda de los investigadores y docentes. Este proceso de difusión, por su propia naturaleza, difiere profundamente de la noción de generalización en los estudios sobre contrastes de hipótesis, donde se basa simplemente en ciertas suposiciones sobre las probables distribuciones de las variables estudiadas.

El enfoque constructivo en la investigación sobre la Gestión Empresarial, en general, y en la Contabilidad de Gestión en particular, podría considerarse que no ha sido especialmente relevante debido a que los investigadores habitualmente han adoptado los ideales de las ciencias naturales o sociales, mientras que disciplinas como la ingeniería o la medicina, que se caracterizan por sus estrechas conexiones con la solución de problemas, han quedado, en gran medida, fuera de tal discusión metodológica.

En relación con otros enfoques de investigación más tradicionales, la investigación constructiva estaba localizada en el área normativa, comprendiendo tanto un análisis teórico como un análisis empírico. Un estudio orientado a la decisión que englobe una fase de puesta en práctica satisfactoria (positiva), y una opción de investigación del enfoque orientado a la acción pueden acercar en la práctica al enfoque constructivo.

En este apartado se ha argumentado que un estudio constructivo satisfactorio (en el que se produce una solución innovadora a un problema real, se demuestra su utilización específica y sus conexiones teóricas, y se examina su potencial para una adecuación más general) es apto para cumplir las características más signi-

ficativas y generales de la ciencia, por ejemplo, objetividad, criticidad, autonomía y progresividad.

Por otro lado, la discusión metodológica contable, influenciada principalmente por la tradición positivista, plantea la cuestión de la generalización como uno de los criterios más importantes exigidos a los resultados de la investigación científica. Esto puede ser considerado como un problema para el enfoque constructivo, que se enfoca en la resolución de algún problema real. Con respecto a este tema, conviene poner de manifiesto dos puntos, a saber: (i) la generalización no es una condición evidente en sí misma para la ciencia, ya que existen ejemplos de empresas científicas que claramente no cumplen este criterio, y (ii) la generalización es un problema menor para el enfoque constructivo frente a lo que la misma supone para los estudios positivos basados en el contraste de hipótesis sobre diferentes muestras.

En todo caso, las bases para la generalización en el caso de un estudio constructivo difieren radicalmente de un intento de hacer inferencias estadísticas. Siguiendo las principales ideas del pragmatismo, la utilización práctica es la característica principal que muestra la veracidad de una construcción gerencial.

La idea aquí propugnada es que se debe realizar un esfuerzo para utilizar las ideas metodológicas de otros campos aplicados a la investigación en la Gestión Empresarial y en la Contabilidad de Gestión. Precisamente es aquí donde el enfoque constructivo surge como una opción metodológica natural para los estudios relativos al objeto de trabajo de la presente Memoria de Tesis Doctoral.

## **1.4. ESTRUCTURA DEL TRABAJO**

La estructura del trabajo de investigación contenido en la presente Memoria de Tesis Doctoral es la siguiente:

En el Capítulo 2 se tratará de realizar una aproximación al análisis de los Grupos Estratégicos con el objetivo de conocer el estado del arte relativo a este ámbito de estudio, así como las metodologías de uso general extendidas en la literatura para su identificación.

Se comenzará analizando el marco conceptual de los Grupos Estratégicos y su importancia en el estudio del entorno competitivo en que operan las empresas para obtener información que contribuya a la toma de decisiones de gestión. El estudio de estos aspectos conducirá a la necesidad de, en los siguientes apartados, explicar las teorías económicas que sustentan y enriquecen su estudio, así como las líneas de investigación relevantes en este ámbito de trabajo.

Asimismo, se realizará una revisión crítica de las técnicas de uso general extendidas en la literatura empírica relativa al análisis de las agrupaciones estratégicas, lo que, junto a los aspectos previos, conllevará, en la última sección de ese mismo Capítulo, a realizar un análisis crítico de dos de las limitaciones halladas en torno a las investigaciones empíricas: la escasa flexibilidad de las agrupaciones identificadas y la ausencia de un criterio económico que relacione las variables estratégicas.

Las consideraciones efectuadas en el Capítulo 2 sobre las limitaciones relevantes en el análisis empírico de los Grupos Estratégicos en el estudio del entorno competitivo en el que actúan las empresas, planteará el interés por analizar nuevas herramientas que permitan superar estos problemas que limitan el análisis del entorno competitivo en el que operan las empresas.

En base a lo anterior, en el Capítulo 3, se estudiarán las técnicas vinculadas a la Teoría de Afinidades perteneciente a denominada "Matemática no numérica" en base a las relaciones que surgen entre diferentes elementos. La Teoría de Afinidades se enmarca dentro del álgebra moderna o abstracta donde los conjuntos y subconjuntos y sus relaciones tienen un papel determinante para su desarrollo. De esta forma, la primera sección de este capítulo se dedicará a analizar estos conceptos, así como las funciones que determinan la pertenencia de cualquier elemento a los mismos, para a continuación, en la segunda sección analizar las posibles relaciones que pueden surgir entre dos conjuntos y entre elementos de un mismo conjunto, destacando especialmente las relaciones de semejanza, similitud, reflexividad, simetría, transitividad, orden y preorden.

Continuando con lo anterior, la tercera sección del Capítulo 3 se centrará en analizar la búsqueda de semejanza a través de las medidas de distancia, con-



cepto complementario al primero, que pueden calcularse mediante el uso de espacios matemáticos. De ahí que, se explicarán las propiedades vinculadas a su medición, así como las alternativas existentes para su determinación.

Así, los aspectos anteriores conducen a la generalización de las relaciones expuestas mediante el concepto de afinidad (Kaufmann y Gil-Aluja, 1992), por lo que la cuarta sección del Capítulo se centrará en analizar las diferentes técnicas que, en base a distintos umbrales de homogeneidad, analizan la afinidad existente entre diferentes elementos. En este sentido, se hará especial hincapié en los Reticulos de Galois y las subrelaciones máximas de similitud.

Utilizando la función complementaria de una medida de distancia es posible determinar las subrelaciones máximas de similitud que muestran los conjuntos con mayor número de elementos que comparten atributos comunes. Mediante conceptos como familia y cierre de Moore es posible analizar la afinidad en base a relaciones binarias y construir Reticulos de Galois que representan agrupaciones homogéneas y ordenadas, para las cuales se determinan tanto los elementos de cada grupo como los atributos que los caracterizan. De ahí que, la última sección del Capítulo 3 se dedique a analizar y justificar la utilidad de las técnicas asociadas a la Teoría de Afinidades en el ámbito de estudio del presente trabajo de investigación, ya que introducirá cierta flexibilidad en el análisis de los Grupos Estratégicos.

El estudio de las subrelaciones máximas de similitud permitirá vislumbrar cómo los elementos se vinculan de forma simultánea con diferentes grupos, lo que hace posible que las empresas se identifiquen con varias agrupaciones y, por tanto, pueden considerarse híbridas o más polivalentes. Por su parte, la profundización en el estudio de los Reticulos de Galois propiciará comprender cómo se generan grupos homogéneos en base a diferentes combinaciones de variables y niveles de certidumbre, por lo que se podrá conocer qué empresas resultan afines, para qué variables estratégicas y en qué niveles.

En el Capítulo 4 se realizará una aproximación conceptual al Análisis Envolvente de Datos (DEA), herramienta introducida por Charnes, Cooper y Rhodes (1978). Para ello, en la primera sección del Capítulo se analizará el objetivo generalmente perseguido por el DEA así como los fundamentos que justifican su uso en el ámbito de estudio del presente trabajo de investigación. Esta técnica de optimización lineal, no paramétrica y de frontera, persigue determinar, en primera instancia, la eficiencia relativa de un conjunto de organizaciones en base a la relación que se genera entre los inputs y los outputs que representan su función productiva de características comunes, intentando considerar el principio económico de Óptimo de Pareto.

A continuación, se realizará un estudio de las diferentes expresiones o modelos de DEA que sirven para hacer operativa la técnica, destacando especialmente

los modelos denominados envolventes y los multiplicativos, de los cuales se realizará un análisis pormenorizado de los resultados que se derivan de su aplicación y su significado. En ese sentido, tanto un modelo envolvente como uno multiplicativo, expresión dual el uno del otro, determinan las tasas de eficiencia relativa de las organizaciones evaluadas, permitiendo así diferenciar las que tiene un comportamiento eficiente, situadas en la frontera, de las que resultan ineficientes. Para todas ellas es posible conocer el peso que otorgan a las variables que definen su función productiva y para cada ineficiente el conjunto de organizaciones eficientes de referencia que le permitirían mejorar su comportamiento.

La profundización en los aspectos anteriores posibilitará conjeturar, en base a la relación causal que se establece mediante la determinación de la eficiencia relativa, la utilidad de los resultados obtenidos mediante el DEA, por lo que la penúltima sección del Capítulo estará dedicada a analizar las contribuciones de esta técnica al análisis de los Grupos Estratégicos, la cual, aunque se ha empleado en un reducido número de investigaciones, presenta una clara oportunidad de investigación en el ámbito de estudio. Concretamente, el esfuerzo investigador se enfocará, por un lado, en la utilidad de las tasas de eficiencia y los conjuntos de referencia y, por otro, en la de las ponderaciones relativas a las variables, cuyos productos conforman las denominadas variables virtuales. A su vez, estas últimas se utilizarán como indicadores representativos de las elecciones estratégicas que realizan las empresas.

No obstante, el estudio realizado también posibilitará comprobar varias oportunidades de investigación al permitir vislumbrar ciertas limitaciones relacionadas con la aplicación empírica del DEA, motivo por el que la última sección del Capítulo 4 se dedicará a exponer esta problemática así como las alternativas que permitirán solucionarla: por un lado, existe la posibilidad de que se obvien algunas variables en el proceso de asignación de ponderaciones inconveniente que puede solucionarse mediante la introducción de restricciones sobre las ponderaciones y, por otro, la multiplicidad de ponderaciones óptimas asociadas a la organizaciones eficientes implica la necesidad de seleccionar una combinación óptima en base a unos criterios fundamentados y no meramente arbitrario.

Los desarrollos efectuados en los capítulos previos tendrán su consecución en el Capítulo 5, en el que se abordará la construcción de un modelo original que tratará de superar las limitaciones expuestas y, así, se desarrollará una propuesta metodológica que mejore la información disponible sobre el análisis de los Grupos Estratégicos. Este modelo constará de dos fases diferenciadas. Así, la primera sección del Capítulo 5 se dedicará a la propuesta de aplicación del DEA. En este sentido, el primer paso consistirá en diferenciar las organizaciones eficientes y las ineficientes. En relación a las primeras, se propondrá un criterio para seleccionar el conjunto de ponderaciones óptimas asociado a cada una ellas que permitirá determi-

nar sus variables virtuales, indicadores de las diferentes opciones estratégicas. A continuación, para evitar las posibles ponderaciones nulas del resto de organizaciones, se planteará restringir sus variables virtuales en base a las obtenidas para las eficientes. Mediante estos procedimientos se intentará superar los posibles inconvenientes relacionadas con la aplicación práctica del DEA.

Posteriormente, las variables virtuales determinadas en el paso anterior se considerarán representativas de las alternativas estratégicas y en base a ellas se propondrá la aplicación de las siguientes fases del modelo. De ahí que, en la segunda sección del Capítulo 5 se planteará utilizar las variables virtuales para analizar las subrelaciones máximas de similitud estratégica para obtener agrupaciones que contengan el máximo número de empresas afines y se puedan determinar aquellas que presentan similitud con más de un grupo. Así mismo, también se propondrá la construcción de Reticulos de Galois, que según la propuesta, generarán agrupaciones estratégicas homogéneas y ordenadas, que en función de diferentes niveles de homogeneidad, facilitarán el análisis de las afinidades surgidas entre las empresas en relación a unas determinadas variables estratégicas.

El Capítulo 6 estará dedicado al contraste de validez y utilidad del desarrollo anterior a través de la aplicación del modelo propuesto en el Capítulo anterior en un ámbito real, en concreto, por su atractivo e influencia económica, el sector bancario español. Mediante esta aplicación empírica se pretende comprobar el funcionamiento de la propuesta metodológica planteada para solucionar la problemática existente en el análisis de los Grupos Estratégicos.

Para contextualizar el ámbito de esta aplicación, la primera sección del Capítulo 6 se centrará en la revisión de la literatura relativa al análisis de los Grupos Estratégicos en la industria bancaria, diferenciando entre investigaciones realizadas a nivel internacional y en el contexto nacional.

La segunda sección del Capítulo 6 se dedicará a la selección de las variables representativas de las opciones estratégicas analizadas y la muestra sobre la que se aplicará el modelo propuesto. Por este motivo, en esta sección se realizará en primer lugar una descripción del sector bancario español, donde destaca la importancia relativa de los bancos y cajas de ahorros, entidades sobre las que se planteará la aplicación del modelo propuesto. A continuación, se definirán las variables seleccionadas, explicando con detalle las consideraciones relevantes que justifican su uso en el contexto que se analiza en la presente Memoria.

Tras la formulación teórica del modelo propuesto se suscita el interés por la validez de su funcionamiento o aplicación práctica. A este respecto, la última sección del Capítulo 6 se centrará en la propia aplicación del modelo propuesto, por lo que se detallarán y explicarán los resultados obtenidos en cada una de las fases de que consta el mismo; en primer lugar, la aplicación del DEA, con todos los pasos

necesarios para solucionar su problemática y, en segundo lugar, la generación agrupaciones estratégicas de bancos y cajas de ahorros mediante la obtención de " subrelaciones máximas de similitud estratégica" entre las anteriores entidades y la derivación de "Reticulos Estratégicos de Galois".

Finalmente, en el último Capítulo de la Memoria se pondrán de manifiesto las principales conclusiones obtenidas en el desarrollo de esta investigación, así como las limitaciones y las líneas de trabajo futuras relacionadas con el ámbito de estudio.

## Capítulo 2.

### GRUPOS ESTRATÉGICOS

- 2.1. Introducción
- 2.2. Concepto de Grupo Estratégico
- 2.3. Fundamentos teóricos de los Grupos Estratégicos
- 2.4. Análisis de las líneas de investigación abiertas sobre los Grupos Estratégicos
- 2.5. Análisis de la metodología utilizada en la investigación empírica de los Grupos Estratégicos
- 2.6. Limitaciones de las investigaciones empíricas



## 2.1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este Capítulo es profundizar en el conocimiento de los aspectos más relevantes sobre el análisis del entorno competitivo de las empresas en base a los Grupos Estratégicos. Desde que Hunt (1972) introdujo el concepto de Grupo Estratégico, las aportaciones al ámbito de estudio han sido múltiples y variadas en cuanto a sus resultados.

Las empresas, con el objetivo de continuar operando y considerando los principios que rigen su funcionamiento, deben tomar una serie de decisiones en base a la información de que disponen. Muchas de estas decisiones se consideran de carácter estratégico, puesto que condicionan su ventaja competitiva, afectan a su posicionamiento frente al resto de competidores, en los mercados de recursos y en los de productos, así como a las dimensiones que las definen frente a los clientes en particular, y frente a la sociedad en general.

Las decisiones que afectan a variables consideradas de tipo estratégico son especialmente relevantes, puesto que generalmente éstas no pueden modificarse fácilmente a corto plazo sin asumir altos costes. En este sentido, las empresas de cada industria tienden a presentar ciertas similitudes entre sus variables estratégicas, que reflejarán las diferentes decisiones que han tomado en relación a las opciones que existen en su ámbito operativo. Por tanto, una industria puede estudiarse en base a las similitudes que existan en torno a las empresas que la conforman, pudiendo diferenciarse Grupos Estratégicos de empresas que presentan características similares (Nath y Gruca, 1997).

Un Grupo Estratégico es un punto intermedio entre la industria y la empresa, un eslabón conector que permiten reunir ambas, reconociendo la importancia de la empresa como ente con capacidad de decisión propia pero también la existencia de agrupaciones con características similares (González-Fidalgo y Ventura-Victoria, 2002). En este sentido, la Teoría de la Organización Industrial y la Teoría de Recursos y Capacidades sirven como bases fundamentales para analizarlos. Los Grupos Estratégicos también son significativos bajo la Psicología Cognitiva porque los gestores empresariales toman decisiones en función de las percepciones que tienen sobre las similitudes que existen entre las empresas (Reger y Huff, 1993).

Existe una extensa literatura relativa al análisis de los Grupos Estratégicos que abarca diferentes líneas de investigación, pero no parece existir consenso general en relación a estos temas de estudio, puesto que las conclusiones obtenidas son contradictorias. Esto ha generado un enriquecimiento del ámbito de estudio, aunque también un cuestionamiento sobre la existencia real de los Grupos Estratégicos (Barney y Hoskisson, 1990).

A pesar de lo anterior, se han producido ciertas generalizaciones en este ámbito de estudio, como puede ser en las herramientas metodológicas aplicadas para analizar los Grupos Estratégicos. En una gran parte de las investigaciones empíricas se han aplicado algoritmos tradicionales de análisis clúster (K-medias y Ward). Estos trabajos suponen ciertas limitaciones en el estudio de los Grupos Estratégicos, ya que impiden reflejar la complejidad de la realidad del contexto en el que operan las empresas. Los grupos de empresas con similitudes estratégicas no obedecen a una estructura de agrupaciones que se diferencian con nitidez en las que cada empresa se vincule únicamente con un grupo. Además, es necesario incorporar criterios que recojan la relación que existe entre las variables estratégicas en base a criterios de funcionamiento económico.

En base a las consideraciones anteriores, este Capítulo se centra en el análisis de los Grupos Estratégicos como aspecto relevante para la obtención de información sobre el entorno competitivo en el que actúan las empresas y que se espera permita mejorar la toma de decisiones relativas a la gestión empresarial. El análisis crítico de las líneas de investigación abiertas, así como de los estudios empíricos, cuyas limitaciones se pretenden solucionar a través de la propuesta desarrollada en esta Memoria de Tesis Doctoral, servirá de hilo de Ariadna del esfuerzo investigador que este trabajo conlleva.

Según lo expuesto, en la primera sección de este Capítulo se analiza el concepto de Grupo Estratégico, que ha dado lugar a múltiples definiciones sustentadas en diferentes teorías. Por este motivo, en la segunda sección se analizan las bases teóricas que contribuyen a comprender el análisis de los Grupos Estratégicos. Con el propósito de ahondar en este ámbito, a continuación se realiza un análisis de las líneas de estudio que se han desarrollado en torno a los Grupos Estratégicos, dónde cobran especial interés las empresas que comparten características estratégicas con más de un grupo y las categorías de empresas dentro de cada uno. En la penúltima sección se explicarán las metodologías más extendidas en el análisis empírico de los Grupos Estratégicos. Por último, en base a los aspectos anteriores se analizan las limitaciones de las investigaciones empíricas, lo que sirve para justificar el interés de las técnicas que configuran el núcleo conceptual de la investigación teórica propuesta en este trabajo.



## 2.2. CONCEPTO DE GRUPO ESTRATÉGICO

Distintos autores parecen convenir que el estudio de la estructura interna de las industrias que repasa en la presencia de grupos de empresas con similitudes estratégicas comenzó aproximadamente en los años setenta del siglo pasado. Desde entonces se ha producido una dilatada investigación sobre el tema, tanto a nivel conceptual como empírico. Sin embargo, el análisis del estado del arte permite vislumbrar la existencia de una notable controversia en torno a los Grupos Estratégicos, sobre todo en lo referente a su conceptualización y a los pilares sobre los que se sustenta su presencia en la realidad económica e industrial.

El concepto de Grupo Estratégico fue introducido inicialmente por Hunt (1972) en su Tesis Doctoral sobre la industria de electrodomésticos de marca blanca en Estados Unidos. El autor entiende que es "un grupo de empresas dentro de una industria que son altamente simétricas [...] con respecto a la estructura de costes, grado de diferenciación de los productos, grado de integración vertical y grado de diversificación [...] organización formal, sistemas de control [...] y las visiones personales y preferencias por varios resultados posibles" (Hunt, 1972: 8). Según el autor, el proceso de agrupamiento consiste en minimizar la asimetría de cada Grupo Estratégico, buscando la homogeneidad de las empresas de cada grupo, en base a las barreras que existen en cada industria.

También en su Tesis Doctoral, Newman (1973) aportó una de las primeras contribuciones al análisis de las agrupaciones estratégicas, siendo el sector químico el objeto de su aplicación empírica. Sin embargo, su definición dista de la aportada por Hunt (1972), ya que interpretó que un Grupo Estratégico puede ser "definido e identificado por la relación existente entre la industria y las actividades realizadas por sus miembros fuera de la industria" (Newman, 1973: 418). En base a esto, las empresas que comparten los mismos negocios básicos pueden situarse dentro del mismo Grupo Estratégico, mientras que aquellas que operan en la misma industria pero centran sus negocios principales en otros sectores industriales, pertenecen a otro Grupo Estratégico. Esta definición implica que la identificación de las agrupaciones de una industria se realiza en función del grado de integración vertical de sus empresas.

Otra perspectiva sobre los Grupos Estratégicos la proporcionó Porter (1973) en su trabajo doctoral, profundizándola en sus aportaciones posteriores al tema (Porter, 1979; Caves y Porter, 1977; Porter, 1980). El autor considera que el tamaño relativo que poseen las empresas dentro de una industria constituye una variable proxy de la pertenencia a un Grupo Estratégico. En este sentido, establece la presencia de dos clases de empresas en las industrias, las líderes y las seguidoras. Las primeras suelen tener una amplia línea de productos y una gran fuerza de ventas, además de poseer estrategias que alcanzan economías de escala en tecnologías

de producción, integración vertical o publicidad. Sin embargo, las seguidoras habitualmente presentan mayor especialización en su producción y desarrollan estrategias en ámbitos regionales. Su definición de Grupo Estratégico es genérica, ya que lo entiende como "un conjunto de empresas que siguen una estrategia similar a lo largo de las dimensiones estratégicas (relevantes). Una industria podría tener un sólo grupo si todas las empresas siguieran esencialmente la misma orientación estratégica. En el otro extremo, cada empresa podría constituir un Grupo Estratégico diferente" (Porter, 1979: 215).

A diferencia de los trabajos previos, que recalcan en aspectos de mercado para la identificación de Grupos Estratégicos, autores como Hatten (1974), Cool y Schendel (1987) o Dierickx y Cool (1989) se fijaron en los recursos y las capacidades particulares de cada empresa. En este sentido, Mehra (1996) los definió como "grupos de empresas que compiten dentro de una industria desarrollando configuraciones similares de conjuntos de recursos estratégicos" (Mehra, 1996: 309). Su postura está vinculada a la Teoría de Recursos y Capacidades, avanzando más allá de la estrategia adoptada por las empresas en relación a los productos comercializados. El autor entendió que la identificación de Grupos Estratégicos debe considerar los recursos propios que definen la propia idiosincrasia de cada empresa, además de los factores estratégicos industriales que son perfectamente identificables. Desde su perspectiva, los recursos propios son los que otorgan estabilidad a las agrupaciones, debido a su complicada modificación a corto plazo. Por tanto, cada grupo tiene una fuente distintiva de ventajas competitivas difícilmente imitable por otros grupos, dado que las capacidades son el resultado de una serie de decisiones que no pueden identificarse con total certeza.

Por su parte, Cool y Schendel (1987) consideraron que lo más importante en la definición de Grupo Estratégico consiste en captar las aportaciones realizadas tanto en el campo de la Organización Industrial como en el de la Gestión Estratégica, por lo que definieron un Grupo Estratégico como "un conjunto de empresas que compiten en una industria en base a combinaciones similares de compromisos de recursos y alcance de negocios" (Cool y Schendel, 1987: 1106). Estos autores pretendían considerar un conjunto de variables específicas de cada industria con el fin de construir modelos más completos que algunos propuestos en trabajos previos, sesgados al recalcar en un único tipo de variables de carácter genérico. En este sentido, los Grupos Estratégicos se configuran a partir de decisiones similares en el ámbito de actuación de las empresas (segmentos de mercado atendidos, productos ofrecidos, ámbito geográfico de actuación) y en el ámbito de los recursos comprometidos en su comportamiento (recursos financieros, humanos, estructurales).

A su vez, Caves y Porter (1977) afirmaron que las empresas pertenecientes a un Grupo Estratégico son interdependientes y tienden a responder de forma similar ante un mismo estímulo, por lo que existen incentivos a incrementar las barreras que

les separan del resto de Grupos Estratégicos, con el objetivo de colisionar e impedir el movimiento de otras empresas hacia su grupo. Cool y Schendel (1988) continuaron con la anterior idea concibiendo los Grupos Estratégicos como subconjuntos naturales de empresas que realizan acciones más homogéneas entre sí que con el resto de la industria. De esta forma, introdujeron el comportamiento empresarial como fuente determinante de la similitud estratégica de las empresas, lo cual supone que, además de los fundamentos de la Organización Industrial, la existencia de Grupos Estratégicos también se sustenta en la Gestión Estratégica.

Posteriormente, Tallman y Atchison (1996) concibieron un Grupo Estratégico como un conjunto de empresas dentro de una industria que posee una configuración estratégica similar, es decir, que sus productos ocupan posiciones próximas en el mercado, su organización interna es similar y luchan por obtener sus resultados con recursos similares. Estos autores contemplaron las competencias distintivas de la empresa como determinantes de la estructura de grupos, y no únicamente el potencial de ciertos recursos desarrollados por las empresas, como especifica la Teoría de Recursos y Capacidades. En su trabajo, estos autores diferenciaron tres tipos de competencias:

- i) de la industria, comunes a todas las empresas de una industria y, por tanto, identificables para todos sus miembros, ya que constituyen las barreras que impiden la entrada de empresas de otras industrias;
- ii) competencias de Grupo Estratégico, formadas por los recursos y capacidades de las empresas que comparten la misma orientación estratégica, desarrollando barreras de movilidad internas en una industria que dificultan los movimientos dentro de la misma;
- iii) competencias específicas de la empresa, generadas en el interior de cada organización con el paso del tiempo y la experiencia, siendo en muchas ocasiones de difícil imitación.

Más recientemente, Panagiotou (2006) aportó una concepción de Grupo Estratégico que engloba diversos aspectos que los autores previos recogieron de forma aislada. En concreto, el autor entiende que es un conjunto de empresas de una industria que persigue estrategias de posicionamiento similar en los mercados y ofrecen productos o servicios similares. Las empresas del mismo grupo tienen oportunidades similares en el terreno competitivo, ya que están sometidas a las mismas condiciones ambientales de la industria y poseen los mismos factores clave del mercado. Como resultado, las empresas del mismo grupo emplean recursos, generan estructuras, desarrollan capacidades y adaptan sus estrategias competitivas, todo ello de forma similar, con el objetivo de conseguir un ajuste con el entorno y competir con el resto de empresas.

Paralelamente a las definiciones anteriores, se desarrolla un concepto de Grupo Estratégico basado en la Psicología Cognitiva. En este sentido, Porac y Thomas (1990) afirmaron que los gestores toman conciencia del ambiente competitivo desarrollando taxonomías mentales que resumen las similitudes y diferencias entre las empresas. En base a esto, Peteraf y Shanley (1997) definieron los Grupos Estratégicos como un "conjunto de entendimientos comunes entre los miembros de un grupo cognitivo intra-industrial, con respecto a las características centrales, duraderas y distintivas del grupo" (Peteraf y Shanley, 1997: 166).

Según lo expuesto, no existe una definición única sobre el concepto de Grupo Estratégico. La ausencia de consenso en su descripción se debe a las diferentes teorías que a lo largo de los años han guiado su conceptualización y su desarrollo. Por este motivo, a continuación se analizan los diferentes enfoques que establecen las bases teóricas sobre las que se fundamentan los Grupos Estratégicos.

## **2.3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

A la hora de abordar el objeto de estudio, en la principal literatura especializada en el desarrollo de los Grupos Estratégicos se puede observar como la misma se cimienta, en principio, en dos perspectivas teóricas: la Organización Industrial y la Teoría de Recursos y Capacidades. De hecho, se puede afirmar que la literatura pertinente ha avanzado desde los enfoques más básicos de la primera hasta evolucionar hacia aspectos que superan los considerados por la segunda, llegándose incluso a mezclar y complementar las aportaciones realizadas por ambas teorías. No obstante, la Psicología Cognitiva también constituye una fuente de suma importancia en el desarrollo conceptual y empírico de los Grupos Estratégicos, de ahí que la atención en el análisis del estado del arte sobre Grupos Estratégicos se fundamente principalmente en estas tres perspectivas exploratorias.

### **2.3.1. LA TEORÍA DE LA ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL**

Los Grupos Estratégicos tienen su origen en la Organización Industrial, en base a la cual se realizan las primeras aportaciones empíricas, las definiciones iniciales y las causas que explican su presencia en las industrias. Bajo esta perspectiva, los Grupos Estratégicos sirven para demostrar la heterogeneidad de las industrias y ahondar en la explicación de los diferentes resultados económicos obtenidos por las empresas de una industria (Thomas y Venkatraman, 1988).

La Teoría de la Organización Industrial se centra en la industria como fuente condicionante del comportamiento de las empresas, por lo que desarrolla el paradigma "Estructura-Conducta-Desempeño" (Structure-Conduct-Performance; Bain, 1956) con el fin de analizar las condiciones competitivas de las industrias, examinando para ello la conexión entre los tres conceptos. La estructura, que incluye el número de empresas de la industria, las barreras de entrada y los costes de la misma, determina las condiciones competitivas del mercado y afecta al comportamiento y la posición de las empresas, lo que lógicamente a su vez influye en los resultados económico-financieros que obtiene. Las variables de comportamiento incluyen política de precios, estrategia de productos, publicidad, investigación y desarrollo, inversiones y técnicas legales (Bogner, Mahoney y Thomas, 1998).

Hunt (1972) se basó en la teoría anterior para intentar explicar la rivalidad existente en la industria norteamericana de electrodomésticos en la década de los sesenta, observando ciertas asimetrías en variables como, por ejemplo, las políticas de diversificación o la distribución de productos. El conjunto de empresas que compartía conductas similares en relación a estas dimensiones clave lo identificó como "Grupo Estratégico", concluyendo que lo habitual es que las industrias estén compuestas por varios de éstos.

Generalmente los estudios que constituyen el contexto de la Organización Industrial intentan analizar los efectos que tiene la estructura del mercado en la conducta y en los resultados de las empresas que integran una determinada industria. Por tanto, la conducta y los resultados empresariales se examinan como variables dependientes de la estructura industrial. Sin embargo, también resulta posible que potenciales resultados insatisfactorios empujen a los gestores empresariales a acometer cambios, modificando el comportamiento de las empresas, lo que a su vez origina variaciones en la estructura industrial (Coase, 1960; Demsetz, 1973; Clarke, 1985). En este sentido, Porter (1980) alteró el orden del paradigma Estructura-Conducta-Desempeño, cambiándolo por Conducta-Estructura-Desempeño, e incluso propuso el concepto de Grupo Estratégico como determinante explicativo y predictivo de la conducta y el desempeño empresarial. Más recientemente, autores como McNamara, Luce y Thomson (2002) o Panagiotou (2005) concluyeron que los tres elementos están interrelacionados e influyen sin un orden preestablecido en el resto.

Trabajos como los Newman (1973), Porter (1979) u Oster (1982), entre otros, también se enmarcan dentro de la Teoría de la Organización Industrial. Las investigaciones centradas en esta perspectiva suelen analizar múltiples industrias simultáneamente y utilizar el análisis estadístico univariante como técnica esencial, estableciendo el tamaño de la empresa (Porter, 1979), los gastos en publicidad (Oster, 1982) o las relaciones entre industrias (Newman, 1973) como variable representativa de las estrategias. En consecuencia, las posibles agrupaciones de empresas se determinan en base a la heterogeneidad o asimetría que presentan en una variable o un grupo limitado de variables, relacionadas principalmente con la estructura de las industrias. En general analizan la heterogeneidad que existe en una industria con el objetivo de explicar la variedad de los resultados obtenidos por los diferentes grupos de empresas.

Según la Organización Industrial, el poder de una empresa es proporcional a su cuota de mercado, a su tamaño, a su nivel de ventas. En este sentido, se supone que el poder de mercado es el resultado de la presencia en la industria de barreras estructurales que disuaden o dificultan la entrada de nuevas empresas e incluso el movimiento dentro de la misma, lo que implica la dependencia mutua de las empresas (Porter, 1980). Desde la óptica de la Organización Industrial, se comienza a desarrollar un argumento que sustenta la presencia de Grupos Estratégicos en las industrias; la existencia de barreras de movilidad. Esta teoría entiende que las características clave de cada industria constituyen las barreras de entrada a la misma, lo que dificulta o impide la entrada de nuevos competidores. Este argumento también comienza a aplicarse a los Grupos Estratégicos; las empresas realizan elecciones estratégicas que el resto de empresas no pueden imitar con facilidad y existe incertidumbre en cuanto a los resultados que pretenden obtener, por lo que las

variables estratégicas propias de cada grupo afectan a la fortaleza de las barreras de movilidad y constituyen una fuente de protección y asilamiento frente al resto de empresas (Rumelt, 1981).

Caves y Porter (1977) sugirieron que las empresas no pueden moverse libremente dentro de las industrias debido a la presencia de barreras intra-industriales, que son el resultado de acciones colectivas que realizan los diferentes grupos de empresas con el objetivo de protegerse mutuamente de la competencia. Las empresas de un Grupo Estratégico son sensiblemente interdependientes, por lo que es probable que reaccionen de forma similar ante cambios competitivos o industriales. En consecuencia, gastos como los de I+D+i o los relativos a la publicidad pueden generar barreras de entrada a un determinado Grupo Estratégico, ya que son difíciles de superar sin asumir costes elevados, tanto monetarios como de tiempo (Cool, Dierickx, y Martens, 1994; McGee y Thomas, 1986). En un principio las barreras de movilidad se identificaron con variables de mercado, como publicidad, gama de productos o cuota de mercado. Sin embargo, como se explicará posteriormente, los recursos y las capacidades propios de cada empresa también constituyen barreras de movilidad (McGee, 2003).

Continuando su razonamiento, Porter (1982) utilizó la actividad competitiva para explicar el funcionamiento de los Grupos Estratégicos. El objetivo estratégico de cualquier empresa consiste en lograr un posicionamiento adecuado de sus productos en el mercado, es decir, centrarse en aquellos factores que satisfacen las necesidades de los consumidores. Según esta perspectiva, las estrategias de las empresariales pueden identificarse a través de actividades que se reflejan en diversas dimensiones, que a su vez influyen en los resultados económico-financieros de las empresas.

Según lo anterior, la ventaja competitiva debe entenderse como el objetivo estratégico de la empresa, resultado de la combinación de diferentes elecciones de acción estratégica (Porter, 1996). Por tanto, la ventaja competitiva de una empresa puede identificarse a través de diversas dimensiones que influyen en los resultados económico-financieros, por lo que se entiende como un objetivo estratégico para la empresa y su esencia reside en la capacidad de la misma para obtener una posición única que sea valiosa por la difícil combinación de actividades que haya realizado (Porter, 1996).

Dentro de cada industria existen grupos de empresas que poseen características estructurales, económicas y financieras, diferenciadoras respecto al resto, que se asocian con mayores niveles de estabilidad en las acciones y en las estrategias. Estas estructuras se denominan "barreras de movilidad y otro tipo de asimetrías" (Caves y Ghemawat, 1992), ya que condicionan las actuaciones de las empresas, en concreto los movimientos intra-industriales. Además, los cambios externos que se

producen afectan de diferente manera a las empresas de cada Grupo Estratégico según el nivel de protección de sus barreras de movilidad (Halaj y Zochowki, 2009). La fortaleza de las barreras de movilidad implica que las empresas tengan reacciones distintas ante cambios en el mercado en el que operan, lo que supone diferentes formas de canalización dentro de cada grupo.

De los trabajos de Porter se desprende que las decisiones sobre esas dimensiones estratégicas suponen altos costes para las empresas, tanto en tiempo como en dificultad de modificación, por lo que las barreras de movilidad justifican la existencia y la estabilidad en el tiempo de los Grupos Estratégicos, e incluso las diferencias en el desempeño económico-financiero que presentan diferentes agrupaciones estratégicas y las empresas que las constituyen. Por ello, la existencia de Grupos Estratégicos se puede evidenciar analizando las diferencias en los activos y capacidades empresariales, que generan barreras de movilidad, es decir, mecanismos de aislamiento intra-industriales.

A tenor de lo expuesto, un Grupo Estratégico puede entenderse como una unidad de análisis mayor que la empresa pero menor que la industria, estable en el tiempo, que se desarrolla por la existencia de barreras de movilidad, cuyas empresas muestran grandes semejanzas en sus estructuras de costes, su grado de diversificación y sus sistemas de organización, estando asociada su permanencia en el tiempo a diferencias en el desempeño económico –financiero (Garcés-Cano y Duque-Oliva, 2008).

No obstante lo anterior, las aportaciones realizadas por la Teoría de Organización Industrial a la investigación sobre los Grupos Estratégicos presentan algunas contradicciones y limitaciones, a saber:

Por un lado, el análisis de las estructuras intra-industriales surge con el objetivo de identificar las fuentes que explican los diferentes niveles de desempeño que obtienen las empresas, es decir, por qué unos grupos generan una capacidad mayor de obtención de beneficios, identificando la causa de estas diferencias en la existencia de barreras de movilidad. Sin embargo, las investigaciones enmarcadas en este contexto obtienen resultados contradictorios; mientras que algunos estudios determinan la relación positiva entre diferentes Grupos Estratégicos y el desempeño empresarial (Oster, 1982; Dess y Davis, 1984), otros no encuentran significativa tal vinculación (McGee y Thomas, 1986; Cool y Schendel, 1988; Lewis y Thomas, 1990). En consecuencia, surge la necesidad de buscar otras posibles causas que expliquen las divergencias en los resultados económico-financieros de las empresas (Tywoniak, Galván y Davies, 2007).

Por otro lado, la Organización Industrial se aproxima a los Grupos Estratégicos analizando la estructura de la industria, considerando ésta como el principal condicionante de las diferencias empresariales. En consecuencia, contempla a la



industria como un todo en el que las empresas se clasifican progresivamente en diferentes grupos definidos en función de un conjunto limitado de dimensiones clave o estrategias genéricas (Porter, 1980; Dess y Davis, 1984), relacionadas generalmente con su posicionamiento en el mercado (Mas-Ruiz, 1999). Esta circunstancia conlleva al desarrollo de un modelo genérico aplicable a cualquier industria (Sáez-Martínez, 2000), sin considerar, en primer lugar, las características propias y distintivas que cada una posee (McGee y Thomas, 1986) y, en segundo lugar, las particularidades de cada empresa como ente individual (Cool y Schendel, 1987).

Para superar las limitaciones anteriores y completar las aportaciones realizadas por la Teoría de la Organización Industrial, son varios los estudios donde se buscan nuevos argumentos que permitan ahondar en el estudio de los Grupos Estratégicos. En concreto, cabe poner de manifiesto que la Teoría de Recursos y Capacidades ha ejercido una gran influencia en el análisis de los Grupos Estratégicos al abordar aspectos no considerados en la Teoría de la Organización Industrial.

### **2.3.2. LA TEORÍA DE RECURSOS Y CAPACIDADES**

Como se ha expuesto, la Organización Industrial se centra en el posicionamiento producto-mercado de las empresas para la identificación de Grupos Estratégicos y el desarrollo de una ventaja competitiva. Sin embargo, autores como Hatten (1974), Hatten, Schendel y Cooper (1978), Cool y Schendel (1987) o Mascarenhas y Aaker (1989) comenzaron a enfocar el análisis desde una perspectiva diferente, la cual se basa principalmente en las particularidades propias de cada industria para identificar Grupos Estratégicos, lo que se traduce en la utilización de variables específicas que definen el contexto de cada sector (Zúñiga-Vicente, de la Fuente-Sabaté y Suárez-González, 2004). Además, este enfoque recurre a las características propias e internas de cada empresa para explicar la existencia de Grupos Estratégicos.

Los recursos tangibles e intangibles que posee una empresa y las habilidades que ha desarrollado constituyen una fuente de mayor ventaja competitiva que las combinaciones de productos o servicios que ofrece en el mercado (Peteraf, 1993). Partiendo de esa idea, los Grupos Estratégicos pueden identificarse en función de estos aspectos internos, ya que las empresas que utilizan recursos y tecnologías similares son más proclives a desarrollar estrategias y comportamientos similares debido a sus percepciones afines sobre el mercado y la industria (Chen, 1996; Leask y Parnell, 2005).

Desde la perspectiva de la Teoría de Recursos y Capacidades (Wernerfelt, 1984) se considera que las empresas construyen sus estrategias en torno a los recursos que poseen y a un conjunto de habilidades desarrolladas a lo largo del tiempo. Dierickx y Cool (1989) señalaron que los procesos tecnológicos, las adecuadas es-

estructuras organizativas o la calidad de los servicios prestados, entre otros, son aspectos que muchos competidores no pueden imitar, que se acumulan a lo largo del tiempo. En este sentido, el capital físico (equipamientos, materiales específicos, etc.), el capital humano (experiencia, conocimiento, etc.) y el capital organizativo (planificación, sistemas de control, etc.) son recursos relevantes en la formulación e implementación de la estrategia siempre que su combinación consiga crear valor (Leask y Parnell, 2005) y otros competidores sean incapaces de copiarla, generándose una ventaja competitiva (Barney, 1991). De este modo, las preferencias estratégicas de las empresas se configuran a partir de las oportunidades brindadas por determinados recursos estratégicos, que proporcionan cierto grado de ventaja competitiva, pero no su simple posesión, sino el desarrollo de determinadas combinaciones propias (Mehra, 1996).

Precisamente, Mehra (1996) desarrolló dos modelos alternativos, uno basado en los criterios de mercado y otro en los recursos, para identificar los Grupos Estratégicos del sector bancario de Estados Unidos, concluyendo que las aportaciones más enriquecedoras se originaban en los grupos obtenidos desde la perspectiva de los recursos poseídos, esto es, que los Grupos Estratégicos identificados únicamente a partir de variables de mercado de las empresas no recogen la realidad competitiva de una industria, ya que determinadas combinaciones de recursos constituyen las verdaderas barreras de movilidad para las empresas por su dificultad de imitación (Barney, 1991). En consecuencia, los Grupos Estratégicos derivados a partir de los recursos y las capacidades de las empresas son más estables debido a que la modificación de los mismos no es inmediata, sino que requiere un largo periodo de tiempo (Dierickx y Cool, 1989).

Los recursos y las capacidades de las empresas constituyen las auténticas barreras de movilidad de los Grupos Estratégicos, ya que si una empresa desea entrar en uno debe considerar los activos y las habilidades que debería tener (Masca-renhas y Aaker, 1989). En el ejercicio de su actividad una empresa acumula recursos y desarrolla capacidades estratégicas de una forma particular, constituyendo una verdadera fuente de ventaja competitiva de difícil imitación, ya que el cambio de las posturas estratégicas supone un alto coste e impide que otras empresas reproduzcan su comportamiento. De esta forma se crean las barreras de movilidad entre las que se ubican las empresas, formando diferentes Grupos Estratégicos que dificultan los movimientos a grupos alternativos (Caves y Porter, 1977).

Según lo anterior, cuanto mayor sea la barrera de movilidad, mayor será su habilidad para prevenir la imitación y el potencial de ventaja para las empresas miembro. Las barreras de movilidad se constituyen a través de inversiones a largo plazo en activos, en muchas ocasiones intangibles y con costes irrecuperables, lo que obstaculiza la imitación (McGee y Thomas, 1986). Thomas y Carroll (1994) seña-

laron que si un grupo de empresas tiene recursos similares, ya cuenta con la primera condición para formar un Grupo Estratégico diferenciado del resto de empresas.

Desde esta perspectiva se trata de formular una estrategia que haga el mejor uso posible de los recursos y las capacidades que vertebran una empresa. Diseñar una estrategia en torno a los recursos y las capacidades críticas puede implicar que se limite el alcance de la misma a aquellas actividades donde se espera conseguir una clara ventaja competitiva, siendo el punto de partida básico la definición de sus negocios (Houthoofd y Heene, 1997). Según Barney (1986), se establece una relación de causalidad entre la ventaja competitiva de una empresa y el control de los recursos necesarios para desarrollarla y, en este sentido, existen cuatro elementos de carácter secuencial: los recursos, las capacidades, la ventaja competitiva y la estrategia (Grant, 1991).

En base al razonamiento anterior, los caminos estratégicos de las empresas se basan en los recursos que poseen y las capacidades desarrolladas. Los recursos estratégicos constituyen una red complicada que puede identificarse en el intercambio y las relaciones que se establecen entre los factores productivos acumulados y los de flujo (Black y Boal, 1994).

Bogner (1991), Peteraf (1993) y McGee, Thomas y Pruett (1995) realizaron algunas de las investigaciones iniciales más relevantes acerca de los Grupos Estratégicos basados en la Teoría de Recursos y Capacidades. En sus trabajos concluyeron que la identificación de los grupos no puede realizarse únicamente a partir del posicionamiento de las empresas en el mercado, ya que la estrategia se define en función de los recursos poseídos por cada empresa y su capacidad para coordinarlos e integrarlos, esto es, su saber hacer. En consecuencia, para lograr una ventaja sostenible en el tiempo las empresas deben hacerse con recursos y generar capacidades de difícil imitación por parte de sus competidores (Wiggins y Ruefli, 2002).

A pesar de lo expuesto, Mehra (1996) reconoció que para lograr precisión en la identificación de Grupos Estratégicos se necesita combinar la perspectiva centrada en los recursos y las capacidades y aquella que utiliza el posicionamiento producto-mercado, ya que es la única forma de obtener resultados más completos y ajustados a la realidad. Las empresas compiten entre sí en dos mercados, en el de los recursos y en el de los productos, por lo que esta doble interacción también se refleja en sus preferencias estratégicas.

Lógicamente, cuanto más se asemejen los recursos y las capacidades de las empresas, más sencilla será la imitación en el mercado de productos y más rápida será la respuesta ante cambios de los competidores. Sin embargo, también es cierto que empresas con estrategias de mercado asimétricas pueden ser rivales en los mercados de recursos, ya que generalmente utilizan recursos similares que combinan de diferente forma de cara a las posibilidades estratégicas del mercado.

Según lo anterior, aunque la gestión estratégica de las empresas se enfoca más hacia la configuración interna de los recursos para lograr cierta ventaja competitiva, las decisiones estratégicas también implican inversiones en aspectos que resultan más fáciles de identificar por parte del resto de empresas, como la diferenciación de productos, los canales de distribución, los clientes objetivo, etc. (Masca-renhas y Aaker, 1989).

Por este motivo, en la literatura cabe observar un intento por aglutinar tanto las aportaciones de la Organización Industrial y como las de la Teoría de Recursos y Capacidades. Desde esta perspectiva integral se entiende que lo relevante es la estrategia de negocio, conformada por dos conjuntos de variables que pueden otorgar ventaja competitiva: el compromiso de recursos y el alcance de los negocios. El primer grupo se refiere al conjunto de variables de las empresas vinculado al despliegue de recursos financieros, materiales, humanos, etc., considerados necesarios para desarrollar sus actividades productivas y cumplir sus objetivos. El alcance de los negocios se relaciona con los segmentos de mercado a los que se dirige cada empresa, los tipos de productos o servicios ofrecidos y el alcance geográfico de su estrategia.

La combinación peculiar de los recursos comprometidos y el alcance de los negocios confecciona la estrategia competitiva de cada empresa, por lo que aquellas que compitiendo en la misma industria realizan combinaciones similares, conforman un Grupo Estratégico (Cool y Schendel, 1987). Diversos trabajos empíricos se han desarrollado al amparo de este razonamiento; así, Lewis y Thomas (1990) en los supermercados de Reino Unido, Fiegenbaun y Thomas (1990) en el sector asegurador norteamericano, Prior y Surroca (2006) en la industria bancaria española, Claver-Cortés, Molina-Azorín y Pereira-Moliner (2006) en el sector hotelero alicantino, son algunos ejemplos relevantes que se basan en ambas dimensiones, de alcance y de recursos, para identificar Grupos Estratégicos.

Como se ha explicado, las ideas fundamentales sobre los Grupos Estratégicos se han desarrollado progresivamente a lo largo de las últimas décadas, partiendo desde unas bases más simplistas, que recalaban únicamente en el entorno industrial donde se ubican los Grupos Estratégicos, hasta evolucionar hacia aspectos pertenecientes al funcionamiento intrínseco de cada empresa, como son sus propios recursos y capacidades.

Sin embargo, lo expuesto hasta el momento no aporta una visión “humanizada” de los Grupos Estratégicos, no explica cómo se modifica la estructura industrial ni de qué modo las empresas influyen en la misma a partir de las decisiones o elecciones estratégicas que realizan los gestores empresariales. Estos cambios sí que se intentan explicar a partir de la Psicología Cognitiva-Conductual aplicada al estudio de los Grupos Estratégicos.

### 2.3.3. EL ENFOQUE COGNITIVO

Una de las críticas que se realiza tanto al enfoque del posicionamiento externo marcado por el paradigma Estructura-Conducta-Resultados como a la perspectiva interna que aporta la Teoría de Recursos y Capacidades, es la falta de explicaciones sobre cómo las industrias llegan a su estado actual, cómo las empresas seleccionan caminos estratégicos similares o cómo el comportamiento de cada empresa afecta a la estructura industrial (Panagiotou, 2005; Huang, 2009).

En el marco de la gestión estratégica y bajo la influencia de la Psicología Cognitiva-Conductual, se desarrolla la idea de los Grupos Estratégicos como estructuras mentales. Huff (1982) argumentó que la investigación sobre las percepciones cognitivas puede mejorar la comprensión de los Grupos Estratégicos, su identificación y su evolución temporal. Los gestores empresariales son las fuerzas motoras que movilizan la creación y los cambios de las características concretas de las industrias, los comportamientos de las empresas y sus resultados (Costa y Teare, 2000). Thang y Thomas (1992) señalan que los gestores empresariales tienden a agrupar a sus competidores realizando una taxonomía cognitiva en base a aquellas empresas que comparten las mismas impresiones sobre las necesidades de recursos estratégicos.

Debido a lo anterior, autores como Reger y Huff (1993), Thomas y Carroll (1994), Peteraf y Shanley (1997), Osborne, Stubbart y Ramaprasad (2001) o Panagiotou (2006), abordaron el análisis de los Grupos Estratégicos desde una perspectiva no estrictamente económica, considerando como punto de partida los esquemas mentales de los gestores, que toman decisiones estratégicas sobre los negocios y los recursos de cada empresa. Desde la perspectiva cognitiva, un Grupo Estratégico está constituido por un "conjunto de empresas cuyos directivos comparten las mismas creencias, dadas sus necesidades psicológicas de simplificación, elaboración e interacción, y por la permanente incapacidad de percibir con claridad la realidad económica de los mercados" (Garcés-Cano y Duque-Oliva, 2007: 106).

Conviene destacar que los Grupos Estratégicos identificados desde esta perspectiva se denominan "grupos cognitivos". Precisamente, cabe señalar el trabajo de Porac, Thomas y Bandenfuller (1989) como uno de los primeros donde se articuló el concepto en un estudio sobre la industria escocesa de prendas de punto, observando que existían oligopolios cognitivos compuestos por empresas cuyos gestores compartían modelos mentales y, en consecuencia, realizaban elecciones estratégicas similares. En este sentido, los líderes industriales de esos oligopolios coinciden en sus esquemas sobre sus competidores y existe un acuerdo implícito entre ellos sobre su proceso competitivo. Por tanto, cabe esperar que la percepción que las empresas tienen acerca de sí mismas y sobre sus competidores tenga consecuencias sobre las acciones de carácter estratégico (Porac y Rosa, 1996).

Posteriormente, Reger y Huff (1993) también se sumaron a esta perspectiva, considerando que los gestores perciben similitudes entre las empresas de una industria, lo que les permite crear estructuras intra-industriales, en lugar de ver a cada empresa como un ente único o a la industria como un todo. Además, estas percepciones sobre las estrategias son compartidas por varios gestores, es decir, existen similitudes en los esquemas mentales que constituyen los primeros mecanismos que tienen los individuos para organizar e interpretar de manera simplificada la realidad de la industria en la que operan. De esta forma, puede afirmarse que si los gestores comparten información similar sobre a la industria en la que se sitúan sus empresas, los mapas cognitivos que representan la situación competitiva de una industria deberían ser, en principio, similares (Tang y Thomas, 1992). En consecuencia, cabe esperar que estos mapas mentales condicionen las actuaciones y el comportamiento de las empresas, lo que implica que las percepciones de los gestores contribuyen a configurar la estructura económica de una industria y por tanto, los grupos que existen dentro de la misma.

Las empresas de una industria comparten el entorno de actuación, los productos, los proveedores, los clientes, los competidores, etc. Como resultado de lo anterior, los gestores tienen esquemas mentales sobre las agrupaciones que les sirven para entender las relaciones competitivas que se establecen en una determinada industria y los comportamientos estratégicos de sus participantes (Porac y Thomas, 1990). Por tanto, cabe esperar que las concepciones que tengan los gestores sobre sí mismos y sobre el resto de empresas influyan en la reformulación de sus propias estrategias, además de en la estructura de la industria. Entonces, la adopción de ideas similares puede conllevar la ejecución de comportamientos semejantes, a pesar de los esfuerzos de diferenciación de algunas empresas (Panagiotou, 2005). Por estas causas las estrategias empresariales pueden considerarse como la interrelación entre los esquemas mentales de los gestores y la conducta empresarial (Bogner, Mahoney y Thomas, 1998).

Sin embargo, la obtención de información sobre los esquemas mentales no es una tarea sencilla, ya que es preciso conocer los pensamientos de los gestores acerca de los objetivos estratégicos, las expectativas sobre resultados futuros o el rendimiento actual de sus empresas (Fiegenbaum, Hart y Schendel, 1996). Para ello generalmente se realizan entrevistas personales y se consultan memorias empresariales que no siempre captan esta información en su totalidad, ya que existe la posibilidad de que ésta se encuentre sesgada.

A este respecto, una de las diferencias que suele existir entre este enfoque y los planteamientos expuestos en las secciones anteriores estriba en las fuentes de obtención de datos; las perspectivas de carácter económico sobre Grupos Estratégicos utilizan documentos de carácter económico-financiero, mientras que bajo el enfoque cognitivo generalmente se capta la información de fuentes primarias para

conocer de primera mano el pensamiento de los gestores empresariales. Esta peculiaridad puede plantear dudas acerca de la similitud entre los grupos obtenidos a partir de ambas perspectivas.

La circunstancia anterior produjo que Thomas y Carrol (1994) comparasen la correspondencia de agrupaciones estratégicas identificadas, por un lado, desde la Teoría de Recursos y Capacidades, y por el otro, a partir de las percepciones de los gestores, concluyendo que en industrias maduras existe un alto grado de semejanza entre ambas opciones. También Nath y Gruca (1994, 1997) concluyeron que existe convergencia entre ambos enfoques, cognitivo y económico, siempre y cuando se trate de industrias competitivas maduras y delimitadas geográficamente.

Por consiguiente, según este razonamiento, las empresas con un desarrollo similar de recursos comparten visiones semejantes sobre su posicionamiento y sus competidores en la industria. Asimismo, más recientemente, Osborne, Stubbart y Ramaprasad (2001) encontraron conexión entre los Grupos Estratégicos obtenidos en el estudio de Cool y Schendel (1987) y los grupos cognitivos derivados de su investigación en el sector farmacéutico estadounidense, mientras que González-Moreno y Sáez-Martínez (2008) corroboraron la relación significativa que existe entre las agrupaciones obtenidas a partir de ambas perspectivas en el sector de la construcción de una localidad española.

A tenor de lo expuesto, los Grupos Estratégicos pueden representar tanto similitudes en los recursos acumulados y las capacidades desarrolladas como modelos cognitivos semejantes, ya que son el resultado de interacciones dinámicas entre recursos y esquemas mentales (Bogner y Thomas, 1996). Cuando una combinación de recursos de una empresa es exitosa por los resultados que proporciona, las empresas del entorno con capacidad para ello intentan aprender y competir imitando esa combinación (Fiegenbaum, 1987).

Sin embargo, debido a la complejidad del entorno, los gestores no realizan una taxonomía detallada de cada empresa, sino que suelen fijarse en las dimensiones estratégicas que consideran clave (Porac, 1995). En consecuencia, los esquemas mentales de los gestores se construyen en base a las percepciones sobre sus competidores directos y a las dimensiones estratégicas con las que compiten, por lo que éstas conforman el eje central sobre el que giran las decisiones de carácter estratégico tomadas por los gestores.

En cualquier caso, todos fundamentos teóricos expuestos favorecen que los resultados obtenidos en las investigaciones empíricas se justifiquen desde diferentes perspectivas. Este también puede ser el motivo de que también exista una ausencia de acuerdo en determinadas cuestiones relativas al ámbito de estudio, las cuales se analizan en la siguiente sección.

## **2.4. ANÁLISIS DE LAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN ABIERTAS SOBRE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

La revisión de la literatura especializada sobre Grupos Estratégicos realizada en la sección previa ha permitido introducir los temas que gozan de mayor análisis por parte de los investigadores, así como las oportunidades de estudio los con mayor relevancia en la materia y nichos de trabajo en los que se enfocará el interés exploratorio de nuestro estudio. Estas cuestiones se refieren, entre otras, a la existencia real de Grupos Estratégicos, su conexión con los resultados empresariales, la rivalidad de los Grupos Estratégicos o la posibilidad de solapamiento entre los mismos. Por ello, en las siguientes secciones se exponen todas estas cuestiones.

### **2.4.1. EXISTENCIA REAL DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

Tras al auge de las primeras investigaciones empíricas sobre Grupos Estratégicos, autores como McGee y Thomas (1986), Hatten y Hatten (1987), Thomas y Venkatraman (1988) o Barney y Hoskisson (1990) comenzaron a plantear ciertas cuestiones en torno a los mismos, dudando incluso de su existencia real. Como se ha expuesto previamente, no impera una única visión dominante acerca de los Grupos Estratégicos, lo que también ha dado lugar a definiciones divergentes en relación el concepto. La falta de consenso es uno de los primeros motivos que genera recelo sobre la existencia de los Grupos Estratégicos.

Como consecuencia de lo anterior, algunos de los anteriores investigadores critican la inexistencia de una explicación teórica clara sobre el surgimiento y la evolución de los Grupos Estratégicos. La ausencia de unanimidad implica que exista divergencia en la implantación de un patrón de características común para identificar los Grupos Estratégicos (Thomas y Venkatraman, 1988), lo que se refleja en la diversidad de variables utilizadas en las investigaciones empíricas.

En principio, los Grupos Estratégicos se identificaban a través de una única variable, como el tamaño empresarial (Porter, 1979) o los gastos en publicidad (Oster, 1982), evolucionando hacia la multidimensionalidad que permite reflejar tanto aspectos internos como externos de las empresas (Halaj y Zochowski, 2009). Además, incluso dentro de esta última perspectiva, que se perfila como la más completa, no existe una tendencia única sobre las variables representativas de las opciones estratégicas, por lo que cabe pensar que su selección debería estar relacionada con las características propias de cada industria (McGee y Thomas, 1986).

Sin embargo, analizando las críticas anteriores desde una óptica opuesta, aspectos como la heterogeneidad de las empresas al posicionar sus productos en el mercado, la posesión de recursos exclusivos, el desarrollo de capacidades inimi-



tables o la creación de barreras de movilidad constituyen razones suficientes para justificar la existencia de los Grupos Estratégicos (Mehra y Floyd, 1998). Además, el apoyo de diversas teorías económicas otorga complementariedad al concepto y desde la perspectiva cognitiva la comunión de los mapas mentales de los gestores empresariales sustenta su presencia real en las industrias.

Los Grupos Estratégicos pueden formarse en torno a una identidad de grupo compartida, ya que entre las empresas existen entendimientos mutuos sobre una estructura intra-industrial que refleja las características relevantes (Peteraf y Shanley, 1997). Por su parte, Tang y Thomas (1992) afirmaron que los Grupos Estratégicos son constructos reales, ya que se sustentan tanto en las taxonomías mentales que realizan los gestores empresariales como en la adaptación de los principios de la competencia espacial (Hotelling, 1929) al ámbito de las dimensiones estratégicas de las empresas.

La competencia espacial supone que dado un mercado caracterizado por un espacio de productos, si una empresa se localiza inicialmente en un punto cualquiera diferente al centro, ese mercado se divide en segmentos, de manera que una nueva empresa puede aumentar su cuota de mercado si se localiza próxima a la primera pero orientada hacia un segmento de mercado más amplio. La primera empresa puede imitar a la segunda siempre que los costes de localización<sup>1</sup> no sean excesivos, ubicándose aún más cerca de esta última y así continuamente hasta que ambas se sitúen en el centro del mercado. En este sentido, puede concluirse que existe una alta tendencia a que las empresas se localicen próximas entre sí, creando pequeñas agrupaciones locales. Extrapolando este principio de diferenciación mínima a los Grupos Estratégicos, puede afirmarse que las empresas tienden a tomar decisiones similares sobre las dimensiones estratégicas siempre que la especificidad y los costes de cambio asociados a las mismas no sean excesivos.

Otra circunstancia que cuestiona la existencia de Grupos Estratégicos se relaciona con las metodologías utilizadas para su identificación. Por un lado, algunas investigaciones empíricas adoptan un enfoque deductivo, estableciendo a priori, en base a las teorías existentes, las características de los Grupos Estratégicos para posteriormente aplicar técnicas de análisis de datos que confirmen sus presunciones. Por otro lado, el resto de autores realizan investigaciones inductivas con el obje-

---

<sup>1</sup> En la competencia espacial se asume que: i) se compite en un mercado de productos lineal; ii) la densidad de consumidores es uniforme en todo el mercado; iii) la elasticidad-precio de la función de demanda es nula en todos sus puntos; iv) los costes de relocalización son nulos. Este último principio es reformulado por Tang y Thomas (1992), considerando que los costes de relocalización (costes de cambio en el caso de las dimensiones estratégicas) deben ser relativamente modestos para que se produzcan los movimientos empresariales, ya que si son excesivos las empresas tenderán a diferenciarse lo máximo posible, mientras que si son nulos todas se centralizarán, impidiendo en ambas situaciones la identificación de Grupos Estratégicos.

tivo de identificar los Grupos Estratégicos a partir de los datos disponibles sobre las industrias. En ambos casos los críticos señalan que los Grupos Estratégicos podrían considerarse una conveniencia metodológica derivada de la aplicación de las técnicas de análisis clúster tradicionalmente utilizadas, en lugar de un concepto real. Habitualmente se han usado metodologías de agrupamiento por lo que, lógicamente, tras su aplicación las empresas siempre quedarán asignadas a diferentes grupos.

A pesar de lo expuesto, se han realizado varios estudios para verificar su existencia real. Nath y Gruca (1997) analizaron los hospitales de un área metropolitana norteamericana para determinar la convergencia entre tres métodos diferentes de identificación de Grupos Estratégicos; análisis clúster aplicado a datos de archivo, análisis clúster de los datos proporcionados por gerentes hospitalarios y, por último, opiniones de los gerentes sobre sus competidores directos. Sus resultados muestran un alto nivel de convergencia entre las tres metodologías, lo que valida la existencia de los Grupos Estratégicos, encontrando a tal efecto un soporte empírico significativo. A esta afirmación se unieron otros, como Nath y Sudharsan (1994), Wiggins y Ruefli (1995), Fiegenbaum y Thomas (1995) o Dranove, Peteraf y Shanley (1998).

Más recientemente, Osborne, Stubbart y Ramaprasad (2001) obtuvieron prácticamente los mismos Grupos Estratégicos a partir de las opiniones de los accionistas de diferentes empresas farmacéuticas estadounidenses, que los identificados por Cool y Schendel (1987) en base a variables económico-financieras del mismo sector y para el mismo periodo de tiempo.

Los argumentos aportados por las diferentes perspectivas teóricas, así como las conclusiones obtenidas en múltiples investigaciones empíricas y la extensa literatura que versa sobre la materia, apoyan la existencia de los Grupos Estratégicos como constructos significativos y reales, además del interés justificado para analizar diferentes sectores industriales. Así mismo, su existencia también se ha intentado argumentar a través de la influencia que ejercen sobre los resultados empresariales (Cool y Dierickx, 1993), aspecto que se analiza en las siguientes secciones.

#### **2.4.2. EFECTO DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS SOBRE LOS RESULTADOS ECONÓMICO-FINANCIEROS DE LAS EMPRESAS**

El principal objetivo de muchos de los trabajos que analizan los Grupos Estratégicos consiste en investigar la influencia de los mismos sobre los resultados económico-financieros que obtienen las empresas (Fiegenbaum, McGee y Thomas, 1988; Mehra, 1996). La vinculación que puede darse entre los Grupos Estratégicos y los diferentes resultados empresariales siempre ha estado presente en la literatura (Rumelt, Schendel y Teece, 1994). De hecho, los primeros estudios relacionados con

el tema intentaban buscar las causas de las diferencias sistemáticas en los resultados de las empresas, de ahí el paradigma Estructura-Conducta-Desempeño.

La circunstancia anterior refleja el gran interés que suscita entre los investigadores la identificación de los factores que influyen en la determinación de los resultados financieros de cada empresa (Nair y Kotha, 2001), aunque también es una de las principales fuentes de discordia en el estudio del desempeño empresarial. Como se ha explicado previamente, la Teoría de Recursos y Capacidades considera la heterogeneidad de las empresas, entes únicos e inimitables, como la causa de estas divergencias, mientras que la Organización Industrial apunta a las características de la industria como fuente de desemejanzas.

La literatura empírica suele identificar las particularidades de las empresas como los valores con mayor poder explicativo de las diferencias en su desempeño (González-Fidalgo y Ventura-Victoria, 2002) aunque Hackethal (2001), al contrario, demostró en su trabajo sobre la industria bancaria europea que las variables de mercado ayudan a explicar en mayor medida las diferencias en rentabilidad que obtienen las empresas pertenecientes a distintos Grupos Estratégicos.

La búsqueda de las fuentes que explicasen la diversidad de resultados empresariales dentro de una industria fue uno de los primeros objetivos que motivaron trabajos empíricos que reconocían la existencia de Grupos Estratégicos (Hunt, 1972; Caves y Porter, 1977; Hatten y Schendel, 1977; McGee y Thomas, 1986). Desde un primer momento, se admitió que parte de la variabilidad del desempeño empresarial podría explicarse por la vinculación a un determinado Grupo Estratégico (Lewis y Thomas, 1990; Powell, 1996), ya que la comunión de recursos que une a todas las empresas que lo integran y caracteriza su fórmula estratégica garantizaría la homogeneidad de los resultados del grupo (Wernerfelt, 1984). En principio, la media de resultados obtenidos por las empresas situadas en los mejores grupos será mayor que para aquellas posicionadas en otros menos relevantes. Sin embargo, para que esta situación se mantenga en el tiempo deben existir barreras de movilidad que impidan los movimientos entre los grupos (Caves y Porter, 1977).

A pesar de que el concepto de barreras de movilidad se inicia dentro del campo de la Organización Industrial, que considera la estructura de la industria como principal fuente del desempeño de las empresas (González-Fidalgo y Ventura-Victoria, 2002), los recursos de éstas deben ser heterogéneos e inimitables para que las barreras de movilidad logren explicar las diferencias en el desempeño empresarial. De hecho, Porter (1979) ya señaló que las barreras de movilidad influyen en los resultados potenciales de las empresas de un Grupo Estratégico pero los resultados reales dependen de los factores propios de cada empresa.

Si las empresas de un Grupo Estratégico reconocen su interdependencia y son capaces de actuar de manera coordinada, sin excesiva competencia, sus re-

sultados aumentan en comparación con el resto (Nair y Kotha, 2001), por lo que tienden a desarrollar barreras de movilidad, en base a ciertos factores estratégicos tangibles e intangibles o esquemas mentales, que les aíslan del resto de empresas de la industria (Fiegenbaum y Thomas, 1990; Hodgkinson, 1997). Como resultado, entre los miembros del grupo se crea un ambiente competitivo favorable, esto es, entre ellos se genera una colusión que les permite obtener ventajas con similares (McNamara, Deephouse y Luce, 2003). Esta alianza implica que las empresas logran resultados semejantes, siendo la diferencia dentro del grupo de escasa relevancia.

La circunstancia anterior refuerza las barreras de movilidad, que impiden que otras empresas pertenecientes a grupos con peor desempeño puedan adherirse a aquellos con mejores resultados, debido a la diferencia en las variables estratégicas de cada grupo (Nath y Gruca, 1997). Por tanto, los grupos que obtienen mejores resultados desarrollan barreras de movilidad más altas que les separan de aquellos con menor rentabilidad (Halaj y Zochowki, 2009). Las empresas pertenecientes a estos últimos son más reticentes a desplazarse hacia los primeros por las barreras de movilidad, ya que necesitan realizar inversiones elevadas para superarlas y desarrollar nuevas capacidades que les aseguren su permanencia, lo que entraña un riesgo mayor que las oportunidades percibidas en un principio. Como consecuencia, las empresas situadas en los Grupos Estratégicos con mejor potencial de resultados continuarán obteniendo mayor rentabilidad (Short et al., 2007).

En la literatura empírica también existe una amplia evidencia sobre la influencia que la pertenencia a un determinado Grupo Estratégico ejerce en los resultados empresariales. Por ejemplo, Ketchen et al. (1997) realizaron un meta-análisis sobre 32 investigaciones empíricas, concluyendo que el 8% de la varianza en los resultados empresariales puede atribuirse a la vinculación con un Grupo Estratégico. Nair y Kotha (2001) en su estudio sobre el sector metalúrgico japonés determinaron que, además de los efectos ejercidos por el entorno y por la propia empresa, la pertenencia a un grupo también influye en los resultados empresariales. Reger y Huff (1993) y Leask y Parker (2007) también comprobaron la influencia que ejercían los Grupos Estratégicos sobre el desempeño empresarial en la industria bancaria y en la farmacéutica, respectivamente. Asimismo, Ferguson, Deephouse y Ferguson (2000) concluyeron que la reputación superior que poseen ciertos Grupos Estratégicos permite a las empresas que los conforman obtener mejores resultados.

A pesar del consenso expuesto, no existe unanimidad total al respecto, ya que como Thomas y Venkatraman (1988) y Barney y Hoskisson (1990) afirmaron, puede que las divergencias en los resultados obtenidos por las empresas de diferentes Grupos Estratégicos no sean relevantes. De hecho, autores como Cool y Schendel (1987), McGee y Thomas (1992) o Wiggins y Ruefli (1995) no encontraron diferencias significativas en los resultados de las empresas que puedan explicarse a través de la pertenencia a una agrupación estratégica.

En este sentido, Nath y Kotha (2001) reconocieron la influencia del efecto grupo sobre los resultados, si bien comprobaron que las diferencias en el desempeño empresarial se explican en mayor medida por los atributos idiosincráticos de cada empresa. Una posible causa se encuentra en la Teoría de Recursos y Capacidades, que considera que éstos son los principales determinantes de los resultados empresariales, por lo que existen diferencias importantes en el desempeño intra-grupal. Las empresas de un mismo grupo son los rivales más fuertes y tratan de diferenciarse explotando al máximo sus recursos, desarrollando habilidades y capacidades de forma particular para evitar imitaciones por parte del resto de miembros del grupo, lo que conduce a resultados diferentes para cada empresa (Cool y Schendel, 1988). Los recursos que posee cada empresa están vinculados a su desempeño, incluso en la mayoría de las investigaciones la ventaja competitiva que se asocia a la posesión de ciertos recursos estratégicos y al desarrollo de determinadas capacidades es sinónimo de un mejor desempeño empresarial (Crook et al., 2008).

En base al argumento anterior, algunos investigadores han analizado los resultados obtenidos por empresas de un mismo Grupo Estratégico. McNamara, Deephouse y Luce (2003), en su estudio de la banca comercial de Minneapolis, concluyeron que las diferencias en el desempeño son incluso mayores entre las empresas de un mismo Grupo Estratégico que entre aquellas vinculadas a diferentes agrupaciones. Claver-Cortés, Molina-Azorin y Pereira-Moliner (2006) también obtuvieron desigualdades significativas en el desempeño económico de los hoteles de un mismo grupo, dentro del análisis del sector hotelero alicantino.

Sin embargo, recientemente Short et al. (2007) analizaron un conjunto de más de mil empresas y obtuvieron que los resultados económico-financieros de una empresa carecen de sentido si no se consideran simultáneamente los tres niveles de influencia: las variables propias de cada empresa, las características del contexto industrial y el efecto del Grupo Estratégico. También cabe destacar la conclusión obtenida por Athanassapoulos (2003) que utilizó el Análisis Envolvente de Datos para medir la eficiencia e identificar Grupos Estratégicos, concluyendo que las diferencias en el desempeño de las empresas son significativas tanto entre los diferentes grupos como dentro de cada uno; las empresas de diferentes Grupos Estratégicos obtienen resultados divergentes debido a la estructura de la industria y las empresas de un mismo grupo también tienen un desempeño diferenciado a causa de los recursos y procesos propios de cada una de ellas.

La relaciones de rivalidad que se establecen entre diferentes Grupos Estratégicos y entre las empresas de un mismo grupo, condicionan el comportamiento de las mismas, lo que, como es sabido, ejerce una gran influencia en los resultados económico-financieros que obtienen. Por este motivo, en la siguiente sección se analiza la influencia de los Grupos Estratégicos sobre la rivalidad empresarial.

### **2.4.3. RIVALIDAD DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

Se considera que dos empresas son rivales cuando una de ellas contempla las características y acciones que realiza la otra en el momento de tomar sus propias decisiones para obtener una ventaja competitiva sobre la otra (Porac *et al.* 1995). La rivalidad es el comportamiento de una empresa, como ente individual, hacia otras empresas que operan en un mismo mercado o en una misma industria, con el objetivo de buscar superioridad frente al resto (Boari, Odorici y Zamarian, 2003). En el contexto de los Grupos Estratégicos existen dos tópicos principales que gozan de mayor atención en lo que a rivalidad se refiere: el primero hace alusión al efecto que tiene la similitud de las empresas sobre la rivalidad y el segundo analiza cómo los Grupos Estratégicos facilitan la identificación de rivales.

Aunque diversos investigadores han comprobado la influencia de los Grupos Estratégicos sobre la rivalidad (McNamara, Deephouse y Luce, 2003; Nair y Filer, 2003; Mas-Ruiz, Nicolau-Gonzálbez y Ruiz-Moreno, 2005), en la literatura surgen posiciones contrarias acerca de su intensidad entre las empresas de diferentes Grupos Estratégicos y entre las de un mismo grupo, esto es, cuál de ambas, intra o intergrupar, tiene más relevancia. Algunos autores afirman que la rivalidad entre empresas de diferentes grupos es mayor que entre las de un mismo grupo (Porter, 1980; Porac *et al.*, 1995). La explicación a esta afirmación tiene su base en argumentos expuestos previamente; la semejanza mejora la cooperación entre las empresas de un mismo grupo, ya que reconocen la interdependencia mutua, por lo que desarrollan un comportamiento de colusión que les aísla del resto mediante la inversión en barreras de movilidad. Entonces, las empresas de un mismo Grupo Estratégico, con su actitud cooperativa, evitan la rivalidad entre ellas, siendo ésta más severa con el resto de empresas de la industria (Caves y Porter, 1977; Peteraf, 1993a). En este sentido, la rivalidad entre los Grupos Estratégicos de una industria es más intensa cuando existe desequilibrio en su poder de mercado (Leask y Parker, 2007).

Por otro lado, tal como se ha explicado previamente, las empresas de un Grupo Estratégico poseen recursos similares por lo que tienden a actuar y reaccionar ante perturbaciones del entorno de forma análoga. Por este motivo las empresas pueden predecir los movimientos de sus compañeras de grupo y reconocer su dependencia mutua. La similitud de recursos también implica en muchas ocasiones que las empresas comparten proveedores y clientes, lo que mejora la comunicación y cooperación entre los agentes industriales (Peteraf, 1993a). En sentido opuesto, la heterogeneidad de recursos y estilos estratégicos que existe entre empresas de diferentes grupos dificulta la predicción y coordinación de acciones, haciendo que la rivalidad sea más fuerte entre empresas de distintos grupos que entre aquellas que se sitúan en el mismo grupo (Smith, Grimm y Wally, 1997).

Sin embargo, desde la perspectiva de la Teoría de Recursos y Capacidades, otros autores dudan sobre la atenuación de la rivalidad entre los miembros de un mismo Grupo Estratégico, ya que consideran que la semejanza de éstos la intensifica (Barney, 1991; Peteraf, 1993b). Si las barreras de movilidad protegen fuertemente a un Grupo Estratégico, sus miembros deberían prestar más atención a las empresas del grupo que a las externas (Cool y Dierickx, 1993). Las barreras de movilidad generan el efecto opuesto al anterior; la similitud de variables de las empresas de un mismo grupo facilita que sus respuestas ante acciones de otro miembro sean más rápidas y acertadas, por lo que compiten con más fuerza para ganar las posiciones que sus compañeros estratégicos ocupan (Hatten y Hatten, 1987; Cool y Dierickx, 1993; Halaj y Zochowki, 2009). Las empresas tienden a fijarse más en las acciones y en las posiciones competitivas de aquellas que pertenecen a su mismo grupo (Fiegenbaum y Thomas, 1995), ya que éstas poseen una mayor capacidad para influir negativamente en sus estrategias (Fuentelsaz y Gómez, 2007), por lo que intentarán desarrollar mecanismos que eviten la imitación por parte de sus compañeros de grupo (McNamara, Deephouse y Luce, 2003).

Desde la perspectiva cognitiva, Porac y Thomas (1990) también consideran que las empresas de un mismo grupo son rivales más fuertes que el resto; los mapas mentales de los gestores propician que surjan fuentes de rivalidad similares, ya que convergen entre sí, favoreciendo que las empresas de un mismo grupo tengan más propensión a desarrollar estrategias de imitación que de diferenciación, lo que intensifica la rivalidad entre estas empresas (Panagiotou, 2005). Además, el argumento de interdependencia entre las empresas de un Grupo Estratégico se sostiene con dificultad cuando éstas tienen un tamaño similar (Porac et al., 1995), son demasiado numerosas (Barney y Hoskisson, 1990) y existe una falta de liderazgo entre sus miembros (Scherer y Ross, 1990).

En cuanto a la identificación de los rivales de una empresa, como se acaba de explicar, la posibilidad de que los miembros de un Grupo Estratégico respondan de forma similar ante cambios y reaccionen con rapidez o incluso se anticipen a las acciones del resto de miembros, implica que el Grupo Estratégico actúa como referente en la identificación de los rivales próximos de una determinada empresa. Fiegenbaum, Hart y Schendel (1996) desarrollaron la Teoría del Punto de Referencia Estratégico que explica la importancia de la similitud empresarial en la identificación de rivales. En este sentido, los autores argumentan que debido a las barreras de movilidad existentes entre los Grupos Estratégicos, las empresas que se postulan como referentes naturales son aquellas que poseen características estratégicas similares, ya que comparten recursos y están sometidas a condiciones semejantes. Por este motivo, esta teoría considera que las empresas, en la planificación de sus estrategias y en la ejecución de sus acciones, tienen en cuenta a los miembros de sus propios Grupos Estratégicos como puntos de referencia.

Sin embargo, la identificación de rivales dentro de un Grupo Estratégico depende del perfil que la empresa tenga en el grupo. Las empresas que constituyen el núcleo de un grupo se identifican de forma más nítida con las características estratégicas centrales del grupo, esto es, pueden considerarse representantes del mismo (Ketchen, Thomas y Snow, 1993), mientras que las empresas secundarias aplican la estrategia con menor intensidad. Por este motivo cabe esperar que el resto de empresas considere a las primeras como rivales más fuertes que las empresas secundarias (Porac et al., 1995). Las empresas núcleo actúan como prototipos de las estrategias características de cada grupo y son las que sirven de ejemplo central de cada categoría en los mapas mentales de los gestores. En este sentido, González y Sáez (2008) corroboraron empíricamente en la industria constructora de una localidad española que cuanto más se aproxime una empresa a las características centrales de la estrategia de un grupo, más posibilidades existen de que el resto de empresas del grupo y de la industria la consideren una rival.

Con independencia de lo expuesto, también cabe mencionar que la rivalidad ejerce un papel destacado en la influencia de los Grupos Estratégicos sobre los resultados empresariales; Cool y Dierickx (1993) concluyeron en su análisis empírico de la industria farmacéutica estadounidense que la conexión entre los dos conceptos anteriores no es directa, sino que los Grupos Estratégicos determinan las condiciones de rivalidad y es ésta la que influye en el desempeño empresarial, por lo que la relación es indirecta. Baum (1996) también concluyó que los Grupos Estratégicos influyen en las condiciones competitivas que definen las relaciones de rivalidad y explican las diferencias en los resultados empresariales. Asimismo, Chen (1996) destacó que la rivalidad entre empresas afecta a los resultados empresariales en función de la presencia en los mismos mercados y de la similitud de recursos estratégicos, esto es, aspectos externos e internos de las empresas; cuanto mayor sea la diferencia de recursos y las empresas coincidan en un menor número de mercados, mayor será su rivalidad.

Los aspectos expuestos hasta el momento sobre los Grupos Estratégicos generalmente se han analizado suponiendo que éstos conforman agrupaciones totalmente diferenciadas y nítidas. Sin embargo, puede que existan solapamientos entre diferentes grupos o que las empresas que los conforman no compartan la misma intensidad en cuando a la identificación con la estrategia grupal. Por este motivo, en la siguiente sección se analiza esta cuestión.



#### 2.4.4. SOLAPAMIENTOS ENTRE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS

Tradicionalmente los Grupos Estratégicos se han entendido como conjuntos bien definidos y delimitados de empresas que comparten, con la misma intensidad, características comunes en torno a determinados factores estratégicos. Desde el surgimiento del concepto de Grupo Estratégico y durante muchos años se han identificado y diferenciando nítidamente las características de cada uno, situando a cada empresa en un único grupo y asumiendo la igualdad de ésta con el resto de empresas del grupo. Incluso, autores como Harrigan (1985) o Sueyoshi y Kiriara (1998) reconocieron posibles solapamientos pero implementaron soluciones para asignar cada empresa un único Grupo Estratégico.

Sin embargo, los resultados de algunos estudios introducen ciertas fisuras en la identificación de Grupos Estratégicos, ya que puede que éstos no sean totalmente independientes entre sí (DeSarbo y Grewal, 2008) o que las empresas que integran un determinado grupo no compartan características con la misma intensidad y no sean totalmente simétricas en todas las variables estratégicas clave (Reger y Huff, 1993; Ketchen, Thomas y Snow, 1993). Por tanto, algunas investigaciones han introducido modificaciones significativas en el ámbito de los Grupos Estratégicos, ya que pueden existir diferentes intensidades en cuanto a la identificación de una empresa con un grupo y los grupos pueden solaparse entre sí, de forma que una empresa se vincule con más de uno.

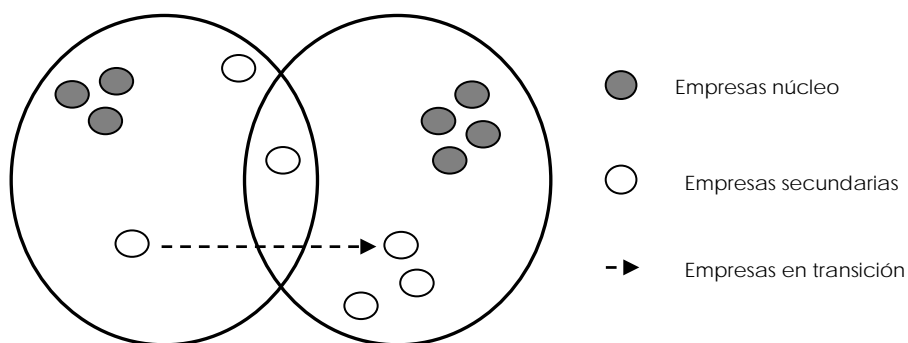
Siguiendo el hilo anterior, Reger y Huff (1993) realizaron una de las aportaciones más innovadoras y enriquecedoras con respecto al resto de investigaciones efectuadas hasta ese momento, ya que identificaron diferentes niveles de pertenencia a un grupo, flexibilizando de este modo el concepto de Grupo Estratégico. Como se ha señalado en secciones previas, las empresas de un grupo pueden ser o bien el núcleo del mismo, identificándose en mayor medida con las dimensiones estratégicas que lo definen, o bien secundarias, compartiendo la estrategia grupal con menor intensidad. Además, contemplaron la posibilidad de solapamientos entre grupos, lo que se adapta en mayor medida a la realidad de las industrias, ya que pueden existir empresas que compartan características con más de una tendencia estratégica.

Los resultados del estudio de Reger y Huff (1993) sugieren que un Grupo Estratégico debería explicarse como un conjunto de empresas núcleo, que definen la posición del grupo, y empresas secundarias, que son alineadas con las empresas núcleo en varios aspectos esenciales, a pesar de que estas últimas realizan algunas decisiones estratégicas únicas. En este sentido, la Figura 2.1 muestra las tres posibles categorías de empresas que los autores contemplan dentro de cada Grupo Estratégico:

- Empresas núcleo. Aquellas que están asociadas al grupo con mayor intensidad y definen los atributos relevantes de la estrategia que lo caracteriza.
- Empresas secundarias. Aquellas que perteneciendo a un Grupo Estratégico, implementan la estrategia con menos intensidad que las empresas que se consideran el núcleo del grupo.
- Empresas en tránsito. Aquellas que continuamente modifican su posición estratégica en relación a las dimensiones destacadas que caracterizan a las empresas de un Grupo Estratégico.

En relación a lo anterior, Peteraf y Shanley (1997), tomando como referencia el enfoque cognitivo, introdujeron el concepto de "intensidad de la identidad con el Grupo Estratégico", definido como el nivel con el que una empresa se identifica como miembro de un grupo. Si una empresa se identifica fuertemente con el grupo, puede ejercer mayor influencia que otra con un grado más débil. Esta intensidad depende del grado de participación social, ya que cuanto mayor sea el aprendizaje social, mayor será la identificación con el grupo. Así mismo, el entendimiento entre los miembros del grupo y su capacidad de asociación también incrementan la identificación grupal.

Además del grado de identidad grupal, la Teoría de Recursos y Capacidades también apoya el argumento anterior, ya que las características propias de cada empresa refuerzan la existencia de cierta asimetría dentro de cada Grupo Estratégico. Aunque existan similitudes entre las empresas, cada una puede concebirse como un ente individual con facultad de decisión que posee recursos y capacidades singulares, los cuales otorgan diferenciación al tiempo que implican variabilidad dentro de cada Grupo Estratégico (Nair y Kotha, 2001).



**Figura 2.1. Tipología de empresas según Reger y Huff (1993)**

Por su parte, Reger y Huff (1993) apoyaron la existencia de posibles solapamientos entre los Grupos Estratégicos debido a que algunas empresas mezclan las dimensiones estratégicas características de varios grupos simultáneamente. A pesar de que esta circunstancia empaña la idea de total independencia entre los Grupos Estratégicos, presenta grandes oportunidades de análisis, ya que permite construir mapas de empresas que reflejan con mayor exactitud la realidad de una industria. Los solapamientos entre Grupos Estratégicos y los diferentes niveles de identificación grupal coinciden con la idea introducida por Zadeh (1965) sobre la posible existencia de agrupaciones o categorías de carácter borroso, en los que los límites de un grupo no están totalmente definidos y diferenciados respecto a los de otros y sus miembros tienen diferentes niveles de asociación a cada grupo, por lo que algunos de ellos representan mejor que otros las características definitorias del grupo.

A este respecto, cabe destacar el trabajo sobre el sector hospitalario de una ciudad estadounidense llevado a cabo por Ketchen, Thomas y Snow (1993), que obtuvieron resultados que en cierto modo confirman las ideas citadas. Realizaron un estudio longitudinal en el que observaron que algunos hospitales se configuraban como periféricos o secundarios, ya que durante el periodo de estudio se movían entre diferentes Grupos Estratégicos. El desempeño de estos centros hospitalarios resultó ser peor en comparación con el resto, lo que les motivaba a desplazarse entre diferentes grupos buscando mejorar su rendimiento. En este sentido, los autores también consideraron como núcleos a los hospitales que se identificaron con el mismo grupo durante el periodo analizado. Precisamente, éstos fueron los que obtuvieron un desempeño más constante y elevado en comparación con el resto, lo que según los autores también confirmó su escasa motivación para modificar su estrategia y moverse hacia otros grupos.

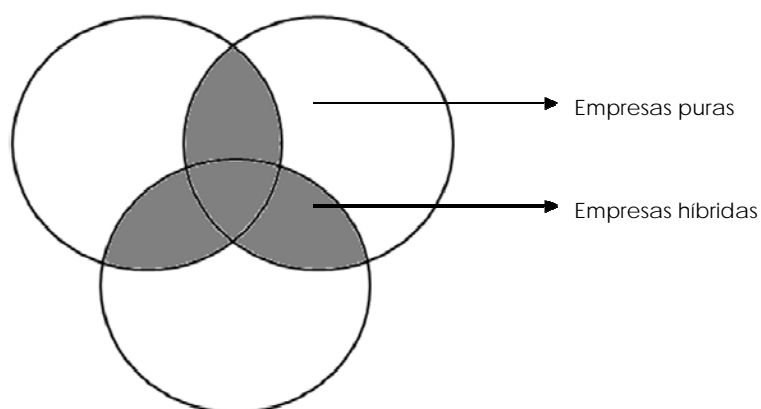
Day, Lewin y Li (1995) también reflejaron la existencia de Grupos Estratégicos solapados en la industria cervecera estadounidense. En un estudio longitudinal, utilizaron el Análisis Envoltante de Datos para identificar los diferentes Grupos Estratégicos, los líderes y los seguidores estratégicos. Los líderes, con un comportamiento más eficiente y por tanto mejor desempeño, se situaban en la frontera, mientras que los seguidores tomaban como referencia a los anteriores, conformando los diferentes Grupos Estratégicos. Los autores observaron que algunos seguidores mezclaban sus estrategias, ya que tomaban como referente a líderes de diferentes grupos, lo que condujo a los autores a confirmar la existencia de Grupos Estratégicos solapados.

Asimismo, McNamara, Deephouse y Luce (2003) basaron su estudio del sector bancario de una ciudad estadounidense en las consideraciones previas pero utilizaron las percepciones de los gestores bancarios para identificar los Grupos Estratégicos y las diferentes categorías de empresas que pueden existir dentro de cada uno. Para ello, utilizaron la frecuencia con las que los gestores asociaban los diferentes bancos de un mismo grupo para determinar cuáles se constituían como

núcleos del mismo, por tener un mayor número de vinculaciones, y cuáles resultaban ser periféricos o secundarios, por tener menos vinculaciones con el resto de miembros del grupo. Los autores también recuperaron el concepto de empresa solitaria (Fiegenbaum y Thomas, 1993) para denominar a aquellos bancos que los gestores no asociaban con ninguno de los Grupos Estratégicos identificados.

Siguiendo la estela de los trabajos anteriores, más recientemente DeSarbo y Grewal (2008) introdujeron el concepto de “Grupo Estratégico híbrido” para reflejar la existencia de empresas que, perteneciendo a un mismo grupo, siguen las estrategias con diferente intensidad o mezclan varios caminos estratégicos. Se trata de un “grupo compuesto por empresas que comparten fórmulas estratégicas de más de un Grupo Estratégico para obtener una posición estratégica única” (DeSarbo y Grewal, 2008; 294).

La Figura 2.2 muestra como las empresas de cada Grupo Estratégico pueden ser o bien puras, si se vinculan con la estrategia de un único grupo, o bien híbridas, si comparten fórmulas estratégicas de dos o más grupos. Estas últimas perciben un incremento de la competitividad ante estrategias similares, por lo que, para disminuir la rivalidad con el resto de empresas, optan por mezclar las estratégicas de varios grupos. Para ilustrar su propuesta analizaron el sector bancario de una región estadounidense utilizando un algoritmo de clúster multi-objetivo, en el que sólo el 10% de los bancos que formaban la muestra analizada se identificaron con la estrategia de un único grupo.



**Figura 2.2. Tipología de empresas según DeSarbo y Grewal (2008)**

Otra aportación a este respecto se encuentra en el trabajo de Tesis Doctoral de Budayan (2008) que se basó en las ideas aportadas en las investigaciones previas para analizar los Grupos Estratégicos del sector turco de la construcción. Para ello, utilizó mapas auto-organizativos y un algoritmo de clúster borroso, que le permitieron identificar los Grupos Estratégicos híbridos y los grados de pertenencia de las empresas a cada grupo, diferenciando, por tanto, las empresas que constituían los núcleos de cada grupo de aquellas periféricas. En concreto, identificó tres Grupos Estratégicos, en dos de los cuales existían empresas periféricas o secundarias. Además, concluyó que entre los grupos se producían dos solapamientos, por lo que había dos Grupos Estratégicos híbridos.

Un aspecto relevante en el ámbito de los Grupos Estratégicos se refiere a los métodos utilizadas en su identificación, ya que en cierta medida condicionan las características de los resultados obtenidos en las investigaciones empíricas, como por ejemplo, la posibilidad de reflejar solapamientos entre los grupos o diferentes categorías de empresas dentro de cada uno. Por esta razón, en la siguiente sección se analizan con detalle las metodologías más extendidas en el estudio de los Grupos Estratégicos.

## **2.5. ANÁLISIS DE LA METODOLOGÍA UTILIZADA EN LA INVESTIGACIÓN EMPÍRICA DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

La revisión de la literatura permite comprobar que en las técnicas utilizadas en las investigaciones empíricas sobre los Grupos Estratégicos son varias. Autores como Thomas y Venkatraman (1988), Day, Lewin y Li (1995), Zúñiga-Vicente, de la Fuente-Sabaté y Suárez-González (2004) en su revisión sobre el estado del arte, recogen las metodologías aplicadas en este ámbito, señalando que las más utilizadas son la inspección, la regresión estadística y el análisis clúster.

Ahora bien, la técnica que se utiliza con mayor frecuencia en la identificación de los Grupos Estratégicos es, sin lugar a duda, el análisis clúster y así lo consideran Barney y Hoskison (1990), Wiggins y Ruefly (1995), González-Fidalgo y Ventura-Victoria (2002), McNamara, Deephouse y Luce (2003), Ketchen, Snow y Hoover (2004), Prior y Surroca (2005), Leask y Parker (2007), DeSarbo y Grewal (2008) o Martínez-Torre y Toral-Marín (2009). En este sentido, observando la Tabla 2.1, elaborada a partir de la revisión de diversos trabajos que forman parte de la literatura más relevante y citada de la temática en cuestión, puede concluirse que la metodología más extendida es el análisis clúster.

Como se ha expuesto, en los primeros trabajos sobre Grupos Estratégicos, éstos se definían en torno a un número muy reducido de variables, incluso una o dos a lo sumo, como el tamaño de las empresas o la cuota de mercado (Hunt, 1972; Porter, 1979). Esta circunstancia permitía que con la simple inspección de los datos se obtuviesen las agrupaciones. Sin embargo, se comenzaron a utilizar diversas variables para reflejar la multidimensionalidad real inherente a las opciones estratégicas, por lo que resultaba imposible identificar los Grupos Estratégicos mediante una simple inspección del conjunto de datos.

Al objeto de superar las anteriores limitaciones, en la literatura especializada cabe comprobar el interés por utilizar el análisis clúster, el cual permite incluir múltiples variables para representar las diferentes configuraciones estratégicas y reflejar situaciones de una realidad más compleja (Ketchen y Shook, 1996). Los algoritmos tradicionales de análisis clúster agrupan los individuos u objetos, descritos a través de un conjunto de atributos o dimensiones, que son similares entre sí pero diferentes del resto. Si en el análisis clúster se utilizan variables que caracterizan las estrategias de las empresas, las agrupaciones resultantes pueden calificarse, en principio, como Grupos Estratégicos. En este sentido, los límites de las agrupaciones se establecen en torno a las asimetrías que surgen entre esas variables estratégicas clave y pueden entenderse como barreras que segregan los diferentes grupos e impiden la libre movilidad de las empresas dentro de cada industria (Harrigan, 1985).

Tabla 2.1. Metodologías habituales en la identificación de Grupos Estratégicos

Autor/es	Metodología
Hunt (1972)	Inspección
Hatten y Schendel (1977)	Análisis clúster
Newman (1978)	Inspección
Porter (1979)	Inspección
Oster (1982)	Inspección
Dess y Davis (1984)	Análisis clúster
Harrigan (1985)	Análisis clúster
Hatten y Hatten (1985)	Regresión/Mapeado espacial
Primeaux (1985)	Inspección
Amel y Rhoades (1988)	Análisis clúster
Cool y Schendel (1988)	Análisis clúster
Mascarenhas y Aaker (1989)	Análisis clúster
Kumar (1990)	Inspección
Fiegenbaum y Thomas (1990)	Análisis clúster
Lewis y Thomas (1990)	Análisis clúster
Cool y Dierickx (1993)	Análisis clúster/Escalado multidimensional
Fiegenbaum y Thomas (1993)	Análisis clúster
Ketchen, Thomas y Snow (1993)	Análisis clúster)
Reger y Huff (1993)	Repertory grid/Análisis clúster
Farjoun (1994)	Análisis clúster
Nath y Sudharshan (1994)	Análisis clúster
Miller y Roth (1994)	Análisis clúster
Athanassopoulos y Ballantine (1995)	Ratios contables / Análisis clúster
Fiegenbaum y Thomas (1995)	Inspección
Porac <i>et al.</i> (1995)	Categorización expertos / Análisis clúster
Bierly, y Chakrabarti (1996)	Análisis clúster
Bogner, Thomas y McGee (1996)	Análisis clúster
Mehra (1996)	Análisis clúster
Nath y Gruca (1997)	Análisis clúster / Identificación directa expertos
Smith, Grimm y Wally (1997)	Análisis clúster
Ferguson <i>et al.</i> (2000)	Análisis clúster
Nair y Kotha (2001)	Categorización
Osborne <i>et al.</i> (2001)	Análisis cluster
González y Ventura (2002)	Análisis clúster
McNamara <i>et al.</i> (2002)	Identificación directa expertos
Wiggins y Ruefli (2002)	Análisis discriminante
Peng, Tang y Tong (2004)	Categorización expertos/Análisis discriminante
Zúñiga-Vicente <i>et al.</i> (2004)	Análisis clúster
Short, Ketchen y Palmer (2007)	Análisis clúster
Leask y Parker (2007)	Análisis clúster
Garcés-Cano y Duque-Oliva (2008)	Análisis clúster
Claver-Cortés et al (2009)	Análisis clúster

La utilización del análisis clúster en la literatura pertinente sobre los Grupos Estratégicos habitualmente forma parte de un procedimiento más complejo descrito, entre otros, por Cool y Schendel (1987), Fiegenbaum y Thomas (1990), Nath y Sudar-sa (1994) o Revuelto (2008), que se concreta en los siguientes pasos<sup>2</sup>:

- Selección de la industria o mercado a analizar.
- Selección de las variables representativas de las posibles estrategias.
- Determinación de las dimensiones estratégicas relevantes<sup>3</sup>.
- Identificación de los Grupos Estratégicos mediante análisis clúster.
- Validación de los Grupos Estratégicos.

El análisis clúster es una denominación genérica para una variedad de métodos matemáticos que utilizan para encontrar qué objetos o individuos son similares dentro de un conjunto de datos (Romesburg, 2004). El análisis clúster puede definirse como una técnica diseñada para identificar estructuras de grupos en datos relativos a un fenómeno real. El objetivo principal es encontrar diferentes estructuras de grupos en un conjunto formado por múltiples objetos o individuos que poseen diversas características. La agrupación se entiende como un proceso de colocación de objetos o individuos en diferentes conjuntos en base a las relaciones de similitud que puedan establecerse en torno a sus características (Budayan, Dikmen y Birgonul, 2009). Por tanto, el objetivo consiste en agrupar, de forma que los objetos o individuos de un mismo grupo sean lo más similares posibles y los de diferentes grupos sean lo más diferentes posibles (Kaufman y Rousseeuw, 1990).

El análisis clúster asigna los individuos a un conjunto limitado de grupos utilizando para ello alguna medida que permita determinar y entender la similitud que existe entre los individuos de un mismo grupo. En este sentido, el número de algoritmos de agrupamiento es bastante elevado y pueden clasificarse contemplando diversos criterios, pero cabe destacar:

- Algoritmos exclusivos vs. algoritmos solapados. Los primeros, *crisp clustering*, asignan a cada individuo del conjunto a un único grupo, mientras que en los segundos, *overlapping clustering*, un individuo puede vincularse con más de un grupo simultáneamente (Jain, Murty y Flynn, 1999). También existen algo-

---

<sup>2</sup> Algunos de estos pasos se comentarán en el Capítulo 6, relativo a la aplicación propuesta en el presente trabajo.

<sup>3</sup> Para reflejar todas variables estratégicas en un número más reducido de dimensiones suele utilizarse el análisis factorial. Los algoritmos tradicionales de análisis clúster pueden desencadenar problemas si existe correlación entre las variables y se desea homogeneidad entre todas ellas (Ketchen y Shook, 1996). Por ello algunos autores, como paso previo a la identificación de los Grupos Estratégicos, optan por construir factores no correlacionados sobre los que posteriormente aplican los algoritmos de análisis clúster pertinentes.



ritmos borrosos, *fuzzy clustering*, en los que todos los individuos de un conjunto se identifican en cierto grado con todos los grupos.

- Algoritmos supervisados vs. no supervisados. En los primeros, las categorías o grupos a los que pertenecen los individuos están predefinidas y se conocen ejemplos de individuos ya clasificados, los cuales se utilizan para asignar el resto de individuos a los correspondientes grupos. Diversos investigadores entienden que se trata más una técnica de clasificación que de agrupamiento (Isasi, 2004), pero depende del ámbito de estudio y de la diferenciación realizada entre ambos procedimientos. En los algoritmos no supervisados la clasificación de los individuos se realiza en base a sus propias características, sin establecer a priori etiquetas sobre los grupos o categorías a las que pueden pertenecer.
- Algoritmos completos vs. algoritmos parciales. Los primeros asignan la totalidad de los individuos del conjunto a los diferentes grupos, mientras que los segundos permiten que al finalizar el proceso algunos individuos no se asignen a ningún grupo si distorsionan los resultados de la agrupación, como ocurre con la presencia de outliers o casos extremos.

Los algoritmos de análisis clúster que pueden aplicarse son muy numerosos, sin embargo, en el contexto de los Grupos Estratégicos tradicionalmente se han aplicado dos tipos de algoritmos, los denominados "algoritmo de Ward" y "algoritmo de las K-medias", cuyas características e implicaciones, junto con otras generalidades de la metodología, se detallan en las dos secciones siguientes.

### **2.5.1. MÉTODOS DE ANÁLISIS CLÚSTER (1) : EL ALGORITMO DE WARD**

En la literatura sobre los Grupos Estratégicos, habitualmente se han utilizado algoritmos de clasificación exclusivos, no supervisados y completos, por lo que las organizaciones analizadas se asignaban a una única categoría, agrupándose en su totalidad en diferentes categorías sin conocimiento previo sobre ejemplos ya clasificados (Ketchen y Shook, 1996; Zúñiga-Vicente, de la Fuente-Sabaté y Suárez-González, 2004; DeSarbo y Grewal, 2008). En concreto, de manera general se han utilizado el algoritmo de Ward y el de las K-medias, de tipo jerárquico y no jerárquico, respectivamente. Obviamente y a medida que se han reconocido las limitaciones de este tipo de algoritmos, algunos autores han comenzado a utilizar otros métodos para estudiar los Grupos Estratégicos existentes en diversos sectores industriales, aspecto que se analiza en secciones posteriores.

Los algoritmos de agrupación jerárquicos operan concentrando los datos en un árbol de grupos donde cada uno, a su vez, contiene otros subgrupos. No se necesita determinar previamente el número de grupos y se pueden especificar dife-

rentes criterios de parada para este tipo de algoritmos. Esta característica otorga flexibilidad porque los resultados se pueden analizar a diferentes niveles. A su vez estos métodos se clasifican en aglomerativos o divisivos. Los primeros comienzan asignando un único individuo a cada grupo y sucesivamente se van adhiriendo individuos mediante la fusión de diferentes grupos que resulten apropiados. Los divisivos, por el contrario, empiezan formando un clúster que contiene todos los individuos y progresivamente aquellos que no son similares se separan para formar grupos más pequeños, hasta que se alcanza un determinado criterio de adecuación para finalizar el proceso.

Los métodos aglomerativos, generalmente los más utilizados, se basan en dos aspectos: la selección de los grupos a combinar y la manera de fusionarlos. En relación al primero, lo habitual es elegir grupos cuya distancia de enlace sea menor, seleccionando, por ejemplo, un representante de cada grupo que se utiliza como referencia para calcular las distancias. La mezcla de los grupos consiste en que los individuos de los grupos a fusionar se conviertan en miembros del nuevo grupo. En consecuencia, en los clúster de tipo aglomerativo, el proceso es el siguiente (Isasi, 2004):

1. Se construyen grupos formados por un único individuo o representante.
2. Se calculan las distancias por pares entre todos los grupos existentes.
3. Se seleccionan los dos grupos cuya distancia sea menor.
4. Se mezclan los dos grupos con menor distancia y se determina el representante del nuevo grupo, de forma que, si el grupo  $a$  contiene  $j$  individuos y el  $b$  está formado por  $k$  individuos, siendo el representante de cada uno de ellos  $C_a = \{c_{a1}, c_{a2}, \dots, c_{an}\}$  y  $C_b = \{c_{b1}, c_{ba2}, \dots, c_{bn}\}$ , respectivamente, el representante del nuevo grupo se determinará mediante el siguiente cálculo:

$$C = \left\{ \frac{j \cdot c_{a1} + k \cdot c_{b1}}{j+k}, \frac{j \cdot c_{a2} + k \cdot c_{b2}}{j+k}, \dots, \frac{j \cdot c_{an} + k \cdot c_{bn}}{j+k} \right\}$$

5. Si existe más de un grupo, se regresa al segundo paso.

Los algoritmos tradicionales de clúster jerárquico utilizan diferentes mecanismos para determinar cómo se mezclan los grupos, esto es, cómo se calculan las distancias entre dos grupos a través de la similitud o desemejanza que pueda existir entre los individuos de cada grupo. Algunas de las medidas de similitud más utilizadas en este contexto son las siguientes (Hair *et al.*, 1999):

- Enlace simple. No se seleccionan representantes, sino que se calculan las distancias entre todos los puntos de dos grupos y se elige como distancia de referencia la que sea menor.

- Enlace completo. El procedimiento es igual que en el enlace simple pero en este caso se elige como distancia la mayor de todas.
- Enlace en la media. La distancia seleccionada es la existente entre los representantes o centroides de los grupos.
- Enlace en la mediana. La distancia seleccionada en este caso es la que resulte de aplicar la mediana al conjunto de datos.

Sin embargo, en el ámbito de los Grupos Estratégicos, el algoritmo aglomerativo que se ha utilizado con mayor frecuencia (Lewis y Thomas, 1990; Fiegenbaum y Thomas, 1990; Bush y Sinclair, 1991; Farjoun, 1994; Bogner, Thomas y McGee, 1996; Nath y Sudharsan, 1994; Porac *et al.*, 1995; Nath y Gruca, 1997; González-Fidalgo y Ventura-Victoria, 2002; Claver-Cortés, Molina-Azorín y Pereira-Moliner, 2006; Garcés Cano y Duque Oliva, 2008) es el denominado "algoritmo de la varianza mínima o método de Ward" (Ward, 1963), que realiza la combinación de grupos en busca del menor incremento posible de la varianza. En cada uno de los pasos que realiza el algoritmo, en lugar de considerar las distancias entre los posibles grupos, se intenta maximizar la homogeneidad interna de cada grupo, de ahí que se seleccionan las uniones de grupos que obtienen un menor incremento de la varianza. Por tanto, este tipo de algoritmo obtiene las agrupaciones como un problema de análisis de varianza, en lugar de utilizar medidas de distancia o de asociación.

Al ser aglomerativo, el algoritmo de Ward comienza con  $n$  grupos, cada uno de los cuales contiene un individuo de la población objeto de estudio, y termina con un único grupo que contiene a todos los individuos. Por tanto, el resultado del primer paso es la formación de  $n-1$  grupos, uno formado por dos individuos y el resto con un único individuo. Para conseguir esa primera fusión, para cada uno de los  $n$  grupos iniciales con un único individuo se calculan las desviaciones con respecto al resto de individuos o grupos y se determina la suma de las desviaciones al cuadrado, de forma que la pareja de individuos que obtenga un menor resultado en la suma al cuadrado de las desviaciones o una mayor varianza, constituye el primer clúster. En el siguiente paso se forman  $n-2$  grupos, que pueden incluir dos grupos con dos individuos cada uno o un grupo con tres individuos y el resto con uno solo. De nuevo, se intenta maximizar la varianza de cada grupo con respecto al resto o minimizar la suma de las desviaciones al cuadrado de cada individuo, pero esta vez con respecto a la media del grupo o el centroide. Este procedimiento se repite hasta que todos los individuos se combinen en un único grupo con  $n$  individuos.

Dado un conjunto de  $n$  individuos con  $d$  atributos, en cada uno de los pasos del algoritmo el cálculo de la suma al cuadrado de los errores y de la varianza se determina como sigue:

1. Se calcula la media de cada grupo  $i$  creando un centroide cuyos atributos son los valores medios de los  $d$  atributos de los individuos del grupo  $i$ .

2. Para cada individuo del grupo  $i$  se calculan las desviaciones con respecto al centroide o la media del grupo, esto es, para cada individuo se computan  $d$  diferencias de sus valores respecto a la media grupal en los  $d$  atributos.
3. Se determina el cuadrado de cada una de las desviaciones, lo que consigue homogeneizar las desviaciones en cuanto su signo, y que pueden ser negativas o positivas respecto a las medias de cada uno de los  $d$  atributos.
4. Para cada uno de los  $i$  grupos, se calcula la suma de las desviaciones al cuadrado, también denominada suma de los errores al cuadrado, que se define como  $SEC_i = \sum_{j \in i} \sum_d |x_{jcd} - \bar{x}_{id}|^2$ .

5. Se minimiza la suma de los errores al cuadrado del total de los  $i$  grupos.
6. Se realiza el mismo procedimiento pero esta vez calculando la suma de los errores al cuadrado de cada individuo con respecto a la media total del atributo  $d$ , esto es, considerando los  $n$  individuos de la población total

$$SEC_t = \sum_i \sum_j \sum_j |x_{jcd} - \bar{x}_d|^2.$$

7. Finalmente se calcula la varianza combinando las fórmulas anteriores, que se interpreta como la proporción de la variación explicada por una determinada agrupación de los individuos  $r^2 = \frac{SEC_t - SEC}{SEC_t}$ .

## 2.5.2. MÉTODOS DE ANÁLISIS CLÚSTER (2): ALGORITMO DE LAS K-MEDIAS

A diferencia de los anteriores, los algoritmos de agrupación no jerárquicos o de optimización realizan una única clasificación de los individuos, para lo cual dividen el conjunto total de datos en un número predeterminado de grupos no solapados. En consecuencia, este dato debe conocerse a priori, lo que constituye el mayor inconveniente de este tipo de algoritmos y una debilidad frente a los métodos jerárquicos. No obstante, a pesar de esto, los métodos no jerárquicos son más robustos que cualquiera de los algoritmos de tipo jerárquico, ya que presentan mejores resultados cuando existen outliers y errores relacionados con las medidas de distancia.

El más conocido de los algoritmos no jerárquicos, y quizás con una utilización más extendida, incluso en el ámbito de los Grupos Estratégicos (Dess y Davis, 1984; Osborne, Stubbart y Ramaprasad, 2001) es el denominado "algoritmo de las K-medias" (MacQueen, 1967). En este caso se forman  $k$  grupos en los que cada individuo pertenece a un único grupo, por lo que los  $k$  grupos no tienen ningún individuo en común y juntos forman el total de la población objeto de estudio. Dado un

conjunto de  $n$  individuos, el algoritmo de las K-medias los asigna al grupo cuyo centroide se encuentre más próximo, definiéndose éste como un punto de dimensión  $d$  resultado de promediar en cada dimensión los respectivos valores de los individuos del grupo.

Una medida de representatividad de los centroides respecto a los individuos pertenecientes a cada grupo es la suma de los errores al cuadrado (*SEC*); cuanto menor sea la distancia media al cuadrado de los individuos de un grupo respecto a su centroide, más representativo será el mismo, por lo que el objetivo del algoritmo de las K-medias es minimizar la suma de los errores al cuadrado. En este sentido, este algoritmo, al igual que el de Ward, intenta que la varianza interna de cada grupo sea mínima, es decir, que los miembros de cada grupo tengan el mayor grado de homogeneidad posible.

El procedimiento que realiza el algoritmo de las K-medias puede resumirse en los siguientes pasos (Picón, Varela y Real, 2003):

1. Se selecciona un número inicial de  $k$  grupos y se realiza una estimación inicial de sus centroides, seleccionados aleatoriamente.
2. Se asignan los individuos al grupo cuyo centroide esté más próximo, esto es, se intenta minimizar la suma al cuadrado de los errores.
3. Se recalculan los nuevos centroides de los grupos.
4. Se repiten los pasos 2 y 3 hasta que se cumpla un determinado criterio de parada, como por ejemplo, se establece un número de iteraciones, se analiza la invariabilidad de los individuos asignados a los grupos ante sucesivas iteraciones o se fija un umbral para la suma de los errores al cuadrado.

Según lo expuesto, tanto el algoritmo de Ward como el de las K-medias utilizan la misma función objetivo, ya que en ambos se pretende minimizar la suma de los errores al cuadrado.

El algoritmo de Ward suele obtener resultados bastante óptimos en cuanto a la fusión de dos grupos porque analiza la similitud entre cada par de individuos de cada grupo. Sin embargo, se utiliza sin que sea necesario conocer a priori la estructura de datos, por lo que resulta más complicado seleccionar la medida de similitud entre los individuos. Además, al tratarse de un algoritmo jerárquico, sólo realizan un recorrido sobre los datos, lo que implica que las asignaciones iniciales a los grupos no se modifican, aún cuando sean débiles. Por último, el algoritmo de Ward es bastante sensible a la variación de los datos, ya que sus resultados no suelen permanecer invariables cuando se eliminan determinados individuos, sobre todo cuando el conjunto que se analiza es pequeño. Estas características hacen que la validación de los resultados obtenidos en los algoritmos jerárquicos sea limitada.

Por su parte, el algoritmo de las K-medias requiere un conocimiento previo de los centroides y del número de grupos, lo que en muchos ámbitos, como el que ocupa el presente trabajo, es bastante complicado, ya que se trata de estudios generalmente de carácter exploratorio. Sin embargo, en comparación con el algoritmo de Ward posee una serie de ventajas. En primer lugar, permite que los individuos cambien de grupo, por lo que son menos sensibles ante la presencia de outliers. En principio, la posible existencia de los anteriores distorsiona el proceso de agrupación pero como realiza varios repases sobre el conjunto de datos, la corrección es continua (Hair *et al.*, 1999). A su vez, los diversos repases sobre los datos optimizan la homogeneidad interna de cada grupo y la heterogeneidad entre los diferentes grupos, por lo que son menos susceptibles a la medida de distancia utilizada y a la presencia de atributos irrelevantes.

En el estudio de los Grupos Estratégicos, como en otros ámbitos de investigación, para superar los inconvenientes y aprovechar las ventajas de cada tipo de algoritmo, habitualmente se ha optado por aplicar un proceso en dos etapas donde, en primer lugar, se utiliza un algoritmo jerárquico para determinar el número de grupos y los centroides de cada uno y, a continuación, esta información sirve para el segundo paso, en el que se aplica un algoritmo no jerárquico que obtiene soluciones más robustas (Ferguson, Deephouse y Ferguson, 2000; Claver-Cortés, Molina-Azorín y Pereira-Moliner, 2006; Short, Ketchen y Palmer, 2007; Leask y Parker, 2007; González-Moreno y Sáez-Martínez, 2008).

A pesar del uso generalizado de los dos anteriores algoritmos de análisis en las investigaciones empíricas sobre los Grupos Estratégicos, sus características particulares entrañan ciertos inconvenientes que impiden reflejar con mayor exactitud la realidad de las industrias. En consecuencia, el estudio de este ámbito empresarial ha permitido detectar una problemática que se plantea solventar en esta memoria de tesis Doctoral. A este respecto, la siguiente sección se centra en dos de las limitaciones más destacadas de las investigaciones empíricas realizadas en este ámbito de estudio.

## 2.6. LIMITACIONES DE LAS INVESTIGACIONES EMPÍRICAS

Las investigaciones empíricas sobre los Grupos Estratégicos se han caracterizado por utilizar, en su gran mayoría, los algoritmos de clúster expuestos en la sección anterior, lo que implica ciertas limitaciones relevantes que podrían solventarse utilizando otros procedimientos metodológicos.

Una de las críticas más destacadas que se ha realizado al análisis clúster se debe a su carácter descriptivo, lo que implica que las agrupaciones de empresas se generan aún cuando puede que éstas no existan realmente. Según Barney y Hoskisson (1990), el simple uso del análisis clúster, no puede considerarse como una prueba de la existencia de los Grupos Estratégicos. Por ello, antes de utilizar cualquier algoritmo de clúster, resulta conveniente realizar un estudio detallado de la industria en cuestión con el fin de analizar sus características y descubrir los posibles fundamentos lógicos que sustenten la existencia de agrupaciones (Dranove, Peteraf y Shanley, 1998).

Para superar la crítica anterior e intentar corroborar la existencia de los Grupos Estratégicos, algunos investigadores han desarrollado alternativas, como por ejemplo, la aplicación simultánea de diferentes algoritmos de agrupación con intención de comparar sus resultados y de demostrar que, si la aplicación de técnicas alternativas arroja resultados similares, realmente existen grupos naturales de empresas en las industrias (Lewis y Thomas, 1990; Reger y Huff, 1993; Budayan, Dikmen y Birgonul, 2009). De esta forma también se ha intentado evitar una de las mayores críticas achacables al análisis de los Grupos Estratégicos, que es la utilización de un único método de identificación (Ketchen y Shook, 1996).

Otra de las opciones consiste en, una vez aplicado el análisis clúster, utilizar tests estadísticos para comprobar la relevancia de las agrupaciones, determinando la homogeneidad interna de los grupos y la heterogeneidad existente entre ellos (Claver-Cortés *et al.*, 2006). Otros investigadores han optado por combinar el análisis clúster con otras técnicas o aplicar previamente otras metodologías para comprobar la verdadera existencia de las agrupaciones estratégicas en las industria (Sueyoshi y Kirihara, 1998; Prior y Surroca, 2006).

En cualquier caso, el objetivo consiste en obtener grupos homogéneos de empresas en base a sus estrategias, por lo que generalmente resulta imprescindible aplicar metodologías que permitan obtener agrupaciones, previo análisis de las industrias en cuestión. En este sentido, esta Memoria de Tesis Doctoral se centra en las limitaciones destacadas de los algoritmos de análisis clúster utilizados habitualmente, como son los Grupos Estratégicos exclusivos y la ausencia de un criterio económico para analizar los Grupos Estratégicos.

### **2.6.1. AUSENCIA DE FLEXIBILIDAD EN LA CONFIGURACIÓN DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

Como se ha expuesto anteriormente, los algoritmos utilizados en el ámbito estratégico son de tipo exclusivo, por lo que los grupos obtenidos están totalmente delimitados y las empresas se clasifican en diferentes grupos de forma taxativa, impidiendo posibles solapamientos entre los diferentes grupos. En este sentido, en las investigaciones empíricas generalmente se ha impedido que las organizaciones analizadas puedan seguir diferentes estrategias de forma simultánea o compartir visiones de Grupos Estratégicos próximos (DeSarbo y Grewal, 2008). A este respecto puede afirmarse que los métodos usados son rígidos e impiden la detección de Grupos Estratégicos solapados u organizaciones con estrategias mixtas. Por tanto, los algoritmos de análisis clúster utilizados habitualmente no son adecuados si se desea otorgar flexibilidad al estudio de los Grupos Estratégicos y mostrar situaciones que se adecuen más a la realidad de las industrias, donde pueden surgir diferentes niveles de similitud entre las empresas.

En algunas ocasiones es necesario flexibilizar la hipótesis de que las empresas u organizaciones pertenezcan exclusivamente a un Grupo Estratégico, posibilitando su presencia en diferentes agrupaciones. En este sentido, como se expuso previamente, Reger y Huff (1993) y McNamara, Deephouse y Luce (2003) señalaron la posibilidad de que una organización posea diferentes niveles de pertenencia a un grupo, según el grado de vinculación con la estrategia característica principal. Así, dentro de cada grupo pueden existir empresas núcleo y empresas periféricas (secundarias), lo que requiere, o bien una nueva diferenciación dentro de cada Grupo Estratégico, o bien una clasificación más laxa de las mismas.

Dranove, Peteraf y Shanley (1998) también apuntaron que los límites de los Grupos Estratégicos son borrosos, por lo que los algoritmos de agrupamiento tradicionales son incapaces de mostrar esas estructuras intra-industriales más reales. DeSarbo y Grewal (2008) introdujeron el concepto de "Grupo Estratégico Híbrido", formado por organizaciones que adoptan diferentes estrategias, identificándose, en consecuencia, con más de un grupo.

La estructura de cada industria es compleja, por lo que resulta necesario utilizar técnicas de agrupamiento que permitan representarla ajustándose a la realidad, donde los Grupos Estratégicos no están totalmente perfilados y distanciados entre sí, sino que son borrosos, y puede existir flexibilidad estratégica dentro de cada grupo. Por este motivo, algunos autores han utilizado otras metodologías diferentes a las expuestas hasta el momento, aunque las propuestas en este sentido son bastante reducidas. Por ejemplo, Reger y Huff (1993) utilizaron la denominada "téc-



nica de la rejilla" <sup>4</sup> (*repertory grid technique*; Kelly, 1955) para recoger las percepciones de los gestores empresariales del sector bancario de Chicago y construir los Grupos Estratégicos mediante algoritmos de clúster tradicionales, por lo que sus resultados siguen estando limitados. Por su parte, McNamara, Deephouse y Luce (2003) también generaron los Grupos Estratégicos en base a las respuestas de los gestores a cuestionarios que trataban de identificar las variables estratégicas relevantes y sus percepciones sobre las similitudes existentes entre los bancos en base a las dimensiones estratégicas previamente identificadas. Las metodologías utilizadas en estos dos trabajos no suponen un cambio drástico respecto a las tradicionales y se fundamentaron casi totalmente en opiniones de gestores, no en técnicas empíricas que identifiquen directamente los grupos mediante su aplicación.

El trabajo de DeSarbo *et al.* (1991) fue de los primeros donde se utilizó un algoritmo de agrupación de carácter bayesiano para asociar las empresas fabricantes de componentes de construcción a los diversos Grupos Estratégicos según su mayor probabilidad de pertenencia a cada uno, que determinan en base a una medida proporcional que combina la distancia multidimensional de cada empresa con respecto a los grupos, la importancia relativa de cada variable estratégica y la matriz de varianza-covarianza de cada grupo. Simultáneamente, utilizaron otros algoritmos tradicionales de agrupación, entre ellos, el algoritmo de Ward, que obtiene resultados muy semejantes a los de su propuesta.

Continuando con la idea anterior, DeSarbo y Grewal (2008) modificaron un algoritmo de clúster multiobjetivo, desarrollado en un trabajo previo (DeSarbo y Grissaffe, 1998), denominado Normclus, que determina agrupaciones estratégicas solapadas, al tiempo que permite ponderar las diversas variables utilizadas. Aplicando este algoritmo, se pueden obtener Grupos Estratégicos con un número diferente de miembros y controlar su tamaño mínimo, así como contrastar los resultados obtenidos a través de técnicas estadísticas. Se trata de un problema de optimización multicriterio que permite que los elementos de la muestra analizada, concretamente bancos, se identifiquen simultáneamente con varios Grupos Estratégicos. Además, los autores aplicaron los algoritmos tradicionalmente utilizados, Ward y K-medias, y adaptaron su propuesta para conseguir resultados equiparables (impidiendo la pertenencia a más de un grupo), concluyendo que su algoritmo clasifica significativamente mejor el mismo conjunto de datos.

Más recientemente, en su Tesis Doctoral Budayan (2008) combinó dos técnicas, mapas auto-organizativos (*self-organization maps*; Kohonen, 2001) y el algoritmo de clúster c-medias borroso (*fuzzy c-means*; Bezdek, 1981), para identificar los

---

<sup>4</sup> Metodología con origen en la Psicología que intenta identificar los constructos mentales de las personas utilizando el análisis factorial.

Grupos Estratégicos híbridos del sector constructor turco, así como para determinar el grado de pertenencia de las empresas a cada uno de los Grupos Estratégicos. La primera se trata de una técnica de computación neuronal no supervisada que permite realizar una representación espacial de un conjunto de datos multidimensional mediante una transformación geométrica que sitúa a los individuos u objetos con características similares como vecinos de un espacio de menor dimensión para facilitar la visualización. Por su parte, el clúster c-medias borroso, asigna cada empresa a varios grupos simultáneamente con diferentes niveles de pertenencia. Al tratarse de un algoritmo de clúster, el procedimiento consiste en calcular las distancias entre cada individuo y el centroide de cada grupo, con la particularidad de que el número de grupos se establece a priori y se introduce un parámetro que indica el grado de borrosidad deseada.

Para evitar la excesiva rigidez en el estudio de las agrupaciones estratégicas, en esta Memoria se plantea utilizar técnicas vinculadas al álgebra moderna, que en base a diferentes niveles de homogeneidad, permitirán identificar las posibles similitudes y afinidades que existen entre de las empresas de una industria. Cabe destacar que esta metodología no ha sido utilizada previamente en el análisis de los Grupos Estratégicos.

En concreto, partiendo de los conjuntos matemáticos que conforman las empresas de una industria y de las relaciones que pueden darse entre ellas en función de sus variables estratégicas, se propone analizar las subrelaciones máximas de similitud y construir Retículos de Galois.

Mediante las subrelaciones máximas de similitud se derivan agrupaciones que posibilitan la presencia de individuos u objetos en más de un grupo de forma simultánea. Estas agrupaciones se generan, a partir de un nivel de homogeneidad, por la similitud que existe entre los individuos, calculada a través de una medida de distancia entre los atributos o dimensiones consideradas. Los grupos derivados a través de esta técnica permiten que un individuo u objeto se vincule de forma simultánea con varios de los mismos. Por ello, este tipo de técnica permite flexibilizar el análisis de los Grupos Estratégicos.

A través de los Retículos de Galois se generan agrupaciones homogéneas y ordenadas, que también en función del nivel de homogeneidad seleccionado, establecen relaciones de afinidad entre los individuos, determinando el conjunto de atributos que caracterizan cada grupo en base a diferentes combinaciones de las mismas. Por ello, los Retículos de Galois se instuyen como una técnica interesante en el ámbito de estudio de los Grupos Estratégicos.

## 2.6.2. AUSENCIA DE RELACIÓN CAUSAL ENTRE LAS VARIABLES ESTRATÉGICAS

La revisión de la literatura empírica permite vislumbrar otra debilidad, puesto que las metodologías tradicionalmente utilizadas en el análisis de los Grupos Estratégicos los configuran a partir de la similitud existente entre las variables estratégicas, sin considerar las conexiones que existen entre éstas ni el comportamiento de cada empresa en la utilización de las mismas.

Las empresas toman decisiones en torno a sus variables estratégicas pero estas no pueden considerarse de forma aislada, ya que existen relaciones entre la mayor parte de ellas y se complementan en base a una función productiva que refleja los recursos y los productos estratégicos. Además, en el desarrollo de su actividad, las empresas intentan actuar bajo unos principios económicos fundamentales, como pueden ser eficiencia, eficacia o productividad.

Hatten y Hatten (1987) ya señalaron que una de las limitaciones más relevantes en el análisis de los Grupos Estratégicos es la ausencia de ponderaciones sobre las variables utilizadas que indiquen su importancia relativa. Esta circunstancia también impide reflejar la causalidad existente entre los inputs y los outputs de las empresas, que en cierta forma definen las características de cualquier estrategia (Thomas y Venkatraman, 1988).

Generalmente las empresas no persiguen un único objetivo, sino que son entes multiobjetivo, que suelen buscar múltiples fines, de la misma forma que utilizan varios recursos para obtener diversos productos. Lógicamente, no todos los objetivos tienen el mismo valor, como tampoco sus productos y sus recursos son equiparables en sus contribuciones en el logro de las metas empresariales.

Para evitar los inconvenientes anteriores, las técnicas utilizadas para analizar los Grupos Estratégicos deberían ser capaces de reflejar el modo en el que las empresas emplean sus recursos para conseguir los productos y los objetivos empresariales, es decir, su comportamiento estratégico. Éste siempre se rige por unos principios económicos, puesto que las empresas deben maximizar su rendimiento mediante un comportamiento eficiente.

Por este motivo, un número bastante limitado de investigadores, como Day, Lewin y Li (1995), Athanassopoulos (2003) o, más recientemente, Prior y Surroca (2006) utilizaron técnicas de frontera que permiten servirse de la eficiencia de las empresas para identificar los Grupos Estratégicos. Estos autores analizaron el comportamiento de las empresas en relación al uso de los recursos para obtener productos, estableciendo una vinculación entre las variables que representan los recursos estratégicos y el alcance de la estrategia empresarial. En concreto, utilizaron el Análisis Envoltante de Datos (DEA) (Charnes, Cooper y Rhodes, 1978), una técnica no paramétrica cuyo objetivo principal consiste en analizar la eficiencia relativa de

un conjunto de empresas de carácter similar. Mediante un problema de optimización lineal, el DEA reporta las tasas de eficiencia que cada empresa obtiene en relación al resto de empresas analizadas. Las empresas totalmente eficientes conforman una frontera que sirve de referencia para las ineficientes en base a los principios de dominio que supone el concepto de Óptimo de Pareto.

El DEA permite conectar los inputs y los outputs que caracterizan los procesos productivos de cada empresa, ya que analiza la eficiencia de las empresas en relación al uso de recursos y/o a los productos obtenidos. Para establecer estas tasas de eficiencia, se otorgan pesos a las variables que permiten reflejar la importancia relativa que cada empresa otorga a las variables de carácter estratégico. El DEA capta la multidimensionalidad de los procesos estratégicos, ya que permite reflejar la diversidad de factores productivos y productos, así como causalidad que se genera entre ambos y representar las alternativas existentes en relación a las diferentes elecciones estratégicas.

Al tratarse de una técnica no paramétrica, no requiere la especificación inicial de una función productiva concreta, lo que facilita la identificación de los diferentes caminos estratégicos elegidos por las empresas de una industria, ya que, sin necesidad de concretar una función común a todas, se pueden conocer los diferentes comportamientos estratégicos en base a un problema de optimización lineal.

Según lo expuesto, el DEA se erige como una herramienta de gran utilidad y relevancia en el proceso de identificación de los Grupos Estratégicos porque, además de determinar la eficiencia de las empresas en base al dominio de Pareto, aporta información sobre el valor que éstas otorgan a sus variables estratégicas y, por tanto, permite reflejar las elecciones de carácter estratégico que han realizado. Todo esto mediante un criterio económico que en general se ha obviado en el análisis de los Grupos Estratégicos, ya que habitualmente su estudio se ha llevado a cabo únicamente en base a la similitud de las variables estratégicas, obviando en ocasiones la consideración de la tendencia de las empresas a desarrollar un comportamiento eficiente ni el posible dominio que unas ejercen sobre otras.

## **Capítulo 3.**

# **LA TEORÍA DE AFINIDADES EN EL ESTUDIO DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

- 3.1. Introducción
- 3.2. Conjuntos y relaciones entre conjuntos
- 3.3. Semejanzas: Distancias entre elementos y conjuntos
- 3.4. Afinidades: Generalización de semejanzas
- 3.5. Aportaciones de la Teoría de Afinidades al estudio de los Grupos Estratégicos



### 3.1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este Capítulo consiste en analizar los aspectos más destacados de la Teoría de Afinidades, que se enmarca en la denominada "Matemática no numérica", álgebra moderna o abstracta. En este contexto se intenta comprender la importancia de la naturaleza y contenido de las relaciones entre elementos de dos conjuntos y entre elementos de un mismo conjunto, aspectos que pueden trasladarse al ámbito de estudio de los Grupos Estratégicos.

Frente a los modelos matemáticos basados en principios deterministas o en principios estadísticos, cuando se pretenden describir fenómenos socio-económicos, se debe tener en cuenta tanto los factores objetivos, que son independientes de las personas (condiciones naturales), como los factores subjetivos, que dependen de los criterios de pensamiento y actuación de las personas, su voluntad o sus deseos.

Debido a lo anterior, el estudio de ciertos fenómenos socio-económicos no siempre puede abordarse a partir de modelos matemáticos basados en la aritmética de la certeza o la aleatoriedad puesto que, en estos fenómenos, la información de que se dispone muchas veces está cargada de subjetividad e incertidumbre. Por ejemplo, la noción de equivalencia se reemplaza por la de similitud, menos fuerte y más apta para representar situaciones menos precisas, pero que se encuentran más frecuentemente. Preorden y orden se generalizan de igual forma y se definen nuevas relaciones como las de semejanza y desemejanza.

De esta forma, cabe poner de manifiesto como desde finales del siglo pasado están ganando terreno muchos modelos y algoritmos que han ido conformando los cimientos de lo que se ha dado en denominar "Matemática Numérica y no Numérica en la Incertidumbre" (Gil-Aluja, 1999) capaz de atender el planteamiento y solución de fenómenos de carácter eminentemente social, donde no resulta muy confiable siquiera asumir ciertas leyes estadísticas para su tratamiento, dado que la información de que se dispone se encuentra deficientemente estructurada.

Los modelos vinculados a los conceptos de relación, agrupación, asignación y ordenación entre otros, algunos conocidos desde hace bastante tiempo, pueden facilitar el camino cuando se necesita elegir una alternativa frente a otra u otras, esto es, tomar decisiones. Así, por ejemplo, resulta factible su empleo para adoptar decisiones sin necesidad de recurrir a elementos numéricos, como sucede en las viejas teorías sobre la decisión (Gil-Aluja, 2002).

Avanzar en el estudio de las relaciones ayuda a buscar nuevos caminos para dar solución a complejas cuestiones de decisión en el ámbito de las realidades

sociales, económicas y de gestión, lo que suscita el interés por enfocar el esfuerzo investigador en su aplicación al objeto de estudio de la presente Memoria.

La Teoría de las Afinidades surgió a raíz de los estudios de Kaufmann y Gil-Aluja en el último cuarto del siglo pasado, centrados en la generalización de la noción de similitud con objeto de poder abordar el tratamiento de relaciones representadas a través de matrices rectangulares. La noción de "afinidad" a la que se hace referencia en este Capítulo se planteó por primera vez en una ponencia que presentaron Kaufmann y Gil-Aluja (1991) en el IX Congreso Europeo de Investigación Operativa, y que con posterioridad ampliaron en otros muchos trabajos (Kauffman y Gil-Aluja, 1992, 1993).

Como paso previo a lo anterior, cabe destacar la Teoría de Clanes que surgió en la década de los años 70 del siglo pasado para el tratamiento formal de ficheros (Courtilot, 1973), aunque posteriormente se ha comprobado su utilidad en otros muchos problemas de agrupación. Así, de acuerdo con Gil-Aluja (1999), a partir del concepto de Clan se pueden analizar las relaciones de afinidades, entendiendo éstas por agrupaciones homogéneas a determinados niveles, estructurados ordenadamente, que ligan elementos de dos conjuntos de distinta naturaleza, relacionados por la esencia de los fenómenos que representan.

A tenor de lo anterior, destacan tres aspectos relevantes del concepto de afinidad. El primero hace referencia a que la homogeneidad de cada agrupación se halla ligada a un determinado nivel escogido previamente. Según la exigencia de cada característica (elementos de uno de los conjuntos), se asigna un nivel más o menos elevado que define el umbral a partir del cual existe homogeneidad. El segundo se refiere a la necesidad de que los elementos de cada uno de los conjuntos se hallen ligados entre sí. El tercero exige la construcción de una estructura constitutiva de un cierto orden susceptible de permitir la posterior decisión. La finalidad de la agrupación, por una parte, y el tipo y potencia de la relación entre los elementos de los conjuntos, por otra, determina de manera inequívoca todas las agrupaciones posibles.

Para proceder al establecimiento de las relaciones de afinidad cabe recurrir a las "familias de Moore" y a los "cierres de Moore" (Kaufmann y Gil-Aluja, 1992) que facilitan la obtención de las agrupaciones. La presentación de estos grupos mediante estructuras reticulares permite evidenciar las afinidades. Para esto, se puede considerar la oportunidad de utilizar los Reticulos de Galois (Kaufmann y Gil-Aluja, 1993), con gran capacidad de representación y una gran adaptabilidad, tan necesaria en los procesos de toma de decisiones de gestión empresarial.

A los efectos de la presente Memoria, cabe plantear la utilización de las técnicas flexibles ligadas a la Teoría de Afinidades que ayudan en los procesos de toma de decisiones, ya que mejoran el análisis de los Grupos Estratégicos, pudiendo



así contribuir en el tratamiento de los problemas en el futuro. De hecho, en este trabajo se propugna el interés por su aplicación a través del estudio empírico como algoritmo de agrupación, al sugerir que ello puede constituir una innovación y una herramienta útil para ser utilizada en los procesos de identificación de Grupos Estratégicos, puesto que, por un lado, puede servir para establecer diferentes niveles de relación entre las organizaciones de cada Grupo Estratégico y, por otro, analizar las relaciones de afinidad en base a diferentes combinaciones de variables estratégicas.

En consecuencia, un Retículo de Galois pone de manifiesto de manera estructurada y con fácil comprensión visual las afinidades existentes entre los distintos elementos en relación a los grados de cumplimiento de los mismos, lo que en el ámbito de este trabajo permite analizar las variables estratégicas que caracterizan cada Grupo Estratégico.

Según lo expuesto, en el presente Capítulo se analizan los aspectos relacionados con la Teoría de Afinidades que posteriormente permitirán construir un modelo que flexibilice el proceso de análisis de los Grupos Estratégicos. En este sentido, en la primera sección se exponen los conceptos básicos que permitirán comprender los desarrollos posteriores, como son las características de los conjuntos, subconjuntos y funciones de pertenencia a los mismos, así como las relaciones que pueden establecerse entre diferentes conjuntos y entre elementos de un mismo conjunto. En la segunda sección se analiza el concepto de distancia como función complementaria a la semejanza, destacando los diferentes tipos de medida. La tercera sección del Capítulo se centra en la propia Teoría de Afinidades para derivar en el estudio los Retículos de Galois y las subrelaciones máximas de similitud. Por último, se analizan las contribuciones que todos estos contenidos pueden aportar al análisis de los Grupos Estratégicos.

## 3.2. CONJUNTOS Y RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

### 3.2.1. CONJUNTOS, SUBCONJUNTOS Y FUNCIONES DE PERTENENCIA

El estudio de las afinidades se basa en el álgebra abstracta o moderna, por lo que resulta imprescindible analizar una serie de conceptos básicos en base a los cuales se estructuran los procedimientos que se explicarán en las siguientes secciones de este Capítulo.

En matemáticas se denomina "conjunto" a la colección de objetos o elementos bien definidos que son distintos entre sí. En concreto, resulta útil el concepto de "conjunto referencial" (Gil-Lafuente, 1997) que reúne todos los elementos que sirven de referencia para cualquier tipo de operación posterior. Cuando los elementos que forman un conjunto son susceptibles de cálculo, el conjunto es numerable, mientras que en caso contrario es un conjunto infinito no numerable.

Si se designa  $G$  a un conjunto referencial, de forma que  $G = \{ a, b, c, d, e, f \}$ , siendo  $a, b, c, d$  y  $f$  los elementos del conjunto  $G$ , se puede representar como:

$$G = \begin{array}{c} a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f \\ \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}} \end{array}$$

En base a la lógica binaria o booleana, cuando un elemento del conjunto posee una propiedad o atributo, se le asigna el valor 1, lo que implica que pertenece al conjunto referencial, mientras que si no posee tal propiedad, se le asigna el valor 0. Por tanto, estos dos valores definen la función característica o función de pertenencia de cada elemento  $x$  de un conjunto referencial, generalmente designada como  $\mu(x)$ .

A partir del conjunto de referencia se pueden seleccionar los elementos que poseen un determinado atributo o característica para formar un subconjunto de referencia, que puede designarse con una letra mayúscula. En este sentido, si los elementos  $b, d$  y  $e$  poseen una propiedad, forman el subconjunto  $A$  que se representa como  $A = \{ b, d, e \}$  o también:

$$A = \begin{array}{c} a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f \\ \boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}} \end{array}$$

De forma genérica el subconjunto puede expresarse como:

$$A \subset G \rightarrow A = \{ x; \mu_A(x) \} \quad \forall x \in G$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (3.1)$$

A tenor de lo anterior, la pertenencia a un subconjunto ordinario mediante la lógica booleana o binaria no presenta dificultad alguna, ya que sus elementos poseen o no un determinado atributo en su totalidad y dichas propiedades son claramente diferenciables o excluyentes entre sí (por ejemplo, el sexo, masculino o femenino). Sin embargo, la mayoría de las características o dimensiones relativas a las empresas, no pueden representarse con esa claridad, puesto que generalmente hacen referencia a variables cuantitativas de diversa índole. Por este motivo, la obtención de subconjuntos booleanos resulta imposible y es necesario recurrir a la borrosidad.

En base a lo anterior, dado un conjunto referencial, se construyen subconjuntos de manera que la función de pertenencia  $\mu_A(x)$  puede tomar no sólo los valores binarios, sino todos aquellos comprendidos en el intervalo  $[0, 1]$ , de forma que se asigna un valor más cercano a 1 cuando el elemento cumpla en mayor medida una determinada característica, mientras que su valor es más próximo a 0 en caso contrario. Por tanto, el subconjunto borroso se puede representar de la siguiente forma:

$$\tilde{A} = [ x; \mu_{\tilde{A}}(x) ] \quad \forall x \in G \quad (3.2)$$

En el ejemplo anterior, una posible función de pertenencia borrosa sería:

$\tilde{A} =$	a	b	c	d	e	f
	0,3	0,7	1	0,5	0,2	0

### 3.2.2. RELACIONES ORDINARIAS Y RELACIONES BORROSAS

Una relación ordinaria entre conjuntos hace referencia a la asociación o conectividad que se crea entre los elementos de dos o más conjuntos (Sadaaki, 1990). De forma análoga a lo explicado en la sección anterior sobre la pertenencia a un conjunto borroso, si se pueden establecer diferentes grados de asociación o conectividad entre los elementos de los conjuntos, la relación también será de tipo borroso.

Las relaciones de asociación pueden implicar a varios conjuntos. La relación  $R$  entre dos conjuntos se denomina binaria, mientras que las relaciones entre tres,

cuatro o cinco conjuntos reciben el nombre de ternaria, cuaternaria o quinaría, respectivamente. En cualquier caso, las relaciones entre múltiples conjuntos se denominan  $n$ -dimensionales.

Si existen dos conjuntos referenciales  $G_1 = \{a, b, c, d, e, f\}$  y  $G_2 = \{m, n, p, q, r\}$  entre los cuales se establece la siguiente correspondencia o vinculación:

$$a \rightarrow n, b \rightarrow m, c \rightarrow q, d \rightarrow q, e \rightarrow n, f \rightarrow q$$

La correspondencia anterior puede representarse a través de una matriz booleana o mediante un grafo en forma de correspondencia (Kaufman y Gil-Aluja, 1986), como se observa en la Figura 3.1.

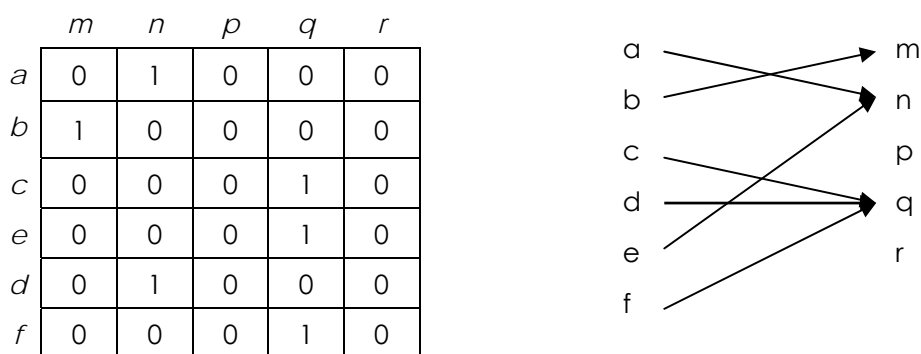


Figura 3.1. Representación relación ordinal (forma matricial y de correspondencia)

La relación ordinaria representada en la Figura 3.1 puede convertirse en borrosa si la correspondencia entre los elementos de los conjuntos se establece en base a diferentes grados, esto es, si las relaciones de asociación toman valores en el intervalo  $[0, 1]$ . En este sentido, las relaciones ordinarias pueden interpretarse como un caso particular de las borrosas, en las que las vinculaciones sólo pueden tomar uno de los dos extremos del intervalo.

De forma más general, la relación borrosa  $\tilde{R}_\alpha$  entre el elemento  $x$  del conjunto  $G$  y el elemento  $y$  del conjunto  $K$ , a un determinado nivel  $\alpha$  de homogeneidad o certidumbre, puede representarse a través de una función característica (Clara-Lloret, 2004) como la que sigue:

$$\mu_{\tilde{R}}(x) = \begin{cases} 1, & \mu_{\tilde{R}}(x, y) \geq \alpha \\ 0, & \mu_{\tilde{R}}(x, y) < \alpha \end{cases} \quad (3.3)$$

Las propiedades o características que con más frecuencia se cumplen en cualquier relación binaria, ordinaria o borrosa, son las siguientes:

- Reflexividad. Una relación binaria  $R$  es reflexiva si se cumple que la diagonal principal de su representación matricial es igual a 1, esto es:

$$\forall x \in G : (x, x) \in R \quad (3.4)$$

- Simetría. Una relación binaria  $R$  es simétrica si las correspondencias entre elementos son iguales con independencia del sentido de la vinculación, por lo que se cumple si:

$$\forall x, y : ((x, y) \in R) \Rightarrow ((y, x) \in R) \quad (3.5)$$

- Antisimetría. Una relación  $R$  es antisimétrica en el caso opuesto al anterior:

$$\forall x, y : ((x, y) \in R) \Rightarrow ((y, x) \notin R) \quad (3.6)$$

- Semejanza. Una relación binaria de semejanza verifica simultáneamente las propiedades de reflexividad y simetría.

- Transitividad. Una relación binaria es transitiva si se cumple que :

$$\forall x, y, z : ((x, y) \in R ; (y, z) \in R) \Rightarrow ((x, z) \in R) \quad (3.7)$$

- Similitud o equivalencia. Una relación binaria es similar o equivalente si se cumplen las propiedades de reflexividad, simetría y transitividad.

### 3.2.3. RELACIONES BINARIAS ENTRE ELEMENTOS DE UN CONJUNTO

Las vinculaciones o asociaciones también pueden establecerse entre elementos de un mismo conjunto referencial, bien de forma ordinal o bien de forma borrosa. En este último caso, una relación binaria borrosa sobre un conjunto finito  $G$  con elementos  $x_1, x_2, \dots, x_n$  cumple lo siguiente:

$$\mu_{ij} = R(x_i, x_j) \in [0, 1] \quad \forall x_i, x_j \in G \quad 1 \leq i \leq n \quad 1 \leq j \leq n \quad (3.8)$$

Una relación binaria borrosa puede representarse a través de una matriz o de un grafo en forma sagital en el que los vértices son los elementos de  $G$  y los arcos reflejan el grado de relación existente entre esos elementos (Trillas, 1980). De manera general, en el ámbito matemático, un grafo se define como una bipartición de un producto de  $n$  conjuntos referenciales  $G_1, G_2, \dots, G_n$ . En consecuencia, si se calcula el producto  $P = G_1 \times G_2 \times \dots \times G_n$  se obtiene una bipartición de  $P$ , tal que  $G \subset P$  y  $\overline{G} \subset P$ , por lo que  $G \cup \overline{G} = P$  y  $G \cap \overline{G} = \emptyset$  y, entonces,  $G$  y  $\overline{G}$  son grafos definidos en  $P$ . En el caso concreto de las relaciones entre elementos de un único conjunto referencial, se utiliza el grafo de Berge que multiplica el referencial consigo mismo, por lo que  $P = G \times G$  y el grafo  $G \subset P$ . En base a esto, pueden darse las siguientes relaciones binarias borrosas  $\tilde{R}$  sobre los elementos de un mismo conjunto:

- **Reflexividad.** Si la relación de un elemento  $x \in G$  consigo mismo es total, existe reflexividad, por lo que en una representación matricial, la diagonal principal será igual a 1 para todos los casos. Si se opta por un grafo, en todos los vértices existirán bucles con valor igual a 1. En la Figura 3.2 se muestra la representación de esta propiedad a través de una matriz y un grafo. Por tanto, existe reflexividad si se cumple lo siguiente:

$$\forall x_i \in G : \mu(x_i, x_j) = \begin{cases} 1, i = j \\ [0, 1], i \neq j \end{cases} \quad (3.9)$$

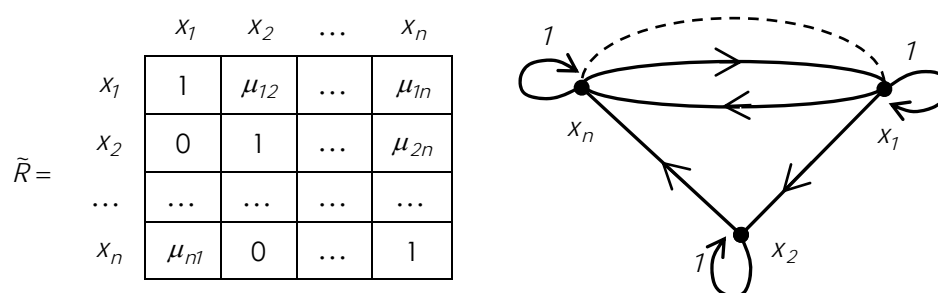


Figura 3.2. Relación de reflexividad en forma matricial y de grafo

- **Simetría.** La relación que existe entre dos elementos de un conjunto referencial  $G$  es simétrica si  $x_i$  se vincula con  $x_j$  con la misma intensidad que  $x_j$  se relaciona con  $x_i$ . Cabe señalar que las relaciones de los elementos consigo mismos se consideran excluidas de esta propiedad. En la Figura 3.3 se representa una relación de simetría a través de una matriz y un grafo. En consecuencia, la relación es simétrica si se cumple que:

$$\forall x_i, x_j \in G, x_i \neq x_j : \mu_{x_i x_j} = \mu_{x_j x_i} \quad (3.10)$$

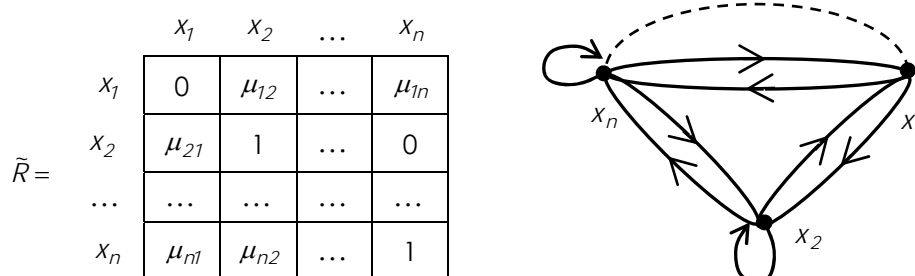


Figura 3.3. Relación de simetría en forma matricial y de grafo

- **Antisimetría.** Existe antisimetría si en un conjunto  $G$ ,  $x_i$  se relaciona con  $x_j$  y  $x_j$  con  $x_i$  pero la intensidad de la relación no es la misma en ambos sentidos. De nuevo, se excluyen las relaciones que un elemento mantenga consigo mismo. La relación de antisimetría que se muestra en la Figura 3.4 existe si se cumple lo siguiente:

$$\forall x_i, x_j \in G : x_i \neq x_j : \mu_{x_i x_j} \neq \mu_{x_j x_i} \quad (3.11)$$

La relación de antisimetría es perfecta cuando existe relación entre el elemento  $x_i$  y el elemento  $x_j$  del conjunto referencial  $G$  pero la relación entre  $x_j$  y  $x_i$  es nula, por lo que:

$$\forall x_i, x_j \in G, x_i \neq x_j : (\mu_{x_i x_j} > 0) \Rightarrow (\mu_{x_j x_i} = 0) \quad (3.12)$$

La relación de antisimetría se denomina borrosa cuando la relación entre dos elementos resulta nula en ambos sentidos o cuando existe una relación no nula en ambos sentidos pero con diferente grado de intensidad, esto es:

$$\forall x_i, x_j \in G, x_i \neq x_j : (\mu_{x_i x_j} \neq \mu_{x_j x_i}) \vee (\mu_{x_i x_j} = \mu_{x_j x_i} = 0) \quad (3.13)$$

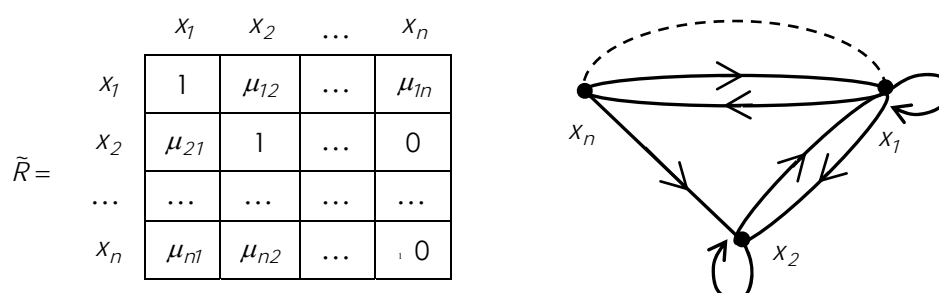


Figura 3.4. Relación de antisimetría en forma matricial y de grafo

- **Transitividad.** Para que exista una relación de transitividad deben intervenir al menos tres elementos del conjunto referencial  $G$ . En este sentido, dados tres elementos  $x_i$ ,  $x_j$  y  $x_k$  tales que existen relaciones entre  $x_i$  y  $x_j$ , entre  $x_j$  y  $x_k$ , y entre  $x_k$  y  $x_i$ , la relación entre los elementos  $x_i$  y  $x_k$  puede establecerse directamente entre ambos o indirectamente a través de todos los elementos del conjunto referencial. Sin embargo, para que exista una relación de transitividad es necesario que, considerando todos los caminos posibles entre  $x_i$  y  $x_k$ , las relaciones indirectas entre ambos no pueden ser mayores que la relación directa entre  $x_i$  y  $x_k$ . Por tanto, existe una relación de transitividad si se cumple lo siguiente:

$$\forall x_i, x_j, x_k \in G : \mu_{x_i x_j}, \mu_{x_j x_k} \Rightarrow \mu_{x_i x_k} \quad (3.14)$$

Como en el caso de las relaciones entre elementos de dos conjuntos, la combinación de las propiedades anteriores también genera otro tipo de relaciones entre los elementos de un mismo conjunto, las cuales se explican a continuación:

- **Similitud o equivalencia.** La relación de similitud o equivalencia (Zadeh, 1971) es aquella en la que se cumplen las propiedades de reflexividad, simetría y transitividad, según se muestra en la Figura 3.5, por lo que se verifica lo siguiente:

$$\forall x_i \in G : \mu(x_i, x_j) = \begin{cases} 1, i = j \\ [0, 1], i \neq j \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\forall x_i, x_j \in G, x_i \neq x_j : \mu_{x_i x_j} = \mu_{x_j x_i} \quad (3.16)$$

$$\forall x_i, x_j, x_k \in G : \mu_{x_i x_j}, \mu_{x_j x_k} \Rightarrow \mu_{x_i x_k} \quad (3.17)$$

Una relación de similitud está formada por varias subrelaciones de similitud que si se consideran de manera disjunta y máxima, teniendo en cuenta el mayor número de relaciones entre los elementos del conjunto referencial  $G$ , conforman las "clases de similitud". Cuando las subrelaciones de similitud son máximas pero no disjuntas, esto es, transitivas, se denominan "subrelaciones máximas de similitud", que posteriormente se explicaran con detalle.

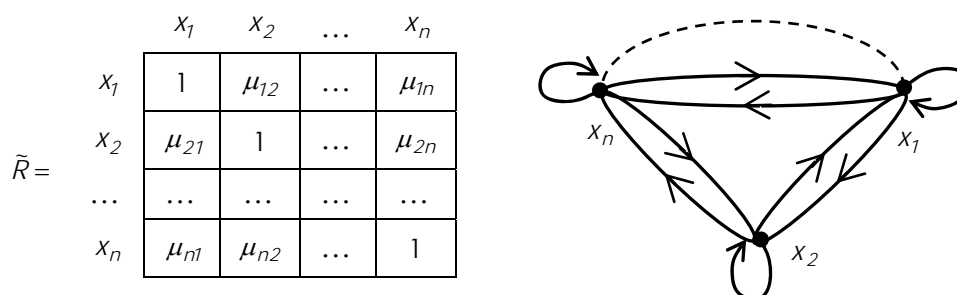


Figura 3.5. Relación de similitud en forma matricial y de grafo

- **Relación de semejanza.** La relación de semejanza es aquella en la que existen simultáneamente reflexividad y simetría (Klir y Folger, 1988; Gil-Aluja, 1999), por tanto, se cumple lo siguiente:

$$\forall x_i \in G : \mu(x_i, x_j) = \begin{cases} 1, i = j \\ [0, 1], i \neq j \end{cases} \quad (3.18)$$



$$\forall x_i, x_j \in G : x_i \neq x_j : \mu_{x_i x_j} = \mu_{x_j x_i} \quad (3.19)$$

Esta relación posee vinculación con el concepto de distancia, ya que se refiere al grado de relación que existe entre los elementos del conjunto referencial  $G$  cuando estos se toman dos a dos.

- **Relación de preorden.** La relación de preorden es aquella en la están presentes las relaciones de reflexividad y transitividad, es decir, es la relación de similitud si se elimina la propiedad de simetría, lo cual se expresa de la siguiente manera:

$$\forall x_i \in G : \mu(x_i, x_j) = \begin{cases} 1, i=j \\ [0, 1], i \neq j \end{cases} \quad (3.20)$$

$$\forall x_i, x_j, x_k \in G : \mu_{x_i x_j}, \mu_{x_j x_k} \Rightarrow \mu_{x_i x_k} \quad (3.21)$$

- **Relación de orden.** Cuando a una relación de preorden se le añade una relación de antisimetría, se le denomina relación de orden. Por tanto, existe una relación de orden cuando se cumplen las siguientes condiciones:

$$\forall x_i \in G : \mu(x_i, x_j) = \begin{cases} 1, i=j \\ [0, 1], i \neq j \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\forall x_i, x_j, x_k \in G : \mu_{x_i x_j}, \mu_{x_j x_k} \Rightarrow \mu_{x_i x_k} \quad (3.23)$$

$$\forall x_i, x_j \in G : x_i \neq x_j : \mu_{x_i x_j} \neq \mu_{x_j x_i} \text{ o } \mu_{x_i x_j} = \mu_{x_j x_i} = 0 \quad (3.24)$$

La antisimetría perfecta y la borrosa implican que también existan dos tipos de relaciones de orden, denominadas respectivamente orden perfecto y orden no perfecto. Además, la relación de orden es total o lineal si todos los elementos del conjunto referencial  $G$  se encuentran ordenados los unos en relación a los otros. Si también se cumple la relación de simetría y en algunas relaciones ocurre que  $\mu_{x_i x_j} = \mu_{x_j x_i} = 0$ , el orden es parcial o no lineal.

### **3.3. SEMEJANZAS: DISTANCIAS ENTRE ELEMENTOS Y CONJUNTOS**

#### **3.3.1 CONCEPTO DE DISTANCIA**

El proceso de búsqueda de semejanzas entre cualquier tipo de objetos, elementos o individuos es susceptible de una matematización mediante una medida de distancia entre los elementos, de manera que, cuanto más se asemejen los elementos, más escasa será la distancia entre ellos. Por tanto, la formalización del concepto de similitud o semejanza se realiza a través del concepto matemático de distancia.

En el caso de los Grupos Estratégicos, como cualquier otro tipo de agrupación de objeto o individuos, se analiza la similitud o semejanza que existe entre las empresas de una industria, de forma que, como se expuso en el segundo Capítulo de esta Memoria, las empresas de un determinado grupo se asemejan más entre ellas mismas que con el resto de los grupos.

En base a lo anterior, a partir de las variables estratégicas de las empresas de una industria, se puede analizar el grado de similitud que existe entre ellas realizando comparaciones por pares. El concepto de distancia arroja una medida de separación entre las empresas, esto es, determina el grado de desemejanza o disimilitud que existe entre ellas. La noción complementaria de la distancia es el acercamiento, por lo que mediante el complementario del primero se puede obtener el grado de semejanza que existe entre las empresas (Gil-Lafuente, 2002).

Regresando a los conceptos matemáticos, cabe destacar que si entre los elementos de un determinado conjunto se establecen unas determinadas relaciones o se definen operaciones entre los mismos, ese conjunto tiene estructura y, por tanto, conforma un "espacio matemático". A los efectos de esta Memoria, el concepto de distancia se analiza en relación a los "espacios métricos", los más sencillos que pueden formar los elementos de un conjunto (Kórshunov, 1995) y que a continuación se explicarán.

En base a lo anterior, la distancia expresa cercanía o lejanía entre dos objetos o individuos, esto es, entre dos elementos de un conjunto. Desde la perspectiva matemática, para un conjunto de elementos  $G$  la distancia se representa mediante una función binaria como la siguiente:

$$d(x, y): G \times G \rightarrow \mathfrak{R} \quad (3.25)$$

Generalmente la distancia entre dos puntos se mide por la longitud del segmento que separa a ambos. Por tanto, siendo  $G$  un conjunto no vacío, el concepto de distancia entre dos elementos  $x, y, z \in G$  se obtiene mediante la generalización de las propiedades fundamentales del plano geométrico (Kaufmann y Gil-Aluja,

1990, 1993). En consecuencia, con cada par de elementos de  $G$  se establece una función de distancia no negativa que posee las siguientes propiedades:

$$- \text{ Valor mínimo: } \quad \forall x, y \in G : d(x, y) \geq 0 \quad (3.26)$$

$$- \text{ Identidad: } \quad \forall x, y \in G : d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y \quad (3.27)$$

$$- \text{ Simetría: } \quad \forall x, y \in G : d(x, y) = d(y, x) \quad (3.28)$$

$$- \text{ Desigualdad triangular: } \quad \forall x, y, z \in G : d(x, z) \leq d(x, y) * d(y, z) \quad (3.29)$$

La desigualdad triangular también recibe el nombre de *transitividad min-\** y el operador  $*$  debe ser distribuido con  $\wedge$ , es decir, mínimo o inferendum, por lo que también puede expresarse como  $d(x, z) \leq \wedge_y (d(x, y) * d(y, z))$ .

También cabe destacar el concepto de "codistancia", que es una distancia en  $G$  para cualesquiera  $x, y, z \in G$  o una función  $\bar{d} : G \times G \rightarrow \mathfrak{R}$  tal que  $\forall x, y, z \in G \times G, \bar{d} \in [0, 1]$  que posee las propiedades siguientes:

$$- \quad \bar{d}(x, y) \geq 0 \quad (3.30)$$

$$- \quad \bar{d}(x, y) = 1 \Leftrightarrow x = y \quad (3.31)$$

$$- \quad \bar{d}(x, y) = \bar{d}(y, x) \quad (3.32)$$

$$- \quad \bar{d}(x, y) \leq \vee_y (\bar{d}(x, y) *' \bar{d}(y, z)) \quad (3.33)$$

El operador  $*'$  asociado a la codistancia es distributivo con  $\vee$ , por tanto, máximo o supremum. Esta propiedad también se denomina *transitividad max-\*'*.

Otro aspecto relevante es la noción de "métrica", que es una aplicación funcional de la distancia  $d$  en  $G \times G$  en que posee las siguientes propiedades:

$$- \quad \forall x, y \in G \times G : d(x, y) = 0 \quad (3.34)$$

$$- \quad \forall x, y \in G \times G : d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y \quad (3.35)$$

$$- \quad \forall x, y \in G \times G : d(x, y) = d(y, x) \quad (3.36)$$

$$- \quad \forall x, y, z \in G \times G : d(x, z) \leq \wedge_y d(x, y) + d(y, z) \quad (3.37)$$

A tenor de lo expuesto, puede comprobarse que existen diferencias entre una distancia y una métrica; mientras que en la distancia  $d(x, y) = 0$  no implica que  $x = y$ , en una métrica si  $d(x, y) = 0$ , entonces  $x = y$ . Por otro lado, en una distancia el operador  $*$  no es obligatoriamente  $+$ , mientras que en una métrica necesariamente es una suma ordinaria, por lo que  $* = +$ .

En consecuencia, puede afirmarse que una métrica es siempre una distancia. Sin embargo, no toda distancia es una métrica. Una "ultramétrica" es una distancia en la que  $* = \vee$ . En realidad, debería denominarse "ultradistancia", pero se ha generalizado la primera denominación, de forma que se puede enunciar la siguiente desigualdad denominada "transitividad minmax":

$$D(x, z) \leq \bigwedge_y (D(x, y) \vee D(y, z)) \quad (3.38)$$

Se denomina "infradistancia" a una codistancia  $*' = \wedge$ , aunque correctamente debería denominarse "inframétrica". En este caso, la desigualdad denominada "transitividad maxmin" se expresa como sigue:

$$\overline{D}(x, z) \leq \bigvee_y (\overline{D}(x, y) \wedge \overline{D}(y, z)) \quad (3.39)$$

Cabe destacar que entre una ultramétrica y una inframétrica existe una dualidad, ya que:

$$\forall (x, y), (y, z), (x, z) \in G \times G, \text{ si } d, \overline{d} \in [0, 1] \text{ y } \overline{d} = 1 - d:$$

$$\overline{\overline{d}(x, z)} = \bigvee_y (\overline{\overline{d}(x, y) \wedge \overline{d}(y, z)}) = \bigwedge_y (\overline{d}(x, y) \vee \overline{d}(y, z)) = \overline{d}(x, z) \quad (3.40)$$

Según lo anterior, sea un conjunto referencial finito  $G$  y una aplicación funcional  $d$  en  $G \times G$ , que relaciona con cada par de elementos de  $G$  cierto número real no negativo denominado "distancia" o "métrica" en  $G$ , tal que  $d: G \times G \rightarrow \mathfrak{R}$  y posee las propiedades expuestas previamente, el par  $(G, d)$ , formado por el conjunto  $G$  y una métrica definida sobre el mismo, se denomina "espacio métrico". Por tanto, el conjunto  $G$  sólo se transforma en un espacio métrico al introducir en el mismo una métrica  $d(x, y)$ . Si en un mismo conjunto se introducen diferentes métricas, se obtienen diferentes espacios.

En consecuencia, para medir la distancia entre conjuntos se selecciona un espacio métrico  $(G, d)$  en el que se establece un punto  $x_0$  de comparación y un conjunto no vacío  $A \subset G$ . Se designa como  $d\{(x_0, x)\}_{x \in A}$  al conjunto de número reales que constituyen las distancias de  $x_0$  a todos los puntos de  $A$ . Este conjunto está acotado inferiormente por 0, por lo que admite un extremo inferior no menor que ese valor. Todo esto puede expresarse como sigue:

$$d(x_0, A) = \inf\{(x_0, x)\}_{x \in A} \quad (3.41)$$

El número real  $d(x_0, A)$  es la distancia de  $x_0$  al conjunto  $A$ . Resulta evidente que si  $x_0 \in A$ , entonces  $d(x_0, A) = 0$ , pero en general el recíproco no es cierto (Iribarren, 1987). Si se toman dos puntos  $x_0, y_0 \in G$  y  $A \subset G$  no está vacío, se tiene:

$$\forall x \in A : d(x_0, x) \leq d(y_0, x) + d(x_0, y_0) \quad (3.42)$$

De dónde puede deducirse lo siguiente:

$$d(x_0, A) \leq d(y_0, A) + d(x_0, y_0) \quad (3.43)$$

$$d(y_0, A) \leq d(x_0, A) + d(x_0, y_0) \quad (3.44)$$

En base a lo anterior, se deduce la siguiente propiedad:

$$|d(x_0, A) - d(y_0, A)| \leq d(x_0, y_0) \quad (3.45)$$

### 3.3.2 MEDIDAS DE DISTANCIA ENTRE SUBCONJUNTOS BORROSOS

Como se ha explicado anteriormente en este Capítulo, la similitud o semejanza entre dos empresas puede determinarse a través de la función complementaria a la de desemejanza, ya que son procesos simétricos y en matemáticas esta última se mide mediante una distancia. En este sentido, existen diversas funciones que posibilitan medir distancias pero todas ellas verifican las propiedades explicadas previamente: valor mínimo, simetría y desigualdad triangular.

Retomando los subconjuntos borrosos, si  $\tilde{A} = \{ \tilde{A}_1, A_2, \dots, A_n \}$  es un subconjunto borroso que toma valores en un conjunto de características  $G = \{ P_1, P_2, \dots, P_n \}$ , lo que se expresa como sigue:

$$\tilde{A}_i \rightarrow \{ \mu_{\tilde{A}_1}(P_1), \mu_{\tilde{A}_2}(P_2), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(P_n) \} \quad (3.46)$$

Si  $\tilde{P}(G)$  es el conjunto de todos los subconjuntos borrosos de un conjunto referencial  $G$ , la distancia  $d : \tilde{P}(G) \times \tilde{P}(G) \rightarrow [0, 1]$ , cumple las siguientes propiedades:

- Valor mínimo:  $\forall \tilde{A} : d(\tilde{A}, \tilde{A}) = 0 \quad (3.47)$

- Simetría:  $\forall \tilde{A}, \tilde{B} : d(\tilde{A}, \tilde{B}) = d(\tilde{B}, \tilde{A}) \quad (3.48)$

- Desigualdad triangular:  $\forall \tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C} : d(\tilde{A}, \tilde{C}) \leq d(\tilde{A}, \tilde{B}) + d(\tilde{B}, \tilde{C}) \quad (3.49)$

Además de las anteriores, en una distancia métrica se verifica la propiedad de igualdad que, al contrario que en una simple, posee la siguiente característica:

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = 0 \Leftrightarrow \tilde{A} = \tilde{B} \quad (3.50)$$

En el caso de una distancia ultramétrica, se cumple otra propiedad que resulta más fuerte que la desigualdad triangular, ya que:

$$\forall \tilde{A}, \tilde{C} \in P : d(\tilde{A}, \tilde{C}) \leq \min_{\tilde{X} \in \tilde{P}(G)} \max \{ d(\tilde{A}, \tilde{X}), d(\tilde{X}, \tilde{C}) \} \quad (3.51)$$

Lo anterior implica que también se verifica la propiedad triangular:

$$\begin{aligned} d(\tilde{A}, \tilde{C}) &\leq \min_{\tilde{x} \in \tilde{P}(G)} \max \{ d(\tilde{A}, \tilde{x}), d(\tilde{x}, \tilde{C}) \} \\ &\leq \max \{ d(\tilde{A}, \tilde{B}), d(\tilde{B}, \tilde{C}) \} \leq d(\tilde{A}, \tilde{B}), d(\tilde{B}, \tilde{C}) \end{aligned} \quad (3.52)$$

En base a lo expuesto, si  $\tilde{A}$  y  $\tilde{B}$  son dos subconjuntos borrosos del conjunto referencial  $G$  y sus funciones de pertenencia,  $\mu_{\tilde{A}}$  y  $\mu_{\tilde{B}}$ , toman valores  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , las medidas de distancia más comunes son las siguientes<sup>1</sup>:

- Distancia euclídea. Medida de distancia clásica que calcula la longitud del segmento que une dos puntos en el espacio euclídeo.

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\mu_{\tilde{A}}(P_i) - \mu_{\tilde{B}}(P_i))^2} \quad (3.53)$$

- Distancia de Hamming. Se calcula mediante la suma, en valor absoluto, de la diferencia existente entre todas las dimensiones de los elementos.

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sum_{i=1}^n |\mu_{\tilde{A}}(P_i) - \mu_{\tilde{B}}(P_i)| \quad (3.54)$$

- Distancia de Mahalanobis. Utiliza las covarianzas que existen entre los elementos ya que, a diferencia de las medidas anteriores, tiene en cuenta la correlación entre las variables aleatorias.

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{(\mu_{\tilde{A}}(P_i) - \mu_{\tilde{B}}(P_i))^T S^{-1} (\mu_{\tilde{A}}(P_i) - \mu_{\tilde{B}}(P_i))} \quad (3.55)$$

Si la medición de semejanza  $s$  se considera una función complementaria de una de las anteriores medidas de distancia  $d$ , se obtiene que  $s = 1 - d$ , y siendo  $s : \tilde{P}(G) \times \tilde{P}(G) \rightarrow [0, 1]$ , se verifican las propiedades siguientes:

- Reflexividad:  $\forall \tilde{A} : s(\tilde{A}, \tilde{A}) = 1$  (3.56)

- Simetría:  $\forall \tilde{A}, \tilde{B} : s(\tilde{A}, \tilde{B}) = s(\tilde{B}, \tilde{A})$  (3.57)

- Desigualdad triangular:  $\forall \tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C} : s(\tilde{A}, \tilde{C}) \geq s(\tilde{A}, \tilde{B}) + s(\tilde{B}, \tilde{C}) - 1$  (3.58)

Además, si la medida de distancia se asocia a una distancia métrica se cumple la propiedad de igualdad:

$$s(\tilde{A}, \tilde{B}) = 1 \Leftrightarrow \tilde{A} = \tilde{B} \quad (3.59)$$

---

<sup>1</sup> Estas medidas de distancia también pueden utilizarse para elementos de un mismo conjunto.

### 3.4. AFINIDADES: GENERALIZACIÓN DE SEMEJANZAS

Las afinidades son una generalización del concepto de semejanza y pueden definirse como "agrupaciones homogéneas a determinados niveles, estructuradas ordenadamente que ligan elementos de conjuntos de distinta naturaleza, relacionados por la propia esencia de los fenómenos que representan" (Gil-Aluja, 1999: 186). Cabe señalar que la diferencia con el concepto de semejanza se debe a que esta última se establece entre elementos de un mismo conjunto, por lo que se refleja a través de matrices cuadradas  $G \times G$ , mientras que la afinidad permite relacionar elementos de diferentes conjuntos, lo que generalmente se representa mediante matrices rectangulares definidas en  $G_1 \times G_2$ . Entonces, la afinidad entre elementos de un conjunto  $G_1$  se genera como consecuencia de los elementos de  $G_2$  y viceversa. En cualquier caso, las relaciones de semejanza son casos particulares de las relaciones de afinidad, las cuales poseen las siguientes características fundamentales:

- La homogeneidad de cada agrupación se vincula a un determinado nivel, por lo que es necesario asignar un nivel más o menos elevado que defina el umbral a partir del cual se establece la relación de homogeneidad.
- Los elementos de cada conjunto están vinculados entre sí debido a su propia naturaleza.
- La construcción de una estructura que establezca un determinado orden resulta imprescindible para tomar decisiones con posterioridad.

Con el objetivo de profundizar en las propiedades de las afinidades, se parte de dos conjuntos  $G_1 = \{ a, b, c, d, e, f \}$  y  $G_2 = \{ m, n, p, q, r \}$  para los que se supone una relación borrosa entre ambos definida por la siguiente matriz:

		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
$\tilde{R} =$	<i>m</i>	1	0	0,4	0,8	0,9	0,1
	<i>n</i>	0,7	0,6	0,9	0,2	1	0,1
	<i>p</i>	0,8	0,8	0,7	1	0,2	0,8
	<i>q</i>	0,9	1	0	0,7	1	1
	<i>r</i>	0,8	0,7	0,9	0,4	0,9	0,2

Como se acaba de exponer, en el ámbito de las relaciones borrosas es necesario establecer un determinado nivel a partir del cual se acepte la afinidad. Si se emplea un sistema endecadario  $[0, 1]$ , los conjuntos se pueden considerar afines, por ejemplo, a partir del umbral  $0,6$  y hasta  $1$ , éste último si se desea que la afinidad

sea total. Puede establecerse un único umbral para todos los elementos o un vector de umbrales que determina un nivel de afinidad para cada uno. En consecuencia, a partir de un vector de umbrales o un único umbral se puede transformar la relación borrosa en una matriz booleana de valores 1 y 0, en función de que los valores de la matriz borrosa sean mayores o iguales que el umbral o inferiores al mismo, respectivamente. Por ejemplo, considerando el siguiente vector de umbrales:

$$\tilde{R} = \begin{array}{c|c} m & 0,8 \\ n & 0,6 \\ p & 0,8 \\ q & 0,7 \\ r & 0,7 \end{array}$$

A partir de la matriz borrosa anterior, se obtiene la siguiente matriz booleana:

$$\tilde{R} = \begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & e & f \\ m & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ n & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ p & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ q & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ r & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

### 3.4.1. FAMILIAS Y CIERRES DE MOORE

Uno de los conceptos más destacados en el ámbito de las agrupaciones establecidas a través de las relaciones de afinidad es el "cierre de Moore" (Gil-Aluja, 1990). Dado un conjunto referencial finito  $G$  y el conjunto de sus partes  $\mathcal{M}(G)$ , se denomina cierre de Moore en un contexto determinista a una aplicación funcional  $\Gamma$  de un conjunto de partes  $\mathcal{M}(G)$  en  $\mathcal{M}(G)$ , que posee las siguientes propiedades:

- Extensividad:  $\forall \tilde{A}_j \in \mathcal{M}(G) : \tilde{A}_j \subset \Gamma \tilde{A}_j$  (3.60)

- Idempotencia:  $\forall \tilde{A}_j \in \mathcal{M}(G) : \Gamma^2(\tilde{A}_j) = \Gamma(\Gamma \tilde{A}_j) = \Gamma \tilde{A}_j = \tilde{A}_j$  (3.61)

- Isotonía:  $\forall \tilde{A}_j \in \mathcal{M}(G) : (\tilde{A}_j \subset \tilde{A}_k) \Rightarrow (\Gamma \tilde{A}_j \subset \Gamma \tilde{A}_k)$  (3.62)



Si se supone un conjunto referencial  $G = \{ a, b, c \}$ , con la aplicación de  $\Gamma$  sobre el mismo se tiene como resultado:

$$\begin{aligned} \Gamma \emptyset &= \emptyset & \Gamma \{ a \} &= \{ a \} & \Gamma \{ b \} &= \{ a, b \} & \Gamma \{ c \} &= \{ a, c \} \\ \Gamma \{ a, b \} &= \{ a, b \} & \Gamma \{ a, c \} &= \{ a, c \} & \Gamma \{ b, c \} &= G & \Gamma G &= G \end{aligned}$$

La anterior aplicación  $\Gamma$  constituye un cierre de Moore porque las propiedades expuestas se cumplen, como se ilustra en la Figura 3.6 y a continuación se explican:

- La propiedad de extensividad implica que las flechas que representan las correspondencias deben ser siempre horizontales o descendientes.
- La propiedad de idempotencia implica que si se duplica la aplicación, es decir, si se aplica de nuevo la aplicación sobre el resultado de las correspondencias anteriores, se obtienen las mismas correspondencias iniciales.
- La isotonía evita la posibilidad de que se crucen flechas que comienzan en vértices formados por el mismo componente o componentes.

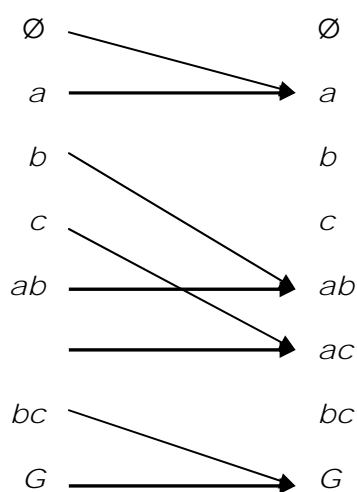


Figura 3.6. Representación gráfica del cierre de Moore

También cabe destacar el concepto de “familia de Moore” (Kaufmann y Gil-Aluja, 1992). Sea  $F(G) \subset M(G)$  una familia, siendo  $G$  un conjunto referencial y  $M(G)$  el conjunto de sus partes, se constituye como una familia de Moore si cumple las siguientes propiedades:

$$G \in F(G) \tag{3.63}$$

$$\left( \tilde{A}_j, \tilde{A}_k \in F(G) \right) \Rightarrow \left( \tilde{A}_j \cap \tilde{A}_k \in F(G) \right) \tag{3.64}$$

En el ejemplo anterior, con el conjunto referencial  $G = \{a, b, c\}$ ,  $F(G) = \{\{b\}, \{a, b\}, \{b, c\}, G\}$  es una familia de Moore porque cumple las propiedades anteriores.

Para obtener un cierre se Moore puede aplicar dos procedimientos; derivarlo a través de una familia de Moore o determinarlo mediante relaciones binarias (Gil-Aluja y Gil-Lafuente, 2007). En cualquier caso, a los efectos expositivos de la presente Memoria, las explicaciones acerca de ambos procedimientos que se presentan a continuación, se inician con ejemplos de matrices cuadradas, circunstancia que puede asociarse a la relación elementos de un mismo conjunto referencial, y posteriormente se realiza una generalización para relaciones rectangulares, cuando se establecen las vinculaciones entre elementos de dos conjuntos referenciales con cardinales diferentes.

### 3.4.1.1. Obtención del cierre de Moore a partir de una familia

A partir de una familia de Moore se puede construir un único cierre de Moore, ya que resulta suficiente con considerar que un cierre de Moore es una aplicación funcional en la que todos o parte de los componentes del subconjunto se corresponden con un cierre de Moore.

Si se considera un conjunto referencial  $G = \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4\}$  y se forma una familia seleccionando algunos elementos del conjunto de las partes  $P(G)$  que cumplen los axiomas (3.63) y (3.64) para que se considere una familia, por ejemplo, la siguiente:

$$F(G) = \{\emptyset, \{\tilde{P}_1\}, \{\tilde{P}_2\}, \{\tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_4\}\}$$

Se designa  $F_{\tilde{A}_j}(G)$  al subconjunto de elementos de  $F(G)$  que contienen  $\tilde{A}_j$ .

El cierre de Moore  $M\tilde{A}_j$ , que es único para una familia, se construye haciendo:

$$M\tilde{A}_j = \bigcap_{F \in F_{\tilde{A}_j}(G)} F \tag{3.65}$$

De acuerdo con lo anterior, la aplicación que a cada subconjunto de  $\tilde{A}_j$  le corresponde la intersección de todos los elementos de la familia de Moore que contiene el propio subconjunto, es un cierre de Moore.

Si se utiliza la familia  $F(G)$  anterior y se obtienen las familias  $F_{\tilde{A}_j}(G)$  para el conjunto formado por todas las combinaciones posibles de sus elementos, denominado “power set” (Gil-Aluja, 1990), se obtiene lo siguiente:

$$\begin{array}{ll}
 F_{\emptyset}(G) = \{ \emptyset, \{\tilde{P}_1\}, \{\tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3\}, G \} & \bigcap_{F \in F(G)} F = \emptyset \\
 F_{\tilde{P}_1}(G) = \{ \{\tilde{P}_1\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3\}, G \} & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_1}(G)} F = \{\tilde{P}_1\} \\
 F_{\tilde{P}_2}(G) = \{ \{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3\}, G \} & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_2}(G)} F = \{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3\} \\
 F_{\tilde{P}_3}(G) = \{ \{\tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3\}, G \} & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_3}(G)} F = \{\tilde{P}_3\} \\
 F_{\tilde{P}_4}(G) = G & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_4}(G)} F = G \\
 F_{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2}(G) = G & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2}(G)} F = G \\
 F_{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3}(G) = \{ \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3\}, G \} & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3}(G)} F = \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3\} \\
 F_{\tilde{P}_1, \tilde{P}_4}(G) = G & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_1, \tilde{P}_4}(G)} F = G \\
 F_{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3}(G) = \{ \{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3\}, G \} & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3}(G)} F = \{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3\} \\
 F_{\tilde{P}_2, \tilde{P}_4}(G) = G & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_2, \tilde{P}_4}(G)} F = G \\
 F_{\tilde{P}_3, \tilde{P}_4}(G) = G & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_3, \tilde{P}_4}(G)} F = G \\
 F_{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3}(G) = G & \bigcap_{F \in F_{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3}(G)} F = G
 \end{array}$$

Si se continúa con este proceso se observa que todos los elementos tienen como intersección el conjunto referencial  $G$ .

A partir de los resultados anteriores se puede construir el cierre de Moore correspondiente a la familia  $F(G)$ . Para el ejemplo anterior, en la Figura 3.7 se muestra el cierre de Moore en forma de correspondencia.

Se puede comprobar, incluso visualmente, que las aplicaciones  $\Gamma$  y  $M$  cumplen los axiomas establecidos para el cierre de Moore. La idempotencia comporta que los elementos de  $P(G)$  que son imagen de otro elemento de  $P(G)$  son así mismo su propia imagen. Son los denominados "cerrados". Por tanto, una familia de Moore es un conjunto de cerrados.

En el ejemplo anterior se observa que los cerrados son  $C = \{ \emptyset, \{\tilde{P}_1\}, \{\tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3\}, G \}$ , que coinciden con la familia de Moore inicialmente establecida. Los cerrados, o lo que es lo mismo, la familia de Moore del ejemplo anterior, forman un retículo que se muestra en la Figura 3.8.

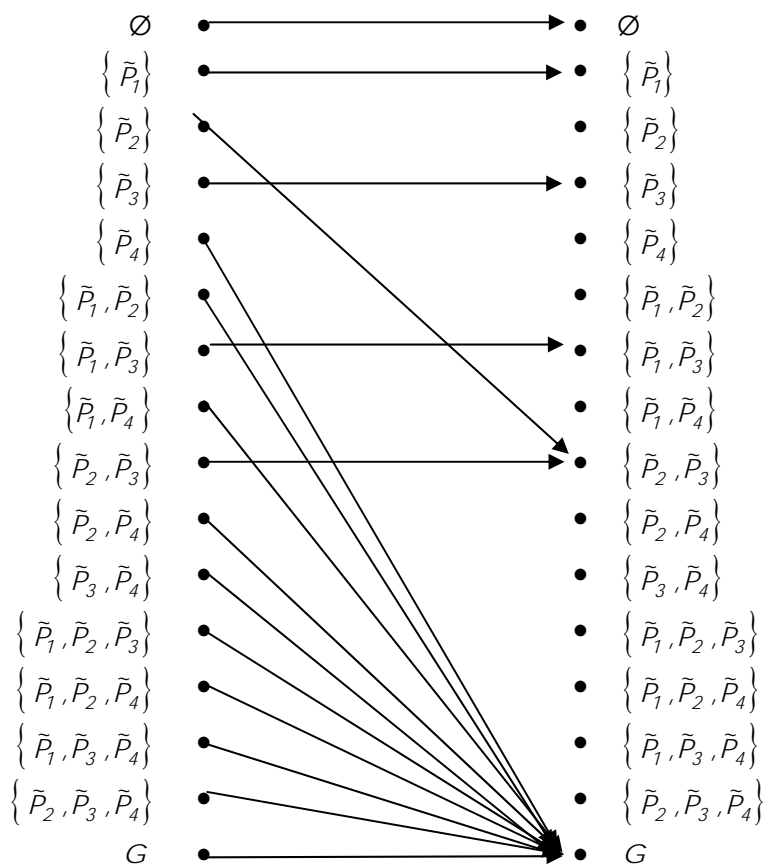


Figura 3.7. Representación del cierre de Moore a partir de una familia

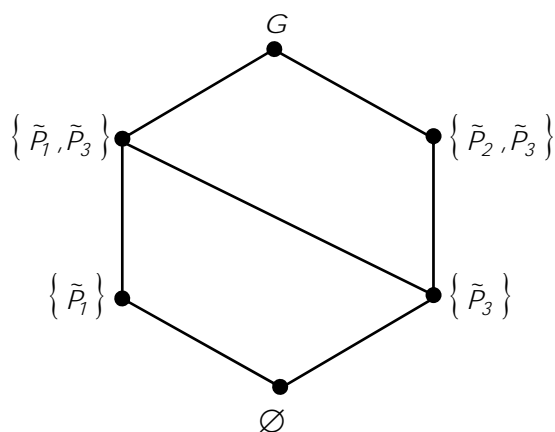


Figura 3.8. Retículo de la familia de Moore

### 3.4.1.2. Obtención del cierre de Moore a través de relaciones binarias

El cierre de Moore también puede obtenerse a partir de la relación entre los elementos de un conjunto referencial, cuya representación, como se ha explicado en secciones previas, puede realizarse mediante una matriz o mediante un grafo.

Si  $G = \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \}$  es un conjunto referencial y existe una relación borrosa entre los elementos, tal que  $\tilde{R} \subset G \times G$ , se define una relación booleana a partir de un determinado umbral o nivel  $\alpha$ .

$$R_\alpha = \{ ( \tilde{P}_j, \tilde{P}_k ) \in G \times G / \mu_{\tilde{R}}( \tilde{P}_j, \tilde{P}_k ) \geq \alpha \}, \quad \alpha \in [0,1] \quad (3.66)$$

Por ejemplo, se supone la siguiente matriz:

$$\tilde{R} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \tilde{P}_1 & \tilde{P}_2 & \tilde{P}_3 & \tilde{P}_4 \end{array} \\ \begin{array}{l} \tilde{P}_1 \\ \tilde{P}_2 \\ \tilde{P}_3 \\ \tilde{P}_4 \end{array} \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 0,5 & 1 & 0,7 & 0,8 \\ \hline & 0,9 & 0,8 & 0,2 & 0 \\ \hline & 0,3 & 0,9 & 0,8 & 1 \\ \hline & 0 & 0,1 & 0,3 & 0,8 \\ \hline \end{array}$$

Si se toma como umbral  $\alpha \geq 0,7$ , se obtiene la siguiente matriz booleana:

$$R_{0,7} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \tilde{P}_1 & \tilde{P}_2 & \tilde{P}_3 & \tilde{P}_4 \end{array} \\ \begin{array}{l} \tilde{P}_1 \\ \tilde{P}_2 \\ \tilde{P}_3 \\ \tilde{P}_4 \end{array} \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & & \\ \hline & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & & & & 1 \\ \hline \end{array}$$

El grafo sagitado asociado se muestra en la Figura 3.9.

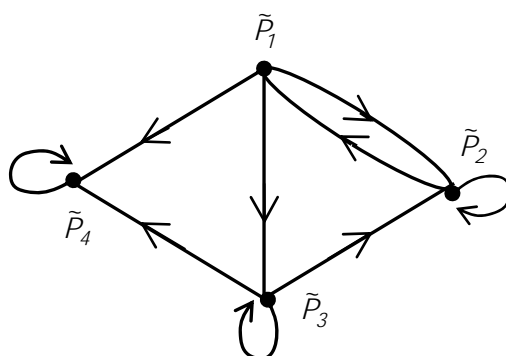


Figura 3.9. Grafo de relación borrosa

Una vez conocida una relación borrosa y un umbral que permite pasar al campo booleano, se definen dos importantes conceptos: predecesor de nivel  $\alpha$  y sucesor de nivel  $\alpha$ .

Dada una relación booleanas  $R_\alpha$ , se considera que  $\tilde{P}_j$  es un predecesor de  $\tilde{P}_k$  al nivel  $\alpha$  o también que  $\tilde{P}_k$  es un sucesor de  $\tilde{P}_j$  al nivel  $\alpha$ , si se cumple que  $(\tilde{P}_j, \tilde{P}_k) \in R_\alpha$ . Cuando  $(\tilde{P}_j, \tilde{P}_k) \in R_\alpha$  y  $(\tilde{P}_k, \tilde{P}_j) \in R_\alpha$ , entonces  $\tilde{P}_j$  y  $\tilde{P}_k$  son, a la vez, predecesor y sucesor. En el ejemplo anterior  $\tilde{P}_1$  es un predecesor de  $\tilde{P}_2$ , el de  $\tilde{P}_3$  y uno de  $\tilde{P}_4$ ;  $\tilde{P}_2$  es predecesor de  $\tilde{P}_1$  y de sí mismo; etc. Estas dos nociones permiten definir la conexión a la derecha y la conexión a la izquierda al nivel  $\alpha$  (Kaufmann y Gil-Aluja, 1992).

Sea una relación borrosa  $\tilde{R} \subset G \times G$ , se denomina conexión a la derecha al nivel  $\alpha$  de  $\tilde{R}$ , a la aplicación funcional  $R_\alpha^+$  de  $P(G)$  en  $P(G)$  tal que, para todo  $\tilde{A}_j \in P(G)$ ,  $R_\alpha^+$  es el subconjunto de elementos de  $G$  que son sucesores al nivel  $\alpha$  de todo elemento que pertenece a  $\tilde{A}_j$ . Esto se puede expresar como sigue:

$$R_\alpha^+ \tilde{A}_j = \left\{ \tilde{P}_j \in G / (\tilde{P}_j, \tilde{P}_k) \in R_\alpha, \forall \tilde{P}_k \in \tilde{A}_j \right\}^2 \quad (3.67)$$

Sea de nuevo  $\tilde{R} \subset G \times G$ , se denomina conexión a la izquierda al nivel  $\alpha$  de  $\tilde{R}$ , a la aplicación funcional  $R_\alpha^-$  de  $P(G)$  en  $P(G)$  tal que, para todo  $\tilde{A}_j \in P(G)$ ,  $R_\alpha^-$  es el subconjunto de elementos de  $G$  que son predecesores al nivel  $\alpha$  de todo elemento perteneciente a  $\tilde{A}_j$ .

<sup>2</sup> Con  $R_\alpha^+ \emptyset = G$ .

Puede expresarse como sigue:

$$R_{\alpha}^{-} \tilde{A}_j = \left\{ \tilde{P}_k \in G / \left( \tilde{P}_k, \tilde{P}_j \right) \in R_{\alpha}, \forall \tilde{P}_k \in \tilde{A}_j \right\} \quad (3.68)$$

En el ejemplo utilizado previamente se obtienen las siguientes conexiones a la derecha  $R_{\alpha}^{+}$ , con la representación sagitada de la Figura 3.10.

$$\begin{aligned} R_{0,7}^{+} \emptyset &= G & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_1 \} &= \{ \tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_2 \} &= \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_2 \} \\ R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_3 \} &= \{ \tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_4 \} &= \{ \tilde{P}_4 \} & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_2 \} &= \{ \tilde{P}_2 \} \\ R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3 \} &= \{ \tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_4 \} &= \{ \tilde{P}_4 \} & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_2, \tilde{P}_2 \} &= \{ \tilde{P}_2 \} \\ R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_2, \tilde{P}_4 \} &= \emptyset & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} &= \{ \tilde{P}_4 \} & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3 \} &= \{ \tilde{P}_2 \} \\ R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_4 \} &= \emptyset & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} &= \{ \tilde{P}_4 \} & R_{0,7}^{+} \{ \tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} &= \emptyset \\ R_{0,7}^{+} G &= \emptyset \end{aligned}$$

Para las conexiones a la izquierda  $R_{\alpha}^{-}$ , se obtienen las siguientes correspondencias, con la representación sagitada de la Figura 3.11.

$$\begin{aligned} R_{0,7}^{-} \emptyset &= G & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_1 \} &= \{ \tilde{P}_2 \} & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_2 \} &= \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3 \} \\ R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_3 \} &= \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3 \} & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_4 \} &= \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_2 \} &= \{ \tilde{P}_2 \} \\ R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3 \} &= \emptyset & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_4 \} &= \emptyset & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_2, \tilde{P}_3 \} &= \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3 \} \\ R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_2, \tilde{P}_4 \} &= \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3 \} & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} &= \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3 \} & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3 \} &= \emptyset \\ R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_4 \} &= \emptyset & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} &= \{ \tilde{P}_4 \} & R_{0,7}^{-} \{ \tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4 \} &= \{ \tilde{P}_1, \tilde{P}_3 \} \\ R_{0,7}^{-} G &= \emptyset \end{aligned}$$

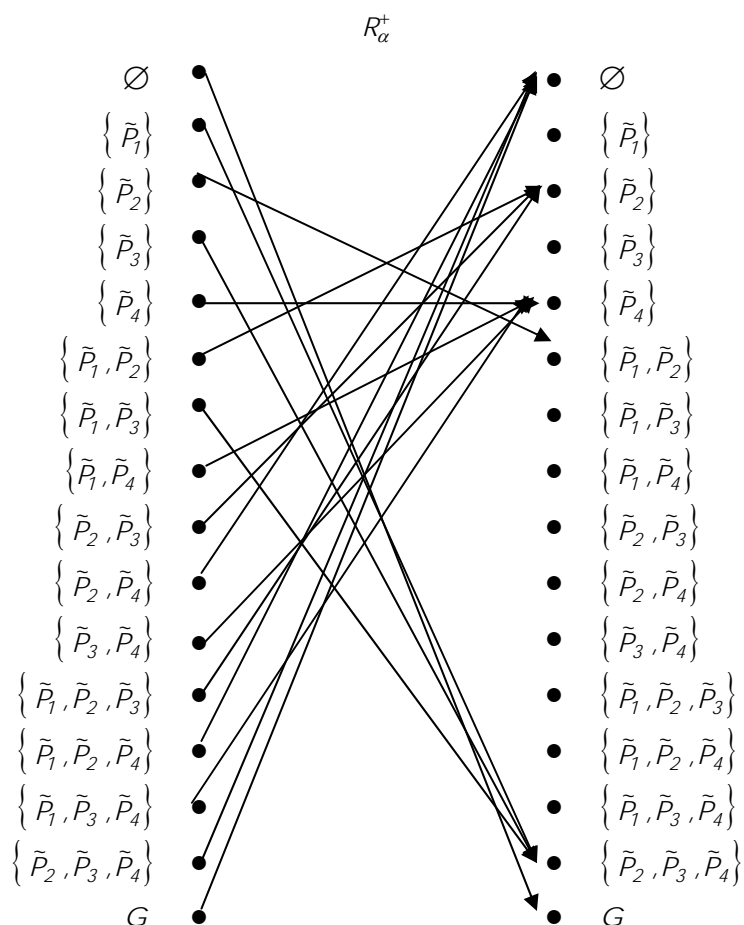


Figura 3.10. Representación de las conexiones a la derecha del cierre de Moore

Las definiciones de conexión a la derecha  $R_{\alpha}^{+} \tilde{A}_j$  y conexión a la izquierda  $R_{\alpha}^{-} \tilde{A}_j$  realizadas anteriormente permiten comprobar que:

$$\forall \tilde{P}_j \subset \tilde{A}_j \in P(G): R_{\alpha}^{+} \tilde{A}_j = \bigcap_{\tilde{P}_j \in \tilde{A}_j} R_{\alpha}^{+} \{ \tilde{P}_j \} \quad (3.69)$$

$$\forall \tilde{P}_j \subset \tilde{A}_j \in P(G): R_{\alpha}^{-} \tilde{A}_j = \bigcap_{\tilde{P}_j \in \tilde{A}_j} R_{\alpha}^{-} \{ \tilde{P}_j \} \quad (3.70)$$

Las equivalencias anteriores posibilitan hallar directamente  $R_{\alpha}^{+} \tilde{A}_j$  y  $R_{\alpha}^{-} \tilde{A}_j$  mediante las intersecciones en la relación  $R_{\alpha}$ .



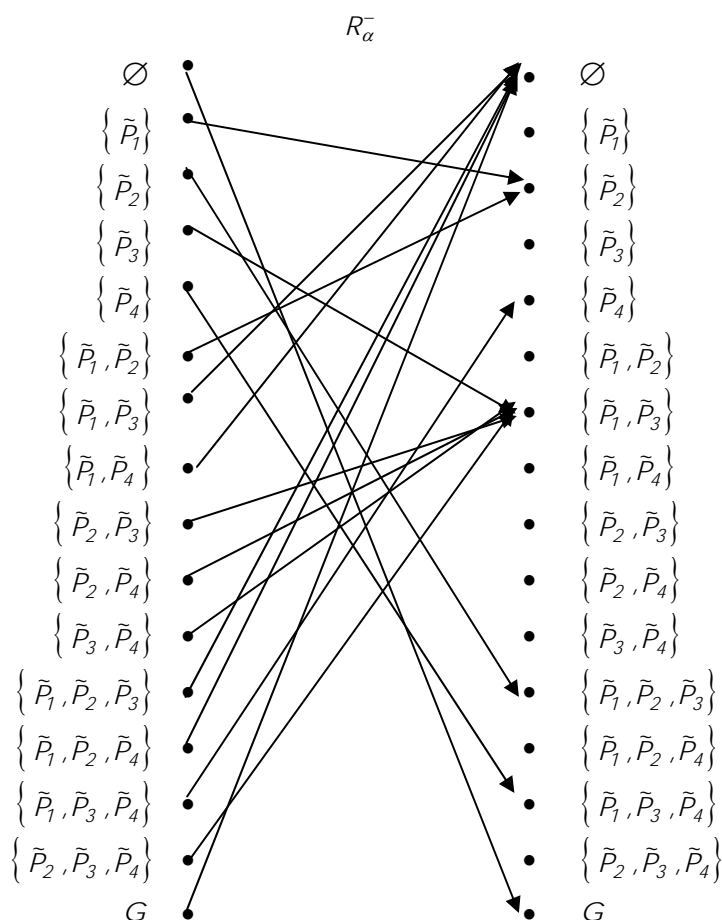


Figura 3.11. Representación de las conexiones a la izquierda del cierre de Moore

En relación a lo expuesto pueden enunciarse los siguientes teoremas (Gil-Aluja y Gil-Lafuente, 2007):

- **Teorema 1.** La conexión a la derecha (y respectivamente a la izquierda) es antifona en relación a la inclusión de los elementos de  $P(G)$ , lo que se expresa como sigue:

$$\forall \tilde{A}_j, \tilde{A}_k \in P(G) : (\tilde{A}_j \subset \tilde{A}_k) \Rightarrow (R_\alpha^+ \tilde{A}_j \supset R_\alpha^+ \tilde{A}_k) \tag{3.71}$$

$$\forall \tilde{A}_j, \tilde{A}_k \in P(G) : (\tilde{A}_j \subset \tilde{A}_k) \Rightarrow (R_\alpha^- \tilde{A}_j \supset R_\alpha^- \tilde{A}_k) \tag{3.72}$$

En el ejemplo puede comprobarse la demostración anterior:

$$(\{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2\} \subset \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3\}) \Rightarrow (\{\tilde{P}_2\} \supset \{\tilde{P}_2\})$$

$$(\{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2\} \subset \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_4\}) \Rightarrow (\{\tilde{P}_2\} \supset \emptyset)$$

$$\left(\{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2\} \subset G\right) \Rightarrow \left(\{\tilde{P}_2\}\right)^3$$

- **Teorema 2.** Si  $R_\alpha^+$  y  $R_\alpha^-$  son respectivamente las conexiones a la derecha y a la izquierda de la relación borrosa  $R \subset G \times G$ , al nivel  $\alpha$ , las convoluciones maxmin de  $R_\alpha^-$  con  $R_\alpha^+$  y de  $R_\alpha^+$  con  $R_\alpha^-$  proporcionan los cierres de Moore.

$$M_\alpha^{(1)} = R_\alpha^- \circ R_\alpha^+ \tag{3.73}$$

$$M_\alpha^{(2)} = R_\alpha^+ \circ R_\alpha^- \tag{3.74}$$

En el ejemplo anterior, a partir de la conexión a la izquierda  $R_\alpha^-$  y de la conexión a la derecha  $R_\alpha^+$ , se obtiene  $M_\alpha^{(1)}$ , por convolución maxmin, según se muestra en la Figura 3.12.

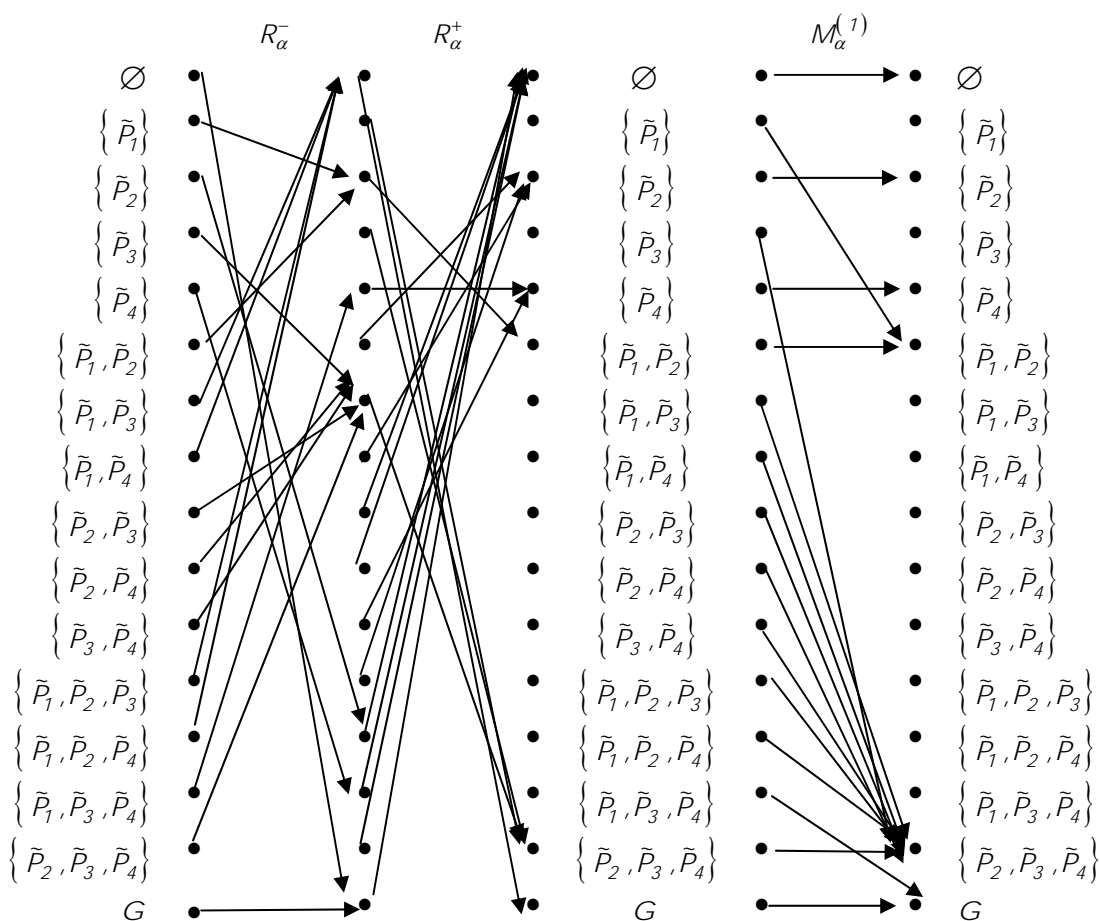


Figura 3.12. Representación sagitada del cierre de Moore  $M_\alpha^{(1)}$

<sup>3</sup> Se continuaría de la misma forma con el resto de elementos del *power set*.

Los cerrados del ejemplo son  $C_\alpha^{(1)} = \{ \emptyset, \{\tilde{P}_2\}, \{\tilde{P}_4\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2\}, \{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4\}, G \}$ , ya que cumplen que para todo  $\tilde{A}_j \in P(G)$ :  $\tilde{A}_j = M\tilde{A}_j$ .

Análogamente, mediante la convolución maxmin entre la conexión a la derecha  $R_\alpha^+$  y la conexión a la izquierda  $R_\alpha^-$ , se obtiene  $M_\alpha^{(2)}$ , representado en la Figura 3.13.

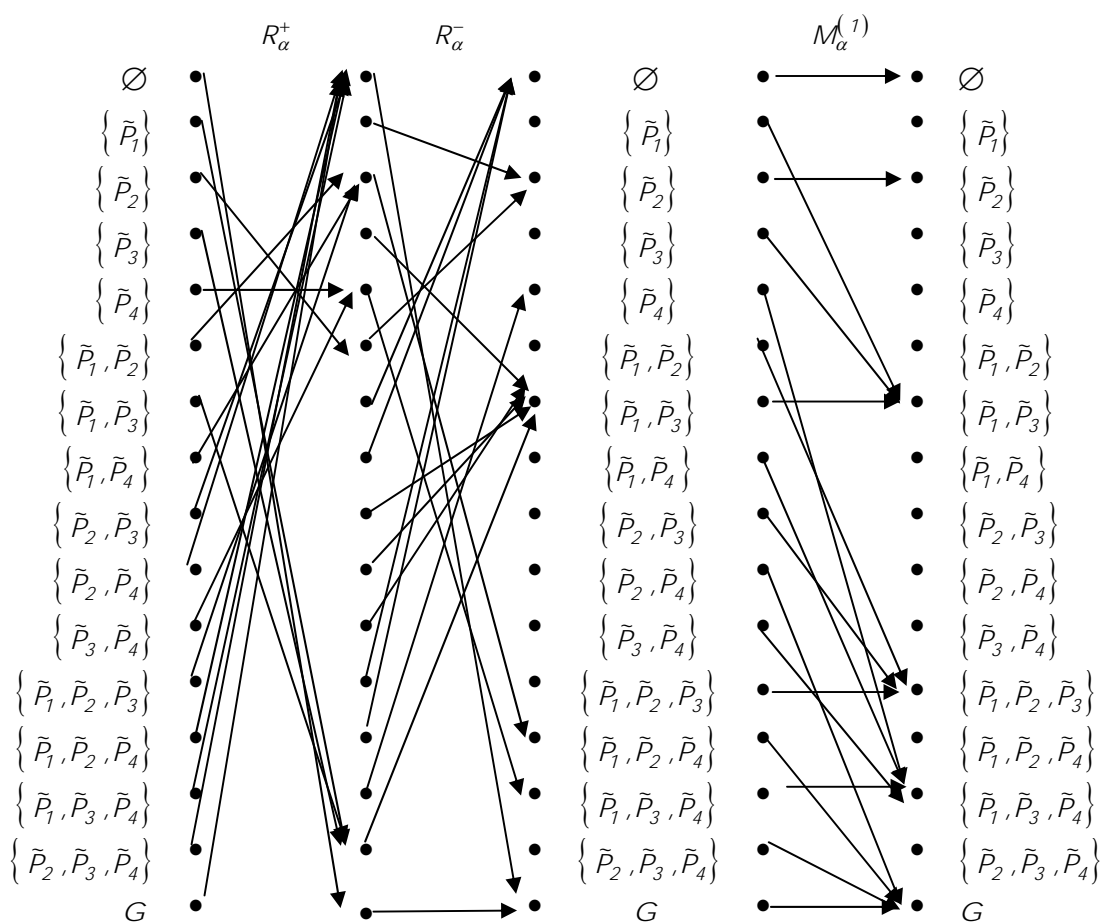


Figura 3.13. Representación sagitada del cierre de Moore  $M_\alpha^{(2)}$

Los cerrados son  $C_\alpha^{(2)} = \{ \emptyset, \{\tilde{P}_2\}, \{\tilde{P}_4\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4\}, G \}$ .

Como consecuencia de la propiedad de idempotencia se cumple que  $R_\alpha^- \tilde{A}_j = (R_\alpha^- \circ R_\alpha^+) \circ R_\alpha^- \tilde{A}_j = M_\alpha^{(2)} \circ R_\alpha^- \tilde{A}_j = M_\alpha^{(2)}(R_\alpha^- \tilde{A}_j)$ . Por tanto,  $R_\alpha^- \tilde{A}_j$  es un cerrado de  $P(G)$  para  $M_\alpha^{(2)}$ . Si  $C(G, M_\alpha^{(2)})$  es el subconjunto de cerra-

dos de  $P(G)$  correspondiente al cierre de Moore  $M_\alpha^{(2)}$ , se puede generalizar que  $C\left(G, M_\alpha^{(2)} = \bigcup_{A \in P(G)} R_\alpha^- \tilde{A}_j\right)$ .

Igualmente,  $R_\alpha^+ \tilde{A}_j = (R_\alpha^+ \circ R_\alpha^-) \circ R_\alpha^+ \tilde{A}_j = M_\alpha^{(1)} \circ R_\alpha^+ \tilde{A}_j = M_\alpha^{(1)}(R_\alpha^+ \tilde{A}_j)$ . Por tanto,  $R_\alpha^+ \tilde{A}_j$  es un cerrado de  $P(G)$  para  $M_\alpha^{(1)}$ . Entonces, si  $C(G, M_\alpha^{(1)})$  es el subconjunto de los cerrados de  $P(G)$  correspondiente al cierre de Moore

$$M_\alpha^{(1)}, \text{ se tiene } C\left(G, M_\alpha^{(1)} = \bigcup_{A \in P(G)} R_\alpha^+ \tilde{A}_j\right).$$

- **Teorema de Lofosse-Marin.** Las dos familias  $C(G, M_\alpha^{(1)})$  y  $C(G, M_\alpha^{(2)})$  son isomorfas entre sí y también duales la una en relación a la otra. Esto se expresar como:

$$\tilde{A}_j \in C(G, M_\alpha^{(1)}) \Rightarrow (\tilde{A}_k = R_\alpha^- \tilde{A}_j \in C(G, M_\alpha^{(2)})) \text{ y } (R_\alpha^+ \tilde{A}_k = \tilde{A}_j) \quad (3.75)$$

$$\tilde{A}_j \in C(G, M_\alpha^{(2)}) \Rightarrow (\tilde{A}_j = R_\alpha^- \tilde{A}_k \in C(G, M_\alpha^{(1)})) \text{ y } (R_\alpha^- \tilde{A}_j = \tilde{A}_k) \quad (3.76)$$

En el ejemplo anterior los cerrados son los siguientes:

$$C(G, M_\alpha^{(1)}) \Rightarrow \{\emptyset, \{\tilde{P}_2\}, \{\tilde{P}_4\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2\}, \{\tilde{P}_2, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4\}, G\}$$

$$C(G, M_\alpha^{(2)}) \Rightarrow \{\emptyset, \{\tilde{P}_2\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3\}, \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_3, \tilde{P}_4\}, G\}$$

Se seleccionan, entre las conexiones a la izquierda  $R_\alpha^-$  y las conexiones a la derecha  $R_\alpha^+$ , aquellas que se refieren a los conjuntos cerrados  $C(G, M_\alpha^{(1)})$  y  $C(G, M_\alpha^{(2)})$ , que se designan como,  $H_\alpha^-$  y  $H_\alpha^+$ , respectivamente, y se construye un gráfico de correspondencias representado en la Figura 3.14.

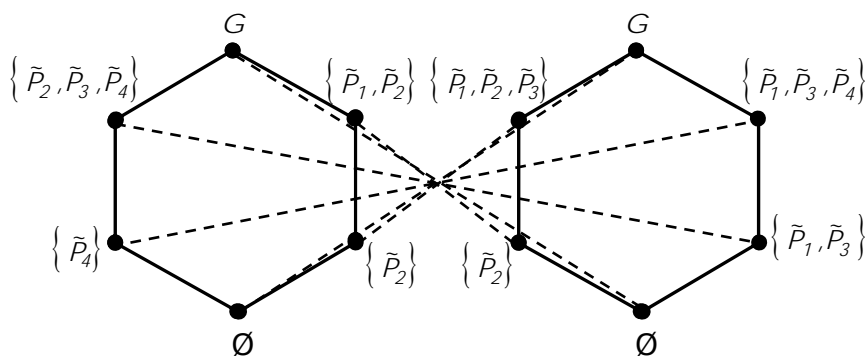


Figura 3.14. Representación gráfica del ejemplo del Teorema de Lofosse-Marin

Con este ejemplo queda evidenciada la dualidad existente, que también se refleja mediante la representación de la Figura 3.15.

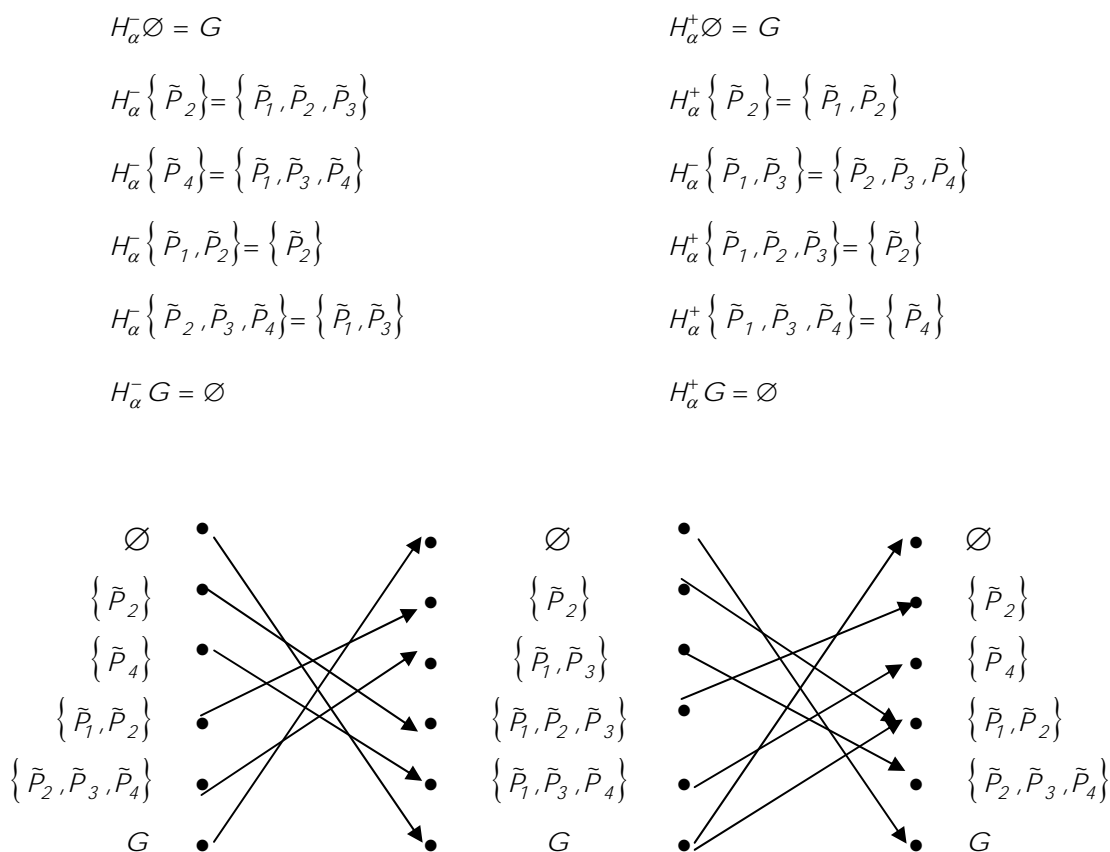


Figura 3.15. Representación sagitada del Teorema de Lofosse-Marin

En el ejemplo utilizado se ha partido de la transformación de una relación borrosa en una relación booleana al establecer como umbral  $\alpha \geq 0,7$ . Obviamente, existe la posibilidad de considerar tantos grupos de conexiones a la derecha y de conexiones a la izquierda como niveles de  $\alpha$  se establezcan.

### 3.4.2. AGRUPACIONES HOMOGÉNEAS ORDENADAS: RETÍCULOS DE GALOIS

#### 3.4.2.1. Concepto y características de los retículos

En el trabajo seminal de Kaufmann (1971) se definen los "retículos" como aquellos conjuntos finitos que pueden representarse a través de grafos finitos y poseen ciertas propiedades, entre las que destaca que se trata de conjuntos ordenados. Un conjunto ordenado es aquel en el que se ha definido cierta relación de

orden formada por cadenas, que constituyen todas las partes ordenadas del conjunto ordenado. Una cadena es máxima si no forma parte en sí misma de ninguna otra cadena, esto es, si todo subconjunto que contiene estrictamente a esa cadena es parcialmente ordenado.

Si  $A \subset G$ , siendo  $G$  un conjunto ordenado y  $A$  se encuentra ordenado mediante orden inducido, un elemento  $Y \in G$  constituye un minorante (mayorante) de  $A$  si es inferior (superior) o igual a todos los otros elementos de  $A$ , cumpliéndose lo siguiente:

$$\text{Minorante: } \forall X_i \in A \Rightarrow Y \leq X_i \quad (3.77)$$

$$\text{Mayorante: } \forall X_i \in A \Rightarrow Y \geq X_i \quad (3.78)$$

Sea  $M$  el conjunto de minorantes ( $M'$  el conjunto de mayorantes) de  $A \subset G$ , si  $M$  admite un mayor elemento (un menor elemento)  $Y$ , ese elemento se denomina cota inferior (cota superior). En concreto, si  $A$  posee un menor (mayor) elemento  $Y$ , éste es una cota inferior (superior) de  $A$ . Por ejemplo, en la Figura 3.16, si se supone un subconjunto  $A = \{D, E, F\}$ , el subconjunto  $M = \{B, C, D\}$  es el minorante de  $A$  porque  $M$  posee un mayor elemento  $D$ , siendo entonces la cota inferior de  $A$ . Así mismo, para el subconjunto  $B = \{B, C, D\}$ ,  $D$  constituye la cota superior de  $B$ .

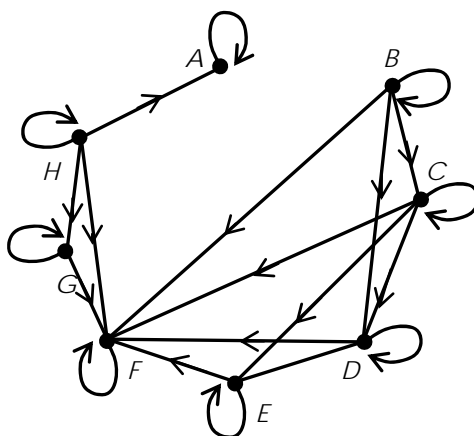


Figura 3.16. Cotas inferiores y superiores

Un conjunto constituye un semi-retículo superior cuando toda parte formada por dos elementos posee una cota superior, mientras que forma un semi-retículo inferior si toda parte formada por dos elementos posee una cota inferior. Un conjunto ordenado que es simultáneamente un semi-retículo inferior y un semi-retículo superior constituye un retículo, también denominado conjunto reticulado, entramado o *lattice*. Por ejemplo, en la Figura 3.17 el conjunto  $(A, B, C, D, E, F, G)$  constituye un retículo o conjunto reticulado.

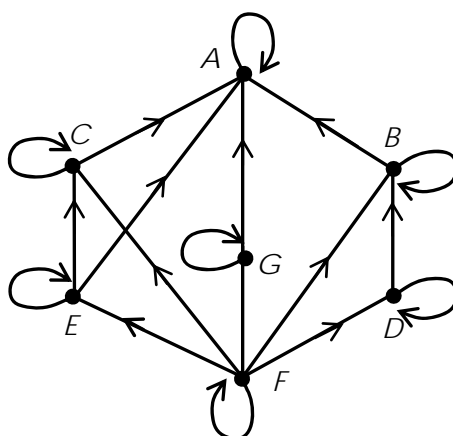


Figura 3.17. Reticulo o conjunto reticulado

Si se considera un retículo  $T$  y  $A$  es una parte del mismo ordenada mediante orden inducido, en base a la definición de retículo, dos elementos  $X$  e  $Y$  de  $A \subset T$  poseen una cota superior  $K = \sup\{X, Y\}$  y una cota inferior  $L = \inf\{X, Y\}$ . Los elementos  $K$  y  $L$  pertenecen a  $T$  pero pueden no pertenecer a  $A$ . Al contrario, si para todo par de elementos de  $A$  las cotas superior e inferior en  $T$  son también elementos de  $A$ , entonces  $A$  constituye un subretículo de  $T$ .

Si a las cotas superior e inferior de  $T$  se denominan, respectivamente:

$$\sup_T\{X, Y\} \tag{3.79}$$

$$\inf_T\{X, Y\} \tag{3.80}$$

Se muestra que  $A$  es un subretículo de  $T$  mediante la siguiente propiedad:

$$\forall X, Y \in A \Rightarrow \sup_T\{X, Y\} \in A \text{ e } \inf_T\{X, Y\} \in A \tag{3.81}$$

En base a lo anterior se deduce que un subretículo  $A$  de  $T$  es a su vez un retículo, ya que:

$$\sup_T\{X, Y\} \in A = \sup_A\{X, Y\} \in A \quad \inf_T\{X, Y\} \in A = \inf_A\{X, Y\} \in A \tag{3.82}$$

Además de las expresiones previas, para definir un retículo también pueden utilizarse los símbolos  $\Delta$  y  $\nabla$  de la siguiente forma:

$$\sup\{A, B\} = A \nabla B \tag{3.83}$$

$$\inf\{A, B\} = A \Delta B \tag{3.84}$$

A tenor de lo anterior, un retículo  $T$  también puede expresarse como:

$$\forall A, B \in T \Rightarrow A \Delta B \in T \text{ y } A \nabla B \in T \tag{3.85}$$

Las operaciones  $\Delta$  y  $\nabla$  se consideran aplicaciones de  $T \times T$  en  $T$  que a todo par de elementos  $(A, B)$  de  $T \times T$  le hace corresponder el elemento  $A \Delta B$  o el elemento  $A \nabla B$  de  $T$ . Además, estas aplicaciones tienen las propiedades siguientes:

- Conmutatividad:  $A \nabla B = B \nabla A \quad A \Delta B = B \Delta A$  (3.86)

- Asociatividad:  $A \nabla (B \nabla C) = (A \nabla B) \nabla C \quad A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$  (3.87)

- Idempotencia:  $A \nabla A = A \quad A \Delta A = A$  (3.88)

- Absorción:  $A \nabla (B \Delta A) = A \quad A \Delta (B \nabla A) = A$  (3.89)

Los retículos pueden representarse a través de grafos sagitados como los expuestos en secciones previas de este Capítulo.

En la Figura 3.18 se muestra de nuevo un ejemplo en el que  $\{C, D, E, A\}$  y  $\{C, B, A\}$  son las dos cadenas máximas del retículo.

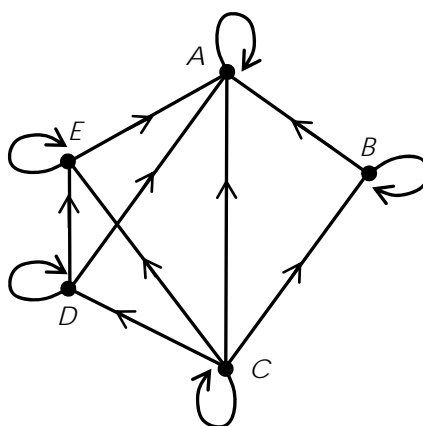


Figura 3.18. Retículo con cadenas máximas

Si únicamente se consideran las cadenas máximas y se eliminan las flechas del retículo anterior, se obtiene un diagrama de Hasse o grafo no orientado, como el que se muestra en la Figura 3.19. En éste, al igual que en un grafo, los elementos se representan con puntos o vértices y cuando dos elementos son comparables y consecutivos, se unen mediante una arista no horizontal debido a la existencia de un orden inducido entre los elementos del conjunto.



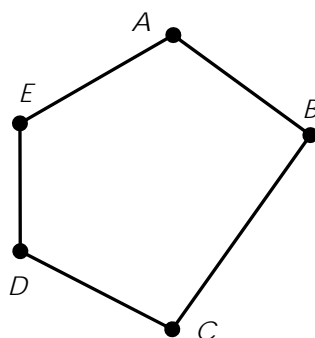


Figura 3.19. Diagrama de Hasse

### 3.4.2.2. Retículos de Galois

Todo lo expuesto previamente sobre familias, cierres de Moore y grafos puede generalizarse para relaciones borrosas rectangulares y obtener relaciones máximas a las que, añadiendo dos requisitos adicionales que posteriormente se explicarán, configuran los denominados Retículos de Galois (Barbut y Monsardet, 1979). En este sentido, se consideran atributos por un lado y elementos de un conjunto por otro, por lo que las matrices que relacionan ambos conjuntos son rectangulares (Kaufman y Gil-Aluja, 1990). En este sentido, si existe una relación borrosa rectangular  $S \subset G_1 \times G_2$ , en donde los cardinales de  $G_1$  y  $G_2$  son distintos, se pueden relacionar elementos de dos *power set* diferentes, por lo que la significación de las conexiones a la derecha y a la izquierda puede razonarse como se expone a continuación (Gil-Aluja, 1999).

La obtención de la conexión a la derecha en una relación borrosa rectangular  $R_\alpha^+$  pone de manifiesto los elementos del *power set* del conjunto  $G_1$  en función de uno o varios elementos del *power set* de  $G_2$ . En esta fase del proceso, el mismo elemento del *power set* de  $G_1$  puede reunir varios elementos del *power set* de  $G_2$  que comprenden elementos de los demás, por lo que resulta imprescindible continuar con la conexión a la izquierda. La conexión a la izquierda de una relación borrosa rectangular  $R_\alpha^-$  pone de manifiesto los elementos del *power set* de  $G_2$  en función de uno o varios elementos del *power set* de  $G_1$ . También en  $R_\alpha^-$  se produce que para un mismo elemento del *power set* de  $G_2$ , pueden existir varios elementos del *power set* de  $G_1$ , así como un elemento del *power set* de  $G_1$  que comprende a los demás. Por este motivo, los cierres de Moore se obtienen a través de las correspondientes convoluciones maxmin y, de ahí, los correspondientes cerrados.

Si se consideran dos conjuntos,  $G_1 = \{\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{P}_3\}$  y  $G_1 = \{\tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2, \tilde{Q}_3, \tilde{Q}_4\}$ , cuya relación borrosa se muestra en la siguiente matriz:

$$\tilde{R} = \begin{array}{c|cccc} & Q_1 & Q_2 & Q_3 & Q_4 \\ \hline P_1 & 0,9 & 0,6 & 0,8 & 0,2 \\ P_2 & 0,4 & 0,7 & 0,9 & 0,5 \\ P_3 & 0,2 & 1 & 0,3 & 0,8 \end{array}$$

Estableciendo un umbral  $\alpha \geq 0,6$ , se obtiene la siguiente matriz booleana:

$$\tilde{R} = \begin{array}{c|cccc} & Q_1 & Q_2 & Q_3 & Q_4 \\ \hline P_1 & 1 & 1 & 1 & \\ P_2 & & 1 & 1 & \\ P_3 & & 1 & & 1 \end{array}$$

Las conexiones a la derecha  $R_{0,6}^+$  y a la izquierda  $R_{0,6}^-$  son las siguientes:

$$\begin{array}{lll} R_{0,6}^+ \emptyset = G_2 & R_{0,6}^+ \{P_1\} = \{Q_1, Q_2, Q_3\} & R_{0,6}^+ \{P_2\} = \{Q_2, Q_3\} \\ R_{0,6}^+ \{P_3\} = \{Q_2, Q_4\} & R_{0,6}^+ \{P_1, P_2\} = \{Q_2, Q_3\} & R_{0,6}^+ \{P_1, P_3\} = \{Q_2\} \\ R_{0,6}^+ \{P_2, P_3\} = \{Q_2\} & R_{0,6}^+ G_1 = \{Q_2\} & R_{0,6}^- \emptyset = G_1 \\ R_{0,6}^- \{Q_1\} = \{P_1\} & R_{0,6}^- \{Q_2\} = G_1 & R_{0,6}^- \{Q_3\} = \{P_1, P_2\} \\ R_{0,6}^- \{Q_4\} = \{P_3\} & R_{0,6}^- \{Q_1, Q_2\} = \{P_1\} & R_{0,6}^- \{Q_1, Q_3\} = \{P_1\} \\ R_{0,6}^- \{Q_1, Q_4\} = \emptyset & R_{0,6}^- \{Q_2, Q_3\} = \{P_1, P_2\} & R_{0,6}^- \{Q_2, Q_4\} = \{P_3\} \\ R_{0,6}^- \{Q_3, Q_4\} = \emptyset & R_{0,6}^- \{Q_1, Q_2, Q_3\} = \{P_1\} & R_{0,6}^- \{Q_1, Q_2, Q_4\} = \emptyset \\ R_{0,6}^- \{Q_1, Q_3, Q_4\} = \emptyset & R_{0,6}^- \{Q_2, Q_3, Q_4\} = \emptyset & R_{0,6}^- G_2 = \emptyset \end{array}$$

Los cierres de Moore se obtienen mediante las convoluciones de las conexiones a la izquierda y a la derecha,  $M_{0,6}^{(1)} = R_{0,6}^- \circ R_{0,6}^+$  y  $M_{0,6}^{(2)} = R_{0,6}^+ \circ R_{0,6}^-$ .

En el caso de  $M_{0,6}^{(1)}$ , en la Figura 3.20 se muestra su representación sagitada. Los cerrados son  $C(G_2, M_{0,6}^{(1)}) = \{ \{Q_2\}, \{Q_2, Q_3\}, \{Q_2, Q_4\}, \{Q_1, Q_2, Q_3\}, G_2 \}$ .

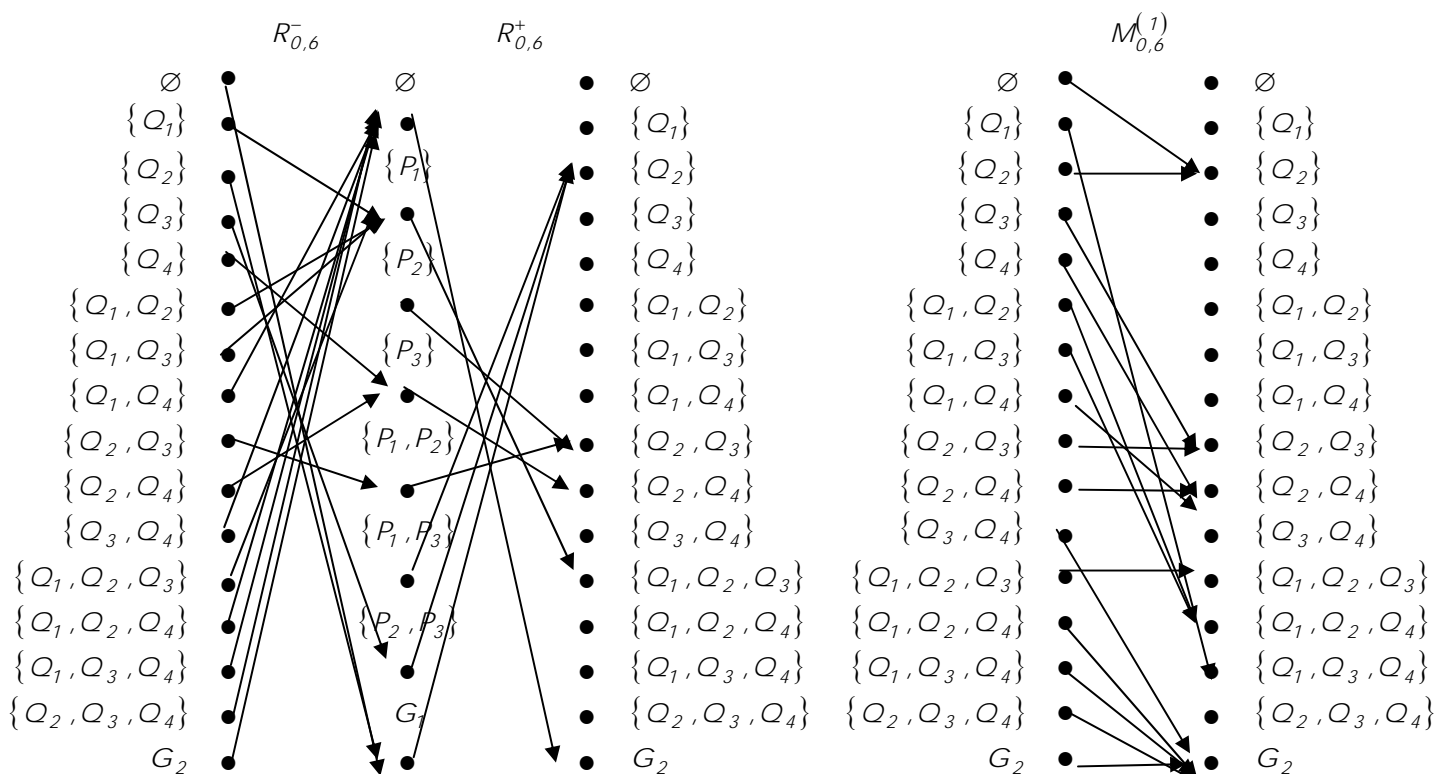


Figura 3.20. Representación sagitada del primer cierre de Moore

En el caso de  $M_{0,6}^{(2)}$ , en la Figura 3.21 se muestra su representación sagitada. El conjunto de cerrados es  $C(G_1, M_{0,6}^{(2)}) = \{ \emptyset, \{P_1\}, \{P_3\}, \{P_1, P_2\}, G_1 \}$ .

Lo mismo que sucede con un único referencial, también en esta ocasión la familia de cerrados correspondiente al cierre de Moore  $M_{0,6}^{(1)}$ ,  $C(G_2, M_{0,6}^{(1)})$  proporciona las agrupaciones con el mayor número posible de elementos de  $G_2$ , y la familia de cerrados relativa al cierre de Moore  $M_{0,6}^{(2)}$ ,  $C(G_1, M_{0,6}^{(2)})$  comprende la mayor agrupación posible de elementos de  $G_1$ .

Estas familias de cerrados se pueden asociar entre sí, ya que se cumplen las siguientes propiedades:

- Tienen el mismo número de elementos, esto es, el mismo cardinal.
- A todo elemento de la familia de cerrados  $C(G_2, M_{0,6}^{(1)})$  le corresponde un único elemento de la familia de cerrados  $C(G_1, M_{0,6}^{(2)})$ , al cual asimismo le corresponde un solo elemento de  $C(G_2, M_{0,6}^{(1)})$ .

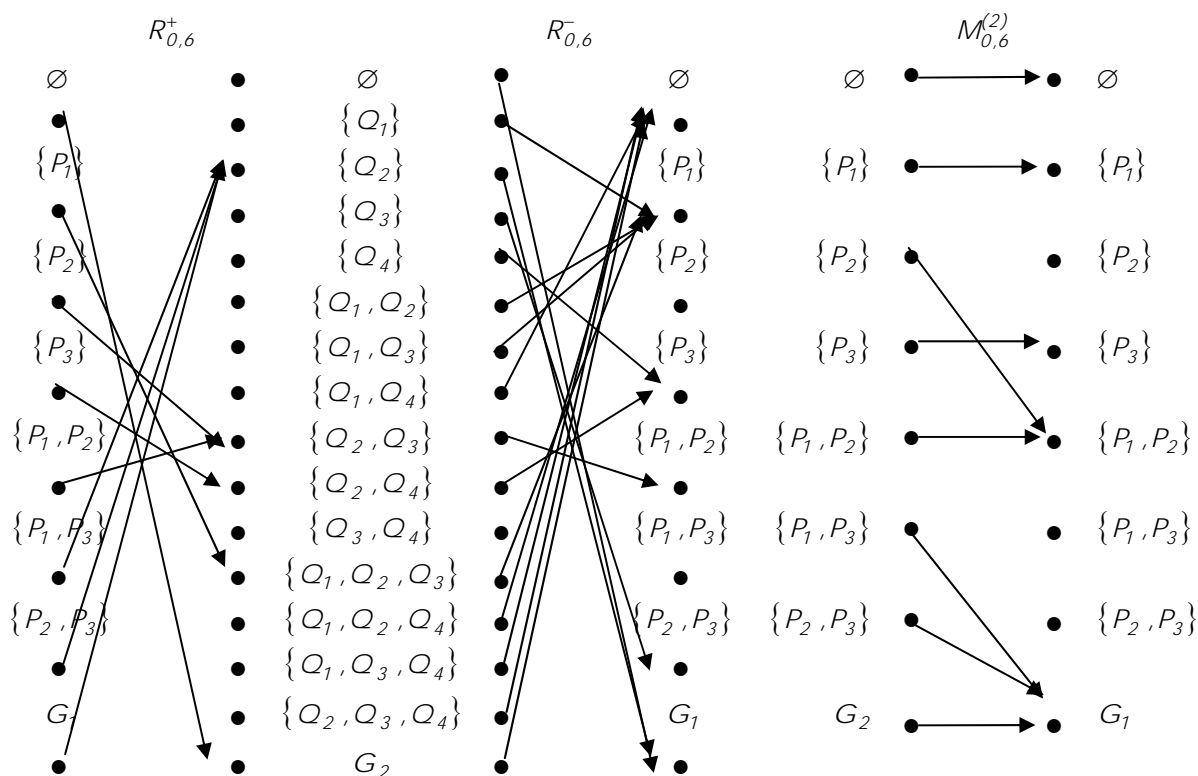


Figura 3.21. Representación sagitada del segundo cierre de Moore

Las propiedades anteriores se verifican en el ejemplo anterior, ya que:

$$R_{0,6}^+ G_1 = \{Q_2\}$$

$$R_{0,6}^- \{Q_2\} = G_1$$

$$R_{0,6}^+ \{P_1\} = \{Q_1, Q_2, Q_3\}$$

$$R_{0,6}^- \{Q_1, Q_2, Q_3\} = \{P_1\}$$

$$R_{0,6}^+ \{P_3\} = \{Q_2, Q_4\}$$

$$R_{0,6}^- \{Q_2, Q_4\} = \{P_3\}$$

$$R_{0,6}^+ \{P_1, P_2\} = \{Q_2, Q_3\}$$

$$R_{0,6}^- \{Q_2, Q_3\} = \{P_1, P_2\}$$

$$R_{0,6}^- G_2 = \emptyset$$

$$R_{0,6}^+ \emptyset = G_2$$

En base a la dualidad de las familias anteriores se constituyen retículos isomorfos (Dubreil, 1964) de naturaleza antífona, que cumple el Teorema de Lofosse-Marin, por lo que en la formación de grupos homogéneos, las agrupaciones de elementos de  $G_1$  de una familia de cerrados van acompañados de las agrupaciones de elementos de  $G_2$  de la otra familia de cerrados con ellas relacionadas, como se muestra en la Figura 3.22, mediante dos retículos de apariencia similar a un diagrama de Hasse.

Al superponer los dos retículos isomorfos se obtiene el retículo único de la Figura 3.23, que recoge en cada uno de sus vértices la relación de las agrupaciones de elementos del conjunto  $G_1$  con las del otro conjunto  $G_2$ , al umbral establecido. Cuando esto sucede se confirma que entre los conjuntos existe una afinidad a un determinado nivel  $\alpha$ . En el ejemplo anterior las afinidades son las siguientes:

$$\{\{Q_2\}, G_1\}, \{\{Q_2, Q_3\}, \{P_1, P_2\}\}, \{\{Q_2, Q_4\}, \{P_3\}\}, \{\{Q_1, Q_2, Q_3\}, \{P_1\}\}, \{G_2, \emptyset\}$$

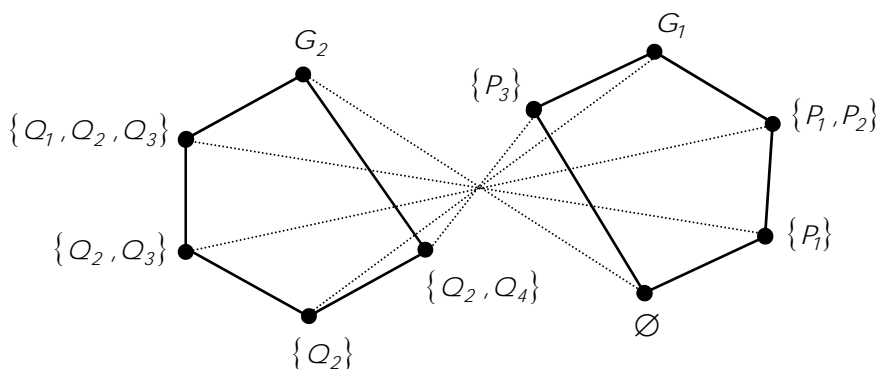


Figura 3.22. Retículos isomorfos

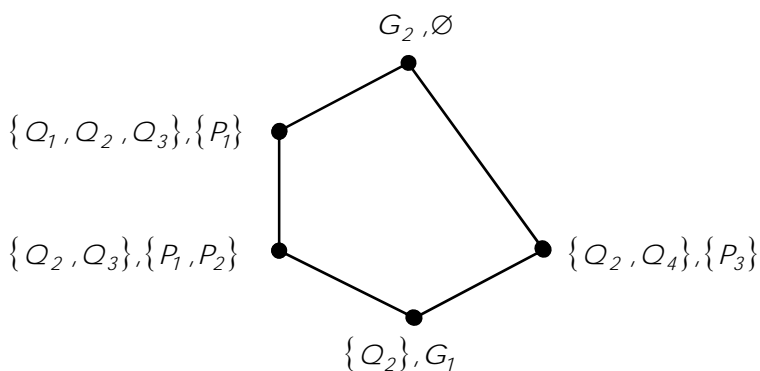


Figura 3.23. Retículo isomorfo único

El retículo también establece una ordenación y estructuración de estas relaciones, puesto que, a medida que en un desplazamiento desde el vértice  $\{\{Q_2\}, G_1\}$  hacia el vértice  $\{G_2, \emptyset\}$ , o viceversa, el número de elementos agrupados de un referencial aumenta, mientras que disminuye el número de elementos agrupados del otro conjunto.

Analizando el retículo de la Figura 3.23 se pone de manifiesto que si se tienen en cuenta los dos conjuntos  $G_1$  y  $G_2$ , así como los respectivos *power set*  $P(G_1)$  y  $Q(G_2)$ , se cumplen las siguientes relaciones de orden:

$$\begin{aligned} &\forall A_j, A_k \in P(G_1), \forall B_i, B_m \in Q(G_2): \\ &(A_j, B_i) \leq (A_k, B_m) \Leftrightarrow (A_j \subset A_k, B_i \supset B_m) \end{aligned} \quad (3.90)$$

$$\begin{aligned} &\forall A_j, A_k \in P(G_1), \forall B_i, B_m \in Q(G_2): \\ &(A_j, B_i) \geq (A_k, B_m) \Leftrightarrow (A_j \supset A_k, B_i \subset B_m) \end{aligned} \quad (3.91)$$

En la primera de estas relaciones se puede incorporar un extremo superior, tal que  $(A_j, B_i) \nabla (A_k, B_m)$ , y en la segunda puede introducirse un extremo inferior representado por  $(A_j, B_i) \Delta (A_k, B_m)$ . Si se considera  $(G_2, \emptyset)$  como extremo superior de la primera relación e inferior de la segunda, así como  $(\emptyset, G_1)$  como extremo superior de la segunda relación e inferior de la primera, se verifican las siguientes propiedades:

$$(X, Y = (A_j, B_i) \nabla (A_k, B_m)) \Rightarrow (X \supset A_j \cup A_k, Y \subset B_i \cap B_m) \quad (3.92)$$

$$(Z, V = (A_j, B_i) \Delta (A_k, B_m)) \Rightarrow (Z \subset A_j \cap A_k, V \supset B_i \cup B_m) \quad (3.93)$$

Cuando un retículo cumple los requisitos anteriores se denomina "**Reticulo de Galois**". En consecuencia, cuando el retículo que configura las relaciones de dos conjuntos de cerrados de Moore tiene como extremos superior e inferior las relaciones  $(G_2, \emptyset)$  y  $(\emptyset, G_1)$ , es un Reticulo de Galois. En el supuesto de que falte una de ellas o las dos, como es el caso del ejemplo anterior, se le añaden. El resultado se muestra en la Figura 3.24. Además de las propiedades (3.92) y (3.93) puede comprobarse que las subrelaciones máximas de similitud poseen una configuración de Reticulo de Galois, aunque sólo se encuentran ordenadas respecto a los extremos, no entre ellas mismas.

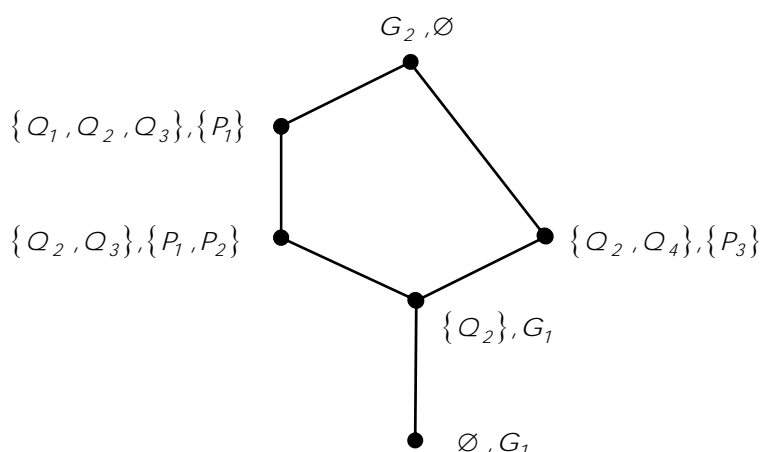


Figura 3.24. Retículo de Galois

El Retículo de Galois de la Figura 3.24 muestra las relaciones entre los elementos del *power set* de un conjunto con los del otro conjunto, conservando la homogeneidad al umbral exigido. La representación reticular de las afinidades establece una perfecta estructuración de las agrupaciones obtenidas, así como una ordenación de más a menos elementos del referencial que contiene cada elemento del *power set*, ligado con un orden de menos a más elementos del referencial contenidos en cada elemento del otro *power set*.

El análisis de las afinidades puede operacionalizarse, además de con el procedimiento explicado anteriormente, a través de dos algoritmos destacados: el “algoritmo de la correspondencia inversa máxima” y el “algoritmo de las submatrices completas máximas” (Gil-Aluja, 1999).

En el algoritmo de la correspondencia inversa máxima los pasos a seguir son los siguientes:

1. Dada una relación borrosa  $\tilde{R}$  entre dos conjuntos  $G_1$  y  $G_2$  que se transforma en una relación booleana  $R_\alpha$  estableciendo un umbral de aceptación de homogeneidad, se elige el conjunto con el menor número de elementos.
2. Se construye el *power set*  $P(G_i)$  del conjunto con menos elementos.
3. Se obtiene la conexión a la derecha  $R_\alpha^+$ , por lo que para  $A_j \in P(G_i)$ ,  $R_\alpha^+ A_j$  recoge los sucesores de todos los elementos que pertenecen a  $A_j$ .
4. Para cada uno de los conjuntos no vacíos de  $R_\alpha^+ A_j$ , se escoge el  $A_j$  que tiene el mayor número de elementos del referencial  $G_i$ .

5. Las relaciones halladas forman un retículo que permite una perfecta estructuración y orden de todas las afinidades posibles. Si se le añaden los vértices inferior y superior, se obtiene un Retículo de Galois.

A efectos ilustrativos se puede observar como, si se aplica el algoritmo de correspondencia inversa máxima al ejemplo utilizado anteriormente, se obtienen los siguientes resultados:

1. El conjunto con menos elementos es  $G_1$ , ya que  $G_1 = \{P_1, P_2, P_3\}$ .
2. El *power set* de  $G_1$  es  $\{\emptyset, \{P_1\}, \{P_2\}, \{P_3\}, \{P_1, P_2\}, \{P_2, P_3\}, G\}$ .
3. La conexión a la derecha  $R_{0,6}^+$  es la que se muestra en la parte izquierda de la Figura 3.21.
4. El mayor número de elementos del conjunto  $G_1$  correspondientes a cada conjunto no vacío de  $R_{0,6}^+$  es el siguiente:

$$\{Q_2\} \rightarrow G_1, \{Q_2, Q_3\} \rightarrow \{P_1, P_2\}, \{Q_2, Q_4\} \rightarrow \{P_3\}, \{Q_1, Q_2, Q_3\} \rightarrow \{P_1\}, G_2 \rightarrow \emptyset$$

El resultado alcanzado mediante este algoritmo es el mismo que el obtenido mediante el procedimiento anterior, por lo que el Retículo de Galois es el de la Figura 3.24.

Por su parte, en el algoritmo de las submatrices completas máximas, los pasos son los siguientes:

6. Dada una relación borrosa  $\tilde{R}$  entre dos conjuntos  $G_1$  y  $G_2$  que se transforma en una relación booleana  $R_\alpha$  estableciendo un umbral de aceptación de homogeneidad, se hallan la conexión a la derecha  $R_\alpha^+$  y a la izquierda  $R_\alpha^-$ .
7. Se forman las familias  $C(G_1, M_{0,6}^{(2)})$  y  $C(G_2, M_{0,6}^{(1)})$  con los elementos de las imágenes en  $R_\alpha^+$  y  $R_\alpha^-$ , respectivamente.
8. Se calcula el producto cartesiano de todos los elementos de  $C(G_1, M_{0,6}^{(2)})$  con todos los elementos de  $C(G_2, M_{0,6}^{(1)})$ , hallando así las matrices completas e incompletas.
9. Se eliminan las matrices incompletas.
10. Se eliminan todas las matrices contenidas en otras, obteniendo matrices completas y máximas y, por tanto, las correspondientes afinidades.

Al igual que el algoritmo anterior, si se añaden los pares  $(\emptyset, G_1)$  y  $(G_2, \emptyset)$  como extremos superior e inferior las relaciones, respectivamente, se obtiene el Re-



fículo de Galois, igual que el de la Figura 3.24. De nuevo, en aras a facilitar su comprensión si se aplica el algoritmo de submatrices completas máximas al ejemplo anterior se obtienen los resultados siguientes:

1. Las conexiones a la izquierda  $R_{0,6}^-$  y a la derecha  $R_{0,6}^+$  se muestran en la Figura 3.20 y en la Figura 3.21.
2. Las familias obtenidas mediante las conexiones  $R_{0,6}^+$  y  $R_{0,6}^-$  son:

$$C(G_1, M_{0,6}^{(2)}) \Rightarrow \{\emptyset, \{P_1\}, \{P_3\}, \{P_1, P_2\}, G_1\}$$

$$C(G_2, M_{0,6}^{(1)}) \Rightarrow \{\{Q_2\}, \{Q_2, Q_3\}, \{Q_2, Q_4\}, \{Q_1, Q_2, Q_3\}, G_1\}$$

3. El producto cartesiano de las anteriores tiene el siguiente detalle:

$$\begin{aligned} & \{P_1\} \times \{Q_2\}, \{P_1\} \times \{Q_2, Q_3\}, \{P_1\} \times \{Q_2, Q_4\}, \{P_1\} \times \{Q_1, Q_2, Q_3\}, \{P_1\} \times G_2, \\ & \{P_3\} \times \{Q_2\}, \{P_3\} \times \{Q_2, Q_3\}, \{P_3\} \times \{Q_2, Q_4\}, \{P_3\} \times \{Q_1, Q_2, Q_3\}, \{P_3\} \times G_2, \\ & \{P_1, P_2\} \times \{Q_2\}, \{P_1, P_2\} \times \{Q_2, Q_3\}, \{P_1, P_2\} \times \{Q_2, Q_4\}, \{P_1, P_2\} \times \{Q_1, Q_2, Q_3\}, \\ & \{P_1, P_2\} \times G_2, G_1 \times \{Q_2\}, G_1 \times \{Q_2, Q_3\}, G_1 \times \{Q_2, Q_4\}, G_1 \times \{Q_1, Q_2, Q_3\}, G_1 \times G_2 \end{aligned}$$

$$P_1 \begin{array}{|c|} \hline Q_2 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}, \quad P_1 \begin{array}{|c|c|} \hline Q_2 & Q_3 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}, \quad P_1 \begin{array}{|c|c|} \hline Q_2 & Q_4 \\ \hline 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$P_1 \begin{array}{|c|c|c|} \hline Q_1 & Q_2 & Q_3 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}, \quad P_1 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline Q_1 & Q_2 & Q_3 & Q_4 \\ \hline 1 & 1 & 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$P_3 \begin{array}{|c|} \hline Q_2 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}, \quad P_3 \begin{array}{|c|c|} \hline Q_2 & Q_3 \\ \hline 1 & \\ \hline \end{array}, \quad P_3 \begin{array}{|c|c|} \hline Q_2 & Q_4 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$P_3 \begin{array}{|c|c|c|} \hline Q_1 & Q_2 & Q_3 \\ \hline & 1 & \\ \hline \end{array}, \quad P_3 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline Q_1 & Q_2 & Q_3 & Q_4 \\ \hline & 1 & & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$P_1 \begin{array}{|c|} \hline Q_2 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}, \quad P_1 \begin{array}{|c|c|} \hline Q_2 & Q_3 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}, \quad P_1 \begin{array}{|c|c|} \hline Q_2 & Q_4 \\ \hline 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$P_2 \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}, \quad P_2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad P_2 \begin{bmatrix} 1 & \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \\ P_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ P_2 \begin{bmatrix} & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}, \quad \begin{array}{c} Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4 \\ P_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \end{bmatrix} \\ P_2 \begin{bmatrix} & 1 & 1 & \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} Q_2 \\ P_1 \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \\ P_2 \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \\ P_3 \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \end{array}, \quad \begin{array}{c} Q_2 \quad Q_3 \\ P_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\ P_2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\ P_3 \begin{bmatrix} 1 & \end{bmatrix} \end{array}, \quad \begin{array}{c} Q_2 \quad Q_4 \\ P_1 \begin{bmatrix} 1 & \end{bmatrix} \\ P_2 \begin{bmatrix} 1 & \end{bmatrix} \\ P_3 \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \\ P_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ P_2 \begin{bmatrix} & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ P_3 \begin{bmatrix} & 1 & \end{bmatrix} \end{array}, \quad \begin{array}{c} Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4 \\ P_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \end{bmatrix} \\ P_2 \begin{bmatrix} & 1 & 1 & \end{bmatrix} \\ P_3 \begin{bmatrix} & 1 & & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

4. Si se eliminan las matrices incompletas, quedan las siguientes:

$$P_1 \begin{bmatrix} Q_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad P_1 \begin{bmatrix} Q_2 & Q_3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad P_1 \begin{bmatrix} Q_2 & Q_4 \\ 1 & \end{bmatrix}$$

$$P_3 \begin{bmatrix} Q_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad P_3 \begin{bmatrix} Q_2 & Q_4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_1 \begin{bmatrix} Q_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad P_1 \begin{bmatrix} Q_2 & Q_3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 \begin{bmatrix} Q_2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad P_2 \begin{bmatrix} Q_2 & Q_3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c}
 Q_2 \\
 P_1 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \\
 P_2 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \\
 P_3 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

5. Si se eliminan todas las matrices contenidas en otras, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{array}{c}
 Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \\
 P_1 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} , \quad
 P_3 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} , \quad
 P_1 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} , \quad
 P_1 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

Puede comprobarse que las afinidades obtenidas son las mismas que las resultantes de los procedimientos explicados previamente, por lo que al añadir los cierres superior e inferior, se genera el correspondiente Retículo de Galois mostrado en la Figura 3.24.

### 3.4.3. SUBRELACIONES MÁXIMAS DE SIMILITUD

Las agrupaciones homogéneas se pueden concretar aún más considerando relaciones simétricas borrosas que posean simultáneamente además de las propiedades de reflexividad y simetría, la de transitividad. Como se ha expuesto previamente, este tipo de afinidades reciben el nombre de *subrelaciones máximas de similitud*.

Dado un conjunto de elementos  $G_1 = \{ P_j / j=1,2,\dots,n \}$  susceptibles de agrupación a partir de ciertas características  $G_2 = \{ C_i / j=1,2,\dots,m \}$ , cada elemento puede describirse en base a sus características mediante un subconjunto borroso.

$$\tilde{P}_j = \begin{array}{c}
 C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_m \\
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \mu_1 & \mu_2 & \dots & \mu_m \\ \hline \end{array} \\
 \mu_i \in [0,1] \quad i=1,2,\dots,m
 \end{array}$$

La agrupación de los elementos  $P_j$  tomados dos a dos puede realizarse a través del concepto de distancia. Por ejemplo, utilizando la “distancia de Hamming”, se calcula la desemejanza entre cada par de elementos en función de las características consideradas.

Cabe recordar que la distancia relativa de Hamming para dos elementos del conjunto se calcula como sigue:

$$d(P_j, P_k) = \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^m |\mu_i^{(j)} - \mu_i^{(k)}| \right) \quad j, k = 1, 2, \dots, n \quad (3.94)$$

Las distancias entre los elementos permiten construir una matriz de desemejanzas cuya diagonal principal es nula, ya que la distancia de un elemento consigo mismo resulta inexistente.

$$\tilde{D} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & P_1 & P_2 & \dots & P_n \\ P_1 & 0 & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ P_2 & d_{21} & 0 & \dots & d_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \dots \\ P_n & d_{n1} & d_{n2} & \dots & 0 \end{array} \end{array}$$

Para hallar la matriz de semejanza se calcula el complemento de la matriz anterior con respecto a 1, puesto que se expuesto en secciones previas de este Capítulo, son conceptos complementarios, por tanto  $s_{jk} = 1 - d_{jk}$ . La diagonal principal de la matriz de semejanza pasa a tomar el valor 1 porque la semejanza de cada elemento consigo mismo resulta absoluta.

$$\tilde{S} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & P_1 & P_2 & \dots & P_n \\ P_1 & 1 & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ P_2 & s_{21} & 1 & \dots & s_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \dots \\ P_n & s_{n1} & s_{n2} & \dots & 1 \end{array} \end{array}$$

La matriz de semejanza que expresa las relaciones por pares entre los elementos del conjunto es siempre simétrica y reflexiva, y está formada por  $s_{jk} \in [0, 1]$ . Para convertir la matriz de relaciones borrosas en una matriz booleana resulta necesario establecer un umbral que marque la homogeneidad.

Si para un conjunto referencial  $G_1 = \{ a, b, c, d \}$ , a partir de un determinado umbral  $\alpha$ , se supone una matriz booleana de semejanzas como la siguiente:

$$S_\alpha = \begin{array}{c|cccc} & a & b & c & d \\ \hline a & 1 & & 1 & \\ b & & 1 & 1 & \\ c & 1 & 1 & 1 & \\ d & & & & 1 \end{array}$$

Cabe recordar que, a partir de la matriz anterior, si se calculan la conexión a la derecha y a la izquierda,  $R^+$  y  $R^-$ , respectivamente, se pueden obtener los cierres de Moore y, por tanto las relaciones de afinidad. Al tratarse de una relación simétrica coinciden ambas conexiones, por lo que para obtener los cerrados es suficiente con calcular una de las dos. En este caso, se obtienen las conexiones:

$$\begin{array}{lll} B^*\emptyset = G_1 & B^*\{a\} = \{a, c\} & B^*\{b\} = \{b, c\} \\ B^*\{c\} = \{a, b, c\} & B^*\{d\} = \{d\} & B^*\{a, b\} = \{c\} \\ B^*\{a, c\} = \{a, c\} & B^*\{a, d\} = \emptyset & B^*\{b, c\} = \{b, c\} \\ B^*\{b, d\} = \emptyset & B^*\{c, d\} = \emptyset & B^*\{a, b, c\} = \{c\} \\ B^*\{a, b, d\} = \emptyset & B^*\{a, c, d\} = \emptyset & B^*\{b, c, d\} = \emptyset \\ B^*G_1 = \emptyset \end{array}$$

Puede comprobarse que los cerrados del ejemplo anterior son:

$$C(G_1, M^{(1)(2)}) \Rightarrow \{\emptyset, \{c\}, \{d\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, G_1\}$$

Utilizando el algoritmo de la correspondencia inversa máxima se obtienen las afinidades siguientes:

$$c \rightarrow abc \quad d \rightarrow d \quad ac \rightarrow ac \quad bc \rightarrow bc \quad abc \rightarrow c$$

Si a las afinidades resultantes del ejemplo anterior se le añaden  $(\emptyset, G_1)$  y  $(G_1, \emptyset)$  se construye un Retículo de Galois, como se muestra en la Figura 3.25, en la que también puede observarse que existen tres vértices en los cuales los elementos afines coinciden  $B^*\{d\} = \{d\}$ ,  $B^*\{b, c\} = \{b, c\}$  y  $B^*\{a, c\} = \{a, c\}$ . Cuando sucede esto, los elementos constituyen las denominadas “**subrelaciones máximas de similitud**”.

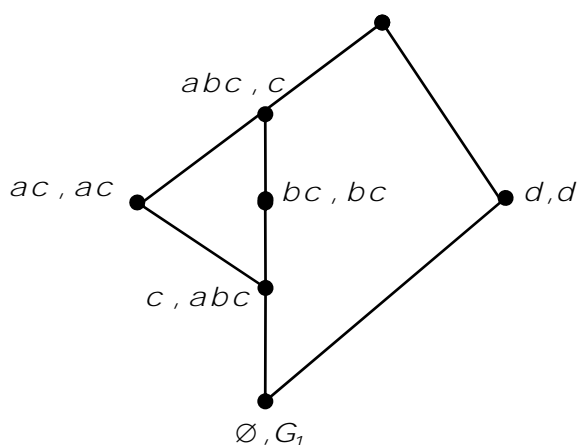


Figura 3.25. Retículo representativo de subrelaciones máximas de similitud

Además de mediante el procedimiento anterior, las subrelaciones máximas de similitud mediante también pueden obtenerse a partir del "algoritmo de Pichat" (Pichat, 1970). Debido a las propiedades de simetría, reflexividad y transitividad que caracterizan una relación de semejanza, a través de este algoritmo se obtienen submatrices transitivas, siempre que las matrices inicialmente consideradas sean cuadradas.

El algoritmo de Pichat requiere aplicar los siguientes pasos:

1. Se parte de una matriz booleana de semejanza, por tanto, simétrica y reflexiva. Debido a la característica de la simetría, se considera únicamente la parte de la matriz situada por encima y a partir de la diagonal principal.
2. Para cada una de las filas de la matriz booleana se consideran todos los ceros (ausencia de semejanza) de cada fila y se multiplican los elementos vacíos de cada columna.
3. Se realiza una suma booleana del elemento de la correspondiente fila con el producto resultante del paso anterior.
4. Las sumas de cada fila se reúnen mediante el producto booleano considerando que, cuando en la suma aparece un elemento en dos de los términos y en uno de ellos está aislado, se sustituye la suma por el propio elemento, ya que se cumple que, por ejemplo,  $a + abc = a(1 + bc) = a \cdot 1 = a$ . Además, las filas sin ceros se excluyen del proceso debido a que no hay suma para ellas.
5. Según lo anterior, se calcula una suma de los productos de los elementos. Para cada sumando se obtiene su complemento con relación al conjunto referencial, constituyendo cada uno de ellos las subrelaciones máxima de similitud.

Mediante la relación de semejanzas utilizada anteriormente en esta sección, se ejemplifica el procedimiento del algoritmo de Pichat:

1. Considerando la parte superior de la diagonal principal, la matriz booleana de semejanza a partir de un determinado nivel  $\alpha$  es:

$$S_\alpha = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & a & b & c & d \\ a & 1 & & 1 & \\ b & & 1 & 1 & \\ c & & & 1 & \\ d & & & & 1 \end{array} \end{array}$$

2. Para cada fila, se multiplican los elementos de la columna correspondiente que están vacíos.

Fila  $a$ :  $bd$ ; Fila  $b$ :  $d$ ; Fila  $c$ :  $d$ ; Fila  $d$ : no se considera

3. Se suma el elemento de cada fila con los productos anteriores.

Fila  $a$ :  $a + bd$ ; Fila  $b$ :  $b + d$ ; Fila  $c$ :  $c + d$ ;

4. Se realiza el producto booleano de las sumas anteriores.

$$\begin{aligned} P &= (a + bd)(b + d)(c + d) = (ab + ad + bbd + bdd)(c + d) = \\ &= (ab + ad + bd)(c + d) = abc + abd + adc + add + bdc + bdd = \\ &= abc + ad + bd \end{aligned}$$

5. Se determina el complemento de cada uno de los sumandos anteriores.

$$P = d + bc + ac$$

Puede comprobarse que las subrelaciones máximas de similitud son las mismas que las obtenidas con el procedimiento anterior, en el que se determinaban las conexiones a la izquierda y a la derecha y se aplicaba el algoritmo de correspondencia inversa máxima.

### **3.5. APORTACIONES DE LA TEORÍA DE AFINIDADES AL ESTUDIO DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

La Teoría de Afinidades se ha utilizado previamente en el ámbito de la economía y de la empresa para analizar organizaciones territoriales (Clara-Lloret, 2004) o vinculaciones entre las ramas productivas (García-Pérez, 1999), y también en problemas de gestión de personal (Gil-Aluja, 1998), gestión comercial (Lazzari, 1999), análisis financiero (Gil-Lafuente, 2001) o gestión deportiva (Gil-Lafuente, 2002).

Como se expuso en las secciones previas, las técnicas asociadas a la Teoría de Afinidades permiten generar agrupaciones de características comunes utilizando diferentes umbrales o niveles de homogeneidad. Por este motivo, resulta especialmente útil en el análisis de los Grupos Estratégicos de empresas, ámbito de estudio de la presente Memoria.

La mayor parte de las investigaciones empíricas realizadas en el contexto de los Grupos Estratégicos adolecen de flexibilidad, ya que generalmente se ha buscado un número limitado de grupos y cada empresa se ha asociado exclusivamente a uno de los anteriores, obviando las conexiones que pueden existir entre ellos y la posibilidad de hibridación de estrategias. Sin embargo, utilizando la metodología vinculada a la Teoría de Afinidades en este contexto, se genera una nueva perspectiva que posibilita comprender las conexiones estratégicas que existen entre los grupos de empresas, ordenarlos y analizar las agrupaciones en función de diferentes niveles.

De lo expuesto previamente en este Capítulo se derivan dos aspectos fundamentales que permiten adoptar una óptica diferente en el análisis estratégico de las empresas; las subrelaciones máximas de similitud y las agrupaciones homogéneas ordenadas que generan los Reticulos de Galois.

Las subrelaciones máximas de similitud analizan la distancia que existe entre diversos elementos pertenecientes a un conjunto homogéneo caracterizado por una serie de dimensiones. Por tanto, también se erige como una metodología interesante en el contexto de la gestión estratégica empresarial, ya que mediante su aplicación pueden analizarse las similitudes estratégicas existentes entre las empresas de una industria.

Cuanto más dispares son las características estratégicas de dos empresas, mayor distancia existe entre las mismas. En este sentido, la distancia se considera el concepto complementario a la semejanza, por lo que midiendo la primera, puede derivarse la segunda. La medición de la distancia y, en consecuencia la semejanza, suele analizarse mediante relaciones binarias, esto es, a través de comparaciones por pares, pero la aplicación de los diferentes algoritmos explicados previamente



permite obtener agrupaciones de empresas consideradas similares y, por tanto, que poseen las propiedades de reflexividad, simetría y transitividad.

En base a lo anterior, las subrelaciones máximas de similitud posibilitan analizar agrupaciones de empresas en función de la proximidad que exista entre sus variables estratégicas, al igual que otras técnicas de agrupamiento. Sin embargo, esta metodología permite que las empresas puedan vincularse simultáneamente con más de un Grupo Estratégico. Esta circunstancia resulta de gran utilidad en el ámbito de estudio en el que se enfoca esta Memoria, ya que mediante su uso pueden identificarse las empresas que comparten características estratégicas con varios grupos de forma simultánea.

Por su parte, los algoritmos asociados a los Retículos de Galois permiten obtener grupos de empresas que se consideran afines en relación a diferentes combinaciones de variables estratégicas. Su construcción mediante los algoritmos pertinentes para buscar semejanzas estratégicas supone varias ventajas frente a otras técnicas de agrupamiento, a saber:

- Las agrupaciones son afines en base a diferentes umbrales de homogeneidad, pudiendo realizar análisis alternativos en función de diferentes niveles de certidumbre.
- Los grupos obtenidos conectan de forma automática las empresas con las variables respecto a las que presentan afinidad.
- Las agrupaciones homogéneas derivadas son susceptibles de ordenación, de forma que existen conexiones entre las mismas que permite realizar un análisis más detallado.

A tenor de lo anterior, utilizando las técnicas vinculadas con la Teoría de Afinidades puede flexibilizarse el proceso de análisis de los Grupos Estratégicos. Por un lado, las subrelaciones máximas de similitud generan diferentes grupos respecto a los cuales las empresas pueden considerarse afines de forma simultánea y con diferentes niveles de homogeneidad. Por otro lado, mediante los Retículos de Galois las empresas se agrupan en base a las afinidades que compartan con respecto a sus variables estratégicas, estableciendo un orden y permitiendo establecer conexiones entre las diferentes agrupaciones afines. Éstas también pueden establecerse a partir de diferentes umbrales de homogeneidad. Sin embargo, lo que sin duda enriquece el análisis de los Grupos Estratégicos es la caracterización automática de las agrupaciones obtenidos mediante la aplicación de la propia técnica.

## **Capítulo 4.**

### **EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS (DEA) EN EL ESTUDIO DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS**

- 4.1. Introducción
- 4.2. Consideraciones generales: concepto y tipos de eficiencia
- 4.3. Fundamentos operativos de la medición de eficiencia
- 4.4. Modelos de Análisis Envolvente de Datos
- 4.5. Aportaciones del Análisis Envolvente de Datos al estudio de los Grupos Estratégicos
- 4.6. Problemática del Análisis Envolvente de Datos



## 4.1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este Capítulo es estudiar los aspectos más relevantes del Análisis Envolvente de Datos (DEA) para comprender los fundamentos teóricos y prácticos de esta técnica e integrarla en el ámbito de los Grupos Estratégicos con el objetivo de mejorar su análisis.

Como es sabido, la operativa de cualquier organización económica se basa en la utilización de un conjunto de inputs o recursos para obtener un conjunto de outputs o productos. En este procedimiento las organizaciones siempre intentan ser lo más eficientes posibles para aprovechar al máximo sus capacidades productivas, obteniendo la mayor cantidad de outputs con los inputs disponibles o viceversa. En este sentido, para que las empresas puedan continuar ejerciendo su actividad resulta extremadamente relevante, además de intentar maximizar sus resultados, que el principio de eficiencia económica rijá su funcionamiento y consigan un comportamiento optimizador.

A tenor de lo anterior, el estudio de la eficiencia siempre ha sido un aspecto de suma relevancia en el análisis de la gestión empresarial y muestra de ello son las numerosas investigaciones empíricas realizadas al respecto. En este sentido, cobra especial relevancia, no sólo el estudio de cada organización económica como ente individual, sino también la comparación con el resto de empresas, ya que todas ellas interactúan en los mercados de inputs y de outputs generándose acciones competitivas en busca de un comportamiento óptimo respecto al resto.

La medición de la eficiencia en términos empíricos se inició con Farrell (1957), que realizó una propuesta para calcular las tasas de eficiencia relativa en base a las distancias de las organizaciones económicas respecto a un óptimo eficiente. Desde entonces hasta la actualidad, las investigaciones en este ámbito han sido muy fructíferas, destacando las que han aparecido a partir de Charnes, Cooper y Rhodes (1978), que propusieron estudiar la eficiencia mediante el DEA.

El DEA es una técnica no paramétrica y de frontera que determina las tasas de eficiencia relativa de un conjunto de organizaciones económicas, que comparten unas características tecnológicas, estableciendo una frontera a partir de aquellas que resultan eficientes, sobre la que se comparan las ineficientes. Esta técnica recoge el concepto de Óptimo de Pareto, ya que las tasas de eficiencia se determinan intentando que sean lo más elevadas posibles en comparación con el resto, estableciéndose una relación de dominio de las eficientes sobre las ineficientes.

Según lo anterior, aplicando el DEA a un conjunto de empresas caracterizadas por utilizar unos inputs para obtener unos outputs, se obtienen las tasas de eficiencia de las anteriores que indican el nivel de comportamiento eficiente que han alcanzado. Para ello, la técnica asigna unos pesos o ponderaciones a los inputs y

outputs y establece una o varias empresas eficientes que sirven de referencia para las ineficientes, es decir, con las que estas últimas deberían compararse para mejorar su comportamiento.

La principal finalidad del DEA es el estudio de la eficiencia pero sus características y los resultados obtenidos le otorgan un gran potencial para ser utilizado en otros ámbitos.

Así, Day, Lewin y Hongyu (1995) fueron los primeros en utilizar el DEA para analizar los Grupos Estratégicos en base a las relaciones de dominio que surgen entre eficientes e ineficientes. Pero las ponderaciones de los inputs y outputs también pueden usarse, ya que en un contexto estratégico son indicadores de la importancia relativa que las empresas otorgan a cada una de ellas en las elecciones alternativas que se realizan en cualquier proceso de toma de decisiones de carácter estratégico.

Según lo expuesto, en este Capítulo se analiza el DEA como herramienta que permitirá introducir un criterio económico que refleje la causalidad que existe entre las variables estratégicas en el estudio de los Grupos Estratégicos. Para ello, en la primera sección se exponen los aspectos conceptuales vinculados al concepto de eficiencia para, a continuación, analizar los fundamentos operativos del DEA. La tercera sección se centra en explicar las diferentes expresiones o modelos de DEA, haciendo especial hincapié en los modelos envolventes y en los multiplicativos. Una vez explicadas las particularidades de la técnica, en la cuarta sección se recogen las contribuciones que esta técnica puede realizar al análisis de los Grupos Estratégicos. A pesar de la utilidad del DEA, su aplicación práctica conlleva una serie de inconvenientes que conviene solventar para que su uso en el ámbito de estudio en que se centra esta Memoria sea adecuado, por lo que la última sección de este Capítulo está dedicada a analizar esta problemática y sus posibles soluciones.

## 4.2. CONSIDERACIONES GENERALES: CONCEPTO Y TIPOS DE EFICIENCIA

El control de cualquier organización o empresa que realice una tarea de transformación, esto es, que disponga de unos factores productivos a partir de los que obtiene unos productos o presta unos servicios, conlleva la necesidad de constatar el uso que se realiza de los recursos, los resultados obtenidos y, en última instancia, la posible existencia de entropía. Ésta implica un estado de inactividad y dejadez como consecuencia del abandono del sistema, que en última instancia conlleva un derroche de los factores productivos. Por tanto, todo sistema debe ser controlado para evitar este fenómeno. Además, como es sabido, en las actividades ejecutadas dentro de cualquier empresa u organización, los fines perseguidos por aquellos que las realizan no necesariamente coinciden con el interés específico de quienes las han planificado, de ahí también la necesidad de control.

Para evitar el derroche de recursos es necesario organizar un proceso de control que permita obtener información sobre la marcha de las tareas de transformación. Sin embargo, pueden surgir dudas en torno al concepto de control; así, Tannenbaum (1968) lo definió como cualquier proceso en el que una persona (o un grupo de personas u organizaciones) determina o afecta de forma intencional lo que otra persona, grupo u organización debe realizar o llevar a cabo; Olsen (1978) puntualizó que las organizaciones requieren control para asegurar que sus miembros dirijan sus esfuerzos hacia el logro de los objetivos organizativos; por su parte, Ouchi (1977) dividió en dos los componentes de los sistemas de control: a) un conjunto de condicionantes, que especifican el grado de confianza y validez del sistema de control, determinan la forma de control y b) el sistema de control propiamente dicho, que consiste básicamente en un proceso de seguimiento y de evaluación de resultados.

En consecuencia, se distinguen dos fenómenos susceptibles de control: el comportamiento o actividad desarrollada y los resultados producidos por ese comportamiento. El control del comportamiento hace referencia al grado de conocimiento que tiene la organización o empresa sobre la relación medios-fines, esto es, sobre el proceso a través del cual los inputs son transformados en outputs. El control de resultados se refiere al grado de disponibilidad de medidas o indicadores de resultados por parte de la organización. En la Tabla 4.1 se muestran un resumen de las diferentes categorías de control en función de los factores que lo condicionan.

**Tabla 4.1. Categorías de control en las organizaciones**

		CONOCIMIENTO DEL PROCESO DE TRANSFORMACIÓN	
		Perfecto	Imperfecto
DISPONIBILIDAD DE MEDIDAS DE RESULTADOS	Alta	I Control de comportamiento o Control de resultados	II Control de resultados
	Baja	III Control de comportamiento	IV "Ritual"

Obviamente, el control de resultados exige que existan medidas de resultados, siendo posible cuando el conocimiento sobre el proceso de transformación es imperfecto. Por el contrario, este tipo de control entra en concurrencia con el control del comportamiento cuando el conocimiento del proceso de producción es perfecto, pues en este caso, se sabe que utilizando una determinada combinación de medios de una forma concreta se llega a un resultado. Por tanto, basta con observar el comportamiento y verificar los medios empleados para estar seguro que se cumplirán los objetivos. En caso de que la disponibilidad de medidas de resultados sea débil, el control de resultados no tiene sentido y el control del comportamiento se aplicará si se conoce bien el proceso de transformación. Cuando no se dispone de medidas de resultados ni se tiene un conocimiento profundo sobre el proceso de transformación, sólo el control ritual es factible. En este sentido, los rituales proporcionan una apariencia de racionalidad y confieren así legitimidad a los actos de la organización.

A tenor de lo anterior, queda patente que el control de resultados y de comportamiento, aunque constituyen dos niveles en sí mismos, están vinculados debido a que el procedimiento influye en los resultados y éstos a su vez condicionan las actuaciones futuras. Del control organizativo surgen, en consecuencia, conceptos afines, como por ejemplo, eficacia y eficiencia, que están íntimamente vinculados. En este sentido, Suárez-Suárez (1983) señaló que ambos conceptos se identifican con economicidad en una primera etapa, de manera que una actuación se califica como eficiente cuando existe una diferencia mínima entre el tiempo invertido y el tiempo previsto para una actividad. Por su parte, Simon (1978), aproximándose al concepto de eficiencia de los economistas clásicos, definió como eficiente aquella actuación en la que se logran los máximos resultados posibles con unos costes de oportunidad dados o se minimizan los costes de oportunidad asociados a la consecución de un determinado objetivo.

Los conceptos de eficiencia y eficacia pueden separarse, ya que el primero se refiere al consumo de factores, mientras que la eficacia se relaciona con la con-

secución de los propósitos establecidos. En este sentido, López-González (1988) estableció una distinción entre diferentes conceptos relacionados con el control de ejecución de las unidades productivas, que se plasma en la Figura 4.1.

El término economía hace referencia a los ahorros obtenidos en los inputs empleados en comparación con los recursos previstos, relacionándose también con la administración y asignación de recursos escasos. El término pertinencia establece la relación existente entre los objetivos previstos y los medios utilizados para lograrlos. El principio de pertinencia establece si los modos de actuación son los más adecuados para los objetivos planteados, además de asegurar que los individuos respetan las líneas de conducta externas e internas de la organización.

La definición de eficacia depende del enfoque teórico utilizado. Así, desde la perspectiva del enfoque de los objetivos la eficacia se entiende como el logro de las metas planteadas. Esta perspectiva tiene su origen en Barnard (1938), que consideró que la eficacia hace referencia al nivel de cobertura del output que una organización consigue alcanzar respecto a sus objetivos planeados. Por tanto, es necesario conocer a priori estos últimos, expresados en términos de resultados, ya que servirán de orientación en la actuación y posteriormente se utilizarán para compararlos con los resultados reales. Sin embargo, esta consideración se basa en el conocimiento previo de los objetivos, pero, según señala Veciana i Verges (1981), los objetivos de una empresa no son un dato dado, sino que constituyen un problema primordial cuando las organizaciones actúan en entornos cambiantes que obligan a un replanteamiento continuo de los mismos.

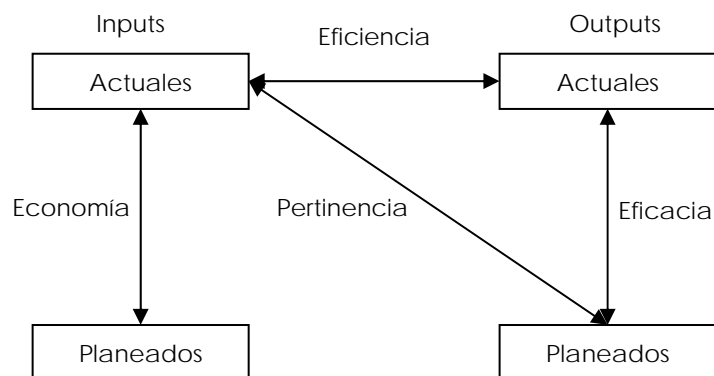


Figura 4.1. Indicadores de ejecución



La eficiencia define la relación que existe entre los bienes producidos o servicios prestados y los factores productivos empleados para obtenerlos, buscando siempre que esta relación sea la más adecuada. Este concepto se corresponde con el concepto de comportamiento, ya que se trata de determinar cómo ha actuado una organización. Por tanto, el control del comportamiento de cualquier organización requiere analizar la eficiencia.

Además, cabe destacar la idea de eficiencia ha estado presente desde los inicios de la literatura económica. Smith (1776), entre otras propuestas, hizo referencia a la asignación eficiente de recursos como el camino más adecuado para lograr un mercado competitivo. Señaló que los individuos, en su comportamiento egoísta, extraen de los recursos escasos la mayor cantidad posible de bienes y servicios. Con posterioridad, Marshall (1898) identificó la eficiencia económica con la maximización de beneficios, indicando que todos los agentes económicos maximizan sus utilidades como consecuencia de su comportamiento racional.

En términos generales, la eficiencia hace referencia a la mejor relación posible que puede existir entre los productos obtenidos o outputs y los factores productivos o inputs empleados para conseguirlos. Desde la perspectiva microeconómica, una organización se comporta eficientemente cuando con los recursos disponibles obtiene la mayor cantidad de productos o servicios posibles o alcanza el nivel de producción deseado con la menor cantidad de inputs. El significado del término eficiencia ha dado lugar a confusiones, sobre todo, al referirse a su medida, ya que en múltiples ocasiones se trata de buscar la eficiencia simplemente mediante ahorros en los recursos por resultar más sencillo medir los costes que los beneficios, ignorándose posibles externalidades (Mintzberg, 1982).

En definitiva, el término eficiencia es complejo y engloba diversos aspectos, los cuales pueden diferenciarse en varias categorías que, siguiendo a Metcalfe y Richards (1987), se concretan en:

**Eficiencia técnica.** Se refiere a la máxima obtención posible de outputs posible con la combinación de inputs empleados.

**Eficiencia económica.** Mide el coste de utilización de los inputs en relación con el valor final de los outputs, por tanto, es necesario conocer el sistema de precios que valora los inputs y los productos. Una organización se califique como eficiente si la combinación de sus inputs minimiza los costes de producción. En esta categoría se puede diferenciar entre eficiencia productiva y asignativa. Esta última es la asignación óptima de los recursos entre las organizaciones para producir bienes con costes mínimos. La eficiencia productiva se refiere a la productividad en la utilización de recursos para obtener bienes al mínimo coste, de forma que con los recursos disponibles se pueda obtener la máxima producción posible.

Eficiencia operacional. Está vinculada con el conocimiento de los costes incurridos en las tareas productivas, de ahí que sus bases se establezcan en la especificación de objetivos y normas de ejecución.

Eficiencia adaptativa. Está estrechamente relacionada con el término anterior y con la eficacia, ya que indica la capacidad de una organización de ajustarse con celeridad a los cambios del entorno.

Además de las anteriores distinciones, existen varios conceptos que habitualmente se utilizan como sinónimos del término eficiencia, como productividad o competitividad. La productividad hace referencia al concepto de rendimiento medio de un factor y su uso para comparar la eficiencia de diferentes unidades productivas solamente tendría sentido en situaciones con una tecnología fija, en la que no sea posible sustituir los inputs. El concepto de competitividad no tiene una clara acepción ni se ha limitado desde la perspectiva matemática. Este concepto se considera la raíz de los trabajos de Porter (1980), donde se define como la posición relativa que la empresa ocupa para afrontar la competencia del mercado en relación a sus competidores. Por tanto, se alcanza ventaja competitiva si se logra diferenciar un producto o bien si se consigue una reducción de costes.

En esta sección se ha explicado el concepto de eficiencia y los términos relacionados pero conviene analizar también su medición, por lo que en la siguiente sección se exponen las bases que sustentan su proceso de medida.

### **4.3. FUNDAMENTOS OPERATIVOS DE LA MEDICIÓN DE EFICIENCIA**

El estudio de la eficiencia de cualquier organización o empresa requiere considerar una serie de fases lógicas, donde el primer paso consiste en determinar, si es posible, la función de producción que relaciona los factores productivos o inputs con los productos u outputs y que, dada una determinada tecnología, define las posibilidades de transformación. Esta función de producción mide el volumen máximo de producción que puede obtenerse con una determinada cantidad de inputs o, viceversa, la cantidad mínima de factores necesaria para conseguir un determinado volumen de outputs. A pesar de su importancia, generalmente se desconoce la expresión exacta de la función productiva, aunque sí es posible disponer de un conjunto de datos que relacionan los niveles de outputs obtenidos a partir de unas determinadas cantidades de inputs.

Por consiguiente, la solución pasa por construir una función de producción empírica y medir la eficiencia relativa de cada organización en relación al resto, tomando como referencia los datos reales disponibles. A este respecto, las primeras contribuciones realizadas se atribuyen a Koopmans (1951), que propuso una definición del término eficiencia basándose en el Óptimo de Pareto, aunque no planteó un procedimiento empírico de medición. Según este autor, un vector input-output es eficiente desde el punto de vista técnico si y sólo si, el aumento de algún output, o la disminución de algún input, únicamente puede conseguirse reduciendo otro output, o incrementando otro input. Koopmans también destacó la importancia de los precios de eficiencia, que son los importes asociados con la asignación eficiente de inputs para satisfacer las demandas de outputs.

Sin embargo, Debreu (1951) propuso una técnica radial para medir la eficiencia de las organizaciones analizadas a través del coeficiente de utilización de recursos, que determina la máxima reducción equiproporcional de todos los inputs que permite obtener un determinado nivel de outputs. Este procedimiento resulta más operativo pero menos amplio que la definición de Koopmans, ya que una organización puede ser considerada eficiente desde el planteamiento de Debreu pero no desde el de Koopmans, por la posibilidad de que existan holguras en algún output o input.

A partir de los anteriores trabajos, Farrell (1957) desarrolló un procedimiento que se considera el origen de los posteriores métodos surgidos para la medición empírica de la eficiencia. Este autor planteó construir una frontera en base a las organizaciones que resulten eficientes tras un proceso de comparación de todas las organizaciones. Por este motivo, su medición no es absoluta sino que se trata de una medida de eficiencia relativa, estimada en base y en relación a los datos del conjunto de organizaciones que se pretende analizar.

El planteamiento propuesto por Farrell se explica gráficamente en la Figura 4.2. La organización  $R$  utiliza dos inputs para obtener un único output. Se supone que existen rendimientos de escala constantes, lo que implica que la tecnología empleada puede expresarse en una única isocuanta ( $P_1 - P_2$ ), que representa las combinaciones de inputs necesarias para obtener una unidad de output. La organización  $K$  emplea la misma proporción de inputs que la unidad  $R$ , aunque esta última obtiene una unidad de output con menor cantidad de inputs que  $K$ , ya que  $R$  obtiene una unidad de producto empleando  $OR/OK$  veces menos inputs que  $K$ . En consecuencia, el ratio  $OK/OR$  puede utilizarse como medida de eficiencia técnica de  $K$ . Por consiguiente,  $(1-OK/OR)$  mide la ineficiencia técnica de la organización  $K$  e indica la reducción equiproporcional que debe realizar en el consumo sus inputs para ser eficiente técnicamente. Por tanto, se puede generalizar que las organizaciones situadas sobre la isocuanta son eficientes técnicamente.

Sin embargo, que una organización sea eficiente desde la perspectiva técnica, no significa que también lo cumpla desde la perspectiva de los costes. Para determinar la eficiencia asignativa se necesita conocer la combinación de inputs que minimiza los costes de producción y, por tanto, los precios de los factores que definen la isocoste. En la misma Figura 4.2, donde la isocoste se representa por  $C_1 - C_2$ , sólo la organización que se sitúe en el punto  $R'$  será eficiente desde la perspectiva asignativa, además de eficiente técnicamente. Considerando ambas, Farrell (1957) también definió la eficiencia global de una organización como el producto de la eficiencia técnica y la eficiencia asignativa. Por ejemplo, la eficiencia global de  $K$  se calcula de la como sigue:

$$\text{Eficiencia global } K = \frac{OR}{OK} \times \frac{OT}{OR} = \frac{OT}{OK}$$

Según lo anterior, si la organización  $K$  fuese perfectamente eficiente sus costes serían una proporción  $OT/OK$  menores a los que incurre en la actualidad.

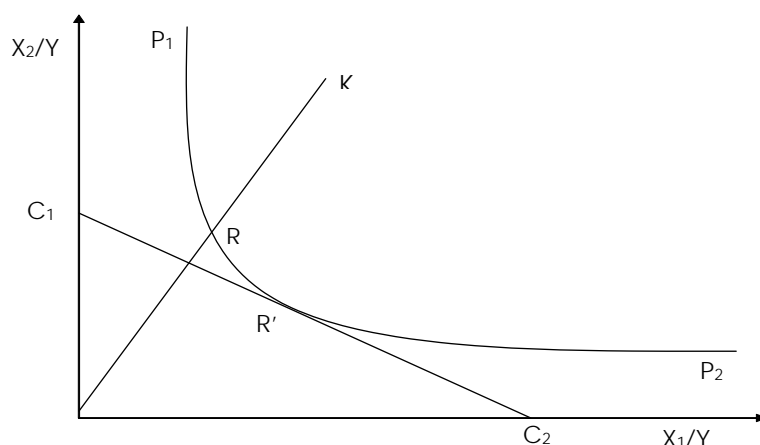


Figura 4.2. Medidas de eficiencia de Farrell (1957)

A tenor de lo expuesto, Farrell (1957) realizó una gran contribución al conseguir separar la medición de la eficiencia técnica y de la eficiencia asignativa. Pero la gran aportación de este autor fue el desarrollo de un modelo para calcular los índices de eficiencia a partir de datos observados. En situaciones reales no es habitual conocer la función de producción, sino que se dispone de un conjunto de cifras sobre inputs y outputs, por lo que Farrell propuso la construcción de una frontera de producción empírica a partir de las organizaciones que sean más eficientes en relación al resto, esto es, a partir de las mejores prácticas observadas.

La frontera se elabora uniendo los puntos más próximos o más alejados del origen de coordenadas, dependiendo de si permanecen invariables los outputs o los inputs, mediante segmentos lineales. De esta forma se genera una superficie envolvente que impide que ninguna observación real quede o bien por debajo y a la izquierda (orientación input) o bien por encima y a la derecha de la frontera (orientación output).

La propuesta de Farrell (1957) se explica mediante la Figura 4.3, en la que seis supuestas organizaciones (A, B, C, E y F) producen un único output a partir de dos inputs. Puede afirmarse que E y F no son organizaciones eficientes, ya que E utiliza más cantidad de los inputs  $X_1$  y  $X_2$  que B para producir lo mismo y F emplea más cantidad de inputs que las unidades C y D. Por ello, aunque no pueda confirmarse que A, B, C y D son eficientes, se deduce que E y F resultan ineficientes. Si se unen los puntos A, B, C y D mediante segmentos lineales se obtiene una aproximación de la isocuenta, sin dejar ningún punto por debajo de ella, envolviendo a todas las unidades y separando las eficientes de las ineficientes.

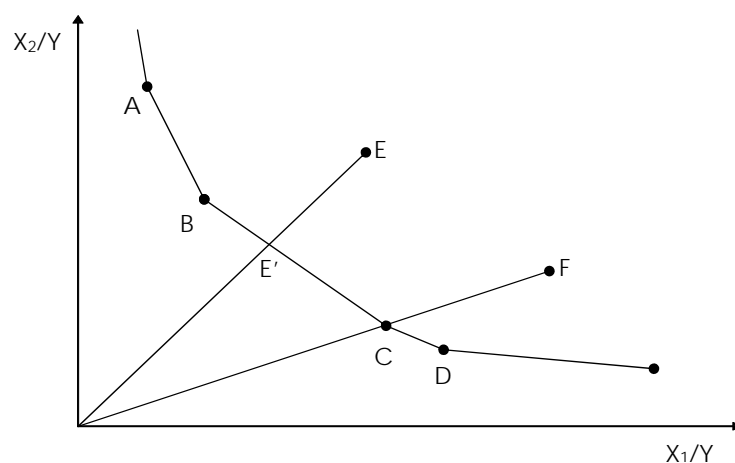


Figura 4.3. Estimación de la frontera empírica

Según el lo explicado en la Figura 4.3, la eficiencia de organización  $F$  viene definida por el cociente  $OC/OF$ , dado que la organización eficiente que le sirve como referencia es  $C$ , situada sobre la isocuanta. La eficiencia de  $C$  es  $OE'/OE$ , puesto que por la restricción de convexidad, el punto eficiente de referencia es  $E'$ , situado entre  $B$  y  $C$  y definido como combinación lineal de ambos.

A pesar de que el trabajo de Farrell se tachó de generalista, resultó ser una aproximación empírica seminal para la medición de la eficiencia y estableció las bases para investigaciones venideras relacionadas con técnicas de frontera. Estas técnicas pueden clasificarse en paramétricas y no paramétricas. Las primeras requieren la especificación de una forma funcional concreta, esto es, establecer la función de producción que refleje la tecnología utilizada por las empresas y las cantidades exactas que relacionan los recursos empleados con la producción que se obtiene.

Las técnicas no paramétricas, al contrario que las anteriores, construyen una frontera empírica de producción sin necesidad de que la misma se concrete a priori; la función de producción se define a través de los datos reales de las organizaciones, mientras que los valores de esta función en otros puntos pueden establecerse mediante combinaciones lineales de las anteriores (Pitaktong, 1998).

Resulta obvio que las paramétricas se apliquen con mayor dificultad, ya que generalmente suele desconocerse la relación exacta que se establece entre los inputs productivos y los outputs, esto es, el proceso de transformación. Además, cuentan con otra limitación bastante reseñable, puesto que su uso se restringe a procesos productivos en los que se obtiene un único output, por lo que su aplicación suele ser difícil cuando se intentan analizar organizaciones que obtienen múltiples productos.

El denominado **"Análisis Envolvente de Datos (DEA)"** desarrollado por Charnes, Cooper y Rhodes (1978) como un problema de optimización lineal supone la gran difusión de las técnicas no paramétricas de medición de eficiencia. Este trabajo tuvo su origen en la Tesis Doctoral que realizó Rhodes a principios de los años 70 bajo la dirección de Cooper, cuyo objetivo consistía en evaluar los programas públicos de educación aplicados en Estados Unidos para alumnos con desventajas.

Debido a la incoherencia de los primeros resultados obtenidos mediante técnicas econométricas, los autores intentaron solventar las limitaciones utilizando los trabajos de Pareto (1906), Koopmans (1951), Debreu (1951) y Farrell (1957), que constituyen el germen del DEA. Sin embargo, a pesar de las grandes aportaciones de Farrell (1957), su trabajo tenía algunas limitaciones que impedían su aplicación al estudio empírico de esos programas educativos, como por ejemplo, su uso limitado a procesos monoproduktivos.

Respecto a lo anterior, Charnes, Cooper y Rhodes (1978), además de realizar una aportación al análisis empírico de la eficiencia, también consiguieron superar la limitación que implica evaluar organizaciones que produzcan un único output, ya que en la realidad económica y organizativa las empresas obtienen múltiples productos y persiguen diversos fines.

El DEA calcula un indicador de eficiencia relativa en función de datos reales, por lo que se trata de una técnica determinista, no paramétrica, mediante la que se define una frontera con las organizaciones que presentan mejores prácticas y que sirven de referencia para el resto de organizaciones. Sin embargo, no existe una única expresión del DEA, sino que a lo largo de los años se han desarrollado diferentes modelos o versiones que permiten discriminar las organizaciones eficientes de las ineficientes, así como identificar las fuentes de ineficiencia. En la siguiente sección se explican los modelos más destacados de esta técnica.

## 4.4. MODELOS DE ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

### 4.4.1. MODELOS MULTIPLICATIVOS Y ENVOLVENTES CON RENDIMIENTOS DE ESCALA CONSTANTES

La propuesta de Charnes, Cooper y Rhodes (1978) se basa en la existencia de un conjunto de  $n$  organizaciones, empresas o, como ellos denominan "Decision Making Units", (DMUs) homogéneas, tales que  $j = 1, 2, \dots, n$  cada una de las cuales utiliza un vector de  $m$  inputs  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathfrak{R}_+^m$  con el objetivo de obtener  $s$  outputs representados por el vector  $y = (y_1, y_2, \dots, y_s) \in \mathfrak{R}_+^s$ .

El proceso productivo de cada organización se puede expresar mediante la combinación de sus vectores de inputs y outputs, por lo que se define como la transformación de unos inputs en outputs mediante una determinada tecnología. Por tanto, el primer paso para determinar la eficiencia productiva consiste en conocer la tecnología de las organizaciones analizadas, lo que puede hacerse a partir de un conjunto de procesos de producción factibles, también denominado "conjunto de posibilidades de producción".

El conjunto de datos reales es no negativo y existe al menos un componente positivo en cada uno de los vectores input y output, lo que implica que cada organización posee como mínimo un valor positivo en un input ( $x_i \geq 0, x_i \neq 0$ ) y en un output ( $y_r \geq 0, y_r \neq 0$ ). Cada combinación input-output semi-positivas se denominan "actividad" y se expresan como  $(x, y)$ . Cada par de vectores  $(x, y)$  puede considerarse en un espacio vectorial lineal de dimensión  $m+s$ . El conjunto de actividades factibles desde el punto de vista tecnológico, esto es, las posibles combinaciones  $(x, y)$ , constituye el conjunto de posibilidades producción y se representa como  $P = \{x_i, y_r\}$ , tal que  $x_i$  puede producir  $y_r$ . Este conjunto no se conoce a priori sino que se construye a partir de los datos reales de las organizaciones, completándose con una serie de restricciones implícitas adicionales que se detallan a continuación:

- Las actividades observadas de cada organización  $(x_i, y_j)$  pertenece a  $P$ .
- Si la actividad  $(x, y) \in P$ , entonces la actividad  $(tx, ty) \in P$ , siendo  $t$  un escalar positivo. Esta propiedad supone que existen rendimientos de escala constantes.
- Dada una actividad  $(x, y) \in P$ , cualquier otra  $(x', y') \in P$  con  $x' \geq x$  e  $y' \leq y$ , también está incluida en  $P$ , por lo que cualquier actividad que cumpla estas



condiciones es un componente factible del conjunto de posibilidades de producción.

- Cualquier combinación lineal semi-positiva de las actividades incluidas en  $P$  también pertenece a  $P$ .

Considerando lo expuesto, Charnes, Cooper y Rhodes (1978) plantearon el Modelo 4.1, denominado “**modelo CCR original**” en honor a las iniciales de sus nombres, que sirve para medir la eficiencia de una determinada organización o DMU.

#### Modelo 4.1. CCR original

$$\max h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s U_r Y_{r0}}{\sum_{i=1}^m V_i X_{i0}}$$

sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s U_r Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m V_i X_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$V_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$U_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

Donde:

$h_0$ : Tasa de eficiencia relativa de la organización evaluada

$y_{rj}$ : Valor del output  $r$  ( $r = 1, 2, \dots, s$ ) para la organización  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )

$x_{ij}$ : Valor del input  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) para la organización  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )

$u_r$ : Ponderación asociada al output  $r$  ( $r = 1, 2, \dots, s$ )

$v_i$ : Ponderación asociada al input  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ )

A través del modelo anterior se pretende determinar la tasa de eficiencia radial  $h_0$  asignada a la organización evaluada, cumpliéndose la condición de que ese ratio debe ser igual o inferior a 1 respecto al resto de organizaciones evaluadas.

Para determinar la tasa de eficiencia máxima de cada organización, al resolver el modelo se calculan las ponderaciones de sus outputs ( $u_r$ ) y de sus inputs ( $v_i$ ).

La tasa de eficiencia planteada en el modelo anterior es una medida escalar de la productividad total de los factores, aunque las ponderaciones que se asignan a los inputs y los outputs no son precios establecidos por el mercado a priori, sino que se determinan mediante la resolución del problema de optimización, a partir de los datos de las organizaciones. En consecuencia, la tasa de eficiencia de una organización está vinculada con el resto, por lo que puede afirmarse que la puntuación de eficiencia obtenida es relativa.

Sin embargo, el modelo anterior es de tipo fraccional, no lineal, por lo que su resolución entraña bastantes dificultades debido a que las posibles soluciones resultan infinitas; si  $(u_r^*, v_i^*)$  es el vector de ponderaciones óptimas, entonces también lo es cualquier vector  $(\beta u_r^*, \beta v_i^*)$ .

Por ello, en el mismo trabajo Charnes, Cooper y Rhodes (1978) transformaron el modelo anterior en otro equivalente de programación lineal que, en realidad, puede expresarse considerando dos orientaciones:

- **Modelo CCR multiplicativo de orientación input** (Modelo 4.2), que analiza la medida en que una organización puede producir los mismos outputs con cantidades inferiores de inputs. La solución óptima selecciona el conjunto de ponderaciones que hace que el denominador sea igual a 1, esto es, maximiza el conjunto de outputs manteniendo los inputs constantes.
- **Modelo CCR multiplicativo de orientación output** (Modelo 4.3), cuyo objetivo consiste en evaluar la medida en qué una organización puede incrementar su producción con la misma cantidad de factores productivos. En este caso el conjunto de ponderaciones óptimas son aquellas que hacen que el numerador sea 1, por lo que mantiene el nivel de outputs constante y minimiza los inputs.

Puede comprobarse que en la función objetivo del Modelo CCR de orientación input se maximiza el numerador del problema planteado en el Modelo 4.1, manteniendo constante el denominador, mientras que en el de orientación output, Modelo 4.3, se minimiza el denominador, fijando el numerador del modelo original. Por consiguiente, para las soluciones óptimas la relación que existe entre el modelo fraccional y estos últimos se concreta en  $z_0^* = h_0^*$  y  $g_0^* = 1/h_0^*$ . Además, se puede afirmar que una organización sólo resulta eficiente cuando las funciones objetivo de los modelos anteriores alcanzan un valor igual a 1, esto es,  $z_0^* = g_0^* = 1$ .

En cualquier caso, una organización eficiente bajo la orientación input, también se muestra eficiente si se evalúa con la orientación output (Charnes *et al.*,

1985). Esta afirmación es obvia desde la perspectiva matemática, ya que ambos planteamientos son equivalentes a la maximización de la función objetivo en el Modelo 4.1.

**Modelo 4. 2. CCR-multiplicativo input**

$$\max z_0 = \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{r0}$$

sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0$$

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{i0} = 1$$

$$v_i, \mu_r \geq 0 \quad \forall i, r$$

**Modelo 4.3. CCR-multiplicativo output**

$$\min g_0 = \sum_{i=1}^m v_i X_{i0}$$

sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{r0} = 1$$

$$v_i, \mu_r \geq 0 \quad \forall i, r$$

En los modelos anteriores, la función objetivo, que refleja o bien la suma ponderada de los outputs o bien la de los inputs, se denomina "output virtual total" e "input virtual total", respectivamente. Esta denominación también se utiliza para cada uno de los sumandos, es decir, el output virtual  $r$ -ésimo de la organización  $j$  es el producto del valor de su output ( $y_{rj}$ ) por la ponderación óptima que se le asocia ( $\mu_r^*$ ) al resolver el modelo, mientras que el  $i$ -ésimo input virtual es el producto del input ( $x_{ij}$ ) de la organización  $j$  por el peso óptimo ( $v_i^*$ ) obtenido en la resolución de un modelo multiplicativo.

Los inputs y los outputs virtuales de una organización revelan la importancia relativa que cada uno tiene en la tasa de eficiencia, lo que permite conocer la contribución y trascendencia de cada variable al proceso productivo, así como las fortalezas y debilidades del mismo. La robustez de la puntuación de eficiencia de una organización puede valorarse por el número de inputs y outputs en que recaen las ponderaciones para que la misma sea considerada eficiente. Por tanto, cuanto más próxima esté una organización del caso extremo de valorarse como eficiente ponderando un único input u output, menor robustez tendrá la tasa de eficiencia que le corresponde.

Desde la perspectiva económica, existen dos posibles interpretaciones para las ponderaciones de las variables. En primer lugar, como componentes del ratio de eficiencia, las ponderaciones se pueden entender como relaciones de compensación entre variables, esto es, *trade-offs*, la cantidad en que una organización debe

incrementar, por ejemplo, un determinado input si disminuye otro en una unidad. Esta perspectiva sirve para desarrollar el concepto de ratios marginales de sustitución y transformación que se explicará en el próximo Capítulo. Las ponderaciones también pueden considerarse precios sombra (Coelli, Rao y Battese, 1998), es decir, el valor otorgado a las variables que en muchas ocasiones no tienen precios de mercado o éstos resultan difíciles de cuantificar.

Si de forma consecutiva se resuelven los modelos anteriores para cada una de las organizaciones que componen la muestra de estudio, aquellas con un resultado inferior a 1 en la función objetivo del Modelo 4.2, o superior a 1 en el Modelo 4.3, se consideran ineficientes.

El conjunto de ponderaciones óptimas  $v_i^*$  y  $\mu_r^*$  representa un sistema de valoración relativo que cada una de las organizaciones evaluadas otorga a las variables para conseguir la máxima puntuación de eficiencia posible. La selección de ponderaciones o pesos goza de total flexibilidad para garantizar que están en consonancia con el objetivo de alcanzar la máxima puntuación de eficiencia. Por tanto, los pesos óptimos son importantes para las organizaciones ineficientes, ya que indican su funcionamiento deficiente incluso cuando el sistema de ponderaciones se determina con total libertad (Allen *et al.*, 1997).

La obtención de un valor igual a 1 en las funciones objetivo del Modelo 4.2 y del Modelo 4.3 no constituye una condición suficiente para que las organizaciones evaluadas sean totalmente eficientes y así lo explican Charnes, Cooper y Rhodes (1979) mediante un sencillo ejemplo en el que dos organizaciones, A y B, obtienen un output a partir de dos inputs según el se muestra a continuación:

	Output	Input 1	Input 2
A	1	2	6
B	1	2	5

Si se aplica el Modelo 4.1 a la organización A, se obtiene un índice de eficiencia igual a 1 ( $\mu = 1, v_1 = 0.5$  y  $v_2 = 0$ ), por lo que se considera eficiente pero puede observarse que realmente no lo es porque consume más cantidad del segundo input que la organización B. Con el objetivo de superar esta limitación, los autores reemplazaron la no negatividad de las ponderaciones por la condición de estricta positividad, esto es,  $v_i, \mu_r \geq \varepsilon$ , siendo  $\varepsilon$  una pequeña cifra positiva.

Al incluirse la condición anterior, las organizaciones se sitúan en la frontera eficiente del conjunto de posibilidades de producción si, además de obtener un

valor igual a 1 en la función objetivo, las ponderaciones asociadas a las variables no son nulas. Seiford y Thrall (1990) indican que si el valor de la función objetivo resulta igual a 1 y alguna de las ponderaciones es nula, la organización evaluada es débilmente eficiente, por lo que se situará en la frontera pero no en la zona eficiente, ya que sería necesario que redujese alguno de sus inputs o aumentase alguno de sus outputs para estar en el segmento eficiente. Por tanto, las organizaciones evaluadas pueden ser eficientes o débilmente eficientes.

Desde la perspectiva geométrica, la frontera del conjunto de posibilidades de producción se define a través de las organizaciones extremas del conjunto de datos. Sin embargo, no todos los puntos extremos del conjunto de datos conforman la frontera eficiente, ya que una organización puede situarse en el límite del conjunto de posibilidades de producción pero no formar parte de la frontera eficiente debido a que existen otras organizaciones que mejoran su comportamiento en cuanto al uso de inputs o la obtención de outputs (Dulá y López, 2002).

Si se utilizan las expresiones duales de los anteriores modelos puede facilitarse la comprensión de la clasificación de las organizaciones eficientes, ya que los resultados obtenidos en los modelos duales lo indican de forma directa. Los modelos duales introducidos por Charnes, Cooper y Rhodes (1981), denominados envolventes o de proyección (Ali, Lerne y Seiford, 1995), Modelo 4.4 y Modelo 4.5, respectivamente, guardan una estrecha relación con el planteamiento original de Farrell (1957).

Las variables  $s_r^+$  y  $s_r^-$  representan las holguras de la  $r$ -ésima restricción output y la  $i$ -ésima restricción input, respectivamente, y son utilizadas para convertir las desigualdades del Modelo 4.2 y del Modelo 4.3 en ecuaciones equivalentes. Generalmente los dos modelos anteriores se resuelven en dos etapas; en primer lugar se calcula  $\theta^*$  o  $\phi^*$ , sin considerar las variables de holgura, y a continuación, se optimizan las holguras fijando previamente  $\theta^*$  o  $\phi^*$ , según que el modelo sea de orientación input u output.

En principio, estos últimos modelos resultan más operativos, ya que el número de restricciones es igual al número de inputs y outputs incluidos en el modelo, mientras que en los modelos multiplicativos las restricciones son mayores, debido a que debe existir una para cada organización evaluada.

**Modelo 4.4. CCR-Envolvente input**

$$\min \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r \right)$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= \theta^* x_{i0} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ &= y_{r0} \\ \lambda_j, s_i^-, s_r^+ &\geq 0 \quad \forall j, i, r \end{aligned}$$

**Modelo 4.5. CCR-Envolvente output**

$$\max \phi + \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r \right)$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= x_{i0} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ &= \phi^* y_{r0} \\ \lambda_j, s_i^-, s_r^+ &\geq 0 \quad \forall j, i, r \end{aligned}$$

Para comprender mejor los modelos envolventes, se detalla el Modelo 4.5, que evalúa la eficiencia de una determinada DMU que utiliza un vector de inputs  $(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{m0})$  para obtener un vector de outputs  $(y_{10}, y_{20}, \dots, y_{s0})$ . Se pretende determinar si existe una combinación lineal de los inputs y los outputs utilizados por las organizaciones que forman la muestra,  $\left( \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \right)$ , que empleando como máximo la cantidad de recursos de la DMU evaluada  $\left( \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = x_{i0} - \sum_{i=1}^m s_i^- \right)$ , produzca al menos lo mismo que ella  $\left( \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} = \phi y_{r0} + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$ . Si no existe una combinación que mejore los niveles de la evaluada, entonces ésta es eficiente, ya que  $\lambda_0 = 1$  y  $\lambda_j = 0$ , para  $j = 1, 2, \dots, n; j \neq 0$ .

Por tanto, la resolución del modelo proporciona información desde una perspectiva doble:

- Por un lado, muestra el vector óptimo de ponderaciones  $(\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_n^*)$  y, en consecuencia, el punto sobre la frontera en que se encuentra la organización evaluada o sobre el que debe proyectarse si es ineficiente. Los subíndices  $j$  no nulos indican las organizaciones eficientes de la muestra que sirven de referencia a la evaluada para crear una organización virtual que le sirva como referencia si resulta ineficiente, de manera que los coeficientes  $\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_n^*$  son únicos para cada organización (Nacif, Soares de Mello y Angulo-Meza, 2009).
- Por otro lado, el valor de  $\phi_0$  indica el máximo aumento proporcional de los  $s$  outputs que podría realizarse sin necesidad de incrementar el consumo

de recursos, lo que implica el movimiento radial hacia la frontera del conjunto de posibilidades de producción. En ocasiones, este incremento radial es insuficiente para proyectar la organización sobre el punto eficiente de la frontera que sirve como referencia. En este caso, las variables de holgura obtenidas en la resolución del Modelo 4.5 indican las posibles reducciones o aumentos adicionales necesarios para alcanzar la combinación ideal que proyecte la organización sobre la frontera eficiente.

A tenor de lo expuesto, al resolver el modelo pueden darse dos situaciones principales, a saber:

- La organización evaluada es ineficiente ( $\phi_0^* > 1$ ) si dentro del conjunto de posibilidades de producción existe otra que obtiene un mayor volumen de output empleando la misma cantidad de inputs.
- La organización evaluada está en la frontera ( $\phi_0^* = 1$ ), pero puede ser eficiente o débilmente eficiente:
  - Si todas las variables  $\lambda_j$  son nulas excepto la correspondiente a la organización evaluada,  $\lambda_0$ , ésta es totalmente eficiente, ya que no existe ninguna otra combinación dentro del conjunto de posibilidades de producción que utilice menos factores y obtenga mayores cantidades de outputs. En este caso todas las variables de holgura tienen valor nulo.
  - Si alguna variable  $\lambda_j$ , que no sea la correspondiente a la organización evaluada, es positiva, no es posible realizar un incremento radial de todos los outputs, pero sí alguna reducción y/o incremento individual de alguno de los inputs u outputs. Esto ocurre si alguna de las variables de holgura  $s_i^-$  y/o  $s_r^+$  es positiva. En este contexto, la unidad evaluada es débilmente eficiente y no es referencia de ella misma.

El análisis realizado con el Modelo 4.5 puede hacerse de forma análoga con el Modelo 4.4 pero considerando que su objetivo consiste en buscar la máxima reducción equiproporcional posible de los inputs para alcanzar el nivel de producción de la organización objeto de evaluación. Por tanto, las comparaciones se establecen entre organizaciones que pueden producir lo mismo pero empleando menos recursos. Sin embargo, a pesar de que ambas orientaciones son equivalentes en términos de puntuaciones de eficiencia, puede ocurrir que una organización ineficiente sea proyectada a diferentes regiones de la frontera eficiente, según se utilice la orientación input u output, ya que el resultado del vector  $(\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_n^*)$  y las variables de holgura  $s_i^-$  y  $s_r^+$  no coincidirán en ambas versiones.

Así, la Figura 4.4 muestra como en el modelo CCR de orientación input la proyección hacia la frontera de las unidades ineficientes supone la disminución de

la cantidad de inputs, mientras que en la Figura 4.5, siguiendo la orientación output del modelo CCR, puede observarse que las organizaciones ineficientes deben tomar como referencia aquellas situadas en la frontera que impliquen un aumento de la cantidad de outputs.

Charnes, Cooper y Rhodes (1978) demostraron que su medida de eficiencia se correspondía con la medida de eficiencia técnica de Farrell (1957), que consideraba eficiente a aquella organización que no permite una reducción radial, esto es, equiproporcional de los inputs o un incremento radial de los outputs. Por tanto, está en sintonía con la propuesta de Debreu (1951). Sin embargo, en los modelos posteriores que incorporan las variables de holgura no es suficiente con que una organización se sitúe en la frontera para que sea considerada eficiente, sino que también es necesario que no se pueda disminuir ningún input ni aumentar ningún output de forma individual. Por consiguiente, el DEA también es afín a la concepción de eficiencia de Pareto-Koopmans, más restrictivo que la de Farrell-Debreu.

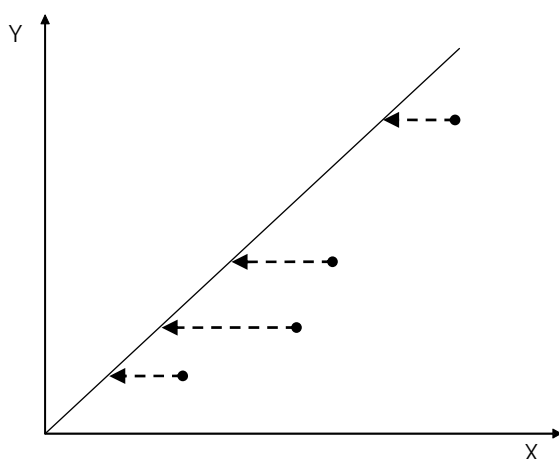


Figura 4.4. Proyección en CCR input

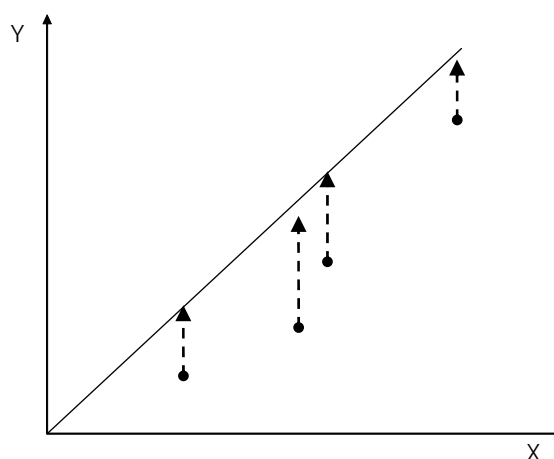


Figura 4.5. Proyección en CCR output

#### 4.4.2. MODELOS MULTIPLICATIVOS Y ENVOLVENTES CON RENDIMIENTOS DE ESCALA VARIABLES

La definición de la frontera de producción influye en las mediciones de eficiencia obtenidas en el análisis. En el caso del modelo CCR, en todas sus versiones, a pesar de que a priori no se establece una función productiva concreta por tratarse de una técnica no paramétrica, existen supuestos subyacentes en relación a la frontera construida a partir de las organizaciones eficientes. Si bien Charnes, Cooper y Rhodes (1978) no mencionaron explícitamente ninguna característica de la tecnología, detrás de su planteamiento matemático se esconden condiciones bastante



restrictivas sobre la frontera de producción. A esta cuestión hacen referencia por primera vez Banker, Charnes y Cooper (1984), demostrando que la formulación matemática del modelo CCR se corresponde con la construcción de un conjunto de posibilidades de producción  $P$  tecnológicamente factibles, que cumple las siguientes condiciones:

- Posibilidad de no producir. Es posible no producir nada, esto es,  $(0,0) \in P$ .
- Convexidad. Si dos procesos productivos pertenecen al conjunto de posibilidades de producción, todas sus combinaciones lineales convexas también pertenecen al mismo. Es decir, si  $(x',y') \in P, \alpha \in [0,1] \Rightarrow \alpha(x,y) + (1-\alpha)(x',y') \in P$ .
- Libre disponibilidad de inputs. Es posible desechar el exceso de inputs a coste cero, por lo que  $(x,y) \in P, x' \geq x \Rightarrow (x',y) \in P$ . También puede contemplarse una posibilidad menos severa, manteniendo el nivel de producción siempre que haya un incremento equiproporcional en todos los inputs utilizados.
- Eliminación gratuita de outputs. Es posible producir menos outputs utilizando las mismas cantidades de inputs, por lo que  $(x,y) \in P, y' \leq y \Rightarrow (x,y') \in P$ . La versión débil de esta propiedad establece que se puede reducir de forma equiproporcional todos los outputs, empleando el mismo vector de inputs.
- Rendimientos constantes de escala. Es factible re-escalar la actividad de cualquier proceso productivo perteneciente al conjunto de posibilidades de producción. Si  $(x,y) \in P \Rightarrow \alpha(x,y) \in P, \forall \alpha \geq 0$ . Esto indica que un incremento proporcional en los inputs, sin alterar su combinación, da como resultado un aumento de los outputs en la misma proporción.

El supuesto de rendimientos de escala constantes que se toma como base para el modelo CCR tiene importantes consecuencias sobre los resultados obtenidos. Como se mostró de forma gráfica en la Figura 4.4 y en la Figura 4.5, las comparaciones entre organizaciones se realizan de forma radial, en primera instancia, respecto a aquellas que demuestran mejores prácticas. Sin embargo, se obvia la influencia de la escala en la determinación de la eficiencia. Esto significa que todas las organizaciones se comparan suponiendo que operen en la misma escala que la organización más óptima, atribuyendo todas las ineficiencias a una gestión deficiente, no a posibles efectos derivados de la escala de operaciones.

Por ello, Banker, Charnes y Cooper (1984) suavizan el supuesto de rendimientos de escala constantes, permitiendo rendimientos de escala variables, lo que implica que la comparación de organizaciones se realice únicamente entre aquellas que trabajan en una escala similar, evitando los efectos de posibles ineficiencias de escala y aislando la ineficiencia ocasionada por razones técnicas. La formulación del modelo de estos autores, denominado "**modelo BCC**" por sus iniciales, se plas-

ma en sus versiones multiplicativas de orientación input, Modelo 4.6, y de orientación output, Modelo 4.7.

**Modelo 4.6. BCC-Multiplicativo input**

$$\max \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{r0} + \mu_0$$

sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + \mu_0 \leq 0$$

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{i0} = 1$$

$$v_i, \mu_r \geq \varepsilon > 0 \quad \forall i, r$$

**Modelo 4.7. BCC-Multiplicativo output**

$$\min \sum_{r=1}^s v_r X_{r0} + v_0$$

sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + v_0 \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{r0} = 1$$

$$v_i, \mu_r \geq \varepsilon > 0 \quad \forall i, r$$

Los modelos previos incorporan las variables  $\mu_0$  y  $v_0$  que informan sobre el tipo de rendimientos de escala, tal y como señalan Banker, Charnes y Cooper (1984); si para cualquier solución óptima,  $\mu_0^* \leq 0$  ( $v_0^* \geq 0$ ), la organización evaluada presenta rendimientos no crecientes; si  $\mu_0^* \geq 0$  ( $v_0^* \leq 0$ ), los rendimientos son no decrecientes; si  $\mu_0^* = 0$  ( $v_0^* = 0$ ), la organización presenta rendimientos de escala constantes.

Los modelos multiplicativos, tanto de rendimientos constantes como variables, también pueden interpretarse desde una perspectiva geométrica. La unión de las organizaciones eficientes a través de segmentos lineales, configura la frontera de una función de producción empírica que de forma simplificada puede representarse como  $y = f(x)$ ; así, en los puntos de la frontera el valor de  $y$  es máximo para cada  $x$ , por lo que las organizaciones de la frontera son siempre eficientes desde la perspectiva técnica.

Los parámetros óptimos  $v_i^*$  y  $\mu_r^*$  asociados a las variables de las organizaciones eficientes sirven para definir las diferentes facetas de la frontera, es decir, los tramos de la función de producción empírica  $y = f(x)$ , ya que son las constantes asociadas a la ecuación de producción (Cooper, Seiford y Tone, 2000).

En la Figura 4.6 se representa un proceso productivo en el que se obtienen dos outputs a partir de un único input y resultan eficientes tres organizaciones (A, B y C). En un punto de la frontera, por ejemplo B, los parámetros  $v_i^*$  y  $\mu_r^*$  asociados a sus outputs e inputs se definen a partir de una línea tangente que atraviesa B.

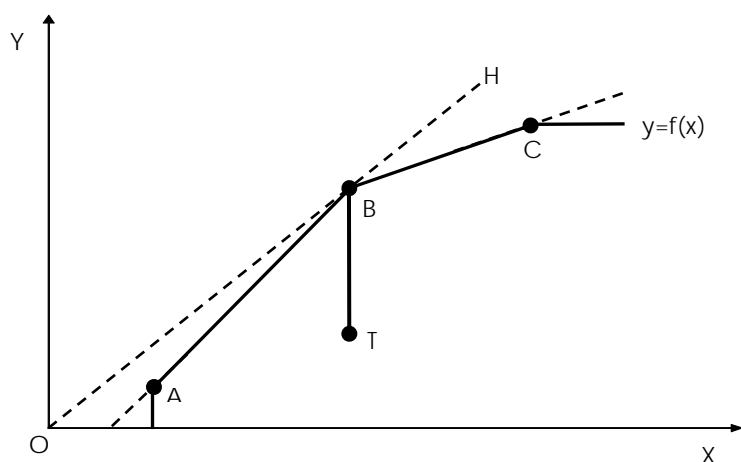


Figura 4.6. Obtención de ponderaciones a partir de la tangente

Según lo anterior, para cada organización, se calculan los coeficientes  $v_i^*$  y  $\mu_r^*$  que definen la línea tangente de la función de producción empírica estimada  $y = f(x)$  que esté más cercana al punto analizado.

Por ejemplo, en el caso de una organización que se sitúe en el punto  $T$ , al resolver el modelo multiplicativo se busca un vector de ponderaciones que minimice la distancia entre ese punto y la tangente a la frontera para ese mismo vector de ponderaciones, esto es, el de igual pendiente (González-Fidalgo, 2001). Cualquier otro de los posibles vectores de ponderaciones que atraviesan el punto  $T$  tendrá una pendiente diferente y la distancia radial a la tangente de la frontera será mayor que en el caso anterior.

Cabe observar, de forma más genérica, como la línea tangente a cualquier punto de la frontera se puede definir como un "hiperplano soporte". Un hiperplano  $H_0$  en un espacio de dimensión igual al cardinal resultante de sumar el número de inputs y el de outputs,  $m + s$ , que pasa a través del punto  $z_0$  representado por los vectores  $(x_0, y_0)$  y puede expresarse como  $\mu(y - y_0) - v(x - x_0) = 0$ , donde  $\mu \in \mathbb{R}^s$  y  $v \in \mathbb{R}^m$  representan los coeficientes de los vectores de outputs e inputs, respectivamente. Si se consideran rendimientos de escala variables y orientación input, se define un escalar  $\mu_0$  tal que  $\mu_0 = \mu y_0 - v x_0$ , por lo que el hiperplano  $H_0$  también puede expresarse como  $\mu y - v x - \mu_0 = 0$ .

Generalmente, un hiperplano divide el espacio en dos semi-espacios. Si el hiperplano  $H_0$  contiene el conjunto de posibilidades de producción  $P$  en uno solo de los semi-espacios, se trata de un hiperplano soporte de  $P$  en el punto  $(x_0, y_0)$ , esto es, el hiperplano soporte se apoya en ese punto del conjunto de posibilidades de producción. Más concretamente, para todo  $(x, y) \in P$  asociado a cualquier orga-

nización, se tiene que  $\mu y - v x - \mu_0 \leq 0$ . En consecuencia, la frontera o superficie envolvente de un modelo de rendimientos constantes se genera a partir de la intersección de hiperplanos soporte en  $\Re^{m+s}$  que pasan a través del origen y el cono poliédrico convexo formado a partir de los vectores de inputs y outputs de las diferentes organizaciones  $(x, y) \in P$ .

Con rendimientos variables la frontera envolvente se construye mediante la intersección de hiperplanos soporte en  $\Re^{m+s}$  con la superficie convexa de datos  $(x, y) \in P$ . Por tanto, con rendimientos constantes la intersección se produce sólo si  $\mu y - v x \leq 0$ , mientras que con rendimientos variables  $\mu y - v x - \mu_0 \leq 0$ .

Las restricciones  $(\mu \geq 0, v \geq 0)$  del modelo de DEA implican que las ponderaciones de las variables sean no nulas  $(\mu \geq 0, v \geq 0)$ , ya que el conjunto de posibilidades de producción sólo se sitúa a un lado del hiperplano. A mayores, para eliminar la indeterminación que supone que una ecuación lineal permanezca invariable si se multiplica por un número no negativo, se añade, por ejemplo en el Modelo 4.6, la restricción  $v x_0 = 1$  que normaliza las variables virtuales.

Considerando esto, se obtiene que  $\mu y_0 - \mu_0 = 1$ , por lo que el vector de coeficientes  $(\mu, v, \mu_0)$  del hiperplano soporte  $H_0$  es la solución óptima del modelo. En conclusión, si la organización es eficiente con rendimientos de escala variables, la normalización del vector de coeficientes  $(\mu, v, \mu_0)$ <sup>1</sup> del hiperplano soporte de  $P$  en ese punto  $(x_0, y_0)$  genera una solución óptima (Cooper, Seiford y Tone, 2007).

En base a lo anterior, también puede comprobarse que la variabilidad de los parámetros  $\mu_0$  bajo orientación input, y  $v_0$ , con orientación output, es la responsable de que la frontera definida en un modelo BCC se genere mediante la unión de organizaciones eficientes que pueden poseer diferentes rendimientos de escala, lo cual implica que los hiperplanos soporte tienen diferentes pendientes y no necesariamente pasan por el origen de coordenadas del espacio de dimensión  $m+s$ . En la Figura 4.6 puede observarse que los posibles hiperplanos soporte de las organizaciones A, B y C, representados con líneas discontinuas, tienen distintas pendientes.

Los modelos de rendimientos variables de carácter multiplicativo también pueden expresarse a través de sus versiones duales, generándose los envolventes de orientación input, Modelo 4.8, y de orientación output, Modelo 4.9, respectivamente.

---

<sup>1</sup> Puede generalizarse para los modelos de rendimientos constantes, ya que en éstos siempre se cumple que  $\mu_0 = 0$ .

**Modelo 4.8. BCC-Envolvente input**

$$\min \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r \right)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta^* x_{i0}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad \forall j, i, r$$

**Modelo 4.9. BCC-Envolvente output**

$$\max \phi + \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r \right)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{i0}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = \phi^* y_{r0}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad \forall j, i, r$$

Conviene poner de manifiesto que, con respecto al modelo CCR envolvente, el modelo BCC incorpora una nueva restricción que obliga a que las ponderaciones asignadas a los inputs y los outputs sumen 1. Sólo se consideran combinaciones lineales convexas de las organizaciones analizadas para establecer las combinaciones potenciales de producción, evitando que estas últimas se realicen entre organizaciones de tamaño muy divergente.

Por consiguiente, la diferencia entre los modelos BCC y CCR radica en el conjunto de organizaciones que se establecen como referencia para la comparación, lo que se denomina "región factible". En el caso de un modelo CCR, la región factible viene determinada por el cono convexo generado por el conjunto de organizaciones que conforman la muestra objeto de evaluación, mientras que en uno BCC se corresponde con la envoltura convexa de dicha muestra, resultando un conjunto más pequeño. Esto implica que el valor óptimo de la función objetivo sea o bien más grande, si se utiliza la orientación input, o bien más pequeño, si se emplea la orientación output. En definitiva, los niveles de eficiencia bajo el supuesto de rendimientos variables siempre resultarán superiores a los obtenidos bajo rendimientos constantes, ya que los primeros recogen exclusivamente ineficiencias ocasionadas por la gestión productiva y no aquellas causadas por operar a una escala de producción diferente.

Como consecuencia de lo anterior, la medida de eficiencia en un modelo CCR es la eficiencia técnica global, que se descompone en dos: la eficiencia de escala y la ineficiencia técnica pura. Si hay diferencias entre las tasas de eficiencia de una organización en un modelo CCR y uno BCC, se debe a que esta unidad

presenta ineficiencias de escala (Coelli, Prasada y Battese, 1998) y se puede calcular tomando como referencia la ecuación:

$$\text{Eficiencia Técnica Global} = \text{Eficiencia Técnica Pura} \times \text{Eficiencia de Escala}$$

Para ilustrar esta diferencia, cabe observar la Figura 4.7, donde se considera un proceso productivo en el que se obtiene un solo output a partir de un único input, resultando eficientes cuatro organizaciones ( $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  y  $P_4$ ). El vector O-RC representa la frontera bajo el supuesto de rendimientos de escala constantes, la cual es una extensión radial de las entidades con mayor productividad media. Los puntos situados entre este vector y el eje de abscisas definen el espacio de posibilidades de producción para un modelo CCR, siendo las que se encuentran por debajo del mismo las combinaciones ineficientes.

Bajo el supuesto de rendimientos de escala constantes, las organizaciones ineficientes son comparadas con las que presentan mayor productividad media, que en la Figura 4.7 son  $P_2$  y  $P_3$ , considerando que las mismas pueden ser tan productivas como las eficientes, aunque operen en una escala diferente.

En el supuesto de que exista una organización situada en el punto A, su tasa de eficiencia se determina mediante la distancia que existe entre ella y el vector que representa la frontera, medida en sentido vertical si el modelo es de orientación output, o en sentido horizontal, si el modelo es de orientación input. Suponiendo orientación output, la tasa de eficiencia es el cociente  $DA/DC$ , ya que A se compararía con el punto C, que representa el máximo output alcanzable para el nivel de input asociado a la organización situada en el punto A. De esta forma, la productividad media coincide con la máxima alcanzable, que es la que tienen todas las organizaciones de la frontera eficiente.

Si se relaja el supuesto de rendimientos de escala constantes, la frontera resultante se construye mediante los tramos que unen los puntos que representan las organizaciones  $P_1, P_2, P_3$  y  $P_4$ , ya que en la escala en la que actúan no hay otras organizaciones que produzcan de forma más eficiente. Por tanto, los puntos situados en esta frontera y por debajo de la misma constituyen el conjunto de posibilidades de producción del modelo BCC. La eficiencia técnica pura de la organización situada en el punto A viene dada por el cociente  $DA/DB$ , esto es, por la comparación del punto A con la organización eficiente situada en la frontera que opera en la misma escala, en este caso la situada en el punto B.

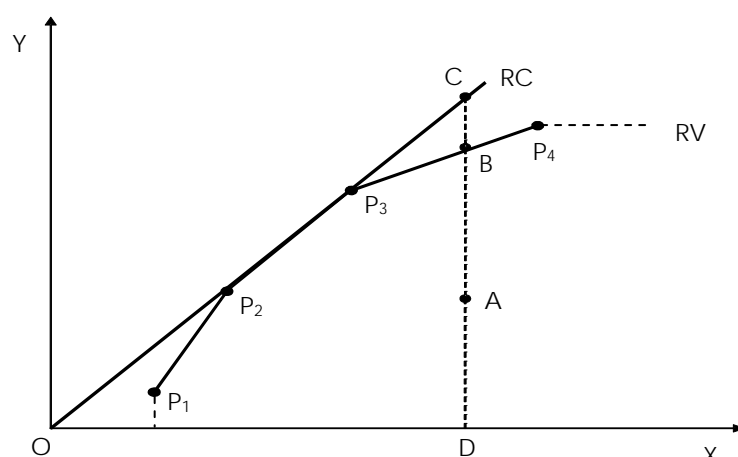


Figura 4.7. Representación de la frontera eficiente en los modelo CCR y BCC

Observando la Figura 4.7 también puede comprobarse que la eficiencia técnica global obtenida en el modelo CCR es superior a la eficiencia técnica pura obtenida en el modelo BCC. Así mismo, se puede afirmar que una organización que se considere eficiente bajo rendimientos de escala constantes (modelo CCR), también lo resulta bajo el supuesto de rendimientos variables (modelo BCC); sin embargo, la afirmación inversa no se cumple.

En los modelos BCC, al contrario que en los CCR, no existe la relación inversa entre las tasas de eficiencia obtenidas bajo la orientación input y la output. Al igual que en los modelos CCR, en los modelos BCC el incremento radial de todos outputs en el modelo de orientación output, o la disminución equiproporcional de todos los inputs en el modelo de orientación input, pueden no ser suficientes para lograr la eficiencia, por lo que es necesario algún aumento y/o reducción adicional de algún output y/o input, respectivamente. Esto implica que las proyecciones hacia la frontera no tienen por qué coincidir en ambas orientaciones, ya que las holguras pueden ser diferentes según la frontera de rendimientos variables que se genere. Sin embargo, se continúa verificando que las superficies envolventes son idénticas bajo ambas orientaciones, por lo que una organización clasificada como eficiente en el modelo BCC con orientación input, también será eficiente en el modelo BCC con orientación output.

Los modelos CCR y BCC se consideran las expresiones originales del DEA pero, desde su aparición hasta la actualidad, los investigadores han propuesto múltiples modelos que o bien, pequeñas modificaciones de los anteriores, o bien cambios sustanciales. Algunos de estos modelos se explican en la siguiente sección.

### 4.4.3. OTROS MODELOS DE ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

La revisión de la literatura pertinente permite comprobar que existen numerosos modelos de DEA que, a lo largo de los años, se han propuesto con el objetivo de modificar sus requisitos o propiedades iniciales o superar algunas de sus limitaciones. En este sentido, como los planteamientos son numerosos, a continuación se recogen dos de los que se consideran más destacados y útiles en el desarrollo de esta Memoria de Tesis Doctoral.

Cabe recordar que los primeros modelos CCR y BCC son radiales, ya que únicamente tratan de determinar la puntuación de eficiencia que, según la orientación, indica la reducción equiproporcional de inputs o aumento equiproporcional de outputs, por lo que las organizaciones son eficientes según el planteamiento de Farrell-Debreu. Sin embargo, los modelos posteriores, que incorporan la variable  $\varepsilon$ , son afines a la propuesta de eficiencia Pareto-Koopmans, ya que tienen posibles holguras individuales en las variables. A pesar de esto, parece existir un acuerdo generalizado en denominar “modelos radiales” a todos aquellos que incluyen en su función objetivo la puntuación de eficiencia, mientras que en los “modelos no radiales” únicamente se analizan las holguras de las variables.

A tenor de lo anterior, el denominado “**modelo aditivo**” de rendimientos de escala variables formulado por Charnes *et al.* (1985) fue la primera de las propuestas de tipo no radial al tratarse de un modelo que determina las tasas de eficiencia en base a las holguras de las variables. Su característica fundamental es la ausencia de orientación en cualquiera de sus expresiones, primal y dual, que se recogen en el Modelo 4.10 y en el Modelo 4.11, respectivamente.

Los dos modelos aditivos consideran simultáneamente posibles disminuciones de inputs, así como incrementos de outputs, por lo que aunque la frontera esté formada por las mismas organizaciones eficientes que el caso de un modelo BCC, la proyección de las organizaciones ineficientes es distinta. A diferencia de los modelos radiales, en los que se concreta una orientación input u output, el modelo aditivo busca la combinación convexa más extrema de entre todas las organizaciones analizadas cuyos niveles de outputs sean al menos iguales al obtenido por la organización evaluada,  $\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{r0}$ , y los niveles de inputs sean como máximo los

de la organización evaluada,  $\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0}$ . En consecuencia, a través de este mode-

lo se obtiene una proyección sobre el punto de la frontera envolvente más cercano a la organización evaluada. En este sentido, una organización resulta eficiente cuando al resolver el modelo aditivo, primal o dual, se obtiene cero, lo que indica que se sitúa en la frontera.



**Modelo 4.10. Aditivo primal**

$$\max \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{i0}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad \forall j, i, r$$

**Modelo 4.11. Aditivo dual**

$$\max \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + \mu_0$$

sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \mu_0 \leq 0$$

$$v_i \geq 0, \mu_r \geq 1, \quad \forall i, r$$

Los modelos aditivos cuentan con una gran ventaja, ya que la ausencia de orientación permite realizar transformaciones en las variables sin que esto tenga efectos sobre el resultado obtenido, lo que permite trabajar con datos negativos que posteriormente pueden transformarse sumando una cifra positiva (Ali y Seiford, 1990). Sin embargo, también tienen ciertas limitaciones: en su resolución no se obtiene una tasa de eficiencia (Cook y Seiford, 2009) y las posibles diferencias en las unidades de medida de los inputs y outputs pueden ocasionar problemas en el resultado, puesto que las holguras no permanecen invariables ante cambios en las unidades de medida. Para solucionar estos inconvenientes Charnes *et al.* (1985; 1999) proponen que la función objetivo del modelo primal que sirva para medir la ineficiencia sea:

$$Q_0 = \delta \left( \sum_{i=1}^m s_i^- / x_{i0} + \sum_{r=1}^s s_r^+ / y_{r0} \right)$$

La división de las posibles holguras de las variables entre los respectivos valores de la organización evaluada convierte el modelo en invariante ante las unidades de medida, mientras que la inclusión de  $\delta$ , cuyo valor aproximado es  $1/m+s$ , controla la escala global del resultado obtenido con un límite superior o igual a 1. Para mantener la consistencia con la medida de eficiencia planteada en los modelos originales de DEA, Sueyoshi (1990) utiliza el resultado complementario, esto es,  $1-Q_0$ . Sin embargo, esta última medida tampoco se ubica en el intervalo habitual de las tasas de eficiencia, ya que no existe un límite inferior, pudiendo alcanzar co-

tas negativas si, por ejemplo, un output de la organización evaluada es excesivamente pequeño en relación a los del resto de organizaciones.

Para solucionar el inconveniente anterior y conseguir tasas de eficiencia ubicadas en el intervalo  $[0,1]$ , se han realizado diversas propuestas que han dado lugar a múltiples modelos no radiales o basados en holguras (*Slacks-based Measure*, *SBM*). Entre otras, destacan las propuestas de Russell (1988), Lovell y Pastor (1995), Green, Cook y Doyle (1997), Cooper, Park y Pastor (1999) o Tone (2001).

Otra propuesta de gran relevancia en el contexto del DEA fue la realizada por Andersen y Petersen (1993), que plantearon el denominado "**modelo de super-eficiencia**", en el que se excluyen los datos de la organización evaluada de la totalidad de organizaciones que forman el conjunto de comparación. En concreto, la propuesta de los autores se detalla en el Modelo 4.12 y en el Modelo 4.13, con orientación input y output, respectivamente, y rendimientos constantes en ambas expresiones.

**Modelo 4.12. Súper-eficiente input**

**Modelo 4.13. Súper-eficiente output**

$$\min \theta$$

$$\max \phi$$

sujeto a:

sujeto a:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j x_{ij} = \theta x_{i0}$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0}$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{r0}$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j y_{rj} \geq \phi y_{r0}$$

Puede observarse que la única modificación respecto a los modelos CCR o BCC originales es la eliminación de los datos relativos a la organización evaluada del conjunto con el que se compara, por lo que no se incluyen en la parte izquierda de las restricciones y se eliminan del conjunto de posibilidades de producción.

El objetivo inicial de estos modelos consistía en facilitar el proceso de ranking de las organizaciones eficientes, ya que al obtener todas éstas la misma tasa de eficiencia, resulta imposible ordenarlas. En el caso de las organizaciones ineficientes, su omisión en el conjunto de posibilidades de producción no modifica su tasa de eficiencia respecto de los modelos originales debido a que los puntos eficientes no son excluidos del conjunto. Sin embargo, la exclusión de una organización eficiente del conjunto de posibilidades de producción implica que su tasa de eficien-

cia se determina en base a combinaciones lineales de otros puntos eficientes que la dominarían.

Cabe recordar que en los modelos originales de DEA cualquier organización eficiente es su propia referente, por lo que su tasa es igual a 1, al ser sus propios referentes. Sin embargo, en un modelo de súper eficiencia, al excluirse del conjunto de posibilidades de producción, su tasa puede adoptar valores superiores a 1, en el caso de la orientación input, o inferiores a 1, en el caso de la orientación output. En estos modelos la tasa de una organización eficiente indica la proporción en que se podría incrementar el consumo de inputs o disminuir los niveles de outputs, dependiendo de la orientación input u output, y continuar siendo eficiente sin el dominio de una combinación lineal del resto de datos.

Otra interpretación de estos modelos es que la tasa de una organización eficiente indica el apoyo que ésta tiene de la frontera próxima y la influencia que ejerce en su formación (Wilson, 1995). En este sentido, cuanto más se aleje la tasa de una organización eficiente de 1, menos apoyo tendrá por parte del resto del conjunto de posibilidades de producción, por lo que para el resto de organizaciones será más difícil imitar su comportamiento productivo.

Según lo anterior, los modelos de súper-eficiencia también sirven para determinar cuánto se alejan las organizaciones eficientes del resto y detectar posibles casos atípicos entre el conjunto de datos. Por este motivo, estos modelos han sido utilizados, junto con otros procedimientos, para identificar outliers y organizaciones excesivamente influyentes (Sampaio de Sousa y Stosic, 2005). Mediante la eliminación de los anteriores se genera una frontera eficiente suficientemente robusta, no influenciada por observaciones extremas que distorsionen las tasas de eficiencia del resto de organizaciones (Kousmanen, 1999). En las fronteras deterministas los outliers que forman parte de las mismas se consideran organizaciones demasiado buenas que son particularmente peligrosas para el resto (Wilson, 1995). Diversos autores se han basado en la propuesta de Andersen y Peterson (1993) para desarrollar este tipo de procedimientos, entre ellos, Wilson (1995), Thrall (1996), Pastor, Ruiz y Sirvent (1999), Prior y Surroca (2004) o Johnson y McGinnis, (2008).

Además, la medición de la influencia que ejerce cada organización sobre el resto hace posible que los modelos de súper-eficiencia también puedan emplearse para analizar la sensibilidad de los resultados ante posibles variaciones de los datos, esto es, la estabilidad de las regiones de eficiencia (Zhu, 1996; Seiford y Zhu, 1998).

Los modelos anteriores y cualquiera de las expresiones de DEA propuestos deberían cumplir unos requisitos para que las tasas de eficiencia determinadas mediante su aplicación fuesen totalmente fiables. Sin embargo, como se expone en la siguiente sección, no existe ningún modelo que cumpla simultáneamente todas las propiedades deseables.

#### 4.4.4. PROPIEDADES DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

Para que las tasas de eficiencia técnica obtenidas a través de los diferentes modelos de DEA fuesen totalmente adecuadas sería deseable que cumplieren una serie de propiedades, que Sueyoshi y Sekitani (2009) resumieron a través de los siguientes requisitos:

- Homogeneidad. Las tasas de eficiencia deberían ser homogéneas respecto a las cantidades que representan las variables de su orientación, esto es, si un modelo es de orientación input y las cantidades de recursos se duplican, las tasas de eficiencia deben recortarse justamente a la mitad (Banker, Charnes y Cooper, 1984; Russell, 1985; Blackorby y Russell, 1999).
- Monotonicidad estricta. Las tasas de eficiencia no deberían ser decreciente en las cantidades de outputs ni en las de inputs en relación a, respectivamente, un vector eficiente de outputs o uno de inputs (Russell, 1985; Dmitruk y Koshevoy, 1991; Cooper, Park y Pastor, 1999).
- Valor de la tasa. Las tasas de eficiencia deberían estar comprendida en el intervalo  $[0, 1]$ . La cota inferior implica total ineficiencia, mientras que la superior se refiere a eficiencia total (Russell, 1985; Dmitruk y Koshevoy, 1991; Cooper, Park y Pastor, 1999).
- Proyección única sobre la frontera eficiente. Cada tasa de eficiencia debería comparar cada vector de inputs con un único vector de inputs eficiente, y lo mismo para los outputs (Russell, 1985). Los modelos no radiales incumplen esta propiedad, ya que no mantienen constante uno de los vectores de variables y generan múltiples proyecciones en su comparación con la frontera.
- Agregación. La agregación de outputs e inputs no debería influir en las tasas de eficiencia técnica de todas las organizaciones eficientes (Pastor, Ruiz y Sirvent, 1999; Blackorby y Russell, 1999; Cooper *et al.*, 2007a).
- Invariación ante diferentes unidades de medida. La unidad de medida de los inputs y los outputs no debería influir en la tasas de eficiencia técnica (Lovell y Pastor, 1995; Cooper, Park y Pastor, 1999).
- Invariación ante óptimos alternativos. La posible existencia de múltiples soluciones óptimas no debería repercutir en las tasas de eficiencia (Cooper, Park y Pastor, 1999).
- Invariación ante transformaciones en los datos. La modificación de los inputs y/o los outputs mediante la suma o resta de una determinada cifra no debería afectar a la determinación de las tasas de eficiencia (Ali y Seiford, 1990; Lovell y Pastor, 1995; Pastor, 1996).

A pesar de ser conveniente, ninguno de los modelos de DEA cumple simultáneamente todas los requisitos anteriores (Cook y Seiford, 2009). Por ejemplo, las tasas de eficiencia obtenidas en los modelos CCR y BCC son totalmente homogéneas (Fukuyama, 2000) e invariables ante las unidades de medida de las variables (Pastor, 1995) pero no poseen la propiedad de agregación (Blackcorby y Russell, 1999), no permanecen invariables ante transformaciones en los datos (Lovell y Pastor, 1995) ni ofrecen un único punto de comparación sobre la frontera (Olesen y Petersen, 2003).

También cabe destacar que el modelo aditivo original no cumple ninguna de las propiedades anteriores, por ello ha derivado en otros modelos no radiales que si cumplen algunos de los requisitos previos. Por ejemplo, las propuestas de Russell (1988) y Tone (2001) presentan monotocidad estricta, respetan el valor de la tasa y permanecen invariables ante cambios en las unidades de medida. El modelo propuesto Cooper, Park y Pastor (1999) es el único que permanece invariable ante transformaciones de los datos, por lo que resulta de gran utilidad cuando se incluyen variables con valores negativos.

En cualquier caso, la inexistencia de un modelo perfecto que cumpla todas las propiedades y pueda utilizarse siempre garantizando una adecuación absoluta obliga a seleccionar un tipo de modelo de DEA en función de la finalidad del estudio que se realice. Si únicamente se está interesado en las tasas de eficiencia, los modelos no radiales presentan más ventajas sobretodo si las variables que se utilizan son dispares. Sin embargo, cuando el interés se centra en otros aspectos del DEA, como las ponderaciones o las variables virtuales, suele optarse por los modelos CCR o BCC, e incluso suelen descuidarse algunos de los requisitos anteriores.

A pesar de lo expuesto, la información aportada por cualquier modelo de DEA resulta de especial relevancia en el ámbito de los Grupos Estratégicos, por lo que la siguiente sección centra en analizar en profundidad los aspectos de la técnica que permiten introducir mejoras en el ámbito de estudio de esta Memoria.

## 4.5. APORTACIONES DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS AL ESTUDIO DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS

El DEA permite mejorar el proceso de investigación sobre los Grupos Estratégicos pero conviene poner de manifiesto que su utilización para tal finalidad es relativamente reciente y limitada. Entre las aportaciones que la técnica puede realizar al ámbito de estudio de esta Memoria cabría plantear su diferenciación en base a dos aspectos principales:

- Las puntuaciones de eficiencia, que facilitan el proceso de *benchmarking* que se establece entre líderes y seguidores estratégicos.
- Las ponderaciones de las variables, que permiten analizar las similitudes de las variables que representan las diferentes opciones estratégicas.

### 4.5.1. PUNTUACIONES DE EFICIENCIA Y CONJUNTOS DE REFERENCIA

El DEA identifica para cada organización ineficiente una o varias organizaciones eficientes, que constituyen el grupo de referencia en su proceso de mejora para situarse en la frontera. En este sentido, como se expuso anteriormente en este Capítulo, los modelos envolventes construyen una organización virtual o ficticia a partir de las variables  $\lambda$  no nulas.

Generalmente esa organización virtual se genera a través de combinaciones lineales de varias eficientes, computándose la importancia relativa que cada una tiene dentro del conjunto de referencia para cuantificar los niveles de inputs y outputs de la organización virtual (Charnes *et al.*, 1985). Aquella con mayor importancia relativa se establece como predominante para la ineficiente. Mediante este procedimiento se pueden identificar los Grupos Estratégicos porque las organizaciones ineficientes generan su conjunto de referencia considerando aquellas eficientes con mayor similitud en sus procesos productivos. Bergendahal (1998) indica que la utilidad de la técnica como instrumento de *benchmarking* reside en tres aspectos:

- Identifica las organizaciones que destacan por su mejor eficiencia relativa.
- Genera una organización virtual de referencia para cada ineficiente a partir de la combinación de varias eficientes.
- Define las referencias de inputs y outputs para las organizaciones ineficientes en función del conjunto eficiente de referencia.

Basándose en sus características para el *benchmarking*, Day, Lewin y Hongyu (1995) fueron los primeros autores que utilizaron el DEA para identificar los Grupos Estratégicos de la industria cervecera estadounidense basándose en la eficiencia

de las empresas. En concreto, se centran en dos resultados para realizar el proceso: a) el número de ocasiones que una empresa resulta calificada como eficiente en un análisis temporal; b) el número de veces que una empresa eficiente aparece como referente de otras ineficientes o débilmente eficientes.

Los resultados anteriores sirven para distinguir a los líderes que se sitúan en la frontera eficiente y caracterizan las diferentes estrategias existentes en la industria. Las empresas ineficientes están fuera de la frontera pero la tasa de ineficiencia indica la distancia que existe entre cada una de ellas y la frontera, tomando como referencia de comportamiento a los líderes estratégicos (Charnes *et al.*, 1994). Los autores realizaron una gran aportación al análisis empírico de los Grupos Estratégicos, ya que introdujeron una metodología que considera uno de los principios básicos de la Economía, la optimización en base al dominio de Pareto, lo que supuso una ruptura con los métodos aplicados hasta ese momento.

Continuando con la iniciativa de los anteriores autores, Sueyoshi y Kirihara (1998) combinaron dos metodologías para analizar los Grupos Estratégicos de la industria bancaria japonesa. En concreto, utilizaron las puntuaciones de eficiencia obtenidas del DEA para hacer una primera diferenciación entre los bancos eficientes e ineficientes, clasificándolos en diferentes intervalos para obtener varios grupos. A continuación, para analizar el perfil de cada grupo utilizaron el Análisis Discriminante no lineal en base a diferentes ratios financieros. Los bancos pertenecientes a cada grupo se caracterizaron por su nivel de eficiencia y el Análisis Discriminante otorgó un carácter predictivo, ya que en base a los ratios financieros se podía precisar a priori si el banco sería o no eficiente y el intervalo de eficiencia, y por tanto el Grupo Estratégico, en que se situaría.

Considerando también las posibilidades del DEA para los procesos de *benchmarking*, Athanassopoulos (2003) analizó los Grupos Estratégicos en el sector de cadenas de supermercados del Reino Unido. Al igual que en el trabajo de Day, Lewin y Hongyu (1995), identificó los Grupos Estratégicos en base a la información derivada de las proyecciones de las ineficientes hacia la frontera eficiente, otorgando a las empresas eficientes el papel de núcleo de los Grupos Estratégicos (Reger y Huff, 1993). El autor combinó los resultados obtenidos del DEA con otras variables estratégicas para aplicar posteriormente un algoritmo de análisis clúster y caracterizar los grupos combinando medidas centroides y de frontera. En concreto, su procedimiento consistió en determinar la eficiencia técnica de cada cadena con el objetivo de contrastar la estabilidad en las puntuaciones de los miembros de un grupo a lo largo del tiempo, así como para analizar la diferencia de puntuaciones entre los distintos grupos identificados. A continuación, combinó la importancia de cada cadena de supermercados eficiente en la construcción de un referente virtual para proyectar una ineficiente a la frontera con otras tres variables estratégicas

(tamaño de la cadena, concentración geográfica y utilización de recursos) como datos de entrada del análisis clúster realizado en base al algoritmo de Ward.

Por su parte, Talluri y Narasimhan (2004) analizaron los diferentes Grupos Estratégicos de proveedores de empresas de telecomunicaciones con el fin de identificar los candidatos idóneos para su abastecimiento, utilizando para ello un modelo DEA denominado de eficiencia cruzada (Sexton, Silkman y Hogan, 1986; Doyle y Green, 1994), que más adelante se detallará. Los resultados de este modelo les sirvieron para clasificar a los proveedores en diferentes grupos mediante el test estadístico no paramétrico de Friedman, que realiza comparaciones por pares para buscar diferencias significativas entre las puntuaciones.

Además de las propias tasas de eficiencia, las ponderaciones de las variables obtenidas mediante algunos modelos de DEA también facilitan información relevante para analizar los Grupos Estratégicos de las industrias. En la siguiente sección se aborda este aspecto.

#### **4.5.2. PONDERACIONES DE VARIABLES Y VARIABLES VIRTUALES**

La resolución de cualquiera de los modelos multiplicativos de DEA, además de facilitar las puntuaciones de eficiencia de cada una de las organizaciones analizadas, determina los pesos óptimos de los inputs ( $v_j$ ) y los outputs ( $\mu_r$ ) de cada una. La asignación de ponderaciones se realiza bajo el supuesto de Óptimo de Pareto, buscando la máxima eficiencia de cada organización en comparación con el resto de la muestra, por lo que las ponderaciones de las variables están en consonancia con este objetivo.

Como se expuso previamente, las ponderaciones de los inputs y los outputs obtenidas a través de cualquier modelo multiplicativo minimizan la distancia entre cualquier punto donde se sitúa una organización y la frontera del conjunto de posibilidades de producción que posea la misma pendiente (González-Fidalgo, 2001). En este sentido, la frontera está formada por organizaciones eficientes que conforman conjuntos de referencia para las ineficientes, por lo que la determinación de la estructura de ponderaciones de una ineficiente se realiza en base al sistema de ponderaciones de aquellas que conforman la frontera (Dulá y López, 2002).

Una de las características del DEA consiste en la absoluta libertad que poseen las organizaciones evaluadas para seleccionar las ponderaciones de las variables incluidas en los modelos multiplicativos, al tiempo que una misma variable puede recibir diferentes ponderaciones en función de la organización que se esté evaluando (Roll y Golany, 1993). Cada una de las organizaciones ineficientes selecciona su estructura de ponderaciones libremente, por lo que de manera independiente hace hincapié en determinados inputs y outputs, de forma que existe una o



varias organizaciones que, utilizando un sistema de ponderaciones similar, resultan relativamente eficientes y son referentes de buenas prácticas para las ineficientes (Boussifiane, Dyson y Thanassoulis, 1991).

Como se ha explicado con anterioridad, en los modelos multiplicativos, los parámetros  $v_i$  y  $\mu_r$  representan los valores marginales asignados al input  $i$  y al output  $r$ , respectivamente. Las organizaciones o empresas eficientes definen los segmentos de la frontera de producción o facetas, que se caracterizan mediante ecuaciones de producción cuyas derivadas parciales definen los *trade-offs*, esto es, las relaciones de compensación entre variables o ratios marginales (Charnes *et al.*, 1985).

Los ratios marginales se interpretan desde la perspectiva económica como el coste de oportunidad entre recursos o entre productos: en el caso de los inputs, la cantidad de un recurso a la que se debe renunciar a favor de aumentar otro pero manteniendo el mismo nivel de producción; en el caso de los outputs, la cuantía en que debe reducirse un producto para obtener una mayor cantidad de otro, utilizando el mismo nivel de recursos (Moreno-Sáez y Trillo-del Pozo, 2001). Lógicamente cuanto mayor sea esta relación, mayor será también el porcentaje al que habrá que renunciar de un output o un input a favor de otro. De este modo, a través de los ratios marginales se establecen las preferencias que tienen las organizaciones hacia unas determinadas variables respecto al resto, lo cual puede utilizarse para caracterizar los Grupos Estratégicos, ya que las funciones de producción incluyen todas las variables que definen las diferentes alternativas o caminos estratégicos (Prior y Surroca, 2006).

A modo de ejemplo ilustrativo, en la Figura 4.8 se representa la frontera de producción tras la resolución de un modelo de DEA en el que existen dos inputs y un único output. La unión de cuatro organizaciones (*A*, *B*, *C* y *D*) define la frontera con diferentes ponderaciones  $v_i$  óptimas para cada segmento y, lógicamente, diferentes valores de los inputs, siendo el producto de ambos los inputs virtuales. Por tanto, se pueden identificar las siguientes funciones de producción en la frontera:

$$\text{Segmento I:} \quad I = v_{11} X_1$$

$$\text{Segmento II:} \quad I = v_{21} X_1 + v_{22} X_2$$

$$\text{Segmento III:} \quad I = v_{31} X_1 + v_{32} X_2$$

$$\text{Segmento IV:} \quad I = v_{41} X_1 + v_{42} X_2$$

$$\text{Segmento V:} \quad I = v_{51} X_2$$

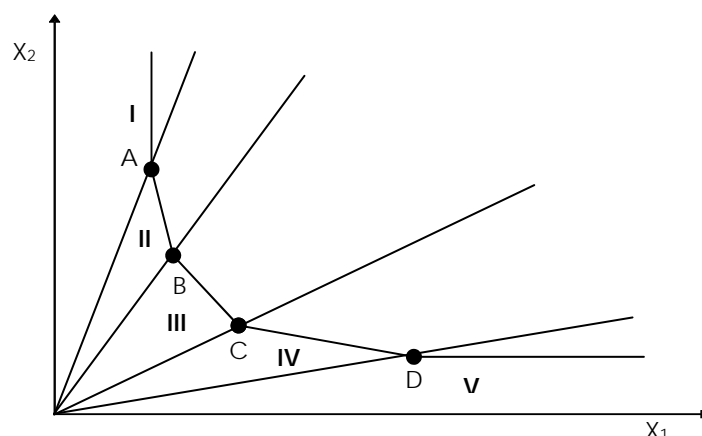


Figura 4.8. Representación de la frontera formada por organizaciones eficientes

Como puede observarse, la frontera de producción es continua aunque las derivadas de la misma son discontinuas debido a que se construye uniendo las eficientes mediante segmentos lineales. La función de producción de cada segmento de la frontera determina las posibilidades de sustitución entre inputs para producir una unidad de output cuyo cálculo se realiza mediante el cociente de las derivadas totales de cada input (Po, Guh y Yang, 2009), en este caso  $\partial x_1 / \partial x_2 = -(\partial / \partial x_2) / (\partial / \partial x_1)$ . Por ejemplo, en el segmento comprendido entre las organizaciones C y D, donde la función de producción es  $1 = v_{41} x_1 + v_{42} x_2$ , la relación marginal de sustitución entre inputs se define como  $-v_{42} / v_{41}$ .

De una forma más genérica que en el ejemplo anterior, los ratios marginales pueden explicarse a partir del siguiente procedimiento: en un problema de DEA en el que existe un vector de  $m$  inputs  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathfrak{R}_+^M$  para producir un vector de  $s$  outputs  $y = (y_1, y_2, \dots, y_s) \in \mathfrak{R}_+^S$ , cuya función de producción puede representarse como  $y = f(x)$ , la derivada parcial que define el ratio o relación marginal en un punto  $z_0$  se calcula como sigue:

$$RM_{ij} = \frac{\partial z_i}{\partial z_j} \Big|_{z_0} = - \frac{\partial F / \partial z_j}{\partial F / \partial z_i} \Big|_{z_0}$$

En consecuencia, la anterior derivada parcial de la frontera se interpreta como el incremento que debe realizarse de la variable  $i$  si la variable  $j$  aumenta en una unidad, manteniendo constantes el resto de variables. Si la derivada parcial hace referencia a dos inputs, se habla de ratio marginal de sustitución, mientras que si se alude a dos outputs se denomina ratio marginal de transformación (Rosen, Schaffnit y Paradi, 1998).

Como se detalló en secciones previas, cualquier punto sobre la frontera se caracteriza porque  $\sum_{r=1}^s \mu_r^* y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{i0} = 0$ , por lo que la derivada parcial en un punto  $z_0$  de la frontera es el cociente negativo de los dos multiplicadores que hacen referencia a las variables analizadas, esto es, el ratio marginal de sustitución se define como  $-\frac{v_j^*}{v_i^*}$ , mientras que el ratio marginal de transformación de outputs es

$$-\frac{\mu_j^*}{\mu_i^*}.$$

Cabe destacar que las derivadas parciales sólo pueden calcularse para puntos situados en la frontera, por lo que los ratios marginales únicamente se definen para aquellas organizaciones eficientes. Por este motivo, los ratios marginales de las organizaciones ineficientes no pueden determinarse directamente a través de sus ponderaciones, sino que es necesario proyectarlas previamente sobre la frontera en base a la organización virtual que se establece como referencia (Asmild, Paradi y Reese, 2006).

Prior y Surroca (2001; 2006) utilizaron los ratios marginales de sustitución entre inputs y de transformación entre outputs como indicadores de la importancia relativa de diferentes variables estratégicas en la industria bancaria española. Para ello calcularon diferentes pares de relaciones marginales entre los inputs y los outputs de las entidades eficientes, que se etiquetan como líderes de los posibles Grupos Estratégicos. Los ratios marginales para cada par de variables de las entidades ineficientes los construyeron a través de una combinación lineal de los ratios marginales de las entidades eficientes que conformaban el conjunto de referencia de las primeras, proyectándolas de este modo en la frontera eficiente. Estos ratios marginales se utilizaron como datos de entrada de un análisis clúster en dos etapas (jerárquico y k-medias) para determinar el número de Grupos Estratégicos y su composición.

Además de los ratios marginales, las variables virtuales que se desprenden de los modelos multiplicativos de DEA también pueden emplearse como indicadores de las diferentes opciones estratégicas. Los inputs y outputs virtuales informan sobre la importancia que las organizaciones otorgan a determinadas variables con el objetivo de alcanzar la máxima puntuación de eficiencia posible.

A diferencia de las ponderaciones simples, las restricciones  $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$  en los modelos de orientación input y  $\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = 1$  en los modelos de orientación output, normalizan las variables virtuales. En este sentido, las variables virtuales se interpretan como la contribución que realiza cada uno de esos inputs y outputs, en relación al

total de los mismos, esto es, a la puntuación de eficiencia (Boussifiane, Dyson y Thanassoulis, 1991). Por tanto, aquellas variables virtuales de mayor valor son las que las organizaciones consideran más destacadas para conseguir un comportamiento eficiente, las áreas en las que destacan por sus mejores prácticas y, por tanto, las variables que caracterizan su estrategia. En base a esta lógica puede afirmarse que las organizaciones con valores semejantes en sus variables virtuales responden a un patrón similar de compromiso de recursos y alcance de sus negocios.

Adu (2001) analizó la existencia de Grupos Estratégicos entre los hospitales de un estado norteamericano, la misma base de datos que utilizaron Nath y Gruca (1997). La autora utilizó el algoritmo jerárquico de Ward para determinar los Grupos Estratégicos en base a las variables virtuales obtenidas mediante el DEA. Duo y Tiang (2004) también utilizaron el DEA en su estudio sobre la relación existente entre las estrategias basadas en recursos y los resultados económicos de las empresas de la industria metalúrgica en China. Con el fin de determinar la influencia de un conjunto de variables estratégicas relevantes sobre el resultado, los autores identificaron los Grupos Estratégicos mediante un algoritmo de clúster jerárquico aplicado a las variables virtuales. Más recientemente, Prior y Surroca (2007) también se basaron en las variables virtuales para analizar la presencia de grupos cognitivos en el sector bancario español, utilizando conjuntamente el algoritmo de Ward y el de las K-medias para obtener los grupos cognitivos.

#### 4.6. PROBLEMÁTICA DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

No obstante la positiva consideración efectuada en las secciones precedentes, cabe poner de manifiesto que el DEA posee ciertas limitaciones o inconvenientes que dificultan su uso en el ámbito de los Grupos Estratégicos.

Sarkis y Talluri (2004) advirtieron que la técnica posee ciertas limitaciones como herramienta de *benchmarking*, lo que influye negativamente en su utilidad para analizar los Grupos Estratégicos. Su opinión está en línea con Doyle y Green (1994), que señalaron la posible ausencia de similitud entre el comportamiento de las ineficientes y sus conjuntos de referencia; para cada organización ineficiente pueden identificarse varias eficientes como referentes, complicándose el proceso de mejora de las primeras debido a la variedad de estrategias que pueden caracterizar a las eficientes. Generalmente para la mayoría de las empresas ineficientes se construye, una organización virtual de referencia inexistente en la realidad combinando varias eficientes, lo que dificulta el proceso de *benchmarking*.

Además, el uso de los conjuntos de referencia implica que todos los Grupos Estratégicos tienen una estructura similar en cuanto a la presencia de líderes y seguidores estratégicos. Sin embargo, puede que existan grupos en los que no se establezca una relación de superioridad de unos frente a otros (Athanasopoulos, 2003), esto es, que los grupos se generen en base a relaciones de similitud entre las variables estratégicas de varias empresas con independencia de cierta ventaja competitiva o mejores resultados económicos. De ahí que, como complemento o alternativa a los conjuntos de referencia, para identificar los Grupos Estratégicos también se pueden utilizar las ponderaciones de las variables estratégicas, que se obtienen mediante la resolución de los modelos multiplicativos de DEA.

También es objeto de crítica la ausencia de una interpretación clara de las ponderaciones obtenidas tras la resolución de un modelo de DEA (Dyson y Thanassoulis, 1988). Si sólo se utiliza un input en un determinado proceso productivo, la ponderación de cada output se relaciona con la cantidad del recurso que una organización utiliza por unidad de output. Sin embargo, esta interpretación no puede extenderse al caso de múltiples inputs, ya que éstos se entienden como conjunto, un input compuesto, y la ponderación obtenida para cada output se interpreta como la cantidad necesaria de ese input compuesto para obtener una unidad de un determinado output. Esta circunstancia también se relaciona con la dependencia de las ponderaciones de las unidades de medida de las variables, puesto que la mayoría de los modelos multiplicativos no permanecen invariables antes cambios en las unidades de medida (Dimitrov y Sutton, 2010).

Los modelos multiplicativos, al igual que los envolventes, son independientes de las unidades de medida que utilicen las variables que representan los inputs y los outputs (Lovell y Pastor, 1995). Esto significa que si algún input  $i$  se escala por un

factor  $\alpha_j$  y/o algún output  $r$  es escalado por un factor  $\beta_r$ , las puntuaciones de eficiencia,  $z_0^*$  o  $g_0^*$ , no se alteran.

En los modelos envolventes ninguno de los parámetros se modifica cuando varían las unidades de medida, excepto las holguras, que se escalan en consonancia (Avkiran, 2006). Sin embargo, en los modelos multiplicativos no se produce esta invariabilidad. En éstos últimos el valor de las ponderaciones depende de la escala de medida de las variables, por lo que los pesos son sensibles a posibles variaciones en la medición de los inputs y los outputs incluidos en el modelo (Thanassoulis, Portela y Allen, 2004). En este sentido, la técnica tiende a otorgar ponderaciones más altas a aquellas organizaciones evaluadas que posean niveles inferiores de inputs y outputs, en comparación con las que presentan cifras superiores (Adu, 2001).

La circunstancia previa tiene su origen en una de las restricciones incluidas en los modelos multiplicativos, que obliga a que la suma ponderada de los inputs  $\sum_{i=1}^m v_r x_{i0}$  (Modelo 4.2) o de los outputs  $\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}$  (Modelo 4.3) sea igual a 1.

Para evitar el inconveniente anterior y comparar las ponderaciones correctamente, puede optarse por estandarizar previamente los datos que representan las variables (Roll y Golany, 1993). Este procedimiento implica que la asignación de ponderaciones entre las diferentes variables recogidas en un determinado modelo se realiza de manera equitativa, eliminando cualquier problema asociado a la influencia negativa de la escala de medida de las variables. Sin embargo, como la estandarización de las variables puede eliminar información relevante (Ketchen *et al.*, 2007) también puede optarse por otra solución que evite este proceso, como es el uso de las variables virtuales.

A diferencia de las ponderaciones simples, los inputs y outputs virtuales no dependen de las unidades de medida de las variables. En cualquiera de los modelos multiplicativos la puntuación de eficiencia se calcula como el cociente entre los outputs virtuales y los inputs virtuales. Tanto en el modelo de orientación output como en el de orientación input, las restricciones  $\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = 1$  y  $\sum_{i=1}^m v_r x_{i0} = 1$ , aseguran, respectivamente, la estandarización de las variables virtuales, lo que implica que éstas carecen de dimensión (Thrall, 1996; Lovell y Pastor, 1995).

Además, resulta imposible que ninguno de los componentes del cociente de eficiencia cambie, ya que la puntuación de eficiencia permanece invariable ante cambios en las unidades de medida (Thanassoulis, Portela, y Allen, 2004). En consecuencia, en procesos comparativos puede resultar más adecuado utilizar las variables virtuales en lugar de las ponderaciones simples (Thanassoulis, Dyson y Foster, 1987).

En cualquier caso, para analizar las variables virtuales resulta necesario concretar las ponderaciones pero surgen ciertos problemas debido a la flexibilidad existente en su proceso de determinación, aunque esta característica constituye la esencia y principal ventaja del DEA (Nacif, Soares de Mello y Angulo-Meza, 2009). En este sentido, las organizaciones otorgan libremente las ponderaciones de las variables que representan los inputs y outputs del proceso productivo, lo que en principio ocasiona dos inconvenientes: por un lado, la posibilidad de que se asignen pesos nulos a varias variables, generándose un sistema de ponderaciones poco realista y, por otro, la existencia de múltiples combinaciones de ponderaciones óptimas para las organizaciones de eficiencia extrema, esto es, las que se sitúan en los vértices de la frontera eficiente (Angulo-Meza y Stellita-Lins, 2002).

#### **4.6.1. PONDERACIONES NULAS: SOLUCIONES BASADAS EN RESTRICCIONES**

En el DEA el sistema de ponderaciones generalmente difiere entre las distintas organizaciones debido a que el modelo se aplica a cada una de ellas y que existe total libertad en su cálculo (Saati y Memariani, 2005). Sin embargo, esta ventaja puede transformarse en un inconveniente de la técnica, ya que la flexibilidad en la determinación de las ponderaciones podría generar combinaciones poco coherentes con la realidad de un proceso productivo, llegando incluso a obviar variables importantes en la asignación de pesos.

Cada organización intenta alcanzar la máxima puntuación de eficiencia relativa mediante una combinación de ponderaciones que sea favorable a tal fin. Las organizaciones pueden alcanzar su máxima eficiencia relativa de diferentes formas, por ejemplo, otorgando ponderaciones positivas a todos los inputs y los outputs, a un conjunto limitado de los mismos e incluso, puede darse el caso extremo de que se pondere un único input y un solo output, e ignorándose el resto de variables.

La situación anterior suele ocurrir cuando una organización destaca especialmente en un aspecto o posee niveles pequeños en una de las variables (Doyle y Green, 1994). Por tanto, la flexibilidad en la asignación de ponderaciones puede ocasionar que pocos factores dominen la puntuación de eficiencia debido a que se ignoran otras variables relevantes y entre éstas puede establecerse un sistema de ponderaciones desequilibrado (Pedraja-Chaparro, Salinas-Jiménez y Smith, 1997).

Los modelos que incluyen la restricción  $v_i, \mu_r \geq \varepsilon > 0$  imponen que las ponderaciones de las variables sean positivas, evitando que ninguna se ignore por completo. Sin embargo, el valor otorgado a  $\varepsilon$  suele ser excesivamente pequeño, por lo que a efectos prácticos los inputs y los outputs pueden obviarse fácilmente. Cuando una organización excluye la mayor parte de los inputs y los outputs en la

asignación de ponderaciones, puede que su puntuación de eficiencia no refleje un proceso productivo real en el que intervengan todos sus inputs y outputs, lo que conlleva que una organización pueda resultar eficiente simplemente porque el ratio de un único output entre un solo input es mayor en comparación al ratio equivalente de otras organizaciones, obviando el resto de variables. De forma similar, las organizaciones ineficientes pueden ser aún más de lo que aparentan inicialmente si las variables con peor desempeño también se omiten (Dyson y Thanassoulis, 1988).

En principio, las ponderaciones nulas en los modelos multiplicativos guardan relación con la presencia de holguras en los modelos envolventes debido a las condiciones de holgura complementaria que se establecen entre el modelo primal y el dual de cualquier problema de optimización lineal. En este sentido, cada ponderación  $\nu_i$  del modelo multiplicativo está vinculada, debido a las propiedades de dualidad, a la holgura  $s_i^-$  del modelo envolvente, del mismo modo que cada ponderación  $\mu_r$  tiene asociada la correspondiente holgura  $s_r^+$ . Si en la solución óptima del modelo envolvente una restricción  $s_i^-$  o  $s_r^+$  es no nula, la ponderación  $\nu_i$  o  $\mu_r$  asociada a esa restricción en el modelo multiplicativo es nula y viceversa.

En un modelo envolvente con rendimientos de escala constantes (Modelo 4.1 o Modelo 4.2) existen  $m+s$  restricciones, correspondientes al total de  $m$  inputs y  $s$  outputs, por lo que, según las propiedades de optimización lineal, en la solución óptima existen  $m+s$  variables básicas, esto es, no nulas. En este sentido, cuando  $m+s-1$  variables<sup>2</sup>  $\lambda$  son básicas, todas las holguras  $s_i^-$  y  $s_r^+$  de las  $m+s$  restricciones son nulas. Por las condiciones de holgura complementaria, las correspondientes ponderaciones  $\nu_i$  y  $\mu_r$  del modelo multiplicativo (Modelo 4.3 o Modelo 4.4) que se asocian a las restricciones nulas, resultan positivas.

En consecuencia, cuando un número igual a  $m+s-1$  variables  $\lambda$  resultan no nulas en un modelo CCR, todas las  $m+s$  ponderaciones son positivas en el correspondiente modelo multiplicativo (Portela y Thanassoulis, 2006).

Cuando al resolver el Modelo 4.5 o el Modelo 4.6 para una determinada organización eficiente existen  $m+s$  ponderaciones positivas, ésta pertenece a una faceta de la denominada "frontera de dimensión completa" (*Full Dimensional Efficient Facet, FDEF*), definida por  $m+s-1$  organizaciones totalmente eficientes y linealmente independientes debido a la relación enunciada con los modelos envolventes (Olesen y Petersen, 1996). En caso contrario, esto es, cuando la faceta de la

---

<sup>2</sup> Las variables que representan la puntuación de eficiencia,  $\theta$  en el modelo Modelo 4.4 y  $\phi$  en el Modelo 4.5, completan el total de  $m+s$  variables existentes en cada modelo.



frontera se compone de menos de  $m+s-1$  organizaciones eficientes o alguna ponderación resulta nula, la faceta no es de dimensión completa (*Non Full Dimensional Efficient Facet, FDEF*). Por tanto, la existencia de ponderaciones nulas se vincula con la existencia de holguras no nulas y facetas de la frontera de dimensión incompleta.

Tradicionalmente, las facetas de dimensión incompleta no se han considerado apropiadas porque existen diferentes sistemas de ponderaciones asociadas a las mismas que implican que los ratios marginales de sustitución y las variables virtuales no estén definidos adecuadamente (Koopmans, 1957), lo que también conduce a que las organizaciones ineficientes no queden envueltas por una frontera natural, sino que ésta tenga algunos puntos artificiales (Bessent *et al.*, 1988). Una organización ineficiente está envuelta por una frontera natural si su conjunto de referencia, esto es, la faceta de la frontera sobre la que debería proyectarse, está formado por  $m+s-1$  organizaciones totalmente eficientes. En esta situación, las holguras de la organización ineficiente son nulas y la proyección en la frontera eficiente puede realizarse simplemente mediante una combinación lineal de las  $m+s-1$  eficientes, sin realizar incrementos de outputs o disminuciones de inputs adicionales. Sin embargo, en la literatura más reciente se reconoce que en determinados conjuntos de datos este tipo de facetas no siempre existen (Chen, Morita y Zhu, 2003; Portela y Thanassoulis, 2006).

Según lo expuesto, la obtención de ponderaciones nulas se vincula a otra serie de inconvenientes que deberían evitarse para obtener unos resultados robustos al resolver cualquier modelo de DEA. En este sentido, en la literatura existen diferentes propuestas metodológicas que intentan evitar estas limitaciones, ahora bien, dependiendo del punto de partida, se adoptan diferentes soluciones (Portela y Thanassoulis, 2006); la introducción de restricciones sobre las ponderaciones evita que éstas sean nulas; el uso de modelos no radiales impide que las holguras sean positivas; y por último, se puede forzar la proyección de las organizaciones ineficientes hacia facetas de la frontera de dimensión completa. En cualquier caso, la adopción de una de estas soluciones, no garantiza que se cumplan por completo todas las vinculaciones explicadas previamente para los modelos originales de DEA, ya que estas propuestas generalmente introducen modificaciones significativas que pueden conducir a diferentes resultados.

En esta Memoria se pretenden identificar los Grupos Estratégicos tomando como base las variables virtuales, por lo que para evitar las ponderaciones nulas en principio resulta más adecuado restringir las ponderaciones de las variables. En la literatura se han realizado numerosas aportaciones acerca del uso de restricciones sobre las ponderaciones, como demuestran Allen, Lerne y Seiford (1997), Pedraja-Chaparro, Salinas-Jiménez y Smith (1997), Roll y Golany (1993) o Cooper, Seiford y Tone (2006) en sus revisiones sobre las alternativas que existen al respecto. El planteamiento general consiste en imponer cotas, superiores y/o inferiores, sobre las

ponderaciones con el fin de garantizar que todos los inputs y los outputs sean valorados.

En este sentido, el establecimiento de restricciones puede realizarse mediante diferentes alternativas que suelen adoptar las siguientes formas (Allen *et al.*, 1997; Cooper, Seiford y Tone, 2006):

- Restricciones directas sobre las ponderaciones. Es la opción más sencilla y consiste en imponer cotas numéricas constantes inferiores y/o superiores a las ponderaciones de los inputs y los outputs incluidos en el modelo. Dyson y Thanassoulis (1988) desarrollaron esta posibilidad en caso de un único input y varios outputs, aunque su generalización se debe a Roll, Cook y Golany (1991). Para evitar soluciones no factibles, las restricciones suelen establecerse tras analizar las ponderaciones resultantes de los modelos sin restricciones.

$$\alpha_i \leq v_i \geq \beta_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad ; \quad \alpha_r \leq \mu_r \geq \beta_r \quad \forall r = 1, \dots, s$$

- Región de seguridad. Thompson *et al.* (1986) y Thompson *et al.* (1990) desarrollaron este concepto, que consiste en introducir, para todo el conjunto de organizaciones, restricciones lineales homogéneas sobre las ponderaciones de las variables en forma de relaciones marginales. En este sentido, las restricciones pueden establecerse para inputs y outputs de forma independiente o mediante vinculaciones entre ambos tipos de ponderaciones.

$$\alpha_i \leq v_i \geq \beta_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad ; \quad \alpha_r \leq \mu_r \geq \beta_r \quad \forall r = 1, \dots, s$$

- Cono de ratios. Desarrollado por Charnes *et al.* (1990), es similar al anterior, aunque intenta que las ponderaciones obtenidas al resolverse sean consistentes con los objetivos de cada organización, por lo que el conjunto de restricciones se establece de forma particular para cada una de ellas.
- Restricciones sobre los inputs y los outputs virtuales. A diferencia de los casos anteriores, en los que las restricciones se establecen sobre las ponderaciones simples, Wong y Beasley (1990) introdujeron el uso de restricciones en las variables virtuales, controlando su importancia relativa respecto a la suma total de los inputs y outputs en la puntuación de eficiencia.

$$\alpha_i \leq \frac{v_i X_{ij}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}} \geq \beta_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad ; \quad \alpha_r \leq \frac{\mu_r Y_{rj}}{\sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj}} \geq \beta_r \quad \forall r = 1, \dots, s$$

Los tres primeros tipos de restricciones poseen una gran limitación, ya que las ponderaciones simples no son independientes de las unidades de medida. Si las variables incluidas en el modelo tienen diferentes unidades de medida, la interpretación de las restricciones sobre las ponderaciones simples resulta más complicada debido a que la dependencia que las ponderaciones tienen respecto de las anteriores dificulta su establecimiento (Estellita-Lins, Moreira da Silva y Lovell, 2007). Sin

embargo, las variables virtuales son independientes de las unidades de medida de las variables. Esta circunstancia junto con la mejora de las comparaciones de los resultados relativos a los inputs y los outputs virtuales invita a considerar más adecuado restringir las variables virtuales (Sarrico y Dyson, 2004; Dimitrov y Sutton, 2010), ya que su interpretación es más clara al considerar que representan la importancia relativa que un determinado output o input un tiene en el proceso productivo (Wong y Beasley, 1990).

Con independencia del tipo de restricciones, su introducción en los modelos implica bastantes inconvenientes (Ahn, Neumann y Vázquez-Novoa, 2010). En primer lugar, generalmente los resultados obtenidos con los modelos que incorporan restricciones en las ponderaciones no pueden interpretarse de la misma forma que en los modelos originales (Podinovski y Athanassopoulos, 1998). La puntuación de eficiencia obtenida en los modelos multiplicativos originales se interpreta como una expansión radial de los outputs o contracción de los inputs, mediante la cual todas las variables de una organización deben ajustarse para situarse en la frontera eficiente. Sin embargo, si se introducen restricciones demasiado severas, puede que se modifique el conjunto de posibilidades de producción y la interpretación radial puede perderse (Banker, Charnes y Cooper, 1984; Allen *et al.*, 1997; Dyson *et al.*, 2001). Las restricciones se introducen en los modelos multiplicativos pero la interpretación radial de la eficiencia como medida de mejora para las organizaciones ineficientes surge en los modelos envolventes (Podinovski, 2007).

La circunstancia anterior también puede ocasionar un deterioro de las relaciones entre factores, provocando un aumento en el consumo de algún output o la disminución de algún input o modificando la combinación de factores de la estructura productiva. Incluso existe la posibilidad de que la solución obtenida no sea factible si las restricciones son demasiado severas. En cualquier caso, las restricciones generan una reducción de las puntuaciones de eficiencia, lo que generalmente implica un menor número de organizaciones eficientes (Ali, Lerme y Seiford, 1995), ya que sólo permanecen invariables si las restricciones no saturan la solución óptima del modelo original. Esto implica que se modifique la frontera original, ya que algunas de sus facetas desaparecen (Chen, Morita y Zhu, 2003).

Por último, cualquiera de los anteriores tipos de restricciones sobre las ponderaciones pueden establecerse en base a los costes o precios de las variables, pero generalmente esta información suele desconocerse. Por ello también suele recurrirse a las opiniones de expertos que tengan un conocimiento profundo del contexto, así como de la función de producción de las organizaciones. Pero estos procedimientos eliminan una de las ventajas del DEA, que no necesita la incorporación previa de la información productiva. En este sentido, la inclusión de restricciones puede introducir subjetividad (Li y Reeves, 1999) si los límites de las ponderacio-

nes están sesgados y no son consistentes con la realidad, al tiempo que puede existir una falta de consenso entre los expertos (Angulo-Meza y Estellita-Lins, 2002).

A pesar de lo anterior, la introducción de restricciones en los modelos multiplicativos de DEA evita que se genere un sistema de ponderaciones desequilibrado y que éstas puedan alcanzar valores nulos, obviando la presencia de variables significativas en el proceso productivo. Sin embargo, como acaba de explicarse, su uso indiscriminado puede ocasionar diversos problemas.

Además, en cualquier caso, se plantea un dilema, ya que, por un lado, la determinación de las ponderaciones debería ser un proceso totalmente libre que preserve la flexibilidad que caracteriza a la técnica y muestre las perspectivas individuales de cada organización, mientras que, por otro, el proceso debe incluir todos los inputs y outputs que representan las actividades ejecutadas por las organizaciones, asignando ponderaciones en función de la importancia relativa de las variables en el contexto de la función productiva total, lo que evitaría pesos nulos o ínfimos. En este sentido, se plantea la opción de establecer restricciones a las ponderaciones que permitan conjugar ambas situaciones, evitando ponderaciones excesivamente elevadas de algunas variables mediante la eliminación de ponderaciones nulas a alguna de ellas.

Para evitar el uso de juicios de valor e intentar establecer restricciones que sean lo más acordes posibles con las características del conjunto de posibilidades de producción original para consiguiendo resultados factibles, en la literatura se han realizado diversas propuestas que establecen las restricciones en base a los resultados obtenidos al aplicar los propios modelos de DEA. En principio reduce la subjetividad y permite obtener unas ponderaciones más atinentes con el conjunto de organizaciones analizadas. En este sentido, estas soluciones pueden clasificarse según impliquen una modificación de los vértices de la frontera eficiente original o conserven esta estructura, cuyos detalles se explican en las siguientes secciones.

#### **4.6.1.1. Restricciones que modifican la frontera original**

La modificación de la frontera hace referencia al cambio que se produce en el número de organizaciones que definen la frontera eficiente. En este sentido, el establecimiento de restricciones puede generar cambios en el número de organizaciones que inicialmente, en los modelos multiplicativos originales, resultan eficientes, ya que su uso obliga a que las ponderaciones se asignen de forma más equilibrada entre las diferentes variables, lo que evita que aquellas que destacan en un solo factor se califiquen como eficiente. Por este motivo, las restricciones sobre las ponderaciones también pueden utilizarse como método de discriminación y como sistema para ordenar las organizaciones eficientes (Sueyoshi, 1999; Wang, Luo y Liang, 2010).

Cabe aclarar que existen diferentes tipos de organizaciones, eficientes e ineficientes. Como se ilustra en la Figura 4.9, Charnes, Cooper y Thrall, (1986) las clasificaron en seis categorías:  $E$ ,  $E'$ ,  $F$ ,  $NE$ ,  $NE'$  y  $NF$ . Las tres primeras son eficientes desde la perspectiva de la escala, mientras que las restantes son ineficientes. Las organizaciones de tipo  $E$  son eficientes tanto desde la perspectiva técnica como de escala y se definen como “completamente eficientes” o “de eficiencia extrema”, mientras que las de tipo  $F$  no son eficientes técnicamente, ya que las de tipo  $E$  obtienen la misma puntuación de eficiencia con menores cantidades de inputs, por eso, como se expuso anteriormente en este Capítulo, se denominan “débilmente eficientes”. Las organizaciones de tipo  $E'$  también son eficientes y junto con las de tipo  $E$  conforman el conjunto de organizaciones eficientes referentes de las ineficientes. Las ineficientes se clasifican en  $NE$ ,  $NE'$  y  $NF$  según tengan como referencia para proyectarse en la frontera a  $E$ ,  $E'$  y  $F$ , respectivamente.

La diferenciación de organizaciones eficientes está relacionada con la dimensionalidad del conjunto de ponderaciones. Charnes, Cooper y Thrall (1991) establecieron que, siendo  $W_k$  el vector de ponderaciones asociado a la solución óptima de un modelo multiplicativo, siendo  $m$  el número de inputs y  $s$  el número de outputs, las organizaciones eficientes serán de tipo:

- $E$ , si la dimensión de  $W_k$  es igual al cardinal resultante de sumar  $m+s$ .
- $E'$ , si la dimensión de  $W_k$  es menor que  $m+s$  pero existe al menos una ponderación  $w \in W_k$  estrictamente positiva. Este tipo de organizaciones son combinaciones lineales de las organizaciones de eficiencia extrema  $E$ .
- $F$ , si todo  $w \in W_k$  tiene al menos un componente nulo y por tanto existe alguna holgura no nula para algún output o input.

En base a lo anterior, las restricciones sobre las ponderaciones que generan modificaciones en la frontera implican un cambio en las organizaciones de tipo  $E$  y  $E'$ . Para que esto ocurra, las restricciones deben saturar el óptimo inicial de las organizaciones eficientes, lo que generalmente se produce cuando el valor de las restricciones se establece en base a las ponderaciones de todas las organizaciones evaluadas, eficientes e ineficientes. Este es el caso analizado por Dyson y Thanassoulis (1988), que fijaron un límite inferior para las ponderaciones calculado mediante un análisis de regresión simple que determina las cantidades mínimas de inputs (outputs) necesarias para obtener un output (input). Sin embargo, esta propuesta sólo puede aplicarse cuando se obtenga un único output o se utilice un solo input, lo cual limita bastante su uso.



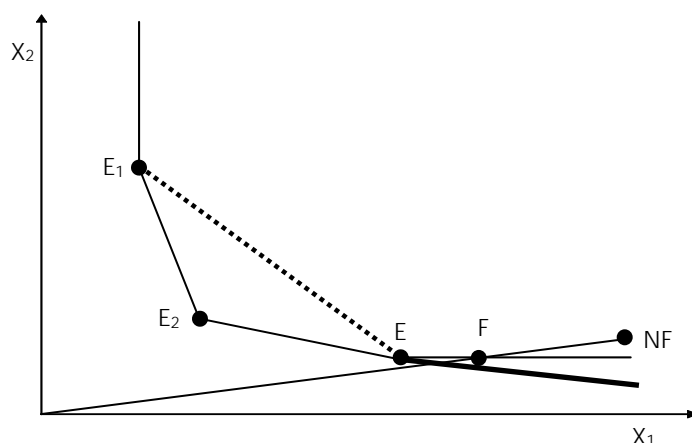


Figura 4.10. Frontera con restricción inferior sobre las ponderaciones

El tipo de restricciones propuesto por Chang y Guh (1991) implica una reducción de las tasas de eficiencia, por lo que puede que algunas organizaciones que en los modelos multiplicativos originales son de tipo  $E$ , en su propuesta resulten ineficientes, ya que se eliminan facetas eficientes. Incluso, Green, Doyle y Cook (1996) demostraron que este tipo de restricciones generan modelos que no son totalmente operativos porque pueden obtenerse resultados no factibles, esto es, por ejemplo, que en la Figura 4.10, resultaría imposible que  $F$  y  $NF$  se proyectasen sobre la extensión de la faceta  $E_2 - E_3$ . Esta situación ocurre cuando no existen facetas de dimensión completa y alguna de las ponderaciones,  $v_i$  o  $\mu_r$ , resultan nulas en las soluciones óptimas.

Por su parte, Green, Doyle y Cook (1996) recalcaron la similitud entre la propuesta de Chang y Guh (1991) y el modelo de Bessent *et al.* (1988), también denominado "de faceta restringida", fuerza la proyección de las organizaciones ineficientes sobre facetas de la frontera de dimensión completa. En ambos casos se realiza una extrapolación de la frontera eficiente, a excepción de que en la propuesta de estos últimos investigadores la proyección de una organización ineficiente debe realizarse sobre una faceta extrapolada que contenga  $m+s-1$  organizaciones eficientes de referencia.

Green, Doyle y Cook (1996) propusieron un modelo multiplicativo de optimización lineal mixta que combina las aportaciones de los dos trabajos previos. Sin embargo, el principal inconveniente de su planteamiento consiste en que se califican como ineficientes aquellas de tipo  $E$  que no se localizan en facetas de dimensión completa, lo cual supone un cambio significativo en la frontera original cuando varias organizaciones de este tipo no cumplen esta condición. Además, esta propuesta no podría utilizarse si no existe ninguna faceta de dimensión completa.

Otro de los planteamientos que disminuye el número de organizaciones consideradas inicialmente de tipo  $E$  es el propuesto por Sueyoshi (1999), que en los modelos multiplicativos introdujo, para cada  $v_i$  y  $\mu_r$ , las restricciones  $v_i \geq 1/(m+s)R_i^-$  y  $\mu_r \geq 1/(m+s)R_r^+$ , siendo  $R_i^-$  y  $R_r^+$ , el máximo valor del input  $i$  y del output  $r$  de todas las organizaciones evaluadas, respectivamente. En realidad estos límites inferiores se justifican mediante su versión dual, esto es, a través de un modelo envolvente, que incorpora en su puntuación de eficiencia las holguras de cada variable  $i$  y  $r$  ajustadas en relación a su máximo valor. Esta circunstancia implica que las puntuaciones de eficiencia obtenidas no se sitúan en el intervalo  $[0,1]$ , por lo que requieren transformaciones posteriores, además de necesitar una distribución de tipo normal.

Aunque todas las restricciones anteriores se basan en los resultados obtenidos a través de los modelos originales de DEA o en las propias variables de las organizaciones evaluadas, suelen disminuir el número de facetas en la frontera eficiente, limitando de nuevo el uso de la técnica. Por este motivo, también se pueden utilizar otro tipo de restricciones que no implican este tipo de inconvenientes.

#### 4.6.1.2. Restricciones que respetan la frontera original

Este tipo de restricciones no implican un cambio en las organizaciones calificadas como completamente eficientes,  $E$ , en los modelos originales de DEA. En este sentido, las propuestas suelen utilizar las ponderaciones obtenidas para este tipo de organizaciones con el objetivo de establecer las restricciones para el resto. El uso de estas restricciones se justifica en que las organizaciones de tipo  $E$  son las más significativas y las que marcan el comportamiento de las organizaciones ineficientes.

En base a lo anterior, Chen, Morita y Zhu (2003) propusieron un procedimiento de varias etapas en el que, en primer lugar, determinaron el conjunto de ponderaciones óptimas de cada organización de tipo  $E$  mediante la computación de una solución que cumpla las condiciones de holgura complementaria y no contenga ponderaciones nulas. A continuación, de todas las ponderaciones obtenidas para cada input  $i$  y output  $r$ , seleccionaron las menores para utilizarlas, de nuevo en un modelo multiplicativo, como límites inferiores de las ponderaciones de las organizaciones de tipo  $F$  y  $NF$ , que debido a las holguras en sus variables presentan ponderaciones nulas asociadas a las mismas. Obviamente, este tipo de restricciones impide que se reduzca la eficiente de las organizaciones  $E$  de eficiencia extrema y evitan que se generen resultados no factibles.

Portela y Thanassoulis (2006) también utilizaron este tipo de restricciones, sin embargo su propuesta, al igual que la de Green, Doyle y Cook (1996), exige la existencia de facetas de dimensión completa. En este sentido, el primer paso de su propuesta consiste en identificar este tipo de facetas para obtener todas pondera-



ciones  $v_i$  y  $\mu_r$  óptimas, ya que únicamente en este tipo de facetas los ratios marginales de sustitución o transformación están correctamente definidos. La identificación de estas facetas cuando sólo existen dos inputs o outputs resulta sencilla; sin embargo se complica cuando el número de variables aumenta, por ello los autores utilizaron un software denominado "Q-hull" (Andersen y Petersen, 2003) que analiza todas las facetas de dimensión completa. Por último, aplicaron de nuevo el modelo multiplicativo pero introduciendo límites inferiores y superiores para cada relación marginal de variables, los cuales son, respectivamente, la mínima y la máxima relación marginal obtenida para cada par de variables.

Más recientemente Ramón, Ruiz y Sirvent (2010) utilizaron las ponderaciones obtenidas para las organizaciones de eficiencia extrema para restringir las del resto de organizaciones evaluadas. Como los investigadores anteriores, también plantearon un proceso de dos etapas, pero su propuesta se diferencia en que la selección de las ponderaciones de las organizaciones de tipo *E* se realiza forzando a que la dispersión entre la mayor y la menor de las ponderaciones sea la mínima posible. Esta restricción se añade en una segunda etapa al modelo multiplicativo que se aplica a las de tipo *F* y *NF* para evitar las holguras, teniendo en cuenta únicamente el conjunto de posibilidades de producción de las organizaciones de eficiencia extrema. Como Portela y Thanassoulis (2006), este procedimiento se utiliza para establecer tanto restricciones superiores como inferiores para las ponderaciones.

Las aportaciones explicadas en esta sección se basan en las organizaciones de eficiencia extrema *E* para establecer las restricciones mínimas de las ponderaciones del resto de organizaciones pero éstas, al situarse en los vértices de la frontera eficiente, poseen múltiples ponderaciones óptimas. Por este motivo, para poder utilizarlas posteriormente, en primer lugar es necesario seleccionar las ponderaciones de estas últimas de acuerdo a un criterio razonable. En este sentido, excepto el trabajo de Ramón, Ruiz y Sirvent (2010), donde se reconoce esta limitación asociada a este tipo de organizaciones eficientes, en las otras dos investigaciones no se considera esta posibilidad, seleccionando el primer sistema de ponderaciones óptimas que arroja el modelo de DEA en cuestión.

#### 4.6.2. MÚLTIPLES PONDERACIONES ÓPTIMAS: DISTINTAS SOLUCIONES

Como problema de optimización lineal que es, en el DEA suelen aparecer soluciones degeneradas, esto es, que el número de ponderaciones no nulas es menor que el número de restricciones, lo que conlleva que existan diferentes soluciones óptimas alternativas (Charnes, Cooper y Thrall, 1991). Aunque esta situación puede obtenerse para diferentes tipos de organizaciones, suele ser más común entre las organizaciones de eficiencia extrema, de tipo *E*, puesto que las ineficientes suelen obtener una única combinación de pesos óptimos (Cooper, Ruiz y Sirvent, 2007). Sin embargo, para comprobar el número de soluciones de cualquier tipo de organización pueden aplicarse diferentes procedimientos, como por ejemplo, el propuesto por Sueyoshi (1999), que mediante una fórmula que combina el número de organizaciones del conjunto de referencia y las holguras de las variables, determina la existencia de múltiples ponderaciones óptimas.

Como se ha explicado anteriormente, las organizaciones de eficiencia extrema definen los segmentos de la frontera de producción. La unión de las organizaciones *E* mediante segmentos lineales genera las diferentes facetas de la frontera. Sin embargo, estas organizaciones se sitúan en las intersecciones de los segmentos, por lo que contribuyen a expandir diversas facetas, lo que dificulta la selección de las ponderaciones óptimas asociadas a sus variables, ya que en cada faceta suelen existir diferentes combinaciones de ponderaciones (Olesen y Petersen, 2003). Esta circunstancia se ilustra a través de la Figura 4.11, que muestra la frontera formada por tres organizaciones eficientes (*A*, *B* y *C*) en un modelo con dos inputs y un único output. Si se aplica cualquier modelo multiplicativo, las posibles soluciones óptimas vinculadas, por ejemplo, a la organización *B* que obtienen una puntuación de eficiencia igual a 1, se pueden corresponder con los coeficientes de todos los hiperplanos que se apoyan en *B*, representados a través de las líneas discontinuas. En consecuencia, los posibles pesos óptimos asociados a las variables son múltiples.

La existencia de múltiples combinaciones de ponderaciones óptimas puede conducir a que se seleccione una solución que contenga diversas ponderaciones nulas, ya que como se expuso en la sección anterior la flexibilidad de la técnica y la existencia de soluciones degenerativas, implica que se generen facetas de la frontera que no muestran todas las dimensiones posibles de la función productiva (Sirvent, 2004), esto es, facetas de dimensión incompleta (Pitaktong, 1998). Lógicamente esto dificulta la comprensión de la puntuación de eficiencia y de la importancia relativa real de los diferentes inputs y outputs. Por tanto, es necesario establecer un criterio no aleatorio que ayude a seleccionar la combinación de ponderaciones óptima más adecuada para determinar la importancia relativa de las variables de las organizaciones *E* de eficiencia extrema.

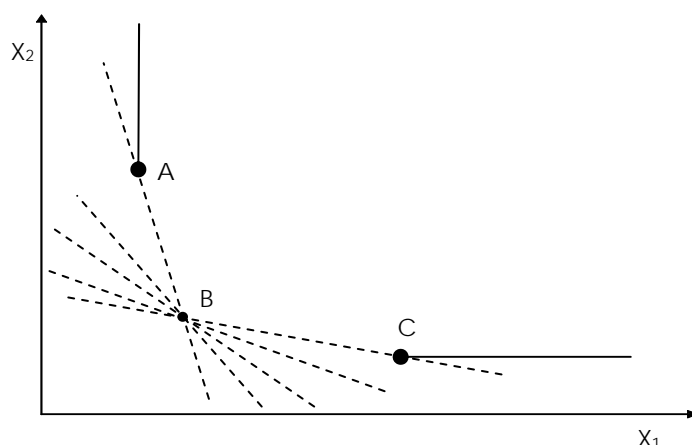


Figura 4.11. Hiperplanos que definen las ponderaciones óptimas en la frontera

A pesar de su importancia, el problema enunciado suele ignorarse con bastante frecuencia, por lo que muchos investigadores han utilizado la primera solución óptima resultado de aplicar el algoritmo representativo del correspondiente modelo de DEA (Roll y Golani, 1993). Sin embargo, pocos investigadores han realizado aportaciones para intentar obtener un único conjunto de ponderaciones óptimas en base a diferentes criterios, aunque no existe acuerdo al respecto.

Charnes *et al.* (1985) ya denunciaron este problema y utilizaron una ponderación media basada en los diferentes hiperplanos soporte de cada vértice en que se ubican las organizaciones de tipo E. Sin embargo, este procedimiento implica el conocimiento previo de todas las ecuaciones que representan la función productiva en las diferentes facetas de la frontera (Dulá, 2002) y no puede aplicarse si la faceta tiene una dimensión incompleta (Olesen y Petersen, 1996). También cabe destacar que si ser su objetivo principal, los modelos de súper-eficiencia (Andersen y Petersen, 1993) obtienen un único conjunto de ponderaciones óptimas debido a que su formulación excluye a la propia organización evaluada del conjunto de posibilidades de producción. Sin embargo, las puntuaciones de eficiencia obtenidas no se restringen al intervalo  $[0, 1]$  y la frontera que se genera cambia continuamente dependiendo de la organización analizada.

Revisando la literatura pertinente puede comprobarse que se han planteado modelos alternativos o modificaciones del DEA con el objetivo explícito de seleccionar un conjunto de ponderaciones óptimas para las organizaciones de eficiencia extrema. En este sentido, cabe destacar las aportaciones realizadas por Rosen, Schaffnit y Paradi (1998), Adu (2001) y Cooper, Ruiz y Sirvent (2007) que a continuación se detallan.

#### 4.6.2.1. Solución basada en las relaciones marginales máxima y mínima

Rosen, Schaffnit y Paradi (1998) reconocieron que las infinitas combinaciones de ponderaciones óptimas que existen en los vértices de una frontera eficiente también implican múltiples ratios marginales de transformación y de sustitución. Para solucionarlo definen un problema de optimización fraccional que permite obtener las ponderaciones en un determinado punto de la frontera en base al límite superior e inferior de todas sus posibles pendientes.

Dado un conjunto de  $n$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) organizaciones que emplean un vector de  $m$  inputs  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathfrak{R}_+^m$  para producir un vector de  $s$  outputs  $y = (y_1, y_2, \dots, y_s) \in \mathfrak{R}_+^s$ , puede construirse una matriz  $Z = (Y, -X)^T$  que contiene la matriz de outputs  $Y = (y_{ij})$ , con columnas  $y_j$ , y la matriz de inputs  $X = (x_{ij})$ , con columnas  $x_j$ . En este sentido, la matriz  $W = (\mu, \nu)$  refleja el conjunto de ponderaciones asociado a los outputs y los inputs, respectivamente. De entre todas las posibles, los autores determinaron la pendiente máxima y la mínima de un determinado punto  $z_0 = (y_0, x_0)^T$  de la frontera a través de las derivadas parciales por la derecha y por la izquierda de ese punto  $z_0$ , esto es, calcularon los ratios marginales de transformación y/o sustitución en ambas direcciones.

Para realizar el cálculo anterior, Rosen, Schaffnit y Paradi (1998) construyeron un problema de optimización fraccional para cada punto  $z_0$  de la frontera que, en el caso de los inputs, computa los ratios marginales de sustitución mínimos (máximos en valor absoluto) y los ratios marginales máximos (mínimos en valor absoluto) que se corresponden, respectivamente, con la derivada por la derecha y por la izquierda de  $z_0$ , lo que puede expresarse a través del Modelo 4.14.

#### Modelo 4.14. Modelo fraccional Rosen *et al.* (1998)

$$RM_{k,l}^+ = - \max \frac{X_l}{X_k} \left( RM_{k,l}^- = - \min \frac{X_l}{X_k} \right)$$

sujeto a:

$$z_0^T x = 0$$

$$z_j^T x \leq 0 \quad \forall j \in E$$

$$x \geq 0$$

Lógicamente, si las variables  $l$  y  $k$  son inputs,  $RM_{kl}$  se refiere a los ratios marginales de sustitución, mientras que si se trata de outputs,  $RM_{kl}$  refleja los ratios marginales de transformación. La primera restricción asegura que  $z_0$  se sitúa en la frontera, es decir, que la diferencia entre la suma ponderada de los inputs y la suma ponderada de los outputs es nula, lo que es equivalente a que  $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$  y  $\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = 1$ .

El segundo conjunto de restricciones obliga a que la selección de pesos se realice entre organizaciones situadas en la frontera, ya que  $E$  hace referencia a las de eficiencia extrema. Por tanto, antes de aplicar el modelo anterior es necesario determinar el conjunto de organizaciones de eficiencia extrema a través de cualquiera de los modelos multiplicativos o envolventes detallados previamente.

Para evitar los inconvenientes asociados a la resolución del anterior problema fraccional, éste se transforma en uno lineal mediante cambios en las variables originales, obteniéndose el Modelo 4.15.

#### Modelo 4.15. Modelo lineal Rosen *et al.* (1998)

$$RM_{k,l}^+ = -\max \rho_l \quad (RM_{k,l}^- = -\min \rho_l)$$

sujeto a:

$$\rho_k = 1$$

$$z_0^T \rho = 0$$

$$z_j^T \rho = 0 \quad \forall j \in E$$

$$\rho \geq 0$$

En la Figura 4.12 se explica gráficamente la solución propuesta por Rosen, Schaffnit y Paradi (1998) para seleccionar una única combinación de ponderaciones. Suponiendo un proceso productivo en el que se utilizan dos outputs y un único input y resultan eficientes tres organizaciones (A, B y C), se pretende determinar las ponderaciones asociadas a la organización B. Este planteamiento computa la pendiente del ángulo  $\beta$  y la del ángulo  $\alpha$  para el punto de la frontera donde se sitúa B, esto es, el cociente entre las ponderaciones mayores y menores, respectivamente. Observando la Figura 4.12 puede comprobarse que la pendiente máxima de la organización B viene definida por el hiperplano soporte de la organización adyacente A y la pendiente mínima con el de la organización C.

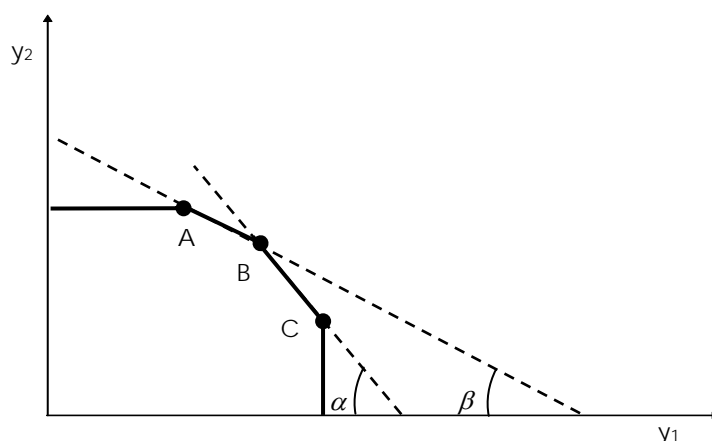


Figura 4.12. Selección de ponderaciones según Rosen, Schaffnit y Paradi (1998)

En el ámbito de la estrategia empresarial, Prior y Surroca (2006) utilizaron la propuesta de Rosen, Schaffnit y Paradi (1998) para determinar las relaciones marginales que caracterizan las decisiones de los líderes de los Grupos Estratégicos. Para ello seleccionaron las relaciones marginales de transformación máximas, por tanto, las que se corresponden con el ángulo  $\beta$  (derivadas por la izquierda) para los outputs y con las relaciones marginales de sustitución mínimas para los inputs. Así evitaron el inconveniente de los infinitos valores asociados a los ratios debido a las múltiples combinaciones de ponderaciones.

A pesar de la utilidad de su propuesta, la solución propuesta Rosen, Schaffnit y Paradi (1998) carece de un criterio suficientemente fundamentado que justifique la selección de estas combinación de ponderaciones en el ámbito de análisis de los Grupos Estratégicos.

#### 4.6.2.2. Solución basada en la máxima diferenciación

Adu (2001), basándose en el trabajo previo de Sexton, Silkman y Hogan (1986) sobre matrices de eficiencia cruzada, desarrolló una propuesta para seleccionar una de las múltiples combinaciones de ponderaciones óptimas asociadas a las organizaciones eficientes, con el objetivo de analizar los Grupos Estratégicos de hospitales en un área metropolitana estadounidense.

La eficiencia cruzada de una organización  $j$  se calcula con sus propios niveles de inputs  $x_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$  y outputs  $y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$  pero con las ponderaciones que la organización  $k$  ha obtenido para esas variables, esto es,  $v_k = (v_{1k}, v_{2k}, \dots, v_{mk})$  y  $\mu_k = (\mu_{1k}, \mu_{2k}, \dots, \mu_{sk})$ . En consecuencia, la puntuación de eficiencia cruzada se define como  $EC_{kj} = \frac{\sum_{r=1}^s \mu_{rk} y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij}}$ .

Las ponderaciones de la organización  $k$  pueden utilizarse para cada una de las  $n$  organizaciones que componen la muestra analizada y obtener así las eficiencias cruzadas de todas ellas. A partir de las anteriores se construye una matriz de tamaño  $n \times n$  cuya diagonal principal está formada por las puntuaciones de eficiencia obtenidas originalmente por cada organización. Las entradas de cada fila  $k$  de la matriz muestran las tasas eficiencias de todas las organizaciones utilizando las ponderaciones de la organización  $k$ , mientras que cada columna  $j$  muestra la tasa de eficiencia de la organización  $j$  con las ponderaciones del resto de organizaciones, por lo que la puntuación de eficiencia cruzada de la organización  $j$  puede calcularse como la media aritmética de esa columna, esto es,  $\overline{EC}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n EC_{kj}$ .

$j$	1	2	3	...	$n$
1	$EC_{11}$	$EC_{12}$	$EC_{13}$	...	$EC_{1n}$
2	$EC_{21}$	$EC_{22}$	$EC_{23}$	...	$EC_{2n}$
...	...	...	...	...	...
$n$	$EC_{n1}$	$EC_{n2}$	$EC_{n3}$	...	$EC_{nn}$
	$\overline{EC}_1$	$\overline{EC}_2$	$\overline{EC}_3$	...	$\overline{EC}_n$

Las matrices de eficiencia cruzada sólo sirven para determinar las puntuaciones de eficiencia de las organizaciones desde la perspectiva del resto de organizaciones pero no generan nuevas ponderaciones de inputs y de outputs que se asocien a las nuevas puntuaciones (Lee y Reeves, 1999). Sin embargo, la perspectiva del resto de organizaciones puede utilizarse para seleccionar el conjunto de ponderaciones vinculado a las variables de las organizaciones de eficiencia extrema. Las primeras restricciones de los modelos multiplicativos calculan, para cada una de las organizaciones de la muestra, la holgura existente entre los outputs y los inputs de cada una, ponderados por los pesos de la organización evaluada, esto es,  $\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0$ . Si se expresa de una forma más generalizada denominando

$k$  a la organización evaluada, se obtiene que  $\alpha_{kj} = \sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij} - \sum_{r=1}^s \mu_{rk} y_{rj}$ .

Entonces, según la autora, puede afirmarse que  $\alpha_{kj}$  es muy similar a la eficiencia cruzada de la organización  $j$  con la organización  $k$ . Además, que  $\alpha_{kj}$  sea lineal facilita su uso frente a la expresión fraccional de la eficiencia cruzada.

Considerando esto, Adu (2001) propuso un modelo que selecciona las ponderaciones de una organización de eficiencia extrema en base a la máxima diferenciación posible con el resto de organizaciones eficientes, cuyo detalle se muestra en el Modelo 4.16.

**Modelo 4.16. Modelo de Adu (2001)**

$$\max \quad z$$

Sujeto a:

$$z - \alpha_{kj} \leq 0 \quad \forall j \in E$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_{rk} Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ij} + \alpha_{kj} = 0 \quad \forall j \in E$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_{rk} Y_{rk} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_{ik} X_{ik} = 1$$

$$z, \alpha_{kj}, v_{ik}, \mu_{rk} \geq 0 \quad \forall j, i, r$$

Al resolverse el problema se obtiene el máximo valor posible para  $z$ , de forma que sea igual o inferior al parámetro  $\alpha_{kj}$ . Éste tendrá un valor no negativo igual a la diferencia entre los outputs y los inputs de la organización  $j$  ponderados con los inputs de la organización  $k$ . Estas restricciones intentan buscar que la diferencia entre las organizaciones eficientes sea máxima, ya que si  $\alpha_{kj}$  toma un valor nulo, significa que la holgura entre las organizaciones  $k$  y  $j$  es nula, hecho que sólo puede ocurrir si se trata de la misma organización. La tercera y la cuarta de las restricciones aseguran que la organización evaluada es totalmente eficiente.

La explicación al planteamiento de Adu (2001) se ilustra en la Figura 4.13, donde se muestra una frontera de posibilidades de producción formada por tres organizaciones eficientes (A, B y C) que maximizan los dos outputs obtenidos a partir de un único. En este sentido, dos de las posibles combinaciones de ponderaciones son las derivadas del segmento que conecta A y B y la derivada del segmento que se extiende entre B y C.

El segmento entre A y B representa el conjunto de ponderaciones para la organización B que hace que la organización A también sea eficiente. Al mismo tiempo, el segmento que existe entre M y M' representa uno del infinito número de posibles hiperplanos, situados entre A y B y entre B y C, cuyas pendientes definen una combinación de ponderaciones óptima para la organización B.



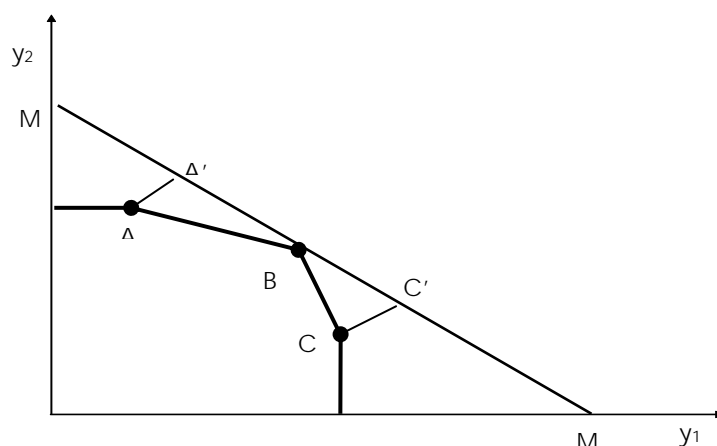


Figura 4.13. Selección de ponderaciones según Adu (2001)

Una posible solución a las múltiples combinaciones de ponderaciones consiste en elegir aquella que hace que sea mejor frente al resto de organizaciones. Para conseguirlo, la organización *B* debe diferenciarse al máximo de las demás, esto es, maximizar la distancia con el resto de organizaciones situadas en la frontera. El conjunto de ponderaciones que hace que *B* sea mejor que el resto, por su diferenciación, se establece a partir de la derivada de un hiperplano que atraviesa *B* cuya distancia con las organizaciones más cercanas, *A* y *C*, es máxima.

Como se observa en la Figura 4.13, la diferencia entre las anteriores es máxima en el segmento que se proyecta entre *A* y *A'* y entre *C* y *C'*, que representan la eficiencia de las organizaciones *A* y *C*, respectivamente, si se consideran las ponderaciones de *B*. Por tanto, conseguir que la organización *B* difiera lo máximo posible del resto de organizaciones colindantes es análogo a que el parámetro  $\alpha_{kj}$  sea máximo, esto es, que el valor mínimo de eficiencia cruzada entre las organizaciones *B* y *A* o *B* y *C* debe ser máximo.

Sin embargo, esta propuesta puede generar ciertas dificultades que limitan su aplicación, ya que resulta conveniente determinar las organizaciones de eficiencia extrema que realmente son colindantes en la frontera para determinar las ponderaciones de cada una buscando la máxima diferenciación con las más próximas.

#### 4.6.2.3. Solución basada en las facetas de máxima dimensión

Cooper, Ruiz y Sirvent (2007) desarrollaron un procedimiento que selecciona las ponderaciones óptimas que maximizan la dimensión del hiperplano asociado a la faceta de la frontera eficiente a la que pertenece la organización de eficiencia extrema. Desde la perspectiva geométrica, esta propuesta implica que se selecciona el conjunto de ponderaciones óptimas que obtiene el máximo apoyo de los datos reales, ya que se eligen las ponderaciones asociados con el hiperplano que

maximiza el contacto con el conjunto de posibilidades de producción, esto es, con el mayor número de organizaciones de tipo  $E$ . Debido a la relación existente entre las ponderaciones y las facetas de la frontera eficiente, se eligen las ponderaciones asociadas a la faceta de mayor dimensión posible, que se establece en función de las características del conjunto de datos analizado. Este objetivo se plasma en el Modelo 4.17.

**Modelo 4.17. Modelo inicial de Cooper *et al.* (2007)**

$$\min I_0 = \sum_{j \in E} I_j$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + t_j = 0 \quad \forall j \in E$$

$$t_j - M I_j \leq 0 \quad \forall j \in E$$

$$I_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in E$$

$$v_i, \mu_r, t_j \geq 0 \quad \forall i, r, j$$

Como puede observarse, se trata de un problema de optimización lineal mixta, ya que la variable  $I_j$  sólo puede tomar dos valores enteros, o bien 0, o bien 1. La primera y segunda de las restricciones aseguran que la organización evaluada sea totalmente eficiente. La tercera restricción se aplica a cada una de las organizaciones que forman el conjunto de organizaciones de tipo  $E$  y sirve para que la evaluada se apoye lo máximo posible en éstas a la hora de seleccionar su combinación óptima de ponderaciones.

En este sentido, siendo  $M$  una cantidad positiva<sup>3</sup> previamente fijada, se cumple que  $t_j = 0$  siempre y cuando  $l_j = 0$ , por lo que puede afirmarse que con

$$\text{este resultado } j \text{ pertenece al hiperplano } \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} = 0.$$

Como se trata de minimizar  $\sum_{j \in E} l_j$  al resolverse el problema de optimización,

se intentará buscar el mayor número de  $l_j = 0$  y en consecuencia  $t_j = 0$ . De esta forma, para cada organización evaluada se selecciona aquel hiperplano que se apoye en el mayor número de organizaciones de eficiencia extrema, esto es, mantiene el máximo contacto posible con la frontera del conjunto de posibilidades de producción en base a las cuales se establecen las tasas de eficiencia del resto.

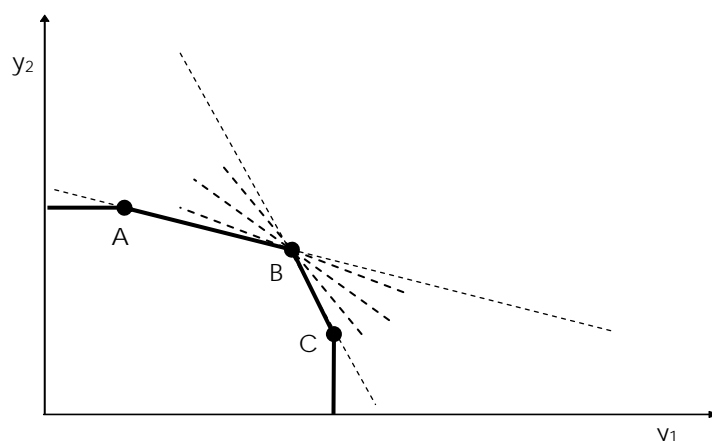
La Figura 4.14 muestra gráficamente el proceso de selección de ponderaciones propuesto mediante el modelo anterior. En un proceso productivo en el que se intentan maximizar dos outputs obtenidos a partir de único input, tres organizaciones son totalmente eficientes (A, B y C). Según la propuesta de Cooper, Ruiz y Sirvent (2007), para la organización B, por ejemplo, se seleccionarían las ponderaciones de una de las dos facetas de la frontera representadas con las líneas discontinuas de mayor longitud, es decir, los que conectan A y B o B y C, ya que éstas se sustentan en otras organizaciones reales que resultan eficientes.

Los hiperplanos de estas facetas son preferibles a cualquiera de los otros representados por líneas discontinuas más cortas porque éstos últimos sólo tienen el apoyo de la propia organización B. Por tanto, se eligen las ponderaciones de una de las facetas de la frontera a la que la organización evaluada pertenece y contribuye a generar, con el requisito de que esta faceta debe tener la mayor dimensión posible, ya que intenta buscar el máximo apoyo del resto del conjunto de posibilidades de producción.

La relación que existe entre las facetas y las ponderaciones, permite afirmar que el Modelo 4.17 selecciona las ponderaciones asociadas a las facetas de mayor dimensión de la frontera.

---

<sup>3</sup> Los autores fijan el valor de  $M$  a través de la siguiente expresión:  $M = \sum_{i=1}^m \frac{\max_{j \in E} \{x_{ij}\}}{\min_{j \in E} \{x_{ij}\}}$



**Figura 4.14. Selección de ponderaciones según Cooper, Ruiz y Sirvent (2007)**

Concretamente, si el valor óptimo de  $I_j$  es igual a  $E-(m+s-1)$ , la solución obtenida estará asociada a una faceta de la frontera de dimensión completa (FDEF), a la que lógicamente pertenece la organización evaluada. Ésta es la mejor solución entre los posibles sistemas de ponderaciones ya que se alcanza la máxima dimensión para el conjunto de ponderaciones y, por tanto, el apoyo total del conjunto de posibilidades de producción.

Si, por el contrario,  $I_j$  es inferior a  $E-(m+s-1)$ , la organización evaluada no está situada en una faceta de dimensión completa, por lo que las ponderaciones obtenidas al resolver el modelo anterior no tendrían la máxima dimensión posible, que sería inferior a  $m+s-1$ , y las alternativas en relación a las ponderaciones seguirían siendo infinitas.

Sin embargo, como se ha explicado previamente en este Capítulo, no siempre existen facetas de dimensión completa e incluso, cuando éstas son factibles, no suele haber un conjunto único de ponderaciones óptimas, ya que la organización evaluada puede contribuir a que se genere más de una faceta.

Para solucionar este inconveniente, Cooper, Ruiz y Sirvent (2007) propusieron el Modelo 4.18 que, ante los diversos conjuntos de ponderaciones óptimas, selecciona aquel que maximiza el valor mínimo de los inputs y los outputs virtuales, esto es, que intenta que la contribución de las variables a la tasa de eficiencia de la organización evaluada sea la máxima posible.

#### Modelo 4.18. Modelo final Cooper *et al.* (2007)

$$\max z_0$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + t_j = 0 \quad \forall j \in E$$

$$t_j - Ml_j \leq 0 \quad \forall j \in E$$

$$\sum_{j \in E} l_j = l_j^*$$

$$v_i x_{i0} \geq z_0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\mu_r y_{r0} \geq z_0 \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$l_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in E$$

$$v_i, \mu_r, t_j \geq 0 \quad \forall i, r, j$$

En el Modelo 4.18 se incorporan los resultados obtenidos en el Modelo 4.17, ya que el valor de  $l_0^*$  se corresponde con la solución obtenida en este último para la organización de eficiencia extrema evaluada y se utilizan las mismas restricciones. Sin embargo, en este último modelo el objetivo consiste maximizar el valor mínimo de las variables virtuales, su valor relativo, por lo que se añaden tantas nuevas restricciones como el número de inputs y outputs incluidos inicialmente en el modelo.

## **CAPÍTULO 5.**

# **INTEGRACIÓN DE LA TEORÍA DE AFINIDADES Y EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS EN EL ESTUDIO DE LOS GRUPOS ESTRATÉGICOS: LOS RETÍCULOS ESTRATÉGICOS BASADOS EN DEA**

- 5.1. Introducción
- 5.2. Propuesta de aplicación del Análisis Envolvente de Datos
- 5.3. Propuesta de aplicación de la Teoría de Afinidades



## **5.1. INTRODUCCIÓN**

El objetivo de este Capítulo se enfoca en el diseño y desarrollo de un nuevo modelo que, en base a las técnicas explicadas en los dos capítulos anteriores, permita obtener un procedimiento metodológico para realizar un análisis de los Grupos Estratégicos superando las limitaciones que expuestas en el segundo Capítulo. Por tanto, mediante el modelo propuesto se pretende, por un lado, propiciar que el estudio de los Grupos Estratégicos se flexibilice y, por otro, que se contemple la relación causal que las empresas establecen entre sus variables estratégicas intentando lograr un comportamiento eficiente.

Como se ha expuesto previamente, la aplicación práctica de las técnicas vinculadas a la Teoría de Afinidades no plantea obstáculos insalvables. Sin embargo, aún cuando existe un notable esfuerzo investigador en el Análisis Envolvente de Datos (DEA), éste presenta mayor dificultad, especialmente, al intentar resolver la problemática asociada a la determinación de las ponderaciones de las variables que reflejan la función productiva de una industria o sector y que, en última instancia, condicionan las tasas de eficiencia. Por este motivo, el modelo propuesto intenta corregir estos inconvenientes combinando algunas de las soluciones propuestas a este respecto en el cuarto Capítulo. De este modo, se pretende que los resultados obtenidos al aplicar el DEA sean fruto de un procedimiento razonado y atinente con el objeto de estudio de esta Memoria.

Por tanto, en este capítulo se planteará un modelo denominado "Reticulos Estratégicos basados en DEA" en el que, en primer término, se aplicará el DEA y, en segundo, a partir de los resultados obtenidos en la fase anterior, se utilizarán las técnicas vinculadas a la Teoría de Afinidades para obtener las agrupaciones.

Según lo anterior, la primera sección de este Capítulo está dedicada a la propuesta de aplicación del DEA, diferenciando entre varias etapas mediante las que se pretende seleccionar un conjunto de ponderaciones óptimas para las empresas totalmente eficientes, al tiempo que se evitan las ponderaciones nulas del resto de organizaciones o empresas. Mediante el proceso anterior se determinan las variables virtuales que indican las preferencias estratégicas de cada organización. La segunda sección del capítulo, se centra en la propuesta de aplicación de las técnicas de la Teoría de Afinidades para obtener las agrupaciones estratégicas.



## **5.2. PROPUESTA DE APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS**

Las características del Análisis Envolvente de Datos (DEA) permiten mejorar el proceso de investigación sobre los Grupos Estratégicos al introducir una relación de causalidad entre los inputs y outputs estratégicos. Como se ha analizado en el cuarto Capítulo de esta Memoria, en este ámbito de estudio, la utilidad de los resultados obtenidos con esta técnica reside, o bien en las agrupaciones que surgen a través de las puntuaciones de eficiencia y los conjuntos de referencia formados por las empresas eficientes para las ineficientes, esto es, las relaciones surgidas entre líderes y seguidores estratégicos, o bien en las ponderaciones de las variables que permiten establecer similitudes entre las diferentes opciones estratégicas de las empresas de una industria.

El análisis de los Grupos Estratégicos utilizando simplemente las tasas de eficiencia obtenidas en la resolución de cualquier modelo de DEA implica asumir que los grupos se construyen en base a los diferentes niveles o intervalos de las tasas de eficiencia (Sueyoshi y Kiriara, 1998). Las tasas de eficiencia se entienden como indicadores de desempeño o rendimiento empresarial, por lo que los diferentes Grupos Estratégicos serían determinantes significativos de los resultados empresariales. En consecuencia, este razonamiento asume a priori que las empresas situadas en diferentes grupos obtienen siempre resultados divergentes, lo que impide que en una misma agrupación puedan coincidir empresas con diferentes rendimientos.

El estudio de los Grupos Estratégicos a partir de los conjuntos de referencia obtenidos al aplicar un modelo de DEA establece las agrupaciones de empresas en base a la similitud existente entre los procesos productivos de las eficientes y las ineficientes (Day, Lewin y Li, 1995), ya que para estas últimas generalmente se construye una empresa virtual de referencia en base a varias eficientes. En este sentido, las empresas eficientes asumen el papel de líderes estratégicos, además de constituirse como núcleos grupales. Este planteamiento implica la necesidad de que en todos los grupos exista al menos una empresa eficiente que supere al resto en su comportamiento, excluyendo la posibilidad de que las agrupaciones surjan por las similitudes existentes entre las dimensiones estratégicas, con independencia de que sean líderes o seguidores, empresas núcleo o secundarias.

Por último, en la investigación de los Grupos Estratégicos en base a las ponderaciones de las variables estratégicas que se obtienen al aplicar un modelo multiplicativo de DEA, las agrupaciones se pueden configurar a partir de las relaciones marginales que indican la preferencia de cada variable respecto al resto (Prior y Surroca, 2006).

Conviene resaltar que las ponderaciones de las variables de cada empresa se establecen en base al Óptimo de Pareto, buscando la máxima eficiencia en comparación con el resto e intentando que la distancia a la frontera eficiente sea

mínima. Esta alternativa permite conjugar la influencia de las empresas eficientes sobre el resto, así como las preferencias de las empresas en el uso de los recursos y en la obtención de los productos en relación a los demás. Por tanto, utilizando las relaciones marginales que se establecen entre las ponderaciones de las variables, se obtienen los Grupos Estratégicos formados por empresas con inputs y outputs estratégicas similares.

No obstante lo anterior, no resulta, ni fácil ni siquiera factible, utilizar directamente las ponderaciones para determinar las relaciones marginales. Las ponderaciones son sensibles a las unidades de medida de las variables, por lo que previamente resulta necesario realizar una normalización de estas últimas y mediante este procedimiento existe el riesgo de perder información relevante (Ketchen *et al.*, 2007). Además, los ratios que definen las marginales sólo están correctamente definidos para las empresas eficientes, esto es, las situadas en la frontera eficiente, y más concretamente en aquellas facetas de la frontera de dimensión completa (FDEF). Sin embargo, como se ha explicitado en el cuarto Capítulo de esta Memoria, este tipo de facetas presenta una escasa generalización.

Por los motivos expuestos previamente, también puede optarse por utilizar las inputs y los outputs virtuales como indicadores de las diferentes estrategias empresariales (Adu, 2001; Prior y Surroca, 2007; Lin, 2007). Las variables virtuales, que son independientes de las unidades de medida de los inputs y los outputs, muestran la contribución que cada uno realiza para conseguir un comportamiento lo más eficiente posible. Como se ha expuesto en el cuarto Capítulo, en un contexto estratégico, las variables virtuales reflejan la importancia que las empresas otorgan a cada variable estratégica en el desarrollo de unas prácticas eficientes, las cuales rigen el comportamiento de cualquier organización económica.

Por otro lado, tal como se ha detallado en el cuarto Capítulo, para determinar las variables virtuales se precisa utilizar un modelo multiplicativo de DEA que, mediante su resolución, asigne las ponderaciones a las variables representativas de las diferentes dimensiones estratégicas y así se genere cada input y output virtual. Obviamente, al aplicarse este modelo también se determinan las tasas de eficiencia de las diferentes empresas y, por tanto, se distinguen las eficientes y las ineficientes. Esta distinción se toma como punto de partida para utilizar el DEA y solventar sus limitaciones.

### **5.2.1. DETERMINACIÓN DE LAS EMPRESAS EFICIENTES E INEFICIENTES**

Según lo expuesto en la sección anterior, resulta necesario aplicar un modelo multiplicativo de DEA para determinar las variables virtuales indicativas de las diferentes opciones estratégicas. En concreto, en este estudio se opta por utilizar

uno de los modelos originales, el Modelo 4.2 de orientación input o el Modelo 4.3 de orientación output, que arroja los siguientes resultados relevantes:

- Las tasas de eficiencia alcanzadas por cada una de las empresas que constituyen la muestra objeto de estudio. Estas tasas permiten realizar una primera clasificación de las empresas analizadas, ya que diferencian las que tienen un comportamiento eficiente de las que resultan ineficientes.
- Las ponderaciones óptimas asignadas a las variables de cada una de las empresas analizadas. Mediante las mismas se determinan los diferentes inputs y outputs virtuales que representan la importancia relativa que cada empresa otorga a los inputs y los outputs representativas de las diferentes opciones estratégicas.

Una de las características principales del Modelo 4.2 y del Modelo 4.3 reside en la absoluta flexibilidad en la asignación de ponderaciones a las variables (Allen et al, 1997). Como se ha analizado en el cuarto Capítulo, esta circunstancia genera algunas limitaciones que conviene solventar. Concretamente, por un lado, las múltiples combinaciones óptimas de ponderaciones para las empresas situadas en los vértices de la frontera eficiente, las de eficiencia extrema (Charnes, Cooper y Thrall, 1991), y, por el otro, la posibilidad de que no se ponderen todas las variables estratégicas que caracterizan las funciones productivas de las empresas de la industria (Doyle y Green, 1994).

Los inconvenientes anteriores se pretenden solventar conjuntamente, en base a las soluciones explicadas en el cuarto Capítulo de esta Memoria de Tesis Doctoral. En este sentido, el esfuerzo investigador desempeñado en este trabajo se enfoca en plantear que las ponderaciones seleccionadas para las empresas de eficiencia extrema o de tipo  $E$ , de acuerdo a un criterio razonado y no arbitrario, sirvan para establecer los límites que impidan la posible asignación de ponderaciones nulas. En consecuencia, el primer paso del modelo propuesto consiste en diferenciar las empresas eficientes y las ineficientes y, más específicamente, en el conjunto de las eficientes, las que se definen como completamente eficientes o de tipo  $E$ , situadas en los vértices de la frontera.

Las empresas de eficiencia extrema se caracterizan por la ausencia de holguras  $s_i^-$  y  $s_r^+$  asociadas a sus inputs y outputs, respectivamente, por lo que es necesario comprobar su inexistencia mediante un modelo envolvente de DEA, por ejemplo el Modelo 4.4, si se desea orientación input, o el Modelo 4.5, para orientación output. No obstante lo anterior, en el presente trabajo también se propone utilizar un modelo de súper-eficiencia (Andersen y Petersen, 1993) de rendimientos constantes, ya que todas las que resultan eficientes al resolverse este tipo de modelo, son siempre completamente eficientes o de tipo  $E$  (Thrall, 1993).

## **5.2.2. SELECCIÓN DE LAS PONDERACIONES ÓPTIMAS DE LAS EMPRESAS DE EFICIENCIA EXTREMA**

Las múltiples combinaciones de ponderaciones óptimas asociados a las empresas de eficiencia extrema, situadas en los vértices de la frontera eficiente, plantean la necesidad de elegir alguna de las mismas, en base a un criterio que permita reflejar, en la medida de lo posible, las características estratégicas de las empresas de cada industria. Para seleccionar el sistema de ponderaciones óptimas de las organizaciones de tipo  $E$ , se plantea utilizar el procedimiento de dos etapas propuesto por Cooper, Ruiz y Sirvent (2007).

De entre las alternativas expuestas en el cuarto Capítulo, se opta por esta última, ya que mediante su propuesta se seleccionan las ponderaciones de las empresas de eficiencia extrema buscando el máximo apoyo del resto del conjunto de datos, lo que permite reflejar situaciones más reales y disminuir la posible subjetividad asociada al proceso de selección.

A tenor de lo anterior, en primer lugar, para cada una de las empresas de tipo  $E$  se aplica el Modelo 4.17 de programación lineal mixta. De esta forma, la selección del conjunto de ponderaciones óptimas de cada empresa de este tipo se realiza en base al hiperplano de aquella faceta de la frontera eficiente que maximiza el contacto con la frontera del conjunto de posibilidades de producción. Según este razonamiento, se eligen las ponderaciones asociadas a las facetas de máxima dimensión posible en función a las características del conjunto de datos, esto es, se seleccionan las ponderaciones asociadas a aquellas que están formadas por el mayor cantidad de organizaciones de tipo  $E$ , intentando que este número se aproxime lo máximo posible o coincida con el cardinal resultante de  $|E| - (m+s-1)$ .

Cabe recordar que, en caso de coincidencia, se optaría por las ponderaciones vinculadas a una faceta de dimensión completa (FDEF). No obstante, en el trabajo recién citado, los propios autores reconocieron que incluso en la mejor situación, esto es, en caso de que la empresa de eficiencia extrema forme parte de una faceta de dimensión completa, aunque las combinaciones de ponderaciones óptimas se reducen, siguen siendo múltiples. De ahí que estos autores incluyeron un segundo modelo que, en base a la solución obtenida en el primero, maximiza la aportación de las variables virtuales a la tasa de eficiencia de cada empresa.

A tenor de lo anterior, tras aplicar el Modelo 4.17, se plantea utilizar a continuación el Modelo 4.18, que permite maximizar el valor mínimo relativo de cada input y output virtual, lo que es atiente con el propósito inicial de utilizar las variables virtuales como indicadores de las diferentes opciones estratégicas. En este sentido, según se ha explicado en la sección anterior, las variables virtuales de mayor valor indican las preferencias de las empresas sobre las posibles opciones estratégicas.

En base al proceso expuesto, se obtienen las variables virtuales indicativas de las preferencias estratégicas de las empresas de eficiencia extrema, que posteriormente servirán para analizar las agrupaciones estratégicas homogéneas. Mediante la propuesta de Cooper, Ruiz y Sirvent (2007) se seleccionan las ponderaciones de cada empresa de tipo  $E$  de acuerdo a las características reales del conjunto de empresas analizadas y, en última instancia, en base a esta condición, se intenta que el mínimo de sus variables virtuales sea máximo para contribuir en la mayor medida de lo posible al comportamiento eficiente perseguido por cualquier empresa. Precisamente, estos valores, que siempre resultan positivos, se utilizan en la siguiente fase del modelo propuesto en esta memoria con el objetivo de eliminar las posibles ponderaciones nulas de las empresas que no son de eficiencia extrema.

### **5.2.3 ELIMINACIÓN DE LAS PONDERACIONES NULAS DEL RESTO DE EMPRESAS**

Mediante el procedimiento explicado en el apartado anterior, las variables virtuales de las empresas de eficiencia extrema son siempre positivas, pero posiblemente el resto de empresas que no pertenezcan a esta categoría continúen obteniendo ponderaciones nulas. Por este motivo, se plantea incluir restricciones en las ponderaciones de las empresas ineficientes y de las débilmente eficientes.

La incorporación de restricciones sobre las ponderaciones se realiza con el objetivo de evitar situaciones extremas en las que se ignore la importancia relativa de variables estratégicas relevantes en la función productiva común de las empresas de una industria. Considerando también los posibles inconvenientes derivados de la incorporación de restricciones excesivamente severas en el DEA, como pueden ser la modificación del conjunto de posibilidades de producción que desvirtúen la interpretación de los resultados, en el presente trabajo, se plantea incorporar un límite inferior basado en las variables virtuales obtenidas previamente para las empresas de eficiencia extrema que evite que las del resto de empresas de la industria analizada sean nulas.

Como se ha explicitado anteriormente, la propuesta de Cooper, Ruiz y Sirvent (2007), utilizada para seleccionar las ponderaciones óptimas de las empresas de eficiencia extrema, garantiza ponderaciones positivas para todas las variables de todas las empresas, ya que se maximiza el valor mínimo de las respectivas variables virtuales. De esta forma, los valores mínimos de las variables virtuales obtenidos para las empresas de eficiencia extrema se utilizan como límites inferiores de las variables virtuales del resto de empresas analizadas.

Retomando el Capítulo 4, cabe recordar, que las ponderaciones  $v_j$  y  $\mu_r$  de los inputs y de los outputs, respectivamente, que resultan nulas en los modelos multiplicativos de DEA generalmente se asocian a holguras positivas,  $s_j^-$  y  $s_r^+$ , respecti-

vamente, en los modelos envolventes. Las empresas de eficiencia extrema, por su condición, no presentan holguras pero esta circunstancia sí ocurre con las ineficientes, de tipo  $NF$ , y las débilmente eficientes, de tipo  $F$  (Charnes, Cooper y Thrall, 1991) Por este motivo, también, en el modelo propugnado, se plantea restringir el límite superior de las variables virtuales de las empresas ineficientes en base a los valores máximo de cada input y output virtual obtenidos para las empresas de eficiencia extrema.

Entonces, se plantea que las empresas que no resulten ser de tipo  $E$ , esto es, las ineficientes y las débilmente eficientes, se evalúen de nuevo mediante un modelo mutiplicativo que incluya un valor mínimo y uno máximo para las variables virtuales. El Modelo 5.1 y el Modelo 5.2 con orientación input y output, respectivamente, y rendimientos constantes, reflejan esta propuesta.

**Modelo 5.1. Modelo input sin ponderaciones nulas**

$$\max \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} \quad \forall j \notin E$$

sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j \in E$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$v_i x_i \geq \min_{j \in E} \{v_{ij} x_{ij}\}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$v_i x_i \leq \max_{j \in E} \{v_{ij} x_{ij}\}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\mu_r y_r \geq \min_{j \in E} \{\mu_{rj} y_{rj}\}, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\mu_r y_r \leq \max_{j \in E} \{\mu_{rj} y_{rj}\}, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

**Modelo 5.2. Modelo output sin ponderaciones nulas**

$$\min \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \quad \forall j \notin E$$

sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j \in E$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = 1$$

$$v_i x_i \geq \min_{j \in E} \{v_{ij} x_{ij}\}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$v_i x_i \leq \max_{j \in E} \{v_{ij} x_{ij}\}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\mu_r y_r \geq \min_{j \in E} \{\mu_{rj} y_{rj}\}, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\mu_r y_r \leq \max_{j \in E} \{\mu_{rj} y_{rj}\}, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

Los modelos anteriores son de tipo multiplicativo y guardan cierta similitud con los modelos de DEA originales, pero incluyen restricciones sobre los valores máximos y mínimos de cada uno de los inputs y outputs virtuales. Puesto que las variables virtuales de las empresas de eficiencia extrema se determinan previamente, estos modelos sólo se aplican a las empresas que no son completamente eficientes. Lógicamente, el límite inferior sobre las variables permite eliminar cualquier tipo de ponderación nula, consiguiendo que todas las variables virtuales que carac-

terizan la función productiva común a las empresas de una industria sean tenidas en cuenta.

Este tipo de restricciones no es excesivamente severo, aunque las tasas de ineficiencia de las empresas que no son de tipo  $E$  aumentarán levemente debido a que se fuerza su comparación con empresas totalmente eficientes y se proyecten sobre facetas débiles de la frontera (Bessent *et al.*, 1988). Al no restringir en exceso las variables virtuales, se evita saturar el óptimo y generar soluciones no factibles. Además, las restricciones basadas en las empresas de tipo  $E$  permiten que el resto continúe reflejando sus preferencias estratégicas sin modificar significativamente las tasas de eficiencia. Por tino, también se consigue evitar las holguras de las variables, que implican aumentos adicionales en las cantidades de outputs y/o disminuciones adicionales en los niveles de inputs de algunas empresas ineficientes, las de tipo  $NF$ , y las débilmente eficientes, de tipo  $F$ , ya todas éstas se proyectarán sobre facetas compuestas por empresas totalmente eficientes.

En el Modelo 5.1 y en el Modelo 5.2 se plantea restringir las variables virtuales, con el propósito de internar evitar los inconvenientes asociados a las restricciones sobre las ponderaciones simples ocasionados por la sensibilidad de estas últimas a las unidades de medida de las variables (Wong y Beasley, 1990; Sarrico y Dyson, 2004). Además, esta opción se perfila más pertinente dado que se propone utilizar los propios inputs y outputs virtuales como indicadores de la importancia relativa que las empresas otorgan a cada una de sus variables estratégicas.

Según lo explicado, mediante el modelo anterior se pretenden evitar las posibles ponderaciones nulas de cada input  $i$  y output  $r$  y, por tanto, sus respectivas holguras  $s_i^-$  y  $s_r^+$  positivas, ya que las empresas ineficientes y las débilmente eficientes se comparan exclusivamente con empresas de eficiencia extrema, esto es, aquellas que son eficientes según la óptica de Pareto-Koopmans.

En base a lo anterior, las restricciones de las empresas ineficientes y débilmente eficientes se basan en los valores mínimos y máximos obtenidos para las empresas totalmente eficientes, por lo que la estructura característica de la frontera continúa siendo la misma que la derivada al aplicar los ya conocidos Modelo 4.2 o y Modelo 4.3 en el primer paso de la propuesta metodológica realizada en esta Memoria de Tesis Doctoral. De este modo se evita obviar información relevante, aproximándose en la medida de lo posible a las características reales de la industria correspondiente analizada.

Asimismo, las restricciones planteadas previamente soslayan la necesidad de recurrir a opiniones o juicios de valor de expertos porque se basan en los propios resultados obtenidos para las empresas de eficiencia extrema. Por este motivo, con los modelos propugnados se intenta conseguir respetar las características del conjunto de posibilidades de producción inicial que generan las empresas analizadas,

ya que este tipo de restricciones mantiene la frontera original construida mediante las empresas de tipo  $E$ .

A tenor de lo expuesto, las restricciones que se plantean a través del Modelo 5.1 y del Modelo 5.2 son una combinación de las propuestas de Chen, Morita y Zhu (2003) y de Ramón, Ruiz y Sirvent (2010), ya que como éstos, se utilizan las ponderaciones obtenidas para las empresas de eficiencia extrema como restricciones para el resto de empresas. No obstante, el planteamiento aquí propuesto utiliza un criterio razonado para seleccionar las ponderaciones de las empresas de tipo  $E$ , a diferencia de Chen, Morita y Zhu (2003), que las eligieron de forma arbitraria. Además, a diferencia de la propuesta de Ramón, Ruiz y Sirvent (2010), que limitan los valores superiores e inferiores de las variables mediante restricciones de tipo región de seguridad (Thompson et al, 1986), en el planteamiento aquí propugnado se restringen únicamente los valores mínimos y los máximos de las variables virtuales de forma absoluta, sin vinculaciones entre las mismas, intentando respetar lo máximo posible la libertad en la asignación de las ponderaciones.

En consecuencia, mediante el Modelo 5.1 y el Modelo 5.2 se determinan las variables virtuales que caracterizan las elecciones estratégicas de las empresas que no son completamente eficientes, pero que también operan en una industria.

Por tanto, al finalizar la aplicación del DEA propuesta se derivan las variables estratégicas de todas las empresas, eficientes e ineficientes, considerando la relación de causalidad existente entre los inputs y outputs estratégicos, esto es, entre los recursos comprometidos y el alcance de los negocios, y el principio de eficiencia que rige la actuación de cualquier organización económica. Estos datos, las variables virtuales, se utilizan en la siguiente fase para obtener las agrupaciones estratégicas de empresas.



### **5.3. PROPUESTA DE APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE AFINIDADES**

Como se detalló en el tercer Capítulo de esta Memoria de Tesis Doctoral, la Teoría de Afinidades permite mejorar el estudio de los Grupos Estratégicos de una industria, ya que, por un lado, las agrupaciones pueden analizarse en base a diferentes niveles de homogeneidad y, por otro, se posibilita que las empresas puedan estar relacionadas simultáneamente con diferentes agrupaciones homogéneas. Los fundamentos de estas agrupaciones residen en las relaciones de semejanza y similitud que pueden establecerse entre las empresas de una industria en base a sus variables estratégicas.

A tenor de lo anterior, tomando como punto de partida las variables virtuales, que representan de los inputs y los outputs estratégicos obtenidos aplicando el DEA según el procedimiento explicado en las secciones anteriores de este Capítulo, se plantea el interés y la oportunidad de obtener agrupaciones estratégicas homogéneas aplicando la Teoría de Afinidades. Para esto, como se ha explicado en el tercer Capítulo, pueden diferenciarse dos tipos de agrupaciones estratégicas derivadas de la aplicación de diferentes algoritmos de la Teoría de Afinidades: una, las subrelaciones máximas de similitud, que agruparán a las empresas en base a la distancia que existen entre las empresas y, dos, las agrupaciones estratégicas homogéneas y ordenadas, que establecerán relaciones de afinidad entre empresas y variables estratégicas, conformando los denominados Reticulos de Galois.

#### **5.3.1. ANÁLISIS DE LAS SUBRELACIONES MÁXIMAS DE SIMILITUD ESTRATÉGICA**

Una técnica destacada vinculada a la Teoría de Afinidades es el análisis de las subrelaciones máximas de similitud, mediante el cual, utilizando el concepto de distancia, se determina el número máximo de elementos, en este caso empresas, que resultan similares en relación a un conjunto de atributos, en este caso, variables estratégicas. Debido al ámbito de estudio de esta Memoria, se suscita la posibilidad de que estas agrupaciones se denominen "subrelaciones máximas de similitud estratégica".

A tenor de lo expuesto en el tercer Capítulo, el primer paso para generar las subrelaciones consiste en determinar la semejanza entre las empresas a partir de la función complementaria a la distancia. Ésta se mide a través de una de las expresiones recogidas en el tercer apartado de ese Capítulo.

En base a la literatura relativa a la Teoría de Afinidades (Gil-Aluja, 1999; Gil-Lafuente, 2002) se opta por la denominada "distancia de Hamming", por lo que la distancia relativa entre cada par de empresas  $A$  y  $B$  se calcula como sigue:

$$d(A, B) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |\mu_A(vv_i) - \mu_B(vv_i)|$$

A través de la expresión anterior, se determina el promedio de las distancias en valor absoluto entre cada una de las  $k$  variables virtuales representativas de las preferencias estratégicas de dos empresas consideradas.

Utilizando la función complementaria de la distancia respecto a 1 para la distancia entre cada par de empresas, se determina la semejanza que existe entre ellas. Mediante estos últimos datos se construye una matriz de tamaño  $n \times n$  en la que cada elemento representa la semejanza estratégica entre cada par de empresas. Esta matriz posee las siguientes características:

- Borrosidad, puesto que las variables virtuales se enmarcan en el intervalo  $[0, 1]$ .
- Simetría, ya que al calcularse en valor absoluto, la distancia entre cada par de empresas es la misma en ambos sentidos.
- Reflexividad, debido a que la semejanza de cada empresa consigo misma es absoluta y, por tanto, la diagonal principal de la matriz es igual a 1.

Para transformar la matriz anterior en una matriz booleana, se establece un determinado umbral de homogeneidad  $\alpha$ , de forma que si la semejanza es igual o superior a  $\alpha$ , se sustituye el valor inicial por 1 y en caso contrario por 0. Una vez obtenida la matriz booleana, se puede proceder a calcular las subrelaciones máximas de similitud.

Como se ha expuesto previamente, retomando de nuevo la penúltima sección del tercer Capítulo, existen procedimientos alternativos para derivar las subrelaciones máximas de similitud. En este caso, se plantea utilizar el "algoritmo de Pichat", por lo que considerando únicamente la matriz a partir de la diagonal principal, los pasos a seguir entonces son los siguientes:

1. Para cada una de las  $n$  filas relativas a las  $n$  empresas analizadas, se multiplican los elementos con valor igual a 0 de las  $n$  columnas.
2. Para cada fila  $n$ , se realiza una suma booleana del propio elemento con el producto obtenido en el paso anterior.
3. Se reúnen las sumas de cada fila mediante su producto booleano.
4. Se determina el complementario de cada uno de los sumandos anteriores, obteniéndose las subrelaciones máximas de similitud.

En relación al procedimiento explicado, cabe destacar algunos aspectos que resultan relevantes en el ámbito de estudio de esta Memoria.

En primer término, el algoritmo anterior permite que una empresa aparezca en diferentes subrelaciones de similitud máxima, puesto que analizando el algoritmo

puede comprobarse que las agrupaciones obtenidas no son de tipo exclusivo. Por tanto, una determinada empresa puede ser semejante a un grupo de empresas considerando una combinación de dimensiones estratégicas pero también puede serlo con otra agrupación caracterizada por variables diferentes (Gil-Aluja, 1999). Esta circunstancia implica que puedan detectarse aquellas empresas que comparten estrategia con más de un grupo.

Además, las subrelaciones máximas de similitud estratégica pueden analizarse en base a distintos niveles de homogeneidad, lo que facilita su análisis en escenarios alternativos, adaptándose a las diferentes situaciones que caracterizan cualquier proceso de toma de decisiones.

Aunque al finalizar el proceso de aplicación del Algoritmo de Pichat, las agrupaciones derivadas posibilitan la presencia simultánea de una empresa en diferentes grupos, no es posible analizar de forma automática las variables estratégicas que caracterizan cada grupo, razón principal por la cual en el siguiente paso del modelo propuesto en esta Memoria también se cuestiona la necesidad de considerar los Retículos de Galois, en los que para cada agrupación homogénea se muestran las dimensiones, en este caso, variables estratégicas, que la caracterizan.

### **5.3.2. ANÁLISIS DE LAS AGRUPACIONES ESTRATÉGICAS HOMOGÉNEAS Y ORDENADAS: RETÍCULOS DE GALOIS**

Una de las aportaciones más significativas de la Teoría de Afinidades reside en la posibilidad de establecer agrupaciones homogéneas y ordenadas vinculando, por un lado, los atributos o características, y, por otro, los individuos u objetos. En este sentido, el objetivo consiste en analizar la semejanza de las empresas en base a sus variables estratégicas, obteniendo las agrupaciones afines que vinculan de forma sistemática y ordenada las empresas u organizaciones con las pertinentes variables estratégicas. Dado el ámbito del que se ocupa esta Memoria, al finalizar este procedimiento se generarán agrupaciones estratégicas homogéneas y ordenadas, las cuales, a los efectos de este estudio, se propone la denominación de "Retículos Estratégicos de Galois".

A tenor de lo expuesto, se plantea partir de dos conjuntos de datos: uno recoge las  $n$  empresas de la industria sobre la que se pretende analizar los Grupos Estratégicos, y el otro que reúne las  $k$  variables virtuales representativas de las diferentes elecciones estratégicas que realizan las empresas. A partir de estos conjuntos, se construye una matriz rectangular de tamaño  $n \times k$ . Cada uno de los componentes de la matriz representa la función de pertenencia de cada empresa a cada una de las variables estratégicas.

Debido a las restricciones básicas del DEA, si el modelo multiplicativo tiene orientación output (por ejemplo, el Modelo 4.3 o el Modelo 5.2), la suma de los outputs virtuales será igual a 1 para todas las empresas analizadas, mientras que si es de orientación input (por ejemplo, el Modelo 4.2 o el Modelo 5.1), ocurrirá lo mismo con los inputs virtuales. En el caso de utilizar un modelo con orientación output, los inputs virtuales las empresas eficientes también sumarán 1, pero no ocurre lo mismo con las ineficientes. Para que los datos de estas últimas resulten comparables con el resto, cada uno de sus inputs virtuales se divide entre su tasa de eficiencia. Cabe mencionar que el razonamiento inverso puede aplicarse a los modelos con orientación input.

En el contexto del algebra moderna, la matriz anterior se considera borrosa, puesto que, debido a las restricciones básicas de los modelos DEA, las variables virtuales se ubican en el intervalo  $[0, 1]$ . Para poder operar con esta matriz, según los razonamientos expuestos en el tercer Capítulo, resulta imprescindible transformarla en una matriz booleana. Esto se logra estableciendo un nivel de homogeneidad  $\alpha$  a partir del cuál, si el componente de la matriz es igual o superior a ese umbral  $\alpha$  se otorga un valor igual a 1, mientras que en caso contrario se sustituye por 0.

Una vez obtenida la matriz booleana, se puede comenzar a aplicar un algoritmo que deriva en las agrupaciones homogéneas y ordenadas representadas a través de Retículos de Galois.

Como se ha expuesto en el tercer Capítulo, existen diferentes alternativas que desembocan en los mismos resultados en relación a esta técnica. A este respecto, debido a su practicidad se puede aplicar, o bien el algoritmo de la correspondencia inversa máxima, o bien el de las submatrices completas máximas (Gil-Aluja, 1999). Mediante el análisis de las familias de Moore, los cierres de Moore y las pertinentes convoluciones que derivan en las relaciones de afinidad, se desembocaría en los mismos resultados.

Según lo anterior, en el presente trabajo, se plantea utilizar el algoritmo de correspondencia inversa máxima que, a través de un procedimiento de fácil comprensión, permite operacionalizar todos los aspectos relevantes en el estudio de las agrupaciones de afinidad homogéneas y ordenadas. En consecuencia, los pasos a seguir son:

1. Se construye el *power set*  $P(G_i)$  del conjunto  $G_i$  con menos elementos. En este caso, cabe presuponer que el conjunto de estas características es el relativo a las variables estratégicas, ya que en principio su número será inferior al de las empresas de la industria analizada
2. Se determinan las conexiones a la derecha  $R_\alpha^+$ , por lo que  $\forall A_j \in P(G_i)$ ,  $R_\alpha^+$  recoge los sucesores de todos los elementos que pertenecen a  $A_j$ , esto es,

$R_{\alpha}^{+} A_j$ . Por tanto, en este paso a cada elemento  $A_j$  del *power set*, se hacen corresponder elementos del conjunto no seleccionado en primer término.

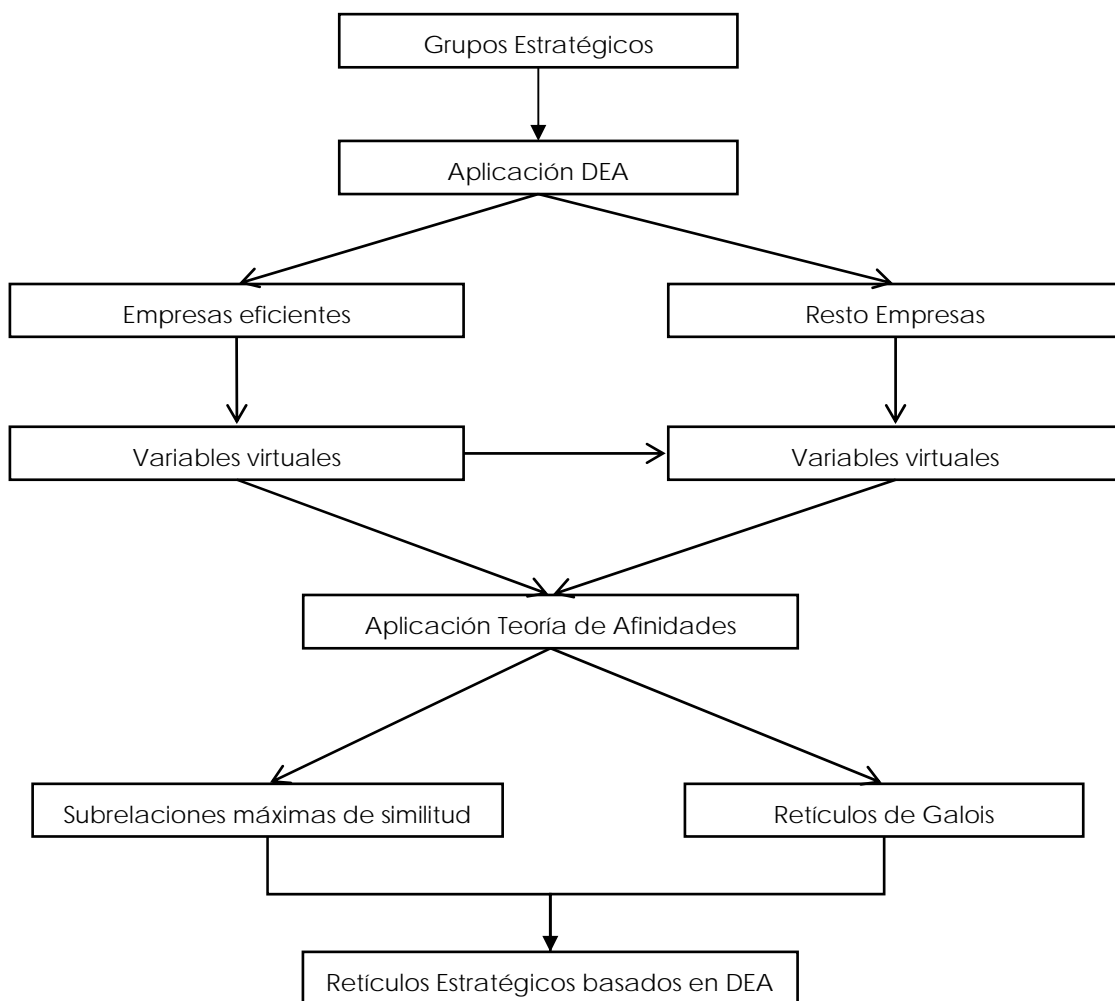
3. Para cada uno de los conjuntos no vacíos de  $R_{\alpha}^{+} A_j$ , se elige el correspondiente  $A_j$  que tiene el mayor número de elementos del referencial  $G_j$ , en este caso, el que combina simultáneamente más variables estratégicas. De esta forma, se obtienen las correspondencias máximas de afinidad entre variables estratégicas y empresas.
4. A las agrupaciones anteriores se añade un vértice inferior y uno superior, que reflejen la correspondencia nula para cada conjunto de elementos, obteniéndose el correspondiente Reticulo de Galois.

Cabe destacar algunos aspectos relevantes del procedimiento explicado. En primer lugar, para cada una de las agrupaciones obtenidas puede conocerse de forma automática el conjunto de empresas que resultan afines, así como el conjunto de variables estratégicas sobre las que se establece la relación de afinidad (Gil-Lafuente, 2002). Esto constituye una ventaja frente a otras metodologías de análisis clúster para las que, una vez obtenidos los grupos, es necesario realizar una caracterización posterior de los mismos.

Además, las agrupaciones muestran la afinidad de un conjunto de empresas respecto a diferentes combinaciones de variables estratégicas, lo que permite analizar la homogeneidad considerando distintas dimensiones simultáneamente. Este aspecto también resulta relevante en el proceso de toma de decisiones, puesto que posibilita diferentes adaptaciones en función del ámbito estratégico al que afecte la decisión.

Por último, cabe destacar que la construcción de los Reticulos de Galois permite analizar las afinidades obtenidas de forma visual, lo que sin duda simplifica la comprensión de los resultados obtenidos. Obviamente, al igual que con las subrelaciones máximas de similitud estratégica, se pueden construir tantos Reticulos de Galois como umbrales de homogeneidad se establezcan.

Para concluir todo lo explicado en este Capítulo, en aras a facilitar la comprensión, en la Figura 5.1 se muestra de forma sintética el modelo propuesto en esta Memoria de Tesis Doctoral para analizar los Grupos Estratégicos de empresas en una determina industria.



**Figura 5.1. Modelo propuesto para el análisis de los Grupos Estratégicos**

## **Capítulo 6.**

# **APLICACIÓN DE LOS RETÍCULOS ESTRATÉGICOS BASADOS EN DEA AL SECTOR BANCARIO ESPAÑOL**

- 6.1. Introducción
- 6.2. Grupos Estratégicos en el sector bancario
- 6.3. El sector bancario español: variables estratégicas y muestra analizada
- 6.4. Aplicación empírica y análisis de resultados





## **6.1. INTRODUCCIÓN**

El objetivo de este Capítulo consiste en realizar una aplicación del modelo propuesto en el Capítulo anterior en el sector bancario español para analizar sus Grupos Estratégicos. No obstante, previamente conviene considerar una serie de aspectos relativos al sector bancario para profundizar en las características que condicionan su estudio.

El sistema financiero constituye uno de los pilares fundamentales en el funcionamiento de una economía capitalista, pues, como se ha comprobado a lo largo de la historia, y especialmente en los últimos años, su estado ejerce una gran influencia en la marcha de la económica real de cualquier país. El sistema financiero está formado por diferentes tipos de instituciones, entre las que destacan, debido al grueso de su actividad, las entidades de crédito. Por este motivo, el análisis general de estas entidades, y más concretamente de sus agrupaciones estratégicas, ha constituido un aspecto relevante en la literatura, tanto a nivel internacional como en el caso concreto de España, donde desde la década de los años noventa del siglo pasado se han realizado múltiples investigaciones empíricas.

En el ámbito de las entidades de crédito españolas destacan especialmente los bancos y las cajas de ahorros, que concentran el mayor porcentaje de activos dentro del sector en cuestión. Por este motivo, la propuesta metodológica explicada en el quinto Capítulo se aplicará específicamente a los bancos y las cajas de ahorros españolas.

A tenor de lo anterior, para analizar las agrupaciones estratégicas en el sector bancario español resulta imprescindible seleccionar el conjunto de variables de carácter estratégico relevantes. Esta selección está condicionada, en primer término, por la metodología estratégica adoptada, ya que el carácter deductivo o inductivo de las investigaciones influye en el tipo de dimensiones estratégicas incluidas en el estudio.

Adicionalmente, las diferentes perspectivas que pueden adoptarse para interpretar la actividad bancaria afectan significativamente a las variables estratégicas seleccionadas. Por ejemplo, el sector bancario puede entenderse, o bien como conjunto de entidades que adquieren inputs a los que añade valor mediante un proceso de transformación para obtener unos determinados productos, como cualquier sector productivo, o bien concebirse desde la perspectiva de intermediación financiera, como entidades que captan fondos de agentes con excedentes y que los canalizan hacia agentes deficitarios.

Por último, las variables estratégicas se estructurarán en base a los requisitos del modelo propuesto, por lo que el Análisis Envolvente de Datos (DEA) implica una diferenciación entre los inputs y los outputs estratégicos.

En consecuencia, una vez determinadas las variables estratégicas relevantes, la aplicación del modelo denominado "Reticulos Estratégicos basados en DEA" se realizará en base a lo expuesto en el quinto Capítulo. De ahí que, en primer lugar, se utilizará el DEA para introducir causalidad entre las variables estratégicas y obtener las variables virtuales indicativas de la importancia relativa que cada banco y caja de ahorros otorga a las mismas y, en segundo lugar, las agrupaciones estratégicas homogéneas se analizarán mediante el uso de técnicas vinculadas a la Teoría de Afinidades, siendo las variables virtuales obtenidas previamente la base para este análisis.

Según lo anterior, el primer paso consistirá en utilizar el DEA para determinar los bancos y cajas de ahorros eficientes, más concretamente los que, en el ejercicio de su actividad, desarrollan un comportamiento totalmente eficiente en términos relativos. No obstante, se obtienen múltiples combinaciones óptimas de ponderaciones para sus variables, por lo que conviene elegir un conjunto de ponderaciones óptimas para este tipo de bancos y cajas de ahorros de acuerdo a un criterio razonable, intentando respetar lo máximo posible los datos analizados. Precisamente, las variables virtuales obtenidas para las anteriores, se utilizarán como punto de partida para el resto de bancos y cajas de ahorro con el objetivo de evitar posibles ponderaciones nulas y holguras positivas en las variables.

Una vez determinadas las variables virtuales representativas de las diferentes opciones de estrategia bancaria, éstas se utilizarán para derivar, por un lado, las denominadas "subrelaciones máximas de similitud estratégica", que constituirán grupos con el mayor número de entidades homogéneas afines en base a la distancia existente entre las mismas y, por otro, construir los "Reticulos Estratégicos de Galois", formando agrupaciones homogéneas y ordenadas, esto es, grupos de bancos y cajas de ahorros afines a diferentes variables estratégicas.

Según lo expuesto, este Capítulo se estructura como se expone a continuación. En primer lugar, se realiza una revisión del estado del arte sobre las investigaciones empíricas acerca de los Grupos Estratégicos en el ámbito bancario, diferenciando entre las realizadas fuera de las fronteras españolas y aquellas relativas al sector bancario español. La segunda sección del capítulo se centra en el sistema bancario español, ya que conforma la muestra de entidades analizadas, y en las variables estratégicas utilizadas. Por estos motivos, en primer término se explican las características de este sector en España, para a continuación analizar y justificar la selección de variables. Por último, se procede a aplicar el modelo propuesto en el quinto Capítulo de esta Memoria para solventar las limitaciones señaladas en el análisis de los Grupos Estratégicos, analizando los resultados obtenidos en sus diferentes fases.

## **6.2. GRUPOS ESTRATÉGICOS EN EL SECTOR BANCARIO**

En el segundo Capítulo de esta Memoria, dedicado a la revisión del estado del arte vinculado a los Grupos Estratégicos, ya se ha explicitado que las investigaciones se han centrado en diferentes industrias o sectores productivos, tales como la industria farmacéutica (Leask y Parker, 2006), la industria metalúrgica (Nair y Kotha, 2001), la industria aseguradora (Fiegenbaum y Thomas, 1995), el comercio minorista (Lewis y Thomas, 1990), etc. El sector bancario, debido a la gran influencia que ejerce sobre el funcionamiento de la economía de cualquier país, no podía abstraerse de tales investigaciones, por lo que las investigaciones empíricas también han abordado el análisis de sus Grupos Estratégicos en diferentes contextos geográficos y así lo demuestra la revisión de la literatura empírica pertinente.

### **6.2.1. INVESTIGACIONES EMPÍRICAS A NIVEL INTERNACIONAL**

A nivel internacional cabe destacar, en primer término, el trabajo de Amel y Rhoades (1988), quienes desarrollaron uno de los primeros estudios acerca de los Grupos Estratégicos en el sector bancario, por lo que en la literatura pertinente ha sido referenciado en múltiples ocasiones. Los autores tomaron como referencia el trabajo de Passmore (1985), que utilizó los balances financieros como fuente para la selección de variables estratégicas, con el objetivo de analizar las diferencias entre los Grupos Estratégicos identificados en el sector bancario de varias ciudades de los Estados Unidos de América, las características de sus estrategias y la estabilidad de los mismos a lo largo del tiempo. La aportación más significativa de este trabajo reside en la utilización de variables de procedentes de partidas contables a partir de las cuales se analizan los Grupos Estratégicos.

El sector bancario también se ha analizado desde diferentes perspectivas teóricas. Así, Mehra (1996) estudió el sector bancario estadounidense utilizando simultáneamente la Teoría de Recursos y Capacidades y la perspectiva de mercado, pero basándose también en las opiniones de expertos, por lo que también adoptó el enfoque cognitivo. El autor concluyó que las entidades deben prestar atención no solo en las posiciones que ocupan en el mercado, sino también a la selección y combinación de sus recursos, por lo que los competidores también deben identificarse en base a estos últimos.

Por su parte, Hackethal (2001) analizó los Grupos Estratégicos de diferentes bancos comerciales pertenecientes a 12 países europeos. El autor identificó los grupos de forma diferenciada para las variables estratégicas de mercado y para los recursos estratégicos, utilizando el algoritmo de Ward. Obtuvo diversas conclusiones entre las que cabe destacar que las estrategias de los bancos difieren significativamente entre los países europeos analizados, los resultados económicos están más

condicionados por las variables de mercado que por los recursos comprometidos y los grupos de bancos europeos no difieren significativamente respecto a los recursos comprometidos.

Más recientemente, Garcés-Cano y Duque-Oliva (2008) realizaron un análisis estático y uno dinámico de los Grupos Estratégicos del sector bancario colombiano aplicando los procedimientos habituales de análisis cluster. Para ello, utilizaron variables relativas tanto al compromiso de recursos como al alcance de sus negocios. De su estudio empírico derivaron 5 agrupaciones de tipo exclusivo que calificaron como banca comercial y de consumo, banca de red, consumo y tesorería, banca de consumo, gran banca hipotecaria y banca corporativa.

Además de los contrastes de hipótesis, el sector bancario también se ha utilizado para aplicar nuevas metodologías de análisis de los Grupos Estratégicos, entre las que cabe destacar las propuestas de Desarbo y Grewal (2008), Desarbo, Grewal y Wang (2009) o Sueyoshi y Kirihara (1998).

Las aportaciones que realizaron Desarbo y Grewal (2008) y Desarbo, Grewal y Wang (2009) al análisis de los Grupos Estratégicos en el sector bancario son fundamentalmente de tipo metodológico, puesto que como se ha expuesto en el segundo Capítulo, los primeros introdujeron el concepto de "Grupo Estratégico Híbrido". Aplicaron su propuesta metodológica al sector de banca pública de una región estadounidense, analizando 131 bancos en total. Por su parte, Desarbo, Grewal y Wang (2009) aplicaron el escalado multidimensional para analizar la dinámica de los Grupos Estratégicos sobre la misma muestra utilizada en el trabajo anterior.

El empleo del DEA para investigar los Grupos Estratégicos en la industria bancaria internacional tuvo una de sus aportaciones iniciales con el trabajo de Sueyoshi y Kirihara (1998), que utilizaron la técnica anterior en combinación con la programación por metas y análisis discriminante para analizar los Grupos Estratégicos en la banca japonesa. Su estudio supuso más aportaciones desde la perspectiva metodológica que desde la estratégica, ya que mediante el análisis discriminante lograron predecir el intervalo de puntuaciones de eficiencia en el que se ubicaría cada banco a partir de los resultados obtenidos en diferentes ratios financieros.

## **6.2.2. INVESTIGACIONES EMPÍRICAS A NIVEL NACIONAL**

En el caso del sector bancario español, desde principios de la década de los noventa se han realizado diversas investigaciones empíricas con el objetivo de conocer los Grupos Estratégicos de la banca privada española, las cajas de ahorros o el sector de entidades de crédito en su conjunto.

Así, cabe señalar el trabajo de Azofra *et al.* (1990), donde se analizaron los bancos con comportamientos estratégicos similares, utilizando para ello dieciséis

variables que captaban el grado de especialización, el nivel de diferenciación de los productos, el liderazgo tecnológico, la política de costes o el grado de integración vertical de las entidades privadas cotizadas en bolsa. Para ello, emplearon diferentes técnicas de estadística multivariante, como el análisis factorial para reducir las variables a menos dimensiones estratégicas significativas (eficiencia, productividad, innovación, etc.) y un análisis clúster mediante el cual identificaron tres Grupos Estratégicos que, mediante del análisis discriminante, caracterizaron sus perfiles como de banca tradicional, banca de mediación y banca de innovación.

Por su parte, Espitia, Polo y Salas (1991) analizaron los Grupos Estratégicos basándose principalmente en las similitudes que presentaban los bancos y las cajas de ahorros en la composición de los balances, evitando así la utilización las habituales técnicas de agrupamiento. En este sentido, analizaron los balances de cada entidad de crédito con el objetivo de detectar diferentes posicionamientos producto-mercado, ya que éstos generan diferentes inversiones y captaciones de fondos. Como resultado, obtuvieron tres Grupos Estratégicos (banca industrial, banca comercial y banca minorista). En última instancia constataron la validez de los grupos obtenidos mediante técnicas estadísticas que constataban las diferencias de éstos en relación a sus resultados económicos y financieros.

A su vez, Gual y Hernández (1991), asumiendo que las cajas de ahorro españolas realizan generalmente actividades de banca minorista, las analizaron para identificar Grupos Estratégicos de especialización productiva, captando las diferencias en los productos y servicios ofrecidos. Para ello aplicaron el análisis clúster de las K-medias a variables relacionadas con los costes, ya que su objetivo consistía en conocer la influencia de la especialización productiva sobre los costes operativos de las cajas de ahorros. Aunque en el análisis cluster obviaron características globales del sector, posteriormente incorporaron variables adicionales, como el número de oficinas o el activo total para determinar los perfiles de las agrupaciones estratégicas. Como resultado obtuvieron cuatro Grupos Estratégicos caracterizados, respectivamente, por su actividad innovadora en activos, su comportamiento tradicional orientado a la tesorería, su pasivo innovador y su actividad aseguradora.

Continuando con las cajas de ahorros, Martínez-Vilches (1992) aplicó las mismas técnicas estadísticas que Azofra *et al.* (1990) para analizar sus Grupos Estratégicos. Partió de dieciocho variables estratégicas que mediante un análisis factorial redujo a cinco (estructura de negocio, solvencia, liderazgo en costes, expansión y diferenciación). Mediante un análisis cluster obtuvo cinco grupos caracterizados por diferentes combinaciones de dimensiones estratégicas y cuya significación contrastó mediante un análisis discriminante.

Por su parte, Céspedes-Lorente (1996) analizó las entidades bancarias privadas españolas, utilizando un total de 16 variables representativas de su actividad.

Aplicó un análisis clúster de tipo centroide y para evitar los problemas relativos al número de grupos, trabajó alternativamente con un número diferente. Para contrastar la validez de los resultados, también realizó un análisis factorial previo al procedimiento de clustering, obteniendo resultados muy similares. El autor concluyó que los grupos no se caracterizaban por la elección de una estrategia única sino por combinar adecuadamente diferentes alternativas. Por este motivo, también concluyó que la pertenencia a un grupo es cuestión de grado (Reger y Huff, 1993). En este sentido, obtuvo dos grandes Grupos Estratégicos caracterizados por su orientación a la banca universal y a la banca al por mayor, respectivamente, con diferencias significativas en sus indicadores de resultados financieros.

En su Tesis Doctoral, Mas-Ruiz (1994) aplicó la metodología propuesta por Fiegenbaun y Thomas (1990) para analizar los Grupos Estratégicos en la banca privada española. En este sentido, su primer paso consistió en comprobar la existencia de periodos de tiempo estratégicamente estables, identificando cuatro dentro del periodo 1984-1991. En cada uno de los anteriores, utilizó el algoritmo de Ward para derivar los grupos, identificando un número diferente de grupos en cada periodo y analizando los movimientos de bancos entre los grupos, lo que a su vez le permitió hacer una clasificación interna de los diferentes tipos de bancos dentro de cada agrupación estratégica.

Serrano-Cinca (1998) introdujo cierta innovación metodológica en análisis de los Grupos Estratégicos de cajas de ahorro, ya que combinó el análisis cluster con los mapas auto-organizativos de Kohonen en base a treinta variables contables. Con los resultados obtenidos concluyó que las agrupaciones derivadas guardaban cierto paralelismo con la organización territorial española, aspecto relevante considerando la influencia regional sobre las cajas de ahorros.

Zúñiga-Vicente, de la Fuente-Sabaté y Suárez-González (2004) analizaron la dinámica de los bancos privados españoles en relación a su vinculación estratégica, utilizando una metodología similar a la empleada por Mas-Ruiz (1994) pero aplicando un algoritmo de cluster que mejoraba la bondad de los resultados obtenidos. Durante el periodo analizado no encontraron estabilidad estratégica, por lo que analizaron los Grupos Estratégicos para cada año, cuyo número se ubicó entre seis y once. Por último, además de caracterizar los grupos, analizaron las diferencias existentes entre los resultados obtenidos por los bancos de los diferentes grupos, concluyendo no eran significativas.

También cabe destacar el trabajo de Fuentelsaz y Gómez (2006), que realizaron una investigación empírica que supuso grandes aportaciones a la literatura, ya que analizaron el efecto del contacto multimercado y la similitud estratégica sobre la propensión de entrada a nuevos mercados geográficos de las cajas de

ahorro españolas, determinando la influencia significativa de las dos primeras dimensiones sobre la tercera.

Por su parte Mas-Ruiz, Nicolau-Gonzálbez y Ruiz-Moreno (2005) estudiaron la posible rivalidad asimétrica existente entre los Grupos Estratégicos relativos a los depósitos del sector bancario español, para lo cual se centraron en la magnitud de las reacciones estratégicas y la velocidad de las mismas ante cambios de esta índole realizadas por otras. En su estudio empírico los investigadores observaron que los Grupos Estratégicos formados por entidades bancarias de tamaño pequeño reaccionaban con más potencia pero a menor velocidad que los constituidos por entidades más grandes, consideradas líderes de la industria, por lo que concluyeron que la rivalidad era asimétrica entre los diferentes Grupos Estratégicos.

Continuando con el trabajo anterior, recientemente Mas-Ruiz y Ruiz-Moreno (2011) estudiaron los efectos que la rivalidad interna tiene sobre el desempeño de los Grupos estratégicos de entidades bancarias españolas. En concreto, su estudio se limitó al ámbito de los créditos bancarios concedidos. Concluyeron, por un lado, que a medida que el tamaño de una entidad bancaria de un determinado Grupo Estratégico decrece, la rivalidad se incrementa y, por otro, cuanto menor era el tamaño de una entidad dentro de un grupo, menor desempeño obtenía.

Aunque ya se ha referenciado en el cuarto Capítulo de esta Memoria, cabe poner de manifiesto que en el trabajo de Prior y Surroca (2006) también se analizaron los Grupos Estratégicos del sector bancario español pero utilizando una metodología novedosa hasta ese momento en el ámbito de estudio. Estos autores aplicaron el DEA para determinar las variables estratégicas y, posteriormente, un análisis cluster combinando los algoritmos de Ward y de las K-medias. En su estudio identificaron cinco Grupos Estratégicos (banca universal, banca especializada, banca al por mayor, banca general y banca tradicional) que mostraban diferencias significativas en su desempeño económico-financiero.

Más recientemente, Epure, Kerstens y Prior (2010) continuaron las investigaciones sobre los Grupos Estratégicos en el sector bancario español realizando un análisis de los cambios producidos en la productividad de los bancos y las cajas de ahorros. De su análisis concluyeron, principalmente, que la productividad y la innovación tecnológica condicionan la competencia entre las entidades financieras. Además obtuvieron resultados que les permitieron afirmar que los bancos se adaptan mejor a los cambios de eficiencia y las cajas de ahorro contribuyen más a la generación de progresos técnicos.

Tras esta revisión de la literatura relevante y antes de concretar las variables estratégicas seleccionadas para realizar la aplicación del modelo propuesto en el quinto Capítulo, conviene ahondar en las características particulares del sector bancario español, así como en los aspectos más destacados que condicionan esa selección. A este respecto, la siguiente sección de este Capítulo se centra en estos aspectos.

## **6.3. EL SECTOR BANCARIO ESPAÑOL: VARIABLES ESTRATÉGICAS Y MUESTRA ANALIZADA**

### **6.3.1. CARACTERÍSTICAS DEL SECTOR BANCARIO ESPAÑOL**

El sistema financiero está formado por el conjunto de mercados, instituciones e instrumentos, cuya función principal consiste en poner en contacto a los agentes económicos que quieren prestar o invertir con los que necesitan dichos fondos. En consecuencia, el sistema financiero cumple una misión fundamental en una economía de mercado, ya que capta el excedente de los ahorradores y lo canaliza hacia los agentes deficitarios de fondos (Kaufmann, 1978).

En principio, la actividad básica del sistema financiero consiste en la emisión de activos financieros denominados primarios, como acciones, bonos, obligaciones, etc., por parte de los agentes deficitarios de recursos que necesitan fondos de los agentes con excedentes. El contacto de estos dos tipos de agentes se realiza, o bien directamente, o bien indirectamente a través de agentes mediadores e intermediarios financieros, aunque cuando la actividad de éstos se limita a poner en contacto ambos tipos de agentes, la financiación se sigue considerando directa.

Los intermediarios financieros también tienen la opción de emitir activos de carácter financiero denominados secundarios o indirectos, como cuentas de ahorro, depósitos, etc. Precisamente esta actividad facilita la intermediación debido a que mediante los depósitos se captan fondos, previo pago de intereses, para posteriormente prestarlos a otros agentes, a los que se cobra una tasa de interés más elevada que a los primeros. Este tipo de financiación en la que los intermediarios emiten títulos secundarios se denomina "indirecta" (Calvo-Bernardino, *et al.*, 1999).

Según Marín-Hernández y Martínez-Conesa (1998), revisando las disposiciones nacionales relativas a entidades financieras, se comprueba que en ninguna de ellas se explicita el concepto de "entidad financiera" aunque continuamente se hace referencia a las mismas. El término "entidad financiera" engloba un concepto amplio, sometido a cambios constantes debido al incremento y las modificaciones en las actividades financieras. No obstante lo anterior, según el Real Decreto 1343/1992, de 6 de noviembre, se establece que se consideran entidades financieras las siguientes:

- Entidades de crédito.
- Sociedades y agencias de valores.
- Entidades aseguradoras.
- Sociedades de inversión inmobiliaria.



- Sociedades gestoras de cartera.
- Sociedades de capital-riesgo y gestoras de fondos de capital-riesgo
- Sociedades gestoras de instituciones de inversión colectiva y sociedades gestoras de fondos de pensiones cuyo objeto social exclusivo sea la administración y gestión de estos fondos.
- Sociedades dedicadas principalmente a la tenencia de acciones y participaciones
- Entidades, cualquiera que sea su denominación o estatuto, que, según la normativa aplicable, ejerzan las actividades típicas de las anteriores.

Las actividades que realizan las entidades financieras, se dividen en tres áreas: créditos, valores y seguros (Manzano y Valero, 1996). En cualquier caso, todas las entidades anteriores desarrollan su actividad dentro de los diferentes mercados que componen el sistema financiero y, en base a la normativa que les afecte, son objeto de supervisión por parte de un organismo estatal. El Banco de España supervisa las entidades de crédito, la Comisión Nacional del Mercado de Valores vigila las sociedades y agencias de valores y las instituciones de inversión colectiva, y la Dirección General de Seguros controla las entidades de seguros y los fondos de pensiones.

El sector de entidades de crédito español está formado por dos tipos de agentes; por un lado, las entidades de depósito, que engloban a los bancos, las cajas de ahorros y las cooperativas de crédito y, por otro, los establecimientos financieros. Sin embargo, las cooperativas de crédito y los establecimientos financieros tienen un peso relativamente pequeño en relación al total. Por ejemplo, según la Memoria de Supervisión Bancaria publicada anualmente por el Banco de España, en el año 2008 su importancia relativa sobre el balance agregado de todas las entidades era del 3,6% y del 2,3%, respectivamente.

Según lo anterior, el grueso del sector de las entidades de crédito se concentra en los bancos, que según la publicación anterior supuso el 54,7% de la actividad en términos de balance agregado, siendo el 44,2% de la misma relativa a bancos nacionales, y en las cajas de ahorros, con un 39,4%. Esta circunstancia conlleva que la aplicación de la propuesta metodológica se centre específicamente en los bancos y las cajas de ahorros.

Los bancos son entidades de crédito constituidas como sociedades anónimas que están sometidas a una serie de requisitos estrictos:

1. Su creación queda sujeta a las condiciones establecidas en el Real Decreto 1245/1995, de 14 de julio, mediante el cual se establece reserva de actividad y de denominación para este tipo de entidades, para lo que resulta obligatorio haber obtenido la autorización administrativa del Ministerio de

Economía y Hacienda, previo informe del Banco de España, y su inscripción en el Registro Mercantil y en el Registro Especial del Banco de España.

2. Su objeto social está limitado en sus estatutos a recibir fondos de determinados agentes, en forma de depósitos, préstamos, cesiones temporales de activos u otras formas análogas que lleven aparejadas la restitución obligatoria, aplicándolos por su propia cuenta para la concesión de créditos u operaciones similares.
3. Su consejo de administración debe estar formado por al menos cinco miembros de reconocida honorabilidad comercial y profesional, en su mayoría con conocimientos y experiencia adecuada para ejercer sus funciones, lo cual también se extiende a los directores generales o asimilados de la entidad.
4. Su funcionamiento está sujeto a una buena organización administrativa y contable, así como a procedimientos de control interno adecuados que garanticen la gestión prudente de la entidad que prevengan e impidan las operaciones relacionadas con el blanqueo de capitales.

Por su parte, a partir de la entrada en vigor del Real Decreto 2290/1977, por el que se regulan los órganos de gobierno y las funciones de las cajas de ahorros, éstas pueden realizar las mismas operaciones que las autorizadas a la banca privada y mediante el Real Decreto 1582/1988, de 29 de diciembre, se autoriza su libre expansión geográfica. Por tanto, las cajas de ahorros son entidades de crédito, más concretamente de depósito, que al igual que los bancos, están sometidas a las normas de ordenación y disciplina establecidas en la Ley 26/1988, de 29 de julio, sobre disciplina e intervención de las entidades de crédito.

A pesar de lo anterior, la estructura y composición de sus órganos de gobierno están reguladas a través de leyes que tienen su origen en la Ley 31/1985, de 2 de agosto, sobre Regulación de Normas Básicas de Órganos Rectores de las cajas de ahorros, modificada por la Ley 44/2002, de 22 de noviembre, de Medidas de Reforma del Sistema Financiero.

La ley anterior establece dos cuestiones distintivas respecto a la banca privada, como son el carácter fundacional o asociativo de las cajas de ahorros y su naturaleza pública, que plantea ciertas dudas respecto su equiparación con los bancos(Vega-Serrano, 2011).

A diferencia de los bancos, constituidos como sociedades mercantiles, las cajas de ahorro pueden calificarse por exclusión, según el Código Civil, como fundaciones pero con un carácter atípico debido a sus aspectos dotacional y organizativo. Legislativamente una fundación se considera como un patrimonio afecto a un fin de interés general pero en el caso de las cajas de ahorro, aunque persigan en cierta medida fines sociales, al ser entidades de crédito, el aspecto patrimonial pa-

sa a un segundo plano y su actividad se centra principalmente en la gestión de recursos ajenos. Por otro lado, las cajas de ahorros no pueden considerarse como un patrimonio, ya que operan profesionalmente como organizaciones en los mercados financieros.

Además, las cajas de ahorros, con independencia de su origen fundacional público o privado, poseen una estructura organizativa que dista bastante de los bancos, ya que en sus órganos de gobierno resulta obligatoria la presencia de agentes del sector público, como administraciones territoriales y otros organismos sociales, que garanticen la representación de intereses colectivos debido a su función social, ya que las cajas de ahorros legislativamente se consideran entes de carácter social

Todo lo expuesto conlleva a que en las investigaciones empíricas realizadas en el sector bancario español, existen opiniones encontradas acerca de su análisis. Por un lado, algunos autores defienden el análisis conjunto de los bancos y de las cajas de ahorros, argumentando que ambos tipos de entidades realizan el mismo tipo de actividades (Polo y Salas, 1991; Maudos y Pastor, 2003; Prior y Surroca, 2006). Al contrario, otros autores prefieren un estudio diferenciado de ambas, ya que, aunque su actividad es similar, sus características organizativas son diferentes (Céspedes-Lorente, 1996; Zúñiga-Vicente, de la Fuente-Sabaté y Suárez-González, 2004).

A lo anterior cabe añadir que las investigaciones realizadas en relación a su comportamiento eficiente tampoco han llegado a un consenso, puesto que también se han obtenido conclusiones contrarias al respecto. En algunos estudios se ha deducido que ambos tipos de entidades no difieren en su eficiencia ( ). Sin embargo, en otras investigaciones se ha concluido que diferencia en la eficiencia de ambos tipos de entidades es diferente. A este respecto, si esta afirmación se cumple, la consideración de las entidades de forma conjunta, en una misma muestra, puede distorsionar el análisis de la eficiencia.

A causa de lo explicado, y como el modelo propuesto se basa en primer término en la aplicación del DEA, que analiza la eficiencia, en este trabajo de investigación se consideran de forma particular y específica el conjunto de los bancos y el de las cajas de ahorros para avizorar conclusiones diferenciadas en ambos casos.

### **6.3.2. CONSIDERACIONES PREVIAS Y PERSPECTIVAS INFLUYENTES EN LA SELECCIÓN DE LAS VARIABLES ESTRATÉGICAS**

Antes de analizar las variables elegidas para aplicar el modelo propuesto en el sector bancario, conviene poner de manifiesto una serie de consideraciones previas que resultan influyentes en su selección. En primer lugar, ésta puede realizarse o bien desde la perspectiva deductiva o bien desde la inductiva (Ketchen y Shook, 1993), que guardan una relación estrecha con las teorías que fundamentan la existencia de Grupos Estratégicos. La perspectiva deductiva considera que las empresas de cualquier industria toman decisiones sobre un número limitado de dimensiones obteniendo un número de agrupaciones conocidas a priori. Por el contrario, el enfoque inductivo utiliza atributos del entorno y de la propia organización que son clave en la actividad competitiva de cada sector como contexto particular.

Ketchen, Thomas y Snow (1993) afirmaron que los investigadores que adoptan la perspectiva deductiva generalmente resumen esas dimensiones en dos; el método elegido para desarrollar la ventaja competitiva (abrirse a nuevas oportunidades o aprovechar las existentes) y la amplitud de sus operaciones (limitada o expansiva). En este sentido, combinando las dimensiones anteriores, Zammuto (1988) diferenció cuatro posibles agrupaciones en cada industria: emprendedores, que persiguen nuevas oportunidades en un mercado limitado; prospectores, que buscan nuevas oportunidades en situaciones de expansión; defensores, que explotan las oportunidades existentes en un mercado limitado; y analistas, que aprovechan las oportunidades existentes en situaciones de expansión. También Porter (1980) diferenció tres tipos de estrategias competitivas genéricas: liderazgo en costes, diferenciación y enfoque.

En consecuencia, una vez que las empresas adoptan decisiones que las vinculan a este tipo de estrategias, la posibilidad de realizar cambios significativos está condicionada a la dificultad de desarrollar nuevas capacidades que permitan situarse en nuevas posiciones industriales (Caves y Porter, 1977). Debido a las categorías preestablecidas, bajo la perspectiva deductiva se utiliza un número limitado de variables para obtener un número restringido de grupos establecidos con antelación, que se derivan a partir de unos fundamentos teóricos y puede aplicarse a cualquier tipo de industria. La ventaja de este enfoque es que los Grupos Estratégicos identificados poseen más consistencia interna, además de evitar la inclusión de variables irrelevantes que pueden sesgar las agrupaciones estratégicas.

A diferencia de la anterior, la perspectiva inductiva se centra más en las características propias de cada industria, sacrificando la aplicación general a cualquier tipo de sector productivo y obviando agrupaciones genéricas conocidas a priori. En este sentido, en las primeras investigaciones empíricas la caracterización de los Grupos Estratégicos se realizaba en función de una única variable como, por

ejemplo, el tamaño de las empresas (Porter, 1979) o la intensidad publicitaria (Oster, 1982). Sin embargo, paulatinamente, con el objetivo de recoger más ampliamente la actividad desarrollada en cada industria concreta, se incluyeron más variables. Cool y Schendel (1987) consideraron que lo más adecuado es utilizar un enfoque multidimensional e identificar los Grupos Estratégicos en torno a diversas variables propias de cada sector específico, agrupándolas en dos dimensiones genéricas: compromiso de recursos y alcance de las operaciones.

Como ya se ha explicado en el segundo Capítulo de esta Memoria de Tesis Doctoral, las variables de alcance se refieren a los segmentos de mercado a los que se dirigen las organizaciones, los tipos de productos o servicios ofrecidos en el mercado y el alcance geográfico de la estrategia. Por otro lado, el compromiso de recursos concierne al despliegue de recursos (financieros, materiales, humanos, etc.) que realizan las empresas para desarrollar sus actividades productivas y cumplir con sus objetivos. Aunque en un principio las dimensiones pueden parecer genéricas, se trata de variables que son específicas de cada industria. Evidentemente, si las agrupaciones de un sector se definen en torno a las anteriores, los Grupos Estratégicos estarán formados por organizaciones que comparten combinaciones similares de recursos comprometidos y alcance de sus operaciones. En este sentido, los grupos resultantes son sensibles a las variables seleccionadas y dependiendo de las mismas, el número de agrupaciones, su tamaño y composición pueden variar (Mas-Ruiz, 1994).

Esta idea ha sido secundada por otros muchos investigadores en diversos sectores, como Mehra, (1996), Ferguson, Deephouse y Ferguson, (2000), Osborne, Stubbart y Ramaprasad (2001), Zúñiga-Vicente *et al.* (2004) o Fuentelsaz y Gómez (2006), lo que ha contribuido a consolidar la perspectiva inductiva como la opción con mayor consenso en el análisis exploratorio de los Grupos Estratégicos. En el caso concreto del sector bancario, en la Tabla 6.1 se muestran las variables utilizadas en diversos trabajos destacados a nivel internacional y nacional. Como puede comprobarse, la mayoría de los investigadores intenta utilizar variables específicas del sector que representen tanto los recursos comprometidos por las diferentes entidades financieras como el alcance de sus negocios, generalmente reflejado a través la variedad de productos y servicios que ofrecen a los diferentes tipos de clientes. En consecuencia, un gran número de investigaciones empíricas en el sector bancario intentan adaptarse a la propuesta de Cool y Schendel (1987).

Como se ha explicado a lo largo de esta Memoria, una de las principales características del presente trabajo consiste en la utilización del DEA en el análisis de los Grupos Estratégicos como técnica que permite vincular las variables estratégicas bajo un criterio económico. Como se ha explicado en el tercer Capítulo, el DEA permite relacionar los recursos y los productos que intervienen en la función productiva de las empresas de una industria con el objetivo de determinar su com-

portamiento eficiente. Por tanto, las variables utilizadas, además de reflejar las diferentes opciones estratégicas deben clasificarse en primer lugar en inputs y outputs estratégicos.

A la circunstancia anterior se suma que la aplicación del modelo propuesto en el Capítulo anterior se realiza en el sector bancario, donde se pueden adoptar diferentes perspectivas teóricas en relación a su funcionamiento, lo que lógicamente también condiciona la selección de variables para realizar investigaciones empíricas. En este sentido, mediante la revisión de la literatura pertinente se comprueba que el análisis de la eficiencia de las entidades bancarias ha sido realizado desde dos grandes perspectivas teóricas: intermediación y producción (Berguer y Humprey, 1997).

Seasley y Lindley (1977) utilizan por primera vez el enfoque de intermediación para analizar la actividad de las instituciones financieras. Desde esta perspectiva, el proceso técnico implica la transformación de determinados bienes o inputs, de forma que éstos pierdan su identidad para generar otros bienes y servicios. Para una entidad financiera este proceso de transformación se basa en solicitar fondos a agentes con excedentes y posteriormente prestarlos a otros deficitarios, por lo que las entidades realizan una tarea de intermediación financiera, siendo los fondos adeudados, incluidos los depósitos de clientes, los inputs del proceso.

Según lo anterior, las entidades financieras captan fondos que remuneran a un determinado tipo de interés y posteriormente ofrecen esos fondos a través de diferentes productos crediticios a una tasa de interés que debe ser superior a la que remunera los fondos captados para que el diferencial cubra, al menos, las tareas de intermediación realizadas, es decir, el valor que añaden las entidades financieras en el proceso de oferta y demanda de fondos. Por tanto, una condición necesaria para adoptar la perspectiva de intermediación consiste en tratar los depósitos de los clientes, que representan la mayor proporción de fondos adeudados por las entidades bancarias, como inputs del proceso operativo. En este sentido, trabajos como los de Aly *et al.* (1990), Bergendhal (1998), Altunbas *et al.* (2001), Isik y Hassan (2002), Maudos y Pastor (2003), Casu, Girardone y Molyneux (2004), Weill (2004) o Lozano-Vivas y Pastor (2010), que analizan la eficiencia de los sectores bancarios de diversos países, adoptan la intermediación como hilo conductor en la selección de las variables.

La elección alternativa a la anterior es el enfoque de producción o de prestación de servicios (Sherman y Gold, 1985), bajo el que se considera como objetivo principal de las entidades bancarias la oferta de servicios y productos a los clientes, tales como préstamos, créditos, depósitos, instrumentos de pago, seguros, etc. En este sentido, destacan sobre todo los servicios asociados a los depósitos, ya que

debido a su importancia significativa en el valor añadido por las entidades bancarias (Humphrey, 1991), implican gran cantidad de costes laborales y de capital.

Según esta alternativa, el sector bancario también puede analizarse desde la teoría microeconómica de la empresa, esto es, como un ente que utiliza unos recursos para ofrecer un abanico de productos, entre los que se encuentran los depósitos. Obviamente, bajo tal perspectiva, los depósitos de los clientes se consideran outputs en los modelos que analizan la eficiencia bancaria. A este respecto, las investigaciones empíricas realizadas por Ferrier y Lovell (1990), Schaffnit, Rosen y Paradi (1997), Maudos, Pastor y Pérez (2002), Bergendahl y Lindblom (2008), Valami (2009) o Yang (2009) adoptaron este enfoque de producción para analizar la actividad bancaria.

Sin embargo, ninguna de las dos perspectivas anteriores resulta completamente adecuada, ya que no pueden reflejar íntegramente el rol dual de las entidades bancarias como proveedoras de servicios así como intermediarias financieras. En este sentido, Berger y Humphrey (1992) utilizaron los depósitos de los clientes simultáneamente como inputs del proceso de prestación de fondos y como outputs que representan un producto financiero pero esta alternativa suscita dudas en el caso del DEA, ya que carece de sentido considerar la variable por duplicado (Pastor, Pérez y Quesada, 1997).

Aunque generalmente los estudios sobre la eficiencia bancaria se han realizado bajo los enfoques previos, existen otras perspectivas de estudio. Favero y Papi (1995) consideraron que la actividad bancaria también puede analizarse desde otras tres perspectivas alternativas: del activo, del coste de usuario y del valor añadido. La primera, considera todos los activos como outputs de la actividad bancaria, especialmente los créditos concedidos, que suelen tener mayor importancia en las entidades bancarias en comparación con otros entes financieros. Este enfoque es una variante del de intermediación (Angelidis y Lyroudis, 2006), por lo que con su uso también se omiten algunos de los servicios ofrecidos por los bancos.

Hancock (1985) desarrolló el enfoque del coste de usuario y estableció que una variable puede clasificarse como un output cuando los rendimientos financieros de los activos superen el coste de oportunidad de esos fondos (Grigorian, 2002). Sin embargo, este planteamiento genera problemas, ya que pueden existir cambios de un periodo a otro por las fluctuaciones de los tipos de interés. Por estos motivos, la perspectiva del coste del usuario también se interpreta desde la orientación al beneficio (Berger y Mester, 2003), analizando la actividad de las entidades bancarias en función de la contribución a sus resultados. Según esto, los outputs se representan a través de diferentes tipos de ingresos mientras que los inputs se reflejan en distintas categorías de gastos. Considerando el DEA en su uso tradicional de medición de eficiencia, Drake, Hall y Simper (2006) opinan que esta perspectiva es to-

talmente adecuada, ya que las entidades bancarias resultan más eficientes cuanto más minimicen los costes en que incurren para lograr ingresos procedentes de diferentes fuentes, o lo que es lo mismo, maximicen sus beneficios. Autores como Luo (2003), Pasiouras (2006) o Fethi, Kenjegalievab y Shabana (2008) adoptaron esta perspectiva argumentando la capacidad de la misma para reflejar las diferentes elecciones estratégicas entre la banca tradicional y la innovadora.

Por último, el enfoque del valor añadido (Berger, Hanweck y Humphrey, 1987) se caracteriza por considerar como outputs del proceso las variables con mayor importancia relativa, es decir, aquellas que tienen una participación más relevante en los balances de las entidades bancarias, con independencia de su situación deudora o acreedora, siempre que contribuyan a generar algún tipo de valor a las mismas. Este enfoque puede considerarse análogo al de producción o prestación de servicios (Avkiran, 2006), ya que mediante el mismo se contempla a las entidades financieras como proveedoras de servicios que generan valor económico. Por este motivo, los depósitos de los clientes se tratan como outputs del proceso porque junto con los créditos concedidos son los responsables de la mayor parte del valor añadido por las entidades. Autores como Pastor, Pérez y Quesada (1997), Grifell-Tatjé y Lovell (1997), Lozano-Vivas, Pastor y Pastor (2002) utilizaron esta perspectiva en sus investigaciones empíricas.

Lógicamente, la variedad de perspectivas que intentan reflejar la complejidad y diversidad de servicios bancarios condiciona la selección de las variables. Así, en la literatura pertinente puede comprobarse la ausencia de unanimidad, por lo que se plantea un debate en relación a las variables que representan los inputs y los outputs de la actividad bancaria (Soteriou y Zenios, 1999; Sathye, 2001). Los diversos enfoques también condicionan la medición de las variables, puesto que pueden realizarse desde las dos dimensiones que caracterizan cualquier proceso productivo, la técnica y la económica (Seasley y Lindley, 1977). Por ejemplo, en el proceso de transformación técnica realizado por las entidades bancarias, los outputs resultantes se pueden plasmar en el número de servicios prestados o la cantidad de intermediaciones. La actividad bancaria también puede analizarse mediante el valor monetario que poseen los servicios o los productos ofrecidos. Resulta más conveniente esta última opción para reflejar la realidad de las actividades, ya que, por ejemplo, dos entidades bancarias pueden poseer el mismo número de depósitos pero el valor monetario global de los mismos puede diferir significativamente.

En el caso del enfoque de producción o de prestación de servicios las variables habitualmente utilizadas como outputs tradicionalmente se han representado a través de su magnitud técnica (Aly *et al.*, 1990; Camanho y Dyson, 2005), como por ejemplo, número de depósitos de clientes, número de créditos concedidos, es decir, el número de cuentas y transacciones. Sin embargo, debido a las dificultades de esta medición o su ausencia, muchos de los estudios clasificados bajo esta pers-



pectiva definen estas variables en términos monetarios (Bergendahal, 1998; Grigorian, 2002). En el enfoque del valor añadido, estrechamente relacionado con el de prestación de servicios, los principales outputs son el importe de los depósitos y de los préstamos, ya que son los responsables de la mayor parte del valor añadido por las entidades bancarias (Berger y Humprey, 1993; Grifell-Tatjé y Lovell, 1997). Los inputs intentan reflejar los costes necesarios para la provisión de servicios, por lo que generalmente se utilizan los costes operativos, laborales y de depreciación necesarios para ofrecer esos servicios (Yeh, 1996). Una de las principales críticas al enfoque productivo es la exclusión de los gastos por intereses del conjunto de inputs (Yue, 1992) debido a su importancia relativa en los gastos totales de las entidades.

Bajo el enfoque de intermediación, los gastos operativos, los gastos por intereses y los depósitos de clientes constituyen los inputs más destacados (Aly *et al.*, 1990; Casu, Girardone y Molyneux, 2004), ya que son imprescindibles para realizar las tareas de intermediación entre oferentes y demandantes de fondos, mientras que los outputs, también expresados en términos monetarios, suelen ser los ingresos por intereses, los créditos concedidos y otros ingresos no procedentes de intereses (Yue, 1992). Las variables utilizadas bajo el enfoque del activo son similares a las de intermediación, aunque generalmente todos los outputs se expresan en términos de stock, es decir, según su relevancia en los balances de las entidades bancarias. Esta circunstancia conlleva una de las mayores críticas al enfoque, al no reflejarse el amplio abanico de productos y servicios ofrecidos (Favero y Papi, 1995).

Por último, en el enfoque del coste de usuario se analiza el beneficio bancario, por lo que tanto los inputs como los outputs se definen por su valor monetario en la cuenta de pérdidas y ganancias, en función del signo que tengan en su contribución a la generación de beneficios. Los gastos de personal, los de administración y los surgidos por la depreciación del inmovilizado se utilizan como inputs (Drake, Hall y Simper, 2008), mientras que los ingresos por intereses y los ingresos por otras actividades bancarias representan los outputs de las diferentes actividades realizadas por las entidades bancarias (Fethi, Kenjegalievab y Shabana, 2008).

De acuerdo con lo anterior, al objeto de analizar los Grupos Estratégicos en el sector bancario español, se suscita la necesidad de reflejar la variedad opciones estratégicas, el amplio abanico de servicios y productos ofrecidos por las entidades bancarias, así como los diferentes compromisos de recursos que éstas realizan. Por ello, a los efectos de la aplicación del modelo propuesto en esta memoria y con el enfoque estratégico de Cool y Schendel (1987), se considera que los enfoques de producción y de valor añadido se adecuan en mayor medida a esta investigación.

Tabla 6.1. Variables para identificar Grupos Estratégicos en el sector bancario

Autores	Variables	
Amel y Rohades (1988)	<b>Cuentas representativas del Balance (% Activo)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Letras del Tesoro</li> <li>- Obligaciones del gobierno local y estatal</li> <li>- Préstamos inmobiliarios</li> <li>- Préstamos a la construcción</li> <li>- Préstamos agrarios</li> <li>- Préstamos a familias</li> <li>- Préstamos multifamilia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Préstamos comerciales e industriales</li> <li>- Créditos individuales</li> <li>- Fondos federales comprados</li> <li>- Depósitos individuales y corporativos</li> <li>- Depósitos gubernamentales</li> <li>- Depósitos del gobierno local y estatal</li> <li>- Cuentas de ahorro y depósito</li> <li>- Depósitos a plazo</li> </ul>
Azofra-Palenzuela <i>et al.</i> (1990)	<b>Rentabilidad y eficiencia</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Margen financiero/Activo total medio</li> <li>- Gastos explotación/Activo total medio</li> <li>- Provisión insolvencias/Inversión crediticia</li> </ul> <b>Estructura y tecnología</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Inmovilizado por oficina</li> <li>- Depósitos por oficina</li> <li>- Empleados por oficina</li> <li>- Productos financieros por empleado</li> </ul> <b>Expansión</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Incremento Inversiones financieras + Riesgo</li> <li>- Incremento acreedores</li> </ul>	<b>Estrategia de negocio</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cartera de valores/Inversión financiera</li> <li>- Acreedores moneda extranjera/Inversión crediticia</li> <li>- Pagarés, efectos y otras cuentas/Acreedores</li> <li>- Posición neta en mercado financiero/Recursos ajenos</li> <li>- Riesgos de firma/Inversión financiera</li> <li>- Comisiones/Productos financieros</li> <li>- Saldo medio de acreedores</li> </ul>
Gual y Hernández (1991)	<b>Activo</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tesorería/Inversiones financieras</li> <li>- Crédito con garantía real/Inversiones financieras</li> <li>- Resto inversiones crediticias/Inversiones financieras</li> <li>- Cartera de valores/Inversiones financieras</li> </ul>	<b>Pasivo</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuentas corrientes en sector privado/Recursos ajenos</li> <li>- Cuentas de ahorro y depósito a plazo en sector privado/Recursos ajenos</li> <li>- Otras cuentas del sector privado/Recursos ajenos</li> </ul>
Espitia, Polo y Salas (1991)	<b>Producto-mercado</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Activo por oficina</li> <li>- Tesorería/Activo total</li> <li>- Crédito comercial/Activo total</li> <li>- Inversión crediticia/Activo total</li> <li>- Crédito comercial/Activo total</li> <li>- Depósitos a la vista/Recursos ajenos</li> </ul>	<b>Ámbito geográfico</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nacional, Regional y Local</li> </ul> <b>Tamaño</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Muy grande, mediano, pequeño y muy pequeño</li> </ul>
Más-Ruiz (1994)	<b>Compromiso de Recursos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Inversión crediticia bruta por empleado</li> </ul> <b>Alcance de negocios</b> <p>Activo</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Créditos personales/Inversiones financieras</li> <li>- Crédito comercial/Inversiones financieras</li> <li>- Crédito con garantía real /Inversiones financieras</li> <li>- Tesorería/Inversiones financieras</li> </ul>	<b>Alcance de negocios</b> <p>Pasivo</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuentas corrientes/Recursos ajenos</li> <li>- Otras cuentas/Recursos ajenos</li> <li>- Cuentas ahorro y depósito/Recursos ajenos</li> <li>- Intermediarios financieros/Pasivo</li> </ul> <p>Tamaño</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Activo por oficina</li> <li>- Segmentación de clientela</li> <li>- Activo total</li> </ul>

Tabla 6.1.(cont.) Variables para identificar Grupos Estratégicos en el sector bancario

Autores	Variables	
Céspedes-Lorente (1996)	<p><b>Control de costes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Gastos explotación/Activo total medio</li> <li>- Gastos amortización/Inmovilizado medio</li> </ul> <p><b>Estructura de negocio y tecnología</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pasivo de negocio tradicional medio/Activo total medio</li> <li>- Inversiones crediticias brutas medias/Pasivo medio del negocio tradicional</li> <li>- Crédito comercial medio/Inversiones crediticias brutas medias</li> <li>- Depósitos medios/Número medio de oficinas</li> <li>- Número medio de empleados/Número medio oficinas</li> <li>- Inmovilizado medio/Número medio de oficinas</li> </ul>	<p><b>Diferenciación</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Negocio extranjero medio/Inversiones crediticias+riesgo de firma medios</li> <li>- Saldo medio venta temporal activos/Depósitos medios</li> <li>- Saldo medio activos financieros netos/Depósitos medios</li> <li>- Rendimiento medio de inversiones crediticias</li> <li>- Costes financieros medios de depósitos</li> <li>- Rendimiento medio de tesorería y valores</li> <li>- Costes financieros medios de intermediarios financieros</li> <li>- Comisiones por servicios/Activo total medio</li> </ul>
Mehra (1996)	<p><b>Recursos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fondos adquiridos/Activos totales</li> <li>- Riesgo sobre patrimonio neto/Activos totales</li> <li>- Crecimiento media activos (5 años)</li> <li>- Provisión pérdida préstamos/Préstamos totales</li> <li>- Préstamos/Activos totales</li> </ul>	<p><b>Variables de mercado</b></p> <p>Ámbito de productos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Préstamos comerciales e industriales/Total préstamos</li> <li>- Préstamos inmobiliarios/Total préstamos</li> <li>- Hipotecas vivienda/Total préstamos</li> <li>- Depósitos temporales/Total depósitos</li> <li>- Depósitos extranjeros/Total depósitos</li> <li>- Ingresos no procedentes de intereses/Ingresos totales</li> </ul> <p>Alcance geográfico</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Depósitos propios en el extranjero/Total depósitos</li> <li>- Diversidad de productos</li> <li>- Ingresos no procedentes de intereses/Total ingresos</li> </ul>
Sueyoshi y Kirihara (1998)	<p><b>Inputs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Número de empleados</li> <li>- Número de oficinas</li> <li>- Activos Totales</li> </ul>	<p><b>Outputs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Beneficio neto</li> </ul>
Serrano-Cinca (1998)	<p><b>Ratios financieros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Inversiones comerciales/Depósitos</li> <li>- Créditos comerciales/Inversiones comerciales</li> <li>- Liquidez/Activo total</li> <li>- Activos fijos/Activo total</li> <li>- Capital propio/Activo total</li> <li>- Ingresos financieros/Activo total</li> <li>- Margen financiero/ Activo total</li> <li>- Margen operativo/ Activo total</li> <li>- Ingresos netos operativos/ Activo total</li> <li>- Beneficio antes de impuestos/ Activo total</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comisiones/Margen operativo</li> <li>- Ingresos operativos/Depósitos</li> <li>- Ingresos netos/Capital propio</li> <li>- Dividendos/Ingresos netos</li> <li>- Gastos totales/Activo total</li> <li>- Gastos operativos/Activo total</li> <li>- Costes financieros de depósitos/Depósitos</li> <li>- Gastos de personal/Gastos operativos</li> <li>- Gastos operativos/Margen operativo</li> <li>- Activo total/Número de empleados</li> </ul>

Tabla 6.1.(cont.) Variables para identificar Grupos Estratégicos en el sector bancario

Autores	Variables	
Hackethal (2001)	<b>Recursos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Costes indirectos/Ingresos operativos totales</li> <li>- Depósitos de clientes/Activos totales</li> <li>- Activos fijos/Activos totales</li> <li>- Dinero prestado a bancos/Pasivo exigible por bancos</li> <li>- Otros fondos/Activos totales</li> <li>- Gastos de personal por empleado</li> </ul>	<b>Variables de mercado</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Crecimiento medio activos</li> <li>- Valor contable del capital/Activo total</li> <li>- Ingresos netos de intereses/Activo productivo</li> <li>- Préstamos a clientes/Activo total</li> <li>- Otros ingresos operativos/ Ingresos netos de intereses</li> <li>- Desviación estándar ROA</li> </ul>
Zúñiga-Vicente <i>et al.</i> (2004)	<b>Activo</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Préstamos comerciales/Inversiones financieras</li> <li>- Cartera de valores/Inversiones financieras</li> <li>- Tesorería/Inversiones financieras</li> </ul>	<b>Cartera productos Pasivo</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuentas de ahorro y depósito/Pasivo exigible</li> <li>- Cuentas corrientes/Pasivo exigible</li> <li>- Otras cuentas/Pasivo exigible</li> </ul> <b>Cartera productos Activo/Pasivo</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Posición neta en mercados financieros/Pasivo total</li> </ul>
Fuentelsaz y Gómez (2006)	<b>Compromiso de recursos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Gastos de personal/Ingresos totales</li> <li>- Insolvencias netas/Ingresos totales</li> <li>- (Pasivo-Patrimonio neto)/Pasivo</li> </ul>	<b>Alcance de negocios</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Créditos/Inversiones financieras</li> <li>- Tesoro público/Inversiones financieras</li> <li>- Portfolio/Inversiones financieras</li> </ul>
Prior y Surroca (2006)	<b>Compromiso de recursos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Gastos depreciación y amortización/Ingresos operativos</li> <li>- Gastos personal/Ingresos operativos</li> <li>- Provisiones pérdida préstamos/Ingresos operativos</li> </ul> <b>Proximidad geográfica</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Suma (Número sucursales en una provincia/Número total de sucursales)</li> </ul>	<b>Alcance de negocios</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Préstamos comerciales/Inversiones financieras</li> <li>- Valores/Inversiones financieras</li> <li>- Activos líquidos/Inversiones financieras</li> <li>- Comisiones de servicios financieros/Actividad financiera</li> <li>- Cuentas de ahorro y depósito sector privado/Pasivo total</li> <li>- Posición neta en el mercado financiero/Pasivo total</li> </ul>
Lin (2007)	<b>Compromiso recursos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Gastos amortización y depreciación/Ingresos operativos</li> <li>- Gastos personal/Ingresos operativos</li> <li>- Provisiones pérdida préstamos/Ingresos operativos</li> </ul> <b>Proximidad geográfica</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Suma (Número sucursales zona/Número total de sucursales del banco)</li> </ul> <b>Tamaño relativo</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Depósitos en banco/Depósitos bancos</li> </ul>	<b>Alcance de negocios</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Créditos a empresas/Créditos totales</li> <li>- Créditos consumo/Créditos totales</li> <li>- Inversiones financieras/Activos financieros totales</li> <li>- Comisiones servicios financieros/Ingresos intereses</li> </ul> <b>Proximidad a clientes</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Suma (Número sucursales en una provincia/Número sucursales zona)</li> </ul>
DeSarbo y Grewal (2008)	<b>Ratios de liquidez</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Activos/Préstamos</li> <li>- Deuda/Capital</li> <li>- Deuda/Activos totales</li> <li>- Gasto intereses/Activos totales</li> </ul>	<b>Cartera de préstamos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Préstamos totales/Inversión total en valores</li> <li>- Préstamos totales/Activos totales</li> </ul> <b>Cartera de depósitos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Inversión total en valores/Depósitos totales</li> <li>- Préstamos totales/Depósitos totales</li> <li>- Deuda/Depósitos totales</li> <li>- Gasto intereses/Depósitos totales</li> </ul>

Tabla 6.1.(cont.) Variables para identificar Grupos Estratégicos en el sector bancario

Autores	Variables	
Garcés-Cano y Duque-Oliva (2008)	<b>Activo</b> - Crédito personal/Inversiones financieras - Crédito comercial/Inversiones financieras - Crédito con garantía real/Inversiones financieras - Tesorería/Inversiones financieras	<b>Pasivo</b> - Cuentas corrientes/Recursos ajenos - Otras cuentas/Recursos ajenos - Cuentas de ahorro y depósito a plazo/Recursos ajenos - Intermediarios financieros / Pasivo <b>Tamaño</b> - Activo total
Halaj y Zochowski (2009)	<b>Adquisición de recursos</b> - Deuda mercado interbancario/Activos totales - Deuda en instituciones financieras extranjeras/Activos totales - Depósitos de particulares/Activos totales - Depósitos corporativos/Activos totales - Depósitos en moneda extranjera del sector no financiero/ Activos totales <b>Estructura de costes</b> - Salarios/Activos totales - Ingresos servicios bancarios/Ingresos actividad bancaria - Costes de personal por empleado	<b>Productos</b> - Préstamos totales/Préstamos Totales - Préstamos a particulares/Préstamos totales - Préstamos a familias/Préstamos totales - Préstamos a empresas/Préstamos totales - Bonos/Activos totales - Préstamos en moneda extranjera/Pasivo en moneda extranjera

### 6.3.3. VARIABLES ESTRATÉGICAS Y MUESTRA ANALIZADA

La identificación de Grupos Estratégicos a través de variables estratégicas representativas del compromiso de recursos y del alcance de los negocios de las entidades bancarias se adapta con facilidad tanto al DEA, que vincula los diferentes productos o servicios con los recursos utilizados para su producción o prestación, como a la búsqueda de afinidades entre las organizaciones analizadas a partir de las variables estratégicas.

La selección de variables para el presente estudio se realiza considerando lo explicado previamente, esto es, los enfoques de producción y de valor añadido de la actividad bancaria, la perspectiva inductiva en la identificación de Grupos Estratégicos y la diferenciación de variables estratégicas según representen recursos comprometidos o alcance de los negocios.

A este respecto, el compromiso de recursos se plasma a través de las siguientes variables:

- **Gastos de personal/Margen bruto (GP)**. Esta variable intenta reflejar la contribución que realizan los recursos humanos a la función productiva bancaria. Representa el coste del capital humano con el que cuentan las entidades bancarias para el ejercicio de su actividad habitual en relación al resultado bruto. El importe de las retribuciones del personal ha sido utilizado en numerosos trabajos, como puede comprobarse en la Tabla 6.1; Hackethal (2001), Fuentelsaz y Gómez (2006), Prior y Surroca (2006), Lin (2007) o Halaj y Zochowski (2009) utilizaron los gastos de personal como input representativo de la actividad bancaria.
- **Gastos de amortización y depreciación/Margen bruto (AI)**. Esta variable pretende recoger el activo fijo utilizado por las entidades bancarias para desarrollar su actividad, esto es, calcula la importancia otorgada a la tecnología, los edificios y el inmovilizado intangible, en relación al resultado bruto u operativo. En este sentido, este importe refleja tanto las estimaciones sobre el uso y la depreciación de los inmovilizados físicos (construcciones, equipos informáticos, mobiliario, etc.) como las de los inmovilizados intangibles (aplicaciones informáticas, investigación y desarrollo, etc.). Céspedes-Lorente (1996), Prior y Surroca (2006) y Lin (2007) utilizaron los gastos de amortización en sus investigaciones empíricas.
- **Otros gastos generales de administración/Margen bruto (OGA)**. Esta variable trata de reflejar el resto de costes de administración, no vinculados a las retribuciones del personal contratado, en los que las entidades financieras incurren en su actividad habitual. Al igual que en las variables previas, el importe de estos gastos se expresa en relación con el resultado bruto. En algunos estudios se tratan conjuntamente los gastos de personal y el resto de costes administrativo como costes de explotación (Azofra-Palenzuela *et al.*, 1990; Céspedes-Lorente, 1996), sin embargo, parece más adecuado diferenciar ambos conceptos, ya que engloban diferentes partidas de gastos para las entidades bancarias.

Por su parte, la variedad de productos y servicios ofrecidos por las entidades bancarias en relación al alcance de sus negocios se representa a través de las siguientes variables.

- **Tesorería/Inversiones financieras (I)**. Esta variable hace referencia al importe de activos líquidos que mantienen las entidades bancarias en relación al total de inversiones o activos de carácter financiero. Con ella se intenta captar el carácter conservador de las entidades bancarias, ya que indica la preferencia de las mismas por mantener unos ratios de liquidez más elevados. En investigaciones como las realizadas por Gual y Hernández (1991), Serrano-Cinca (1998), Más-Ruiz (1994) o Zúñiga-

Vicente, de la Fuente-Sabaté y Suárez-González (2004) se ha utilizado esta variable como representativa de una opción estratégica.

- **Crédito a la clientela/Inversiones financieras (CC).** A través de esta variable se captura el importe de préstamos concedidos a terceros ajenos a la entidad bancaria (siempre que no sean otras entidades de crédito ni operaciones del mercado monetario) en relación al total de inversiones financieras. A través de esta variable se captura uno de los productos con más importancia en la actividad bancaria; la concesión de créditos a los demandantes de fondos, esto es, la banca comercial. Esta variable intenta representar la banca de tipo comercial o actividad tradicional de las entidades, por lo que ha sido considerada en muy distintas investigaciones empíricas, como puede comprobarse en la Tabla 6.1. Sin embargo, dependiendo del país en el que se ubique el sector bancario analizado, se dispone de un mayor detalle sobre los destinatarios de los créditos. Y, aunque, sería deseable que los créditos pudiesen desglosarse en función de los segmentos a los que se concede y su finalidad, esta información no resulta de fácil acceso en las bases de datos actuales de información financiera española.
- **Cartera de valores/Inversión financiera (CV).** Esta variable, que relaciona el conjunto de activos de inversión de cada entidad con el total de inversiones financieras, representa la tendencia de las mismas a la inversión en mercados de capitales. Mediante la misma se refleja la tendencia de las entidades hacia la actividad especulativa donde se pueden obtener mayores beneficios. También en la Tabla 6.1 puede observarse cómo esta variable ha sido utilizada en la mayoría de las investigaciones empíricas (Gual y Hernández, 1991; Fuentelsaz y Gómez, 2006; Lin, 2007).
- **Depósitos en entidades de crédito/Activo total (DECA).** Esta variable relaciona las cantidades prestadas a otras entidades bancarias en relación al activo total, permitiendo así representar la posición acreedora de las entidades bancarias en el mercado interbancario. Generalmente, en las investigaciones realizadas se ha utilizado la posición neta en el mercado interbancario (Azofra-Palenzuela *et al.*, 1990; Más-Ruiz, 1994; Zúñiga-Vicente *et al.*; 2004; Prior y Surroca, 2006; Garcés-Cano y Duque-Oliva, 2008), sin embargo, se ha desglosado la variable en sus dos componentes debido a las características del DEA, que presentan ciertas limi-

taciones en el uso de variables negativas y su transformación en variables positivas altera los resultados de los modelos multiplicativos <sup>1</sup>.

- **Depósitos de entidades de crédito/Pasivo total (DECP)**. Esta variable capta el cociente entre las cantidades prestadas por otros bancos en relación al pasivo total de la propia entidad bancaria. Con ella se pretende reflejar la posición deudora de las entidades bancarias en el mercado interbancario, el cual utiliza como medio alternativo en la captación de fondos.
- **Depósitos de la clientela/Pasivo total (D)**. Esta variable relaciona el cociente de los fondos depositados por los clientes con el pasivo total de cada entidad bancaria. Con ella se pretende reflejar el instrumento tradicional de captación de fondos con que cuentan las entidades, que desde la perspectiva productiva supone uno de los principales productos ofrecidos. En la literatura pertinente esta variable ha sido utilizada en casi todas las investigaciones, como puede comprobarse en la Tabla 6.1, aunque como ocurre con el crédito a la clientela, en función del país, se tiene un mayor detalle de los orígenes concretos de los depósitos, lo que sin duda otorga más profundidad al estudio. Sin embargo, en el caso de España, hasta la fecha, las entidades no detallan esta partida en las bases de datos publicadas.
- **Comisiones percibidas/Ingreso por intereses (CP)**. Esta variable relaciona los ingresos procedentes de actividades de intermediación con los intereses ingresados por los fondos prestados. A través de la misma se intenta representar la actividad bancaria no tradicional, por lo que se ha utilizado en diversas investigaciones empíricas (Céspedes-Lorente, 1996; Mehra, 1996; Hackethal, 2001; Prior y Surroca, 2006; Lin, 2007).

A modo de resumen, en la Tabla 6.2 se muestra las variables consideradas en este trabajo de investigación, así como el detalle de alguno de los conceptos.

En los estudios sobre Grupos Estratégicos en el sector bancario generalmente se utilizan partidas de los estados financieros de las entidades para representar las variables estratégicas. Esta circunstancia se debe a que habitualmente, a excepción de algunas investigaciones como las de Reger y Huff (1993) y Mehra (1996), en este ámbito no se ha adoptado la perspectiva puramente cognitiva, que utiliza las percepciones de los gestores bancarios para intentar conocer sus esquemas mentales acerca de las agrupaciones de tipos estratégico. La utilización de variables

---

<sup>1</sup> Cabe recordar que algunos modelos de DEA permanecen invariables ante transformaciones de las variables originales (Pastor, 1996). Sin embargo, los modelos multiplicativos, utilizados para obtener las variables virtuales, carecen de esta propiedad Portela, Thanassoulis y Simpson, 2004).



contables y financieras obtenidas a través de fuentes secundarias facilita la homogeneidad de los datos empleados en este tipo de estudios, lo que a su vez también permite realizar análisis comparativos en el tiempo.

La identificación empírica de Grupos Estratégicos está condicionada por el enfoque teórico utilizado por los investigadores y por el origen de los datos utilizados. Lógicamente las diferentes perspectivas implican también una variedad de las fuentes de datos que pueden emplearse en la identificación de Grupos Estratégicos. Generalmente, los datos obtenidos de fuentes secundarias suelen utilizarse en los enfoques de la Organización Industrial y la Teoría de Recursos y Capacidades, mientras que las percepciones de los gestores empresariales sobre los atributos estratégicos o los competidores son más frecuentes en el enfoque cognitivo.

**Tabla 6.2. Descripción de las variables estratégicas**

Variable	Descripción
Gastos de personal	Gastos de personal/Margen Bruto
Amortización inmovilizado	Amortización/ B. Margen Bruto
Otros gastos de administración	Gastos de personal/Margen Bruto
Tesorería	Caja y depósitos en bancos centrales/ Margen Bruto
Crédito a la clientela	Crédito a la clientela/ Inversiones financieras*
Cartera de valores	Cartera de valores*/ Inversiones financieras
Depósitos en entidades de crédito	Depósitos en entidades de crédito/ Total Activo
Depósitos de entidades de crédito	Depósitos de entidades de crédito/ Total Pasivo
Depósitos de la clientela	Depósitos de la clientela/ Total Pasivo
Comisiones percibidas	Comisiones percibidas/Intereses y rendimientos asimilados
Inversiones financieras	Caja y depósitos en bancos centrales + Cartera de valores + Inversiones crediticias (Crédito a la clientela + Depósitos en entidades de crédito)
Cartera de valores	Cartera de negociación + Otros activos financieros a valor realizable con cambios en P y G+ Activos financieros disponibles para la venta+ Valores representativos de deuda+ Cartera de inversión a vencimiento+ Participaciones

Sin embargo, los trabajos más recientes que se basan en el enfoque cognitivo también se han utilizado variables reflejadas en fuentes secundarias, como pueden ser los estados financieros de las empresas del sector analizado (Amel y Rhoades, 1988; Prior y Surroca, 2006; Halaj y Zochowki, 2009). En este sentido, en el análisis empírico se asume que las estrategias elegidas por las entidades financieras se reflejan en el balance de situación, por lo que ciertas partidas de las mismas representan las dimensiones o variables estratégicas. La utilización de estas variables se justifica en base a que la estrategia adoptada por los gestores de las empresas se refleja con mayor objetividad en sus balances que en los resultados financieros, ya que muchas de las decisiones de carácter estratégico tienen por espejo los activos y pasivos acumulados a lo largo del tiempo.

En base a lo anterior, las variables obtenidas a partir de los estados financieros de las empresas, como el balance de situación o la cuenta de pérdidas y ganancias, representan elecciones estratégicas significativas, como el abanico de productos o servicios ofrecidos, los clientes objetivo, los riesgos asumidos, etc. Muchas de estas variables requieren expertos y experiencias que suponen inversiones en capital humano y físico que condicionan las operaciones empresariales a largo plazo, generándose barreras de movilidad (Amel y Rhoades, 1988).

Como consecuencia de lo expuesto, las variables utilizadas para la aplicación empírica del modelo propuesto en esta Memoria se han obtenido de los anuarios estadísticos publicados por la Confederación Española de Cajas de Ahorros (CECA), en el caso de las cajas de ahorros, y por la Asociación Española de Banca Privada (AEB), para los bancos de carácter privado. En ambos casos, la publicación de las cuentas financieras está sujeta a la normativa pertinente sobre elaboración de información financiera relativa a entidades de crédito.

Desde el año 2004, la elaboración de información financiera de los bancos privados y cajas de ahorros españoles se realiza de acuerdo a la *"Circular 4/2004, de 22 de diciembre, del Banco de España, a Entidades de Crédito, sobre Normas de información financiera pública y reservada, y modelo de estados financieros"*. Sin embargo, en de diciembre de 2008 entró en vigor la *"Circular 6/2008, de 26 de noviembre, del Banco de España, a entidades de crédito, de modificación de la Circular 4/2004, de 22 de diciembre, sobre normas de información financiera pública y reservada, y modelos de estados financieros"*. Mediante esta última normativa se introdujo una reclasificación de la información presentada en los estados financieros de las entidades de crédito.

A causa de lo anterior, para realizar comparaciones durante la vigencia de ambas normativas se precisa homogeneizar los mismos o utilizar de variables *proxy*. Las bases de datos disponibles recogen los estados financieros de las entidades de acuerdo con la normativa vigente en cada año, pero sin realizar una reclasificación

que permita una comparación homogénea de las cuentas relativas a ambos periodos, esto es, antes y después de la entrada en vigor de cada normativa. Considerando esta circunstancia, en la aplicación empírica de la propuesta realizada en este trabajo, se utiliza la información relativa al año 2008, elaborada según los principios establecidos en la última normativa vigente.

Durante el año 2008 en España operaban 155 bancos, de los cuales 89 eran sucursales extranjeras, por lo que en la muestra inicial se consideran 66 bancos calificados oficialmente como nacionales. Sin embargo, la ausencia de datos relativos a las variables seleccionadas obliga a excluir 15 de estos últimos bancos. Además es preciso identificar y eliminar las posibles observaciones de carácter extremo. A este respecto, cabe recordar que la primera etapa del modelo propuesto en el quinto Capítulo se basa en la aplicación del DEA, que determina la eficiencia relativa en función de los datos reales, por lo que resulta necesario eliminar aquellas observaciones excesivamente alejadas del resto para homogeneizar la muestra. De esta forma también se consigue eliminar aquellos bancos que puedan distorsionar el análisis de los Grupos Estratégicos.

Como ya se analizó, el DEA requiere la homogeneidad tecnológica de las organizaciones o empresas que conforman la muestra de estudio. Por este motivo, los bancos deben ser lo más similares posibles en relación a la función productiva, a los recursos que utilizan y a los productos y servicios que ofrecen. Además, al tratarse de una técnica de frontera, se debe evitar que observaciones excesivamente extremas conformen la frontera eficiente, ya que las ineficientes establecerían su tasa de eficiencia y su sistema de ponderaciones en base a unos objetivos que difícilmente podrían alcanzar en la realidad. Por este motivo, como paso previo a la obtención de las ponderaciones virtuales, se intenta dotar de uniformidad a la muestra analizada mediante dos procedimientos que conllevan una nueva reducción de la muestra de entidades objeto de estudio.

Por tanto, con el objetivo de conseguir que las entidades analizadas sean lo más homogéneas posibles en relación a su presencia en territorial, se prescindir de los bancos con menor presencia geográfica. Para realizar este procedimiento, se utiliza el índice de concentración geográfica de Herfindahl- Hirschman, que se calcula como:

$$HH = \sum_{j=1}^n \left( \frac{S_{ij}}{S_i} \right)^2$$

$S_{ij}$  = número de sucursales de la entidad  $i$  en la provincia  $j$

$S_i$  = número total de sucursales de la entidad  $i$

El índice de Herfindal- Hirschman se enmarca en el intervalo  $[0, 1]$  y se calcula su inversa para que su interpretación sea más clara, de forma que cuanto más se aproxime su valor a 1, mayor será la presencia geográfica de la entidad en el territorio español. En este sentido, buscando la homogeneidad de las entidades analizadas, se eliminan aquellas con un índice nulo, al objeto de evitar considerar aquellos bancos que se alejen de la tónica general del sector en lo que a presencia geográfica se refiere. Como resultado de este proceso se excluyen 11 bancos de la muestra inicial.

A continuación, para evitar que la frontera se configure a partir de entidades bancarias con características excesivamente extremas que dificulten la imitación por parte del resto, se intenta construir una frontera razonable (Prior y Surroca, 2004). De ahí que, como paso previo a la obtención de las puntuaciones de eficiencia y variables virtuales definitivas, se aplica un proceso iterativo donde se eliminan las entidades excesivamente influyentes y los *outliers*. Para ello, los pasos a seguir son los siguientes:

1. Se calculan las puntuaciones de súper-eficiencia (Andersen y Petersen, 1993) con orientación output para todos los bancos.
2. De entre todos los eficientes, se elimina la entidad con una menor tasa de súper-eficiencia, ya que resulta alcanzable por un menor número de entidades de la muestra.
3. Se calcula de nuevo la tasa de súper-eficiencia para toda la muestra pero sin considerar el banco eliminado en el paso anterior.
4. Se aplica el test no paramétrico de Wilcoxon a las muestras obtenidas en los pasos 1 y 3, para contrastar si hay una variación significativa entre ambas distribuciones de súper-eficiencia.
5. Si no se puede contrastar la diferencia significativa entre ambas muestras, la entidad eliminada no se considera excesivamente influyente o *outlier*, por lo que no se elimina de la muestra y se concluye el proceso. En caso contrario, el banco se excluye definitivamente de la muestra y se repite este procedimiento de forma iterativa con todas las entidades hasta que no pueda rechazarse la igualdad entre las muestras.

Mediante el procedimiento anterior se excluyen 7 bancos (Banco de Crédito Local de España; Banco Popular-e; Dexia Sabadell; Banco Santander; Deutsche Bank Credit; Privat Bank; Deutsche Bank S.A.E.), por lo que la muestra final se conforma de 33 bancos.

Cabe mencionar que esta muestra respeta la relación recomendable entre el número de variables y el número entidades analizadas para que el DEA tenga mayor poder discriminatorio. En este sentido, Golany y Roll (1989) recomendaron que las organizaciones sean al menos el doble que el total de variables, mientras

que Friedman y Sinuany-Stern (1998) aconsejaron que el número de organizaciones triplique la suma total de inputs y outputs considerados. Más recientemente, Dyson *et al.* (2001) indicaron que el total de organizaciones debe ser al menos el doble del producto del número de inputs y de outputs utilizados en el modelo.

En el caso de las cajas de ahorros, durante el año 2008 operaban en España 45 cajas para las que se dispone de todos los datos relativos a las variables seleccionadas y explicadas con anterioridad. De forma análoga a los bancos, se intenta que la muestra analizada sea lo más homogénea posible, por lo que se aplican los mismos procedimientos expuestos previamente. Así, en primer lugar se calcula el índice de concentración geográfica de Herfindahl-Hirschman, que conlleva la exclusión de la Caja de Ahorros de Ponllega, ya que su expansión territorial resulta completamente nula.

También se intenta configurar una frontera razonable, que permita eliminar las cajas de ahorros que constituyan observaciones extremas o excesivamente influyentes, por lo que se aplica el mismo proceso iterativo que en el caso de los bancos. Como resultado, se excluyen de la muestra ocho entidades (Caja Provincial de Ahorros de Jaén; Caja de Ahorros y M. P. de Segovia; M. P. y Caja General de Ahorros de Badajoz; Caja de Ahorros y M. P. de Zaragoza, Aragón y Rioja; Caja de Ahorros y M.P. de Ontinyent T, Caja de Ahorros de Vigo, Ourense y Pontevedra; Caja de Ahorros del Mediterráneo; Caja de Ahorros de Santander y Cantabria). Esta muestra, conformada por 36 cajas de ahorros, también respeta las recomendaciones en cuanto a la relación entre el número de variables consideradas y el de organizaciones analizadas.

## 6.4. APLICACIÓN EMPÍRICA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Tras la descripción de las variables representativas de las opciones estratégicas y las muestras de bancos y cajas de ahorros objeto de estudio, se procede a aplicar el modelo propuesto en el quinto Capítulo para analizar los Grupos Estratégicos del sector bancario español. Cabe recordar que el procedimiento consta de dos fases diferenciadas: en la primera, se pretenden obtener las variables virtuales indicativas de las opciones estratégicas mediante la aplicación del DEA y, en la segunda fase, las variables anteriores se utilizan para analizar las agrupaciones homogéneas mediante el uso de las técnicas vinculadas a la Teoría de Afinidades. Por este motivo, los resultados obtenidos se analizan y discuten de forma detallada para cada paso del proceso.

### 6.4.1. APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

El DEA consigue introducir causalidad entre las variables estratégicas, relacionando los recursos comprometidos con el alcance de los negocios, en este caso, de los bancos y cajas de ahorros objeto de análisis. Mediante su uso se obtienen las variables virtuales representativas de las diferentes opciones estratégicas. No obstante, como se ha explicado en el cuarto Capítulo, conviene solventar una serie de inconvenientes, por lo que para proceder a la aplicación del DEA deben tenerse en consideración los pasos del modelo propuesto en el quinto Capítulo.

#### 6.4.1.1. Bancos y cajas de ahorros eficientes e ineficientes

El primer paso de la metodología propuesta consiste en aplicar el Modelo 4.3, multiplicativo con rendimientos de escala constantes y orientación output, que permite determinar las tasas de eficiencia de las entidades para diferenciar entre eficientes e ineficientes. Las características del sector y la literatura pertinente en el tópico sugieren la elección de la orientación output.

Aunque mediante el procedimiento de detección de *outliers* y entidades excesivamente influyentes ya se distingue entre ambos tipos, en esta sección se especifican, por un lado, las tasas de eficiencia de los bancos, y por otro, las de las cajas de ahorros. En la Tabla 6.3 y en la Tabla 6.4 se muestran las tasas de eficiencia de los bancos y de las cajas, respectivamente.

Como puede observarse, en la Tabla 6.3, relativa a los bancos, 19 de éstos resultan eficientes, mientras que el resto, al obtener una tasa de eficiencia mayor que 1, son ineficientes. La tasa de ineficiencia promedio se sitúa en torno al 17% y, excepto en el caso del Banco Gallego, cuya ineficiencia supera el 200%, para el resto de bancos es inferior al 70%. Las tasas de eficiencia se interpretan como in-

crementos radiales de los outputs para conseguir proyectarse en la frontera eficiente manteniendo su nivel de inputs, por lo que la tasa de eficiencia promedio indica que los bancos deberían aumentar de media un 17% sus outputs estratégicos (si sólo se tienen en cuenta las entidades ineficientes, esta tasa asciende al 40%).

Por su parte, en el caso de las cajas de ahorros, en la Tabla 6.4 cabe observar como 24 de éstas resultan eficientes puesto que su tasa es igual a 1, mientras que el resto, 12 cajas concretamente, son ineficientes. La mayor tasa de ineficiencia es inferior al 74% y la ineficiencia promedio no supera el 10%, por lo que por término medio, las cajas de ahorros analizadas debería aumentar sus outputs estratégicos en esta cantidad (si sólo se tienen en cuenta las ineficientes, esta tasa asciende al 17%).

Con los datos anteriores cabe destacar que, comparativamente, las cajas de ahorros resultan más eficientes en términos relativos que los bancos.

Además, mediante el Modelo 4.3 se asignan las ponderaciones a las variables incluidas para representar el compromiso de recursos y el alcance de los negocios. En este sentido, en la Tabla 6.5 se muestran las variables virtuales de los bancos, resultantes de multiplicar cada input  $i$  y output  $r$  por su respectivas ponderaciones  $v_i$  y  $\mu_r$ .

Asimismo, en la Tabla 6.6 se reflejan las variables virtuales de las cajas de ahorros. Como se utiliza un modelo con orientación output, los outputs virtuales de todas las entidades, sean eficientes o ineficientes, suman 1, debido a la restricción de normalización incluida en este modelo. Sin embargo, en el caso de los inputs virtuales, sólo se cumple para los bancos eficientes. De ahí que, al objeto de facilitar la comparación, los inputs virtuales de las entidades ineficientes se normalizan dividiendo cada uno entre la tasa de eficiencia de cada entidad.

También cabe poner de manifiesto que, tanto en el caso de los bancos como en el de las cajas de ahorros, algunas variables virtuales toman valores nulos como consecuencia de la total flexibilidad de las ponderaciones. Obviamente, esta circunstancia implica que el valor mínimo de las variables virtuales es 0, mientras que el máximo llega a alcanzar 1 para algunas entidades, que ponderan únicamente un input o un output.

En base a lo anterior, en la Tabla 6.5 y en la Tabla 6.6 se observa que para ninguno de los bancos y cajas de ahorros analizados se considera la totalidad de los inputs y de los outputs en el proceso de ponderación. Cabe recordar que esta circunstancia tiene causas diferentes dependiendo de si se trata de entidades eficientes o ineficientes: en el caso de las primeras, puede deberse a que no se sitúan en facetas de dimensión completa (FDEF) o que se selecciona una combinación de ponderaciones con algunas nulas, mientras que para las segundas la ausencia de ponderaciones implica holguras positivas.

Todos los bancos y cajas de ahorro eficientes lo son totalmente, esto es, se ubican en el conjunto de eficientes de tipo  $E$ , ya que resultan eficientes mediante el modelo de súper-eficiencia de rendimientos constantes (Andersen y Petersen, 1996) utilizado en la fase de identificación de *outliers* y entidades excesivamente influyentes, por lo que se concluye que todas las entidades de este tipo son de eficiencia extrema o de tipo  $E$  (Thrall, 1996) y, por tanto, ninguna posee holguras en sus variables. Sin embargo, en el caso de los bancos y cajas de ahorros ineficientes las variables virtuales nulas se vinculan con la existencia de holguras, como se ha explicado en el cuarto Capítulo de esta Memoria. Aunque no se muestra este tipo de información en las tablas adjuntas para evitar una sobrecarga de datos, al resolver el Modelo 4.3 se confirma que para cada input  $i$  y output  $r$  que tiene asignada una ponderación nula, su respectiva holgura  $s_i^-$  o  $s_r^+$  es positiva.



Tabla 6.3. Tasas de eficiencia iniciales de los bancos (sin restricciones)

BANCOS	Tasas de eficiencia
BANCO BILBAO VIZCAYA ARGENTARIA	1,0000
BANCO ESPAÑOL DE CRÉDITO	1,0000
BANCO SABADELL	1,2278
BANCO POPULAR ESPAÑOL	1,0000
BANKINTER	1,0569
BARCLAYS BANK	1,6909
BANCO PASTOR	1,0000
BANCO DE VALENCIA	1,0000
BANCO DE ANDALUCÍA	1,0000
BANCO GUIPUZCOANO	1,0632
BANCA MARCH	1,3747
BANCO GALLEGO	2,1096
BANCO BANIF	1,0000
GENERAL ELECTRIC CAPITAL BANK	1,0000
RBC DEXIA INVESTOR SERVICES ESPAÑA	1,0000
BANCO CAIXA GERAL	1,3022
CITIBANK ESPAÑA	1,0000
BANCO URQUIJO SABADELL BANCA PRIVADA	1,3966
POPULAR BANCA PRIVADA	1,0000
FINANZIA, BANCO DE CRÉDITO	1,0000
BANKOA	1,2425
BANCO DE MADRID	1,6830
BANCA PUEYO	1,0000
BANCO INVERISIS	1,0000
BANCO DE FINANZAS E INVERSIONES, (FIBANC)	1,0000
BANCO DE LA PEQUEÑA Y MEDIANA EMPRESA	1,7662
UBS BANK	1,1358
ALTAE BANCO	1,1627
BANCO ETCHEVERRÍA	1,0000
BANCO HALIFAX HISPANIA	1,0000
BANCOFAR	1,0000
BANCO FINANTIA SOFINLOC	1,4129
BNP PARIBAS ESPAÑA	1,0000
Media	1,1704
Desv. Est.	0,2809

**Tabla 6.4. Tasas de eficiencia iniciales de las cajas de ahorros (sin restricciones)**

<b>CAJAS DE AHORROS</b>	<b>Tasas de eficiencia</b>
C.A. y M.P. de ÁVILA	1,0000
C.E. i Pensions de BARCELONA - La Caixa	1,0000
C.E. de CATALUNYA	1,0000
BILBAO BIZKAIA KUTXA	1,0000
C.A. y M.P. del C.C.O. de BURGOS	1,0000
C.A. Municipal de BURGOS	1,0000
C.A. y M.P. de EXTREMADURA	1,0000
C.A. y M.P. de CÓRDOBA. CajaSur	1,2348
C.A. de GALICIA	1,4563
C.A. de CASTILLA LA MANCHA	1,0724
C.E. de GIRONA	1,0000
C. General de A. de GRANADA	1,7366
C.A. Provincial de GUADALAJARA	1,0000
CAJA ESPAÑA de Inversiones, C.A. y M.P.	1,0000
C.A. de LA RIOJA	1,0000
C.A. y M.P. de MADRID	1,0000
UNICAJA	1,1872
C.E. Comarcal de MANLLEU	1,0000
C.E. de MANRESA	1,0000
C.E. LAIETANA	1,0000
C.A. de MURCIA	1,0000
C.A. de ASTURIAS -Cajastur	1,0000
C.A. y M.P. de las BALEARES	1,0000
C. Insular de A. de CANARIAS	1,0000
C.A. Y M. P. de NAVARRA	1,0554
C.E. de SABADELL	1,3983
C.A. de SALAMANCA y SORIA - Caja Duero	1,0000
C.A. y M.P. de GIPÚZKOA y SAN SEBASTIÁN	1,2278
C. General de A. de CANARIAS	1,0000
M. P Y CAJA A.SAN FERNANDO de HUELVA, JEREZ Y SEVILLA	1,3579
C.E. de TARRAGONA	1,0000
C.E. de TERRASSA	1,3133
C.A. de VALENCIA, CASTELLÓN y ALICANTE - Bancaja	1,0000
C.E. del PENEDÉS	1,1341
C.A. de VITORIA y ÁLAVA	1,0000
C.A. de la INMACULADA DE ARAGÓN	1,0967
Media	1,0909
Desv. Est.	0,1704

Tabla 6.5. Variables virtuales iniciales de los bancos (sin restricciones) (\*)

	GP	AI	OG	T	CC	C	D	DECA	DECP	CP
<b>BBVA</b>	0,1056	0,8944	0,0000	0,0685	0,2609	0,6290	0,0000	0,0000	0,0417	0,0000
<b>BANESTO</b>	0,0000	0,3104	0,6896	0,2284	0,0342	0,3713	0,0000	0,0828	0,2833	0,0000
B. SABADELL	1,0000	0,0000	0,0000	0,2911	0,5472	0,1617	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>B. POPULAR</b>	0,4391	0,4168	0,1441	0,1542	0,0000	0,3240	0,3574	0,0000	0,1644	0,0000
BANKINTER	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4995	0,5005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BARCLAYS B.	0,0000	0,0599	0,9401	0,0256	0,0000	0,0000	0,9744	0,0000	0,0000	0,0000
<b>B. PASTOR</b>	0,0000	0,0000	1,0000	0,2315	0,6847	0,0000	0,0000	0,0838	0,0000	0,0000
<b>B. VALENCIA</b>	0,0000	0,5458	0,4542	0,0000	0,6451	0,2505	0,0000	0,0000	0,1044	0,0000
<b>B. ANDALUCÍA</b>	0,0000	0,4461	0,5539	0,0000	0,0000	0,0612	0,5616	0,1238	0,1634	0,0900
B. GUIPUZCOANO	1,0000	0,0000	0,0000	0,3076	0,2119	0,4805	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
B. MARCH	0,0000	0,0633	0,9367	0,0197	0,0000	0,0000	0,9803	0,0000	0,0000	0,0000
B. GALLEGO	0,8634	0,0000	0,1366	0,1604	0,0000	0,1444	0,4894	0,0000	0,2059	0,0000
<b>B. BANIF</b>	0,2198	0,6101	0,1701	0,0524	0,0000	0,1118	0,1203	0,0000	0,4150	0,3006
<b>GEN. ELEC. C. B.</b>	0,0000	0,7178	0,2822	0,0000	0,4886	0,2845	0,2190	0,0079	0,0000	0,0000
<b>RBC DEXIA</b>	0,0755	0,3325	0,5920	0,0000	0,0000	0,0000	0,3398	0,6505	0,0097	0,0000
B. CAIXA GERAL	0,0000	0,1264	0,8736	0,0610	0,3018	0,0000	0,0000	0,1442	0,4930	0,0000
<b>CITIBANK</b>	0,0000	0,3950	0,6050	0,1783	0,0000	0,0768	0,0000	0,5361	0,2087	0,0000
B. URQUIJO S.	0,4595	0,0000	0,5405	0,0718	0,0000	0,0000	0,4949	0,2675	0,0073	0,1585
<b>POPULAR B. P.</b>	0,0000	0,2531	0,7469	0,0349	0,0140	0,0000	0,0000	0,9060	0,0451	0,0000
<b>FINANZIA B.</b>	0,0000	1,0000	0,0000	0,0001	0,3241	0,0700	0,0000	0,0000	0,5525	0,0533
BANKOIA	0,0000	0,3073	0,6927	0,1708	0,2914	0,0839	0,0000	0,0000	0,4022	0,0517
B. MADRID	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1529	0,0949	0,5788	0,1061	0,0000	0,0672
<b>B. PUEYO</b>	0,1511	0,6679	0,1810	0,2062	0,0000	0,1873	0,4929	0,1136	0,0000	0,0000
<b>B. INVERSIS</b>	0,2727	0,7273	0,0000	0,0352	0,0000	0,3214	0,1682	0,0000	0,0000	0,4752
<b>FIBANC</b>	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6203	0,1323	0,0000	0,0136	0,2338
B. PY ME	1,0000	0,0000	0,0000	0,5520	0,0000	0,3147	0,0689	0,0512	0,0000	0,0132
UBS BANK	0,0000	0,3842	0,6158	0,0982	0,0000	0,0000	0,0000	0,4721	0,2171	0,2126
ALTAE B.	0,0912	0,0000	0,9088	0,0903	0,0000	0,0000	0,0000	0,7634	0,0000	0,1463
<b>B. ETCHEVERRÍA</b>	0,0000	0,9478	0,0522	0,5923	0,3370	0,0705	0,0000	0,0000	0,0003	0,0000
<b>B. HALIFAX</b>	0,4827	0,2428	0,2745	0,2167	0,0280	0,0003	0,0000	0,0000	0,7550	0,0000
<b>BANCOFAR</b>	0,5233	0,2159	0,2608	0,1084	0,0405	0,0009	0,0000	0,0000	0,8502	0,0000
B. FINANZIA S.	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>BNP PARIBAS</b>	0,1171	0,8829	0,0000	0,0957	0,2273	0,1488	0,0000	0,0000	0,0740	0,4542
Media	0,2970	0,3499	0,3531	0,1228	0,1542	0,1609	0,2115	0,1306	0,1517	0,0684
Desv. Est.	0,3925	0,3432	0,3526	0,1481	0,2146	0,1895	0,3147	0,2451	0,2307	0,1290

(\*) Detalle y significado de las variables descrito en la sección 6.3.3. En negrita los bancos eficientes.

Tabla 6.6. Variables virtuales iniciales de las cajas de ahorros (sin restricciones) (\*)

	GP	AI	OG	T	CC	C	D	DECA	DECP	CP
C. ÁVILA	0,5409	0,4504	0,0087	0,0000	0,0000	0,0000	0,7123	0,0000	0,2877	0,0000
LA CAIXA	0,5842	0,0000	0,4158	0,9129	0,0000	0,0000	0,0000	0,0871	0,0000	0,0000
C. CATALUNYA	0,8528	0,0000	0,1472	0,6622	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3378
BILBAO B. K.	0,4095	0,5905	0,0000	0,0000	0,0000	0,4518	0,0000	0,0897	0,0000	0,4585
C. C.C. BURGOS	0,8421	0,0000	0,1579	0,0000	0,0000	0,0000	0,9140	0,0860	0,0000	0,0000
C. M. BURGOS	0,1983	0,8017	0,0000	0,0000	0,0000	0,8849	0,0000	0,1151	0,0000	0,0000
C. EXTREMADURA	0,8821	0,0000	0,1179	0,0000	0,0000	0,1346	0,3310	0,0000	0,0000	0,5344
CAJASUR	0,0000	0,9932	0,0068	0,4795	0,0000	0,0133	0,0054	0,2004	0,3013	0,0000
C. GALICIA	0,8306	0,1694	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6366	0,3634
C. LA MANCHA	0,0000	1,0000	0,0000	0,2761	0,0000	0,5350	0,0000	0,0000	0,1889	0,0000
C. GIRONA	0,9404	0,0000	0,0596	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8374	0,1626	0,0000
C. GRANADA	0,7623	0,0000	0,2377	0,1336	0,8664	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C. GUADALAJARA	0,7415	0,0000	0,2585	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C. ESPAÑA	0,9380	0,0000	0,0620	0,7967	0,0000	0,1031	0,0000	0,0000	0,1002	0,0000
C. LA RIOJA	0,9461	0,0000	0,0539	0,7927	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2073	0,0000
C. MADRID	0,7336	0,2664	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4586	0,5414	0,0000
UNICAJA	0,7271	0,2729	0,0000	0,0000	0,6964	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3036
C. MANLLEU	0,5984	0,0000	0,4016	0,0000	0,9774	0,0000	0,0000	0,0226	0,0000	0,0000
C. MANRESA	0,5032	0,0000	0,4968	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000
C. LAIETANA	0,4366	0,0000	0,5634	0,0000	0,0840	0,0000	0,0000	0,0000	0,9160	0,0000
C. MURCIA	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4565	0,2374	0,3061
CAJASTUR	0,9613	0,0000	0,0387	0,8345	0,0000	0,1655	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C. BALEARES	0,6378	0,3049	0,0573	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000
C. I. CANARIAS	0,9828	0,0000	0,0172	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000
C. NAVARRA	0,7875	0,0000	0,2125	0,0000	0,0000	0,0722	0,0000	0,9278	0,0000	0,0000
C. SABADELL	0,7582	0,0000	0,2418	0,0000	0,0000	0,0000	0,5305	0,0000	0,4695	0,0000
C. DUERO	0,6002	0,3819	0,0179	0,0000	0,0000	0,1063	0,0000	0,4363	0,4574	0,0000
C. GIPÚZKOA	0,9534	0,0000	0,0466	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000
C. G. CANARIAS	0,6078	0,0000	0,3922	0,3649	0,0000	0,0000	0,0000	0,0284	0,0021	0,6045
C. S. FERNANDO	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,2398	0,0000	0,7602
C. TARRAGONA	0,4046	0,4937	0,1017	0,0639	0,0000	0,1692	0,0000	0,0000	0,7669	0,0000
C. TERRASSA	0,5816	0,0342	0,3842	0,0000	0,0000	0,0000	0,8339	0,1661	0,0000	0,0000
BANCAJA	0,9849	0,0151	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000
C. PENEDES	0,5979	0,0000	0,4021	0,3298	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6702	0,0000
C. VITORIA	0,7276	0,0000	0,2724	0,0000	0,7111	0,0000	0,0000	0,1368	0,0000	0,1521
C. INMACULADA	0,4644	0,4651	0,0705	0,0000	0,7601	0,0000	0,0000	0,2399	0,0000	0,0000
Media	0,6533	0,2011	0,1456	0,1569	0,1138	0,0732	0,1202	0,1258	0,2485	0,1617
Desv. Est.	0,2801	0,3207	0,1684	0,2886	0,2836	0,1838	0,2883	0,2293	0,3434	0,2905

(\*) Detalle y significado de las variables descrito en la sección 6.3.3. En negrita los bancos eficientes.

#### 6.4.1.2. Selección de ponderaciones óptimas de los bancos y cajas de ahorro de eficiencia extrema

Como se expuso en la sección anterior, todos los bancos y cajas de ahorros que resultan eficientes en el paso previo son de tipo  $E$  y, además, linealmente independientes. Por tanto, se necesita seleccionar el conjunto de ponderaciones óptimas asociadas a sus variables, ya que según se ha explicado en la el cuarto Capítulo de esta Memoria, su ubicación en los vértices de la frontera eficiente implica la multiplicidad de ponderaciones óptimas. La selección de las ponderaciones óptimas asociados a las variables de los bancos y cajas de ahorro de eficiencia extrema <sup>2</sup> se realiza aplicando el planteamiento de Cooper, Ruiz y Sirvent (2007), según se ha expuesto en el quinto Capítulo de la presente Memoria.

A este respecto, en la Tabla 6.7 y en la Tabla 6.8 se muestran, respectivamente, las variables virtuales obtenidas para los bancos y las cajas de ahorro eficientes, detallándose las resultantes al aplicar el primer paso de su propuesta (1), aplicando el Modelo 4.17, que selecciona las ponderaciones asociadas a las facetas de mayor dimensión y, por tanto, con más apoyo del resto de eficientes; y el segundo paso (2), mediante Modelo 4.18, que maximiza las variables virtuales de cada banco y caja de ahorros de eficiencia extrema.

En las tablas anteriores se comprueba al aplicar el Modelo 4.17 en el primer paso (1), algunas de las variables virtuales continúan siendo nulas como consecuencia de la asignación de ponderaciones no positivas. Sin embargo, mediante el Modelo 4.18 que constituye el segundo paso (2), todas las variables virtuales son positivas debido a que se maximiza su contribución a las respectivas tasas de eficiencia de cada banco y caja de ahorros evaluado.

Como puede advertirse en la Tabla 6.7, las variables virtuales consideradas como definitivas (2) e indicativas de las opciones estratégicas de los bancos de eficiencia extrema, son todas no nulas y, excepto en el caso de General Electric Capital Bank, cuyos inputs y outputs virtuales resultan extremas al concentrarse casi únicamente en una variable de cada tipo, reflejan la totalidad de las actividades realizadas por los bancos. Al igual que para los bancos, la totalidad de las variables virtuales de las cajas de ahorros también son positivas, según puede observarse en la

---

<sup>2</sup> La selección del conjunto de ponderaciones óptimo sólo se realiza para los bancos y cajas de eficiencia extrema porque para los ineficientes existe una única combinación, ya que se cumple que  $|m+s| = |RE| + 1 + |s_r^-| + |s_r^+|$ , siendo  $|RE|$  el número de referentes de la frontera y  $|s_r^-|$  y  $|s_r^+|$  el número de holguras de inputs y outputs, respectivamente, positivas (Sueyoshi, 1999).

Tabla 6.8. Por tanto, mediante este procedimiento, además de seleccionar las ponderaciones óptimas de las entidades de eficiencia extrema, se consigue que éstas sean positivas para todos los bancos de este tipo.

Aunque no se presenta en ninguna de estas tablas, cabe destacar que en la muestra de los bancos se conforma una faceta de dimensión completa (FDEF), ya que para 9 de éstos se obtiene que la función objetivo del Modelo 4.17 cumple que  $|E| + (m+s-1) = 19 + (3+7-1) = 9$ . El sistema de ponderaciones óptimas de estos bancos es el mejor posible porque se alcanza la máxima dimensionalidad según el conjunto de inputs y outputs. Además, la faceta que contribuyen a expandir está formada por  $(m+s-1)$  bancos de eficiencia extrema. Así mismo, también cabe mencionar que aunque en el primer paso (1) algunos bancos obtienen variables virtuales nulas (esto no implica que las holguras asociadas a cada una de esas variables sean positivas, sino que esas entidades se sitúan en facetas de la frontera que no son de dimensión completa, en las que no se consideran la totalidad de las variables).

No obstante, en el caso de las cajas de ahorros, no existe ninguna faceta de dimensión completa, lo cual, además de mediante el la función objetivo del Modelo 4.17 que para todas en inferior  $|E| + (m+s-1) = 24 + (3+7-1) = 15$ , también puede comprobarse observando las ponderaciones y, por tanto, las variables virtuales. En la Tabla 6.8 se indica que para ninguna de las cajas de ahorros de eficiencia extrema se obtiene la totalidad de las variables virtuales positivas mediante el modelo anterior, esto es, mediante el paso (1).

Los resultados anteriores ponen de manifiesto que mediante este procedimiento se selecciona uno de los múltiples conjuntos de ponderaciones óptimas para las entidades de tipo  $E$ , sin restringirlas en exceso y sin modificar la frontera eficiente original, que sigue estando formada por el mismo número de bancos, en la primera muestra, y cajas de ahorros, en la segunda, que al inicio. De este modo se evita la exclusión de facetas sin dimensión completa, que también aportan información relevante en el análisis de las opciones estratégicas.

Tabla 6.7. Variables virtuales de los bancos de eficiencia extrema (\*)

		GP	AI	OGA	T	CC	C	D	DECA	DECP	CP
<b>BBVA</b>	1	0,1371	0,5112	0,3517	0,0718	0,1591	0,4427	0,0441	0,1769	0,0516	0,0538
	2	0,1371	0,5112	0,3517	0,0718	0,1591	0,4427	0,0441	0,1769	0,0516	0,0538
BANESTO	1	0,2593	0,0970	0,6437	0,1075	0,0691	0,3719	0,0000	0,3316	0,0000	0,1199
	2	0,2741	0,1016	0,6242	0,1407	0,0143	0,3808	0,0143	0,3219	0,0143	0,1136
<b>B. POPULAR</b>	1	0,1126	0,5904	0,2970	0,1626	0,2090	0,2408	0,0599	0,2038	0,0608	0,0630
	2	0,1126	0,5904	0,2970	0,1626	0,2090	0,2408	0,0599	0,2038	0,0608	0,0630
B. PASTOR	1	0,1905	0,0257	0,7838	0,1254	0,4409	0,0050	0,1796	0,0000	0,0000	0,2491
	2	0,2557	0,1500	0,5943	0,1506	0,5416	0,0881	0,0019	0,0019	0,0019	0,2140
B. VALENCIA	1	0,0000	0,3525	0,6475	0,0033	0,5816	0,2236	0,0000	0,0045	0,1369	0,0501
	2	0,0031	0,3516	0,6453	0,0031	0,5788	0,2238	0,0031	0,0045	0,1369	0,0498
<b>B. ANDA-LUCÍA</b>	1	0,1258	0,4369	0,4373	0,1717	0,3211	0,0671	0,0845	0,1760	0,0940	0,0856
	2	0,1258	0,4369	0,4373	0,1717	0,3211	0,0671	0,0845	0,1760	0,0940	0,0856
<b>B. BANIF</b>	1	0,0935	0,5598	0,3467	0,0545	0,1230	0,0857	0,0279	0,3625	0,1858	0,1605
	2	0,0935	0,5598	0,3467	0,0545	0,1230	0,0857	0,0279	0,3625	0,1858	0,1605
GEN. ELEC. C. B.	1	0,0000	0,8850	0,1150	0,0541	0,5540	0,3760	0,0000	0,0033	0,0001	0,0125
	2	0,0003	0,9995	0,0003	0,0415	0,0003	0,0003	0,9572	0,0003	0,0003	0,0003
RBC DEXIA	1	0,7962	0,0000	0,2038	0,0329	0,0003	0,0328	0,3746	0,4989	0,0034	0,0572
	2	0,1746	0,4145	0,4109	0,0323	0,0071	0,0477	0,1719	0,7264	0,0071	0,0076
<b>CITIBANK</b>	1	0,0628	0,2601	0,6771	0,1124	0,0852	0,0470	0,0207	0,4981	0,1715	0,0650
	2	0,0628	0,2601	0,6771	0,1124	0,0852	0,0470	0,0207	0,4981	0,1715	0,0650
<b>POPULAR B. P.</b>	1	0,1562	0,4600	0,3838	0,0357	0,0078	0,1064	0,0341	0,7157	0,0334	0,0668
	2	0,1562	0,4600	0,3838	0,0357	0,0078	0,1064	0,0341	0,7157	0,0334	0,0668
<b>FINANZIA, B.</b>	1	0,1439	0,2656	0,5905	0,0001	0,1545	0,0242	0,0067	0,4253	0,3563	0,0329
	2	0,1439	0,2656	0,5905	0,0001	0,1545	0,0242	0,0067	0,4253	0,3563	0,0329
B. PUEYO	1	0,7782	0,0000	0,2218	0,2338	0,0029	0,0679	0,5668	0,0828	0,0052	0,0406
	2	0,7761	0,0017	0,2222	0,2336	0,0017	0,0683	0,5678	0,0827	0,0052	0,0406
B. INVERDIS	1	0,1935	0,3758	0,4307	0,0511	0,0107	0,2531	0,0000	0,2467	0,0007	0,4377
	2	0,7273	0,0003	0,2723	0,0476	0,0003	0,1116	0,2549	0,1810	0,0038	0,4007
FIBANC	1	0,5180	0,4820	0,0000	0,0495	0,0000	0,3985	0,1879	0,0261	0,0031	0,3349
	2	0,5159	0,4818	0,0023	0,0491	0,0023	0,3981	0,1847	0,0270	0,0023	0,3365
<b>B. ETCHE-VERRÍA</b>	1	0,1366	0,5019	0,3615	0,6212	0,1955	0,0493	0,0681	0,0177	0,0003	0,0478
	2	0,1366	0,5019	0,3615	0,6212	0,1955	0,0493	0,0681	0,0177	0,0003	0,0478
B. HALIFAX	1	0,6200	0,1204	0,2596	0,2106	0,0977	0,0003	0,0000	0,0000	0,6873	0,0041
	2	0,5617	0,1093	0,3290	0,2141	0,0650	0,0003	0,0002	0,0002	0,7201	0,0002
BANCOFAR	1	0,4167	0,3422	0,2410	0,0758	0,3380	0,0006	0,0000	0,0034	0,5722	0,0100
	2	0,4214	0,3422	0,2364	0,0730	0,2200	0,0006	0,0474	0,0006	0,6491	0,0092
<b>BNP PARIBAS</b>	1	0,1723	0,2901	0,5376	0,0606	0,0983	0,0644	0,0347	0,3832	0,0596	0,2992
	2	0,1723	0,2901	0,5376	0,0606	0,0983	0,0644	0,0347	0,3832	0,0596	0,2992
	Min.(2)	0,0003	0,0003	0,0003	0,0001	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0003	0,0002
	Máx.(2)	0,7761	0,9995	0,6771	0,6212	0,5788	0,4427	0,9572	0,7264	0,7201	0,4007
	Media (2)	0,2553	0,3594	0,3853	0,1198	0,1466	0,1288	0,1360	0,2266	0,1344	0,1077
	Desv. Est. (2)	0,2329	0,2397	0,1962	0,1395	0,1731	0,1398	0,2403	0,2380	0,2143	0,1197

(\*) En grñta los bancos que pertenecen a la faceta de dimensi3n completa

**Tabla 6.8. Variables virtuales de las cajas de ahorro de eficiencia extrema**

		GP	AI	OGA	T	CC	C	D	DECA	DECP	CP
C. ÁVILA	1	0,7006	0,0718	0,2276	0,1109	0,1321	0,2559	0,0564	0,0000	0,2120	0,2327
	2	0,7398	0,0303	0,2299	0,0959	0,2765	0,2277	0,0017	0,0017	0,1653	0,2312
LA CAIXA	1	0,0788	0,9034	0,0178	0,6193	0,0103	0,0032	0,0321	0,1562	0,1789	0,0000
	2	0,0791	0,9029	0,0181	0,6180	0,0099	0,0031	0,0313	0,1554	0,1791	0,0031
C. CATA-LUNYA	1	0,5807	0,2546	0,1647	0,7684	0,0568	0,0000	0,0000	0,0068	0,0568	0,1112
	2	0,5985	0,2423	0,1592	0,7573	0,0529	0,0047	0,0047	0,0047	0,0551	0,1207
BILBAO B. K.	1	0,0957	0,9002	0,0041	0,3273	0,0157	0,0108	0,0660	0,3621	0,2180	0,0000
	2	0,1013	0,8935	0,0052	0,3152	0,0052	0,0054	0,0368	0,3306	0,2238	0,0830
C. C.C. BUR-GOS	1	0,6591	0,0252	0,3157	0,0966	0,0000	0,2854	0,5065	0,1011	0,0000	0,0104
	2	0,6016	0,0237	0,3747	0,0734	0,0589	0,0841	0,6310	0,1052	0,0237	0,0237
C. M. BUR-GOS	1	0,3788	0,0887	0,5325	0,1121	0,1377	0,3098	0,0000	0,0150	0,2294	0,1961
	2	0,4225	0,0359	0,5416	0,1071	0,2023	0,2555	0,0113	0,0113	0,2162	0,1963
C. EXTRE-MADURA	1	0,6318	0,0569	0,3113	0,1906	0,1167	0,1935	0,0564	0,0000	0,1062	0,3366
	2	0,6640	0,0237	0,3123	0,1643	0,2404	0,1701	0,0050	0,0050	0,0830	0,3322
C. GIRONA	1	0,1061	0,8929	0,0010	0,2486	0,0164	0,0068	0,0602	0,3052	0,3628	0,0000
	2	0,6800	0,0334	0,2866	0,1011	0,1967	0,1170	0,0152	0,0152	0,2518	0,3031
C. GUADA-LAJARA	1	0,6161	0,1515	0,2323	0,0245	0,0000	0,0000	0,4222	0,0014	0,1011	0,4507
	2	0,4243	0,3271	0,2486	0,0155	0,1667	0,2484	0,0155	0,0155	0,0323	0,5061
C. ESPAÑA	1	0,1011	0,8961	0,0029	0,4727	0,0117	0,0122	0,0505	0,0754	0,3776	0,0000
	2	0,1071	0,8892	0,0037	0,4547	0,0037	0,0059	0,0276	0,0687	0,3880	0,0514
C. LA RIOJA	1	0,8094	0,0474	0,1432	0,2220	0,2134	0,1770	0,0000	0,0074	0,1346	0,2457
	2	0,8109	0,0464	0,1427	0,2237	0,2075	0,1742	0,0063	0,0063	0,1373	0,2448
C. MADRID	1	0,5991	0,3935	0,0075	0,0524	0,0000	0,0000	0,0174	0,4616	0,4687	0,0000
	2	0,5844	0,4012	0,0144	0,0552	0,0069	0,0069	0,0069	0,4534	0,4637	0,0069
C. MANLLEU	1	0,5995	0,0000	0,4005	0,0349	0,9634	0,0000	0,0000	0,0017	0,0000	0,0000
	2	0,5846	0,0019	0,4136	0,0019	0,9727	0,0019	0,0019	0,0180	0,0019	0,0019
C. MANRESA	1	0,7320	0,0536	0,2144	0,1082	0,1796	0,1923	0,0000	0,0179	0,2112	0,2908
	2	0,7356	0,0514	0,2130	0,1101	0,1696	0,1863	0,0125	0,0125	0,2203	0,2888
C. LAIETANA	1	0,5054	0,0000	0,4946	0,0382	0,2346	0,0000	0,1603	0,0000	0,5669	0,0000
	2	0,4060	0,0114	0,5826	0,0114	0,4225	0,0114	0,0114	0,0585	0,4733	0,0114
C. MURCIA	1	0,0909	0,9057	0,0034	0,3368	0,0000	0,0025	0,0228	0,2322	0,2947	0,1109
	2	0,0895	0,9073	0,0032	0,3404	0,0032	0,0040	0,0314	0,2388	0,2925	0,0898
CAJASTUR	1	0,7218	0,2367	0,0415	0,7385	0,0432	0,0607	0,0000	0,0000	0,0343	0,1234
	2	0,6056	0,2413	0,1531	0,7431	0,0258	0,0738	0,0258	0,0332	0,0725	0,0258
C. BALEARES	1	0,3436	0,5217	0,1347	0,0631	0,0000	0,0715	0,0000	0,0090	0,8564	0,0000
	2	0,4769	0,4678	0,0553	0,0635	0,0009	0,0009	0,0009	0,0453	0,8876	0,0009
C. I. CANA-RIAS	1	0,6711	0,0447	0,2842	0,0839	0,1718	0,1757	0,0000	0,0029	0,1545	0,4113
	2	0,6124	0,1072	0,2805	0,0906	0,1097	0,2080	0,0026	0,0026	0,1741	0,4124
C. DUERO	1	0,1286	0,8681	0,0033	0,1690	0,0160	0,0160	0,0685	0,2751	0,4555	0,0000
	2	0,1365	0,8592	0,0043	0,1618	0,0043	0,0072	0,0353	0,2484	0,4678	0,0751



**Tabla 6.8 (cont.) Variables virtuales de las cajas de ahorro de eficiencia extrema**

C. G. CA- NARIAS	1	0,6777	0,0067	0,3156	0,3134	0,0242	0,0933	0,0000	0,0000	0,2139	0,3551
	2	0,6594	0,1091	0,2316	0,4598	0,0431	0,0452	0,0431	0,0431	0,1130	0,2527
C. TARRA- GONA	1	0,5944	0,0771	0,3286	0,0854	0,0974	0,3489	0,0000	0,0014	0,2324	0,2344
	2	0,5949	0,0769	0,3282	0,0857	0,0960	0,3476	0,0013	0,0013	0,2339	0,2342
BANCAJA	1	0,1180	0,8718	0,0102	0,1283	0,0208	0,0114	0,0597	0,2246	0,5553	0,0000
	2	0,1192	0,8701	0,0107	0,1274	0,0183	0,0104	0,0550	0,2210	0,5576	0,0104
C. VITORIA	1	0,6079	0,0498	0,3423	0,1279	0,2088	0,1611	0,0000	0,0180	0,1571	0,3272
	2	0,6115	0,0479	0,3405	0,1301	0,1982	0,1566	0,0130	0,0130	0,1635	0,3255
Min.(2)		0,0791	0,0019	0,0032	0,0019	0,0009	0,0009	0,0009	0,0013	0,0019	0,0009
Máx.(2)		0,8109	0,9073	0,5826	0,7573	0,9727	0,3476	0,6310	0,4534	0,8876	0,5061
Media (2)		0,4769	0,3167	0,2064	0,2211	0,1455	0,0982	0,0428	0,0879	0,2449	0,1596
Desv. Est. (2)		0,2394	0,3587	0,1733	0,2261	0,2085	0,1061	0,1262	0,1228	0,2066	0,1498

#### 6.4.1.3. Eliminación de las ponderaciones nulas del resto de bancos y cajas de ahorros

Las posibles ponderaciones nulas asociadas a los inputs y los outputs de los bancos y cajas de ahorros ineficientes se evitan restringiendo sus variables virtuales en base a los bancos y cajas de ahorros de eficiencia extrema. En este sentido, como se ha propuesto y explicado en el quinto Capítulo de esta Memoria, las variables virtuales de menor y mayor valor obtenidas para cada input  $i$  y output  $r$  de las entidades de tipo  $E$ , se utilizan como límites inferiores y superiores, respectivamente, para cada input  $i$  y output  $r$  de las ineficientes, esto es, se evalúan de nuevo los bancos y las cajas de ahorros ineficientes mediante el Modelo 5.2. Este modelo introduce como límites inferior y superior de cada variable virtual los mostrados como valores mínimos y máximos para las entidades eficientes al final de la Tabla 6.7, para los bancos, y de la Tabla 6.8, para las cajas de ahorros.

Por su parte, en la Tabla 6.9 se muestran las variables virtuales obtenidas para los bancos ineficientes tras aplicar el Modelo 5.2. Según las restricciones inferiores utilizadas para las entidades ineficientes, el menor valor de las variables virtuales es  $0,0001$  para el output Tesorería. Sin embargo, en el caso de los inputs, cada variable virtual se divide entre su respectiva tasa de eficiencia para facilitar las comparaciones, ya que de esta forma la suma de los inputs virtuales, como la de los outputs, se normaliza y es igual a  $1$ . Por este motivo, puede observarse que el valor mínimo tras esta normalización es  $0,0002$ , inferior al valor mínimo de los tres inputs virtuales de los bancos eficientes, pero este valor es igual a  $0,0003$  sin la pertinente normalización. En el caso de los límites superiores, mediante el Modelo 5.2 puede comprobarse que se consigue que los bancos ineficientes respeten los valores máximos obtenidos por los eficientes para sus outputs virtuales.

**Tabla 6.9. Variables virtuales no nulas de los bancos ineficientes**

	GP	AI	OGA	T	CC	CV	D	DECA	DECP	CP
B. SABADELL	0,6232	0,2919	0,0850	0,2701	0,5050	0,2242	0,0002	0,0002	0,0003	0,0002
BANKINTER	0,6864	0,3134	0,0002	0,0001	0,5565	0,4427	0,0002	0,0002	0,0003	0,0002
BARCLAYS	0,4419	0,1727	0,3855	0,1224	0,0003	0,0505	0,8263	0,0002	0,0003	0,0002
B. GUIPUZCOANO	0,7114	0,0003	0,2883	0,2983	0,2583	0,4427	0,0002	0,0002	0,0003	0,0002
B. MARCH	0,0002	0,5416	0,4582	0,0930	0,0003	0,0988	0,8074	0,0002	0,0003	0,0002
B. GALLEGO	0,3164	0,4075	0,2761	0,1499	0,0003	0,1952	0,4071	0,0002	0,2407	0,0002
B. CAIXA GERAL	0,4053	0,1253	0,4694	0,0774	0,3048	0,0003	0,0002	0,1775	0,4397	0,0002
B. URQUIJO S.	0,5152	0,0002	0,4845	0,0767	0,0003	0,0059	0,4910	0,2664	0,0120	0,1478
BANKOIA	0,1240	0,3406	0,5354	0,1807	0,3057	0,1083	0,0002	0,0002	0,3736	0,0313
B. MADRID	0,3164	0,4075	0,2761	0,0001	0,2414	0,0646	0,1919	0,1423	0,0003	0,1107
B. PY ME	0,4218	0,5432	0,0350	0,3221	0,0003	0,2201	0,2798	0,0416	0,0003	0,1360
UBS B	0,0246	0,3826	0,5928	0,0985	0,0003	0,0003	0,0002	0,4757	0,2135	0,2117
ALTAE B.	0,4413	0,0003	0,5584	0,0970	0,0003	0,0003	0,0757	0,7264	0,0003	0,1002
B. FINANTIA S.	0,4681	0,2397	0,2922	0,0001	0,0419	0,0003	0,9572	0,0002	0,0003	0,0002
Min.	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0003	0,0002
Máx.	0,7114	0,5432	0,5928	0,3221	0,5565	0,4427	0,9572	0,7264	0,4397	0,2117
Media	0,3926	0,2691	0,3384	0,1276	0,1582	0,1324	0,2884	0,1308	0,0916	0,0528
Desv. Est.	0,2220	0,1873	0,1942	0,1065	0,2014	0,1548	0,3524	0,2217	0,1567	0,0731

En la Tabla 6.10 pueden advertirse las variables virtuales de las cajas de ahorros inicialmente ineficientes, pero utilizando los valores mínimos de las de eficiencia extrema para evitar ponderaciones nulas. Como en el caso de los bancos, los inputs virtuales sin normalizar cumplen las restricciones mínimas pero sus valores normalizados son inferiores para las variables Amortización de Inmovilizado y Otros Gastos de Gestión. Este problema no se manifiesta para los outputs virtuales debido a que el Modelo 5.2 es de orientación output y, por tanto, la suma de los outputs se normaliza con la propia aplicación del modelo de DEA. Los límites superiores de las variables virtuales son inferiores o iguales a los valores máximos obtenidos para las mismas por las cajas de ahorro de eficiencia extrema.

Utilizando el Modelo 5.2 se consigue evitar la asignación de ponderaciones totalmente nulas a cualquier variable de los bancos y de las cajas de ahorros ineficientes, proyectándose sobre las facetas de la frontera eficiente formadas por entidades completamente eficientes, esto es, que cumplen las condiciones de eficiencia de Pareto-Koopmans. Como se ha explicado en la sección anterior, éstas no presentan holguras en ninguna de sus variables y sus ponderaciones son positivas, por lo que mediante las restricciones introducidas también se asegura que los bancos y cajas de ahorros ineficientes se proyectan sobre este tipo de facetas y no sobre extensiones de la frontera que implican holguras adicionales en las variables.

**Tabla 6.10. Variables virtuales no nulas de las cajas de ahorros ineficientes**

	GP	AI	OGA	T	CC	CV	D	DECA	DECP	CP
CAJASUR	0,2662	0,7044	0,0294	0,3164	0,0009	0,0009	0,2199	0,1053	0,3557	0,0009
C. GALICIA	0,5529	0,3381	0,1090	0,0019	0,0009	0,0009	0,0009	0,0013	0,7083	0,2858
C. LA MANCHA	0,1819	0,8152	0,0029	0,2577	0,1374	0,3476	0,0009	0,0013	0,2541	0,0009
C. GRANADA	0,4424	0,3673	0,1903	0,2505	0,4594	0,0009	0,0009	0,0013	0,2861	0,0009
UNICAJA	0,6781	0,3193	0,0027	0,0019	0,7023	0,0009	0,0009	0,0308	0,0019	0,2614
C. NAVARRA	0,6854	0,0016	0,3130	0,0019	0,0009	0,1507	0,0009	0,4534	0,0019	0,3904
C. SABADELL	0,5688	0,0225	0,4087	0,0019	0,0009	0,0009	0,4514	0,0013	0,5427	0,0009
C. GIPÚZKOA	0,5921	0,1198	0,2880	0,0019	0,0009	0,0009	0,3917	0,0967	0,0019	0,5061
C. S. FERNANDO	0,3408	0,6569	0,0023	0,0019	0,2990	0,0009	0,0009	0,1894	0,0019	0,5061
C. TERRASSA	0,5520	0,0101	0,4379	0,0019	0,0452	0,0363	0,6310	0,1377	0,0019	0,1461
C. PENEDÉS	0,5972	0,0016	0,4012	0,3307	0,0009	0,0009	0,0009	0,0013	0,6643	0,0009
C. INMACULADA	0,4625	0,4666	0,0709	0,0019	0,7543	0,0009	0,0009	0,2392	0,0019	0,0009
Min.	0,1819	0,0016	0,0023	0,0019	0,0009	0,0009	0,0009	0,0013	0,0019	0,0009
Máx.	0,6854	0,8152	0,4379	0,3307	0,7543	0,3476	0,6310	0,4534	0,7083	0,5061
Media	0,4934	0,3186	0,1880	0,0975	0,2002	0,0452	0,1418	0,1049	0,2352	0,1751
Desv. Est.	0,1594	0,2951	0,1733	0,1429	0,2864	0,1046	0,2261	0,1371	0,2774	0,2063

## 6.4.2. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE AFINIDADES

### 6.4.2.1. Subrelaciones máximas de similitud estratégica

Las subrelaciones máximas de similitud estratégica se obtienen aplicando el algoritmo de Pichat, cuyos pasos se han explicitado en el tercer Capítulo, así como en el Capítulo anterior de esta Memoria, dedicado al modelo propuesto. La base para analizar este tipo de agrupaciones reside en el cálculo de la semejanza existente entre los bancos y las cajas de ahorros analizados. La semejanza de las entidades se determina a partir de las variables estratégicas representativas del compromiso de recursos y del alcance de los negocios de los bancos y las cajas de ahorros. Como se analizó en la sección anterior, las variables estratégicas se reflejan en los inputs y los outputs virtuales obtenidos con la aplicación propuesta del DEA.

Por tanto, al objeto de obtener las subrelaciones máximas de similitud estratégica, resulta necesario calcular la semejanza que pueda existir entre las entidades. Para lo cual, se utiliza como medida la función complementaria de la distancia entre las entidades, ya que cuanto más alejadas estén, menos homogéneas serán. De ahí que el primer paso consiste en calcular el grado de alejamiento a través del complemento a la unidad de la distancia de Hamming, que en este caso presenta el siguiente detalle:

$$d(A, B) = \frac{1}{10} - \sum_{i=1}^n |\mu_A(VV_i) - \mu_B(VV_i)| \quad n=10^3$$

Mediante el procedimiento anterior se construye, por un lado, una matriz de semejanza cuadrada para los bancos, con un tamaño de  $33 \times 33$ , y, por otro, una matriz de semejanza para las cajas de ahorros, también cuadrada y de tamaño  $36 \times 36$ . Ambas matrices son reflexivas y simétricas y constituyen los soportes para obtener las agrupaciones de cada conjunto de datos. Obviamente, también son matrices borrosas, por lo que para poder aplicar el algoritmo resulta imprescindible transformarlas en matrices booleanas mediante el establecimiento de un umbral o nivel de homogeneidad.

En este sentido, a los efectos del presente estudio, se construyen las matrices booleanas para el umbral igual o superior a  $0,6$ , umbral admitido como límite inferior de homogeneidad (Klimova, 2010). Por tanto, cada elemento de la matriz se sustituye por  $1$  si la distancia es igual o superior a ese umbral y en caso contrario se reemplaza por  $0$ .

De esta forma, a partir de la matriz booleana, resulta factible la aplicación del algoritmo de Pichat. Precisamente, partiendo de la matriz booleana relativa a los bancos, con un tamaño de  $33 \times 33$ , los pasos del algoritmo son los siguientes:

1. Para cada una de las  $33$  filas que hacen referencia a los  $33$  bancos analizados, se multiplican los elementos que tienen un valor igual a  $0$  en cada una de las  $33$  columnas.
2. Para cada una de las  $33$  filas, se realiza una suma booleana del propio elemento con el producto obtenido en el paso anterior.
3. Se reúnen las sumas de las  $33$  filas mediante su producto booleano.
4. Se determina el complementario de cada uno de los sumandos anteriores, obteniéndose las subrelaciones máximas de similitud estratégica.

Las subrelaciones máximas de similitud estratégica derivadas para los bancos se muestran en la Tabla 6.11. Cabe destacar que el número de grupos obtenidos es bastante elevado, lo que indica que aunque existe similitud entre los bancos, el origen de la misma está en diferentes fuentes, esto es, en diferentes variables estratégicas. Además, a medida que se desciende en la tabla, el número de bancos de cada grupo aumenta, por lo que el grado de similitud interna disminuye.

---

<sup>3</sup> Las distancias se calculan con las variables virtuales normalizadas para que los datos sean comparables. Cada variable virtual de cada banco y de cada caja de ahorros se divide entre el valor máximo que esa variable virtual haya alcanzado en la muestra.

**Tabla 6.11. Subrelaciones máximas de similitud estratégica - bancos (umbral 0,6)**

<b>Grupos</b>	<b>Bancos</b>
Grupo 1	GEN.ELEC.C.B.; RBC DEXIA; B.PUEYO; FIBANC; BANCOFAR; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; B.FINANTIA S.
Grupo 2	GEN.ELEC.C.B.; RBC DEXIA; B.PUEYO; BANCOFAR; BARCLAYS B.; B.MARCH; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; B.FINANTIA S.
Grupo 3	RBC DEXIA; B.PUEYO; B.INVERSI; FIBANC; BANCOFAR; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; B.PYME; B.FINANTIA S.
Grupo 4	B.PUEYO; B.INVERSI; B.HALIFAX; BANCOFAR; B.SABADELL; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; B.MADRID; B.PYME; B.FINANTIA S.
Grupo 5	B.PUEYO; B.INVERSI; FIBANC; BANCOFAR; B.SABADELL; BANKINTER; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; B.MADRID; B.PYME; B.FINANTIA S.
Grupo 6	RBC DEXIA; B.PUEYO; B.INVERSI; B.HALIFAX; BANCOFAR; BARCLAYS B.; B.MARCH; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; B.PYME; B.FINANTIA S.
Grupo 7	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.VALENCIA; B.ANDALUCÍA; FIBANC; B.ETCHEVERRÍA; BANCOFAR; B.SABADELL; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; B.MADRID
Grupo 8	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.VALENCIA; B.ANDALUCÍA; FIBANC; BANCOFAR; B.SABADELL; BANKINTER; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; B.MADRID
Grupo 9	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.VALENCIA; B.ANDALUCÍA; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; B.SABADELL; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; BANKOA; B.MADRID
Grupo 10	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.PUEYO; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; B.SABADELL; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; BANKOA; B.MADRID
Grupo 11	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.PUEYO; B.INVERSI; FIBANC; B.ETCHEVERRÍA; BANCOFAR; B.SABADELL; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; B.MADRID; B.PYME
Grupo 12	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.PUEYO; B.INVERSI; FIBANC; BANCOFAR; B.SABADELL; BANKINTER; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; B.MADRID; B.PYME
Grupo 13	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.PUEYO; B.INVERSI; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; B.SABADELL; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; B.MADRID; B.PYME
Grupo 14	BBVA; B.POPULAR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; GEN.ELEC.C.B.; RBC DEXIA; POPULAR B.P.; B.PUEYO; FIBANC; B.ETCHEVERRÍA; BANCOFAR; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; UBS BANK

Tabla 6.11 (cont.). Subrelaciones máximas de similitud estratégica - bancos

Grupos	Bancos
Grupo 15	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.VALENCIA; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; POPULAR B.P.; FIBANC; B.ETCHEVERRÍA; BANCOFAR; BNP PARIBAS; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; UBS B.
Grupo 16	0BBVA; B.POPULAR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; GEN.ELEC.C.B.; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; B.PUEYO; B.ETCHEVERRÍA; BANCOFAR; BARCLAYS B.; B.MARCH; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; UBS B.
Grupo 17	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; POPULAR B.P.; B.PUEYO; B.INVERDIS; FIBANC; B.ETCHEVERRÍA; BANCOFAR; BNP PARIBAS; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; B.PYME
Grupo 18	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; POPULAR B.P.; B.PUEYO; B.INVERDIS; FIBANC; B.ETCHEVERRÍA; BANCOFAR; BNP PARIBAS; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; UBS B.
Grupo 19	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; POPULAR B.P.; B.PUEYO; B.INVERDIS; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; BARCLAYS B.; B.MARCH; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; B.PYME
Grupo 20	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; POPULAR B.P.; B.PUEYO; B.INVERDIS; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; BARCLAYS B.; B.MARCH; B. URQUIJO S.; B.MADRID; B.PYME; ALTAE B
Grupo 21	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; B.PUEYO; B.INVERDIS; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; BARCLAYS B.; B.MARCH; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; UBS B.
Grupo 22	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; B.PUEYO; B.INVERDIS; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; BARCLAYS B.; B.MARCH; B. URQUIJO S.; B.MADRID; UBS BANK; ALTAE B.
Grupo 23	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.VALENCIA; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; BARCLAYS B.; B.MARCH; B.GALLEGO; B.CAIXA GERAL; B. URQUIJO S.; BANKOA; B.MADRID; UBS BANK
Grupo 24	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.VALENCIA; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; BARCLAYS B.; B.MARCH; B.CAIXA GERAL; B. URQUIJO S.; BANKOA; B.MADRID; UBS BANK; ALTAE B.
Grupo 25	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; B.PUEYO; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; BARCLAYS B.; B.MARCH; B.GALLEGO; B.CAIXA GERAL; B. URQUIJO S.; BANKOA; B.MADRID; UBS B.
Grupo 26	BBVA; BANESTO; B.POPULAR; B.PASTOR; B.ANDALUCÍA; B.BANIF; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; B.PUEYO; B.ETCHEVERRÍA; B.HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; BARCLAYS B.; B.MARCH; B.CAIXA GERAL; B. URQUIJO S.; BANKOA; B.MADRID; UBS B.; ALTAE B.

También puede anotarse que los bancos están presentes en diferentes agrupaciones de forma simultánea. En este sentido, en la Tabla 6.12 se muestra el número de ocasiones en que cada banco aparece en el total de agrupaciones y su frecuencia relativa en porcentaje. Cabe poner de manifiesto que las entidades que aparecen en un mayor número de agrupaciones y, por tanto, que presentan más similitud con el resto en diferentes dimensiones son los bancos Banco Bilbao Vizcaya Argentaria, Banco Popular Español, Banco de Andalucía; Banco Pueyo; Bancofar; Banco Gallego y Banco de Madrid. En sentido opuesto, los que aparecen en menos ocasiones son los bancos General Electric Capital Bank, Bankinter, Banco Caixa Geral y Altae Bank.

Tabla 6.12. Frecuencia de aparición de los bancos en los grupos (\*)

Bancos	Repeticiones	Porcentaje	Bancos	Repeticiones	Porcentaje
BBVA	20	60,61%	<b>BANCOFAR</b>	26	78,79%
BANESTO	18	54,55%	<b>BNP PARIBAS</b>	11	33,33%
B. POPULAR	20	60,61%	B. SABADELL	9	27,27%
B. PASTOR	18	54,55%	BANKINTER	3	9,09%
B. VALENCIA	6	18,18%	BARCLAYS	11	33,33%
B. ANDALUCÍA	20	60,61%	B. GUIPUZCOANO	9	27,27%
B. BANIF	13	39,39%	B. MARCH	11	33,33%
GEN. ELEC. C. B.	4	12,12%	B. GALLEGO	22	66,67%
RBC DEXIA	17	51,52%	B. CAIXA GERAL	4	12,12%
CITIBANK	7	21,21%	B. URQUIJO S.	17	51,52%
POPULAR B. P.	13	39,39%	BANKOIA	6	18,18%
FINANZIA, B.	6	18,18%	B. MADRID	26	78,79%
B. PUEYO	20	60,61%	B. PY ME	10	30,30%
B. INVERDIS	13	39,39%	UBS B.	10	30,30%
FIBANC	11	33,33%	ALTAE B.	4	12,12%
B. ETCHEVERRÍA	18	54,55%	B. FINANZIA S.	6	18,18%
B. HALIFAX	13	39,39%			

(\*) En negrita los bancos de eficiencia extrema

Como se ha indicado, se aplica el mismo procedimiento a las cajas de ahorros. De esta forma, como se señala en la Tabla 6.13, se derivan 6 grupos tras la aplicación del algoritmo de Pichat. En términos comparativos con la muestra de bancos, puede destacarse que la similitud estratégica entre las cajas de ahorros es mayor que entre los bancos, pues utilizando un mismo umbral de homogeneidad, el número de agrupaciones obtenido es significativamente menor para las primeras.

**Tabla 6.13. Subrelaciones máximas de similitud estratégica - cajas (umbral 0,6)**

Grupos	Bancos
Grupo 1	C. ÁVILA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANRESA; C. MURCIA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. DUERO; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; BANCAJA; C. VITORIA; C. GALICIA; UNICAJA; C. NAVARRA; C. GIPÚZKOA; C. S. FERNANDO; C. INMACULADA
Grupo 2	C. ÁVILA; LA CAIXA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. ESPAÑA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANRESA; C. MURCIA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. DUERO; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; BANCAJA; C. VITORIA; CAJASUR; C. GALICIA; C. LA MANCHA; UNICAJA; C. S. FERNANDO; C. INMACULADA
Grupo 3	C. ÁVILA; LA CAIXA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. ESPAÑA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANRESA; C. MURCIA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. DUERO; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; BANCAJA; C. VITORIA; CAJASUR; C. GALICIA; C. LA MANCHA; UNICAJA; C. PENEDÉS; C. INMACULADA
Grupo 4	C. ÁVILA; C. CATALUNYA; C. C.C. BURGOS; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANLLEU; C. MANRESA; C. LAIETANA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; C. VITORIA; C. GALICIA; C. GRANADA; UNICAJA; C. NAVARRA; C. SABADELL; C. GIPÚZKOA; C. TERRASSA; C. PENEDÉS; C. INMACULADA
Grupo 5	C. ÁVILA; LA CAIXA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. ESPAÑA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANRESA; C. LAIETANA; C. MURCIA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. DUERO; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; BANCAJA; C. VITORIA; CAJASUR; C. GALICIA; UNICAJA; C. SABADELL; C. PENEDÉS; C. INMACULADA
Grupo 6	C. ÁVILA; LA CAIXA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. ESPAÑA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANRESA; C. LAIETANA; C. MURCIA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. DUERO; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; BANCAJA; C. VITORIA; C. GALICIA; C. GRANADA; UNICAJA; C. SABADELL; C. PENEDÉS; C. INMACULADA;
Grupo 7	C. ÁVILA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. C.C. BURGOS; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANRESA; C. LAIETANA; C. MURCIA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. DUERO; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; BANCAJA; C. VITORIA; C. GALICIA; C. GRANADA; UNICAJA; C. NAVARRA; C. SABADELL; C. GIPÚZKOA; C. PENEDÉS; C. INMACULADA
Grupo 8	C. ÁVILA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. C.C. BURGOS; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANRESA; C. LAIETANA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. DUERO; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONABANCAJ; A; C. VITORIA; C. GALICIA; C. GRANADA; UNICAJA; C. NAVARRA; C. SABADELL; C. GIPÚZKOA; C. TERRASSA; C. PENEDÉS; C. INMACULADA



Sin embargo, como en el caso de los bancos, las cajas de ahorros se vinculan a varias agrupaciones de forma simultánea. En la Tabla 6.14 se muestra el número de repeticiones de cada caja de ahorros en el total de grupos y su frecuencia relativa en porcentaje. Cabe destacar que algunas cajas de ahorros muestran similitud con todas las agrupaciones obtenidas. En sentido opuesto, las que aparecen en menos ocasiones son Caja de Ahorros Comarcal de Manlleu, M. P Y Caja de Ahorros San Fernando de Huelva, Jerez y Sevilla, Caja de Ahorros de Castilla La Mancha y Caja de Ahorros de Terrasa.

Tabla 6.14. Frecuencia de aparición de las cajas de ahorros en los grupos (\*)

Cajas	Repeticiones	Porcentaje	Cajas	Repeticiones	Porcentaje
C. ÁVILA	8	22,22%	<b>C. I. CANARIAS</b>	8	22,22%
LA CAIXA	4	11,11%	<b>C. DUERO</b>	7	19,44%
C. CATALUNYA	8	22,22%	<b>C. G. CANARIAS</b>	8	22,22%
BILBAO B. K.	7	19,44%	<b>C. TARRAGONA</b>	8	22,22%
C. C.C. BURGOS	3	8,33%	<b>BANCAJA</b>	7	19,44%
C. M. BURGOS	6	16,67%	<b>C. VITORIA</b>	8	22,22%
C. EXTREMADURA	8	22,22%	CAJASUR	3	8,33%
C. GIRONA	8	22,22%	C. GALICIA	8	22,22%
C. GUADALAJARA	8	22,22%	C. LA MANCHA	2	5,56%
C. ESPAÑA	4	11,11%	C. GRANADA	4	11,11%
C. LA RIOJA	8	22,22%	UNICAJA	8	22,22%
C. MADRID	8	22,22%	C. NAVARRA	4	11,11%
C. MANLLEU	1	2,78%	C. SABADELL	5	13,89%
C. MANRESA	8	22,22%	C. GIPÚZKOA	4	11,11%
C. LAIETANA	5	13,89%	C. S. FERNANDO	2	5,56%
C. MURCIA	6	16,67%	C. TERRASSA	2	5,56%
CAJASTUR	8	22,22%	C. PENEDÉS	6	16,67%
C. BALEARES	8	22,22%	C. INMACULADA	8	22,22%

(\*) En negrita las cajas de ahorros de eficiencia extrema

Como se expuso en capítulos previos de esta memoria, aunque las subrelaciones máximas de similitud estratégica permiten obtener grupos de bancos similares, no es posible conocer el detalle de las dimensiones que caracterizan cada agrupación. Por este motivo, en la siguiente sección se analizan los Reticulos Estratégicos de Galois para la muestra objeto de estudio.

### **6.4.2.2. Agrupaciones estratégicas homogéneas y ordenadas: Retículos de Galois**

Como se ha explicitado, las agrupaciones estratégicas homogéneas y ordenadas se obtienen aplicando el algoritmo de correspondencia inversa máxima (Gil-Aluja, 1999). Este algoritmo se aplica, por un lado, a los conjuntos de bancos y de variables virtuales representativas de sus opciones estratégicas, y, por otro, a los conjuntos de cajas de ahorros y de sus respectivas variables virtuales. Por tanto, las agrupaciones estratégicas homogéneas y ordenadas se analizan de forma diferenciada para los bancos y para las cajas de ahorros.

Además, para facilitar la comprensión y visualización de los resultados, se analizan por separado los inputs virtuales y los outputs virtuales, que representan, respectivamente, los recursos estratégicos comprometidos y el alcance de los negocios de cada banco y caja de ahorros.

A tenor de lo anterior, en el caso de los bancos, se trabaja, por un lado, con una matriz de tamaño  $3 \times 33$  que refleja los inputs virtuales de los bancos analizados y, por otro, con una matriz de tamaño  $7 \times 33$ , que muestra la relación de los outputs virtuales para el conjunto de bancos. Obviamente, los variables virtuales son las obtenidas mediante el proceso de aplicación del DEA que se han mostrado en la sección anterior, en concreto en la Tabla 6.7, relativa a los bancos de eficiencia extrema, y en la Tabla 6.9, correspondiente a los bancos ineficientes.

En relación a las cajas de ahorros, la matriz que recoge sus inputs virtuales tiene un tamaño de  $3 \times 36$ , mientras que la de los outputs virtuales es de tamaño  $7 \times 36$ . Por su parte, son la Tabla 6.8 y la Tabla 6.10, elaboradas a partir de los resultados obtenidos al aplicar el Modelo 5.2, las que muestran estos datos.

Igualmente, cabe señalar que todas las matrices son borrosas, ya que toman valores comprendidos en el intervalo  $[0, 1]$ , por lo que para poder aplicar el algoritmo de correspondencia inversa máxima se precisa establecer umbrales de homogeneidad o certidumbre que permitan que las matrices sean booleanas.

En este sentido, tanto para los bancos como para las cajas de ahorros, se opta por utilizar los valores promedios de cada variable virtual como umbrales de homogeneidad. Por tanto, en cada caso, la matriz booleana se construye a partir de niveles iguales o superiores a los mostrados en la Tabla 6.15. Así, por ejemplo, la matriz booleana de los inputs de los bancos, se genera a partir de un umbral igual o superior a  $0,3702$  para el input gastos de personal, un umbral de  $0,2371$  para el input amortización de inmovilizado y un umbral de  $0,4186$  para el input relativo a otros gastos de administración.

**Tabla 6.15. Umbrales de homogeneidad para inputs y outputs estratégicos**

Inputs	GP	AI	OGA				
Bancos	0,3702	0,2371	0,4186				
Cajas	0,5318	0,3359	0,3133				
Outputs	T	CC	CV	D	DECA	DECP	CP
Bancos	0,1982	0,2618	0,2944	0,2096	0,2560	0,1614	0,2107
Cajas	0,2393	0,1660	0,1617	0,0819	0,1157	0,2551	0,1755

De acuerdo con lo anterior, el procedimiento a seguir es el siguiente:

Se comienza por la matriz booleana de  $3 \times 76$  de los bancos que refleja la relación de sus inputs estratégicos.

Para obtener el correspondiente Reticulo de Galois se aplican los pasos del algoritmo de correspondencia inversa máxima, esto es:

- Entre el conjunto de bancos y el de inputs, se selecciona el que tenga un menor número de elementos, en este caso, los inputs estratégicos, ya que son únicamente 3.
- Se construye el correspondiente *power set* del conjunto anterior, que contiene todas las combinaciones posibles de inputs estratégicos, esto es:  $\{GP\}$ ,  $\{AI\}$ ,  $\{OGA\}$ ,  $\{GP,AI\}$ ,  $\{GP,OGA\}$ ,  $\{AI,OGA\}$ ,  $\{GP,AI,OGA\}$ .
- Se hacen corresponder los bancos y cajas de ahorros para cada elemento del *power set*, esto es, se establece la correspondiente conexión a la derecha  $R_{\alpha}^{+}$ , determinando los sucesores de todas las combinaciones posibles de inputs estratégicos.
- Para cada conjunto no vacío, se escoge, entre las correspondencias anteriores, la que posee un mayor número de elementos del *power set*, por lo que las relaciones resultantes son las mostradas en la Tabla 6.16.

Las correspondencias anteriores representan agrupaciones homogéneas o afines entre el conjunto de inputs virtuales y el de los bancos.

Como puede observarse en la Tabla 6.16, ninguno de los bancos considerados muestra afinidades con los tres inputs estratégicos simultáneamente (vértice  $\delta$ ), como tampoco existe ningún banco que no presente afinidad con ningún input (vértice  $\gamma$ ). Considerando cada input virtual de forma individual, se producen tres agrupaciones afines:

- Amortización de inmovilizado  $\{AI\}$  (vértice  $\beta$ ). En total, 16 bancos presentan afinidad respecto a este input estratégico.

- Otros gastos de administración {OGA} (vértice 3). Con este input estratégico se muestran afines 15 bancos.
- Gastos de personal {GP} (vértice 4). Un total de 13 bancos resultan afines a este input estratégico.

El resto de agrupaciones afines, que consideran simultáneamente combinaciones de dos inputs virtuales, son las siguientes:

- Amortización de inmovilizado-Otros gastos administrativos {AI,OGA} (vértice 5). Son 8 los bancos que constituyen una agrupación homogénea en torno a estos dos inputs estratégicos.
- Gastos de personal-Amortización inmovilizado {GP,AI} (vértice 6). Únicamente el Banco de Finanzas e Inversiones (FINBANC) y Bancofar presentan afinidad simultáneamente con estos dos inputs estratégicos.
- Gastos de personal-Otros gastos administrativos {GP,OGA} (vértice 7). En este caso, sólo el Banco Urquijo Sabadell Banca Privada presenta una afinidad simultánea respecto a estos dos inputs estratégicos.

El mismo procedimiento se aplica al conjunto de los inputs virtuales de las cajas de ahorros para generar su Retículo de Galois. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 6.17 y cabe destacar los siguientes datos:

- Gastos de personal {GP} (vértice 2). Un total de 22 cajas de ahorros son afines respecto a este input estratégico.
- Otros gastos de administración {OGA} (vértice 3). Con este input estratégico muestran afinidad 18 cajas de ahorros.
- Amortización de inmovilizado {AI} (vértice 4). En total, 13 cajas de ahorros son afines con este input estratégico.
- Gastos de personal-Otros gastos administrativos {GP,OGA} (vértice 5). Un total de 15 cajas de ahorros conforman la agrupación homogénea respecto a estos dos inputs estratégicos.
- Gastos de personal-Amortización inmovilizado {GP,AI} (vértice 6). Únicamente la Caja de Ahorros y M. P. de Madrid muestra afinidad con estos dos inputs estratégicos de forma simultánea.
- Gastos de personal-Otros gastos administrativos {AI,OGA} (vértice 7). Sólo la Caja de Ahorros Provincial de Guadalajara presenta una afinidad simultánea respecto a estos dos inputs estratégicos.

Como en el caso de los bancos, cabe poner de manifiesto que no existe ninguna caja de ahorros que no resulte afín con alguno de los inputs estratégicos considerados (vértice 1), aunque tampoco ninguna se vincula con los 3 inputs simultáneamente (vértice 8).

Cabe recordar que las correspondencias obtenidas, tanto para los inputs estratégicos de bancos como para los de las cajas de ahorros, constituyen familias de cerrados que pueden reflejarse gráficamente a través de Reticulos de Galois. En este sentido, la Figura 6.1 y la Figura 6.2 muestran los reticulos isomorfos formados para los inputs de los bancos y de las cajas, respectivamente.

Aunque en las agrupaciones existen correspondencias con un único input o combinaciones de dos inputs simultáneamente, la representación de las mismas no se establece al mismo nivel, ya que el número de entidades afines cambia en cada caso. Cabe recordar, que a medida se va asciende en el Reticulo de Galois, el número de características, en este caso de inputs virtuales, aumenta, mientras que el número de objetos, en este caso bancos o cajas de ahorro, disminuye.

**Tabla 6.16. Correspondencias inputs estratégicos - bancos**

Variables		Bancos
1	$\emptyset$	BBVA; BANESTO; B. POPULAR; B. PASTOR; B. VALENCIA; B. ANDALUCÍA; B. BANIF; GEN. ELEC.C.B.; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; B. PUEYO; B. INVERDIS; FIBANC; B. ETCHEVERRÍA; B. HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; B. SABADELL; BANKINTER; BARCLAYS B.; B.GUIPUZCOANO; B.MARCH; B.GALLEGO; B.CAIXA GERAL; B. URQUIJO S.; BANKOA; B.MADRID; B.PYME; UBS B.; ALTAE B.; B. FINANTIA S.
2	$\{A\}$	BBVA; B. POPULAR; B. VALENCIA; B. ANDALUCÍA; B.BANIF; GEN. ELEC.C.B.; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; FIBANC; B. ETCHEVERRÍA; BANCOFAR; BNP PARIBAS; BANKOA; UBS B.
3	$\{GP\}$	B. PUEYO; B. INVERDIS; FIBANC; B.HALIFAX; BANCOFAR; B.SABADELL; BANKINTER; B.GUIPUZCOANO; B.GALLEGO; B. URQUIJO S.; B.MADRID; B.PYME; B.FINANTIA S.
4	$\{OGA\}$	BANESTO; B. PASTOR; B. VALENCIA; B. ANDALUCÍA; RBC DEXIA; CITI- BANK; FINANZIA B.; BNP PARIBAS; BARCLAYS B.; B. MARCH; B. CAIXA GERAL; B. URQUIJO S.; BANKOA; UBS BANK; ALTAE B.
5	$\{A,OGA\}$ ,	B. VALENCIA; B. ANDALUCÍA; RBC DEXIA; CITIBANK; FINANZIA B.; BNP PARIBAS; BANKOA; UBS B.
6	$\{GP,A\}$	FIBANC; BANCOFAR
7	$\{GP,OGA\}$	B. URQUIJO S.
8	$\{GP,A,OGA\}$	$\emptyset$

Tabla 6.17. Correspondencias inputs estratégicos - cajas de ahorros

Variables		Cajas de Ahorros
1	∅	C. ÁVILA; LA CAIXA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. C.C. BURGOS; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. ESPAÑA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANLLEU; C. MANRESA; C. LAIETANA; C. MURCIA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. DUERO; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; BANCAJA; C. VITORIA; CAJASUR; C. GALICIA; C. LA MANCHA; C. GRANADA; UNICAJA; C. NAVARRA; C. SABADELL; C. GIPÚZKOA; C. S. FERNANDO; C. TERRASSA; C. PENEDÉS; C. INMACULADA
2	{GP}	C. ÁVILA; C. CATALUNYA; C. C.C. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANLLEU; C. MANRESA; CAJASTUR; C. I. CANARIAS; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; C. VITORIA; C. GALICIA; C. GRANADA; UNICAJA; C. NAVARRA; C. SABADELL; C. GIPÚZKOA; C. TERRASSA; C. PENEDÉS
3	{OGA}	C. ÁVILA; C. C.C. BURGOS; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. MANLLEU; C. MANRESA; C. LAIETANA; C. I. CANARIAS; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; C. VITORIA; C. GRANADA; C. NAVARRA; C. SABADELL; C. TERRASSA; C. PENEDÉS
4	{A}	LA CAIXA; BILBAO B. K.; C. GUADALAJARA; C. ESPAÑA; C. MADRID; C. MURCIA; C. BALEARES; C. DUERO; BANCAJA; CAJASUR; C. LA MANCHA; C. S. FERNANDO; C. INMACULADA;
5	{GP,OGA}	C. ÁVILA; C. C.C. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. MANLLEU; C. MANRESA; C. I. CANARIAS; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; C. VITORIA; C. GRANADA; C. NAVARRA; C. SABADELL; C. TERRASSA; C. PENEDÉS
6	{GP,A}	C. MADRID
7	{A,OGA}	C. GUADALAJARA
8	{GP,A,OGA}	∅

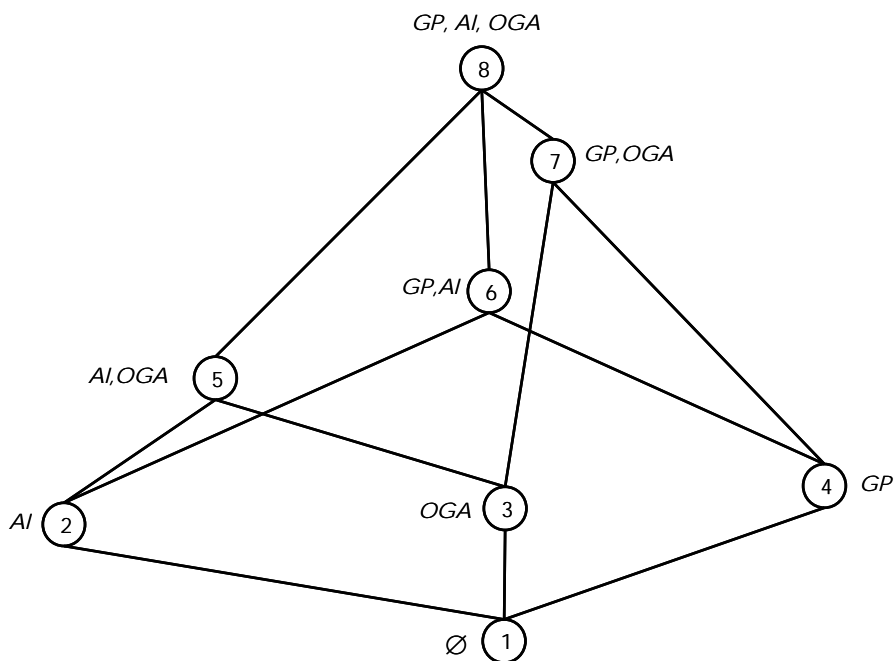


Figura 6.1 Retículo de Galois inputs estratégicos - bancos

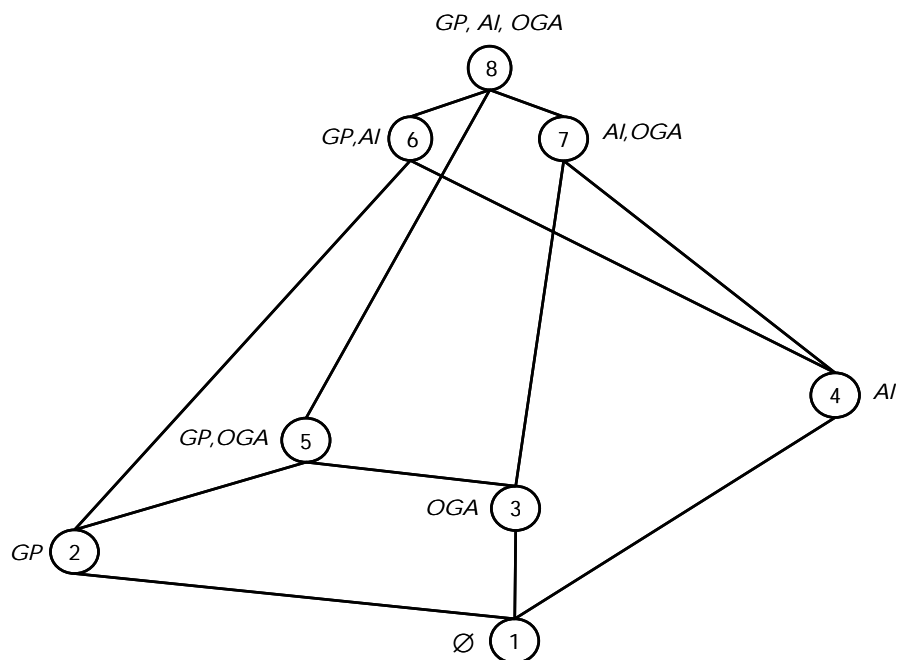


Figura 6.2 Retículo de Galois inputs estratégicos - cajas de ahorros

Considerando los resultados obtenidos para los bancos y las cajas de ahorros, cabe poner de manifiesto una serie de aspectos relevantes. En primer término, cuando una entidad, sea un banco o una caja, resulta afín con dos inputs estratégicos de forma independiente, también lo es con aquella agrupación en la que se consideran conjuntamente esos dos inputs. Por ejemplo, el Banco de Valencia y la Caja de Ahorros Provincial de Guadalajara presentan afinidad individual con la variable amortización de inmovilizado y con la variables otros gastos de gestión, por lo que también aparecen en las agrupaciones que considera ambos inputs simultáneamente.

En segundo lugar, también cabe destacar que cada una de las correspondencias obtenidas, tanto en el caso de lo bancos como en el de las cajas de ahorros, representa un vértice de su correspondiente Retículo de Galois, que de forma ordenada muestra las agrupaciones estratégicas homogéneas respecto a diferentes inputs estratégicos (Figura 6.1 y Figura 6.2).

Por último, en un análisis comparativo, cabe destacar que las agrupaciones obtenidas respecto a los diferentes inputs estratégicos son diferentes en cuanto al número de bancos y las cajas de ahorros que incluyen. En este sentido, las cajas de ahorros afines al input gastos de personal y al input otros gastos de administración son significativamente más que en el caso de los bancos, donde se obtiene una agrupación más numerosa para el input amortización de inmovilizado.

A su vez, tal como se ha explicitado, el proceso realizado con los inputs estratégicos, también es susceptible de aplicación a los outputs estratégicos. Para lo cual, también se comienza con la matriz de los bancos, cuyo tamaño es de  $7 \times 33$ . En este caso, los pasos del algoritmo de correspondencia inversa máxima son:

- Se selecciona el conjunto de los outputs virtuales, ya que su cardinal, igual a 7, es el menor de los dos conjuntos, bancos y variables.
- Se construye el correspondiente *power set* del conjunto anterior, que contiene todas las combinaciones posibles de outputs virtuales, considerando cada output virtual de forma individual y en combinaciones de dos en dos, de tres en tres, etc., hasta la combinación simultánea de todos los outputs  $\{T, CC, CV, D, DECA, DECP, CP\}$ .
- Se hacen corresponder los bancos para cada elemento del *power set*, estableciéndose la correspondiente conexión a la derecha  $R_{\alpha}^+$  que sirve para determinar los sucesores de todas las combinaciones posibles de outputs virtuales.
- Entre todas las correspondencias anteriores, se escoge, para cada conjunto no vacío, el que posee un mayor número de elementos del *power set* y las relaciones resultantes se muestran en la Tabla 6.18.



Las correspondencias anteriores representan agrupaciones homogéneas o afines entre el conjunto de outputs virtuales y el formado por los bancos. En la Tabla 6.18 puede observarse que ninguno de los bancos muestra afinidad con los siete outputs estratégicos simultáneamente (vértice 1), como tampoco existe ningún banco que no se vincule con ningún output (vértice 37). Considerando cada output virtual de forma individual, se generan las siguientes agrupaciones afines:

- Crédito a la clientela  $\{CC\}$  (vértice 3). Un total de 14 bancos son afines a este output estratégico
- Tesorería  $\{T\}$  (vértice 2). Los bancos vinculados con este output estratégico son 12.
- Comisiones percibidas  $\{CP\}$  (vértice 4). También 12 bancos muestran afinidad con este output estratégico.
- Depósitos en entidades de crédito  $\{DECA\}$  (vértice 5). Los bancos afines a este output son 11.
- Cartera de valores  $\{CV\}$  (vértice 6). En total 10 bancos forman una agrupación homogénea en torno a este output estratégico.
- Depósitos de entidades de crédito  $\{DECP\}$  (vértice 7). Un total de 10 bancos resultan afines con este output.
- Depósitos  $\{D\}$  (vértice 8). Un total de 8 bancos muestran afinidad con este output estratégico.

El resto de agrupaciones afines toman como características combinaciones de los anteriores outputs estratégicos. Cabe destacar que se han obtenido 4 agrupaciones que combinan 4 outputs estratégicos y ésta es la máxima combinación de variables obtenida. Para cada una de ellas sólo existe un banco que muestra afinidad (Banco Popular Español, Banco de la pequeña y Mediana Empresa, Banco Gallego y Banco Español de Crédito).

La circunstancia anterior se explica por las estrategias empresariales, que suponen seleccionar unas determinadas variables, sacrificando otras, que permitan reflejar sus preferencias. Como se ha expuesto en el segundo Capítulo de esta Memoria, los recursos y las capacidades propias de cada empresa, así como las posibles barreras de movilidad de cada industria, favorecen que la especialización.

Como consecuencia de las elecciones estratégicas, en la Tabla 6.18 puede observarse que a medida que las combinaciones de outputs estratégicos aumentan, el número de bancos que presentan vinculación con esas combinaciones, disminuye. Obviamente, al igual que en caso de los inputs estratégicos, los bancos que muestran vinculación con varios outputs simultáneamente, también son afines con cada uno de esos outputs estratégicos de forma individual.

Por otro lado, el algoritmo de correspondencia inversa máxima también se utiliza para obtener el Reticulo de Galois relativo a los outputs virtuales de las cajas de ahorros. En este caso, la matriz con la que se inicia el procedimiento descrito previamente tiene un tamaño de 7x36.

Las correspondencias que representan agrupaciones homogéneas o afines entre el conjunto de outputs virtuales y el formado por las cajas de ahorros, se muestran en la Tabla 6.19 y. En ésta puede observarse que como en el caso de los bancos, ninguna caja de ahorros muestra afinidad con los siete outputs estratégicos simultáneamente (vértice 1). Tampoco existe ninguna caja de ahorros que muestre afinidad con ningún output (vértice 37). Considerando cada output virtual individualmente, se generan las siguientes agrupaciones afines:

- Comisiones percibidas {CP} (vértice 2). Un total de 15 cajas de ahorros muestran afinidad con este output estratégico.
- Crédito a la clientela {CC} (vértice 3). La agrupación relativa a este output engloba a 13 cajas de ahorros.
- Depósitos de entidades de crédito {DECP} (vértice 4). También 13 cajas de ahorros resultan afines con este output.
- Cartera de valores {CV} (vértice 5). En total 12 cajas de ahorros son afines a este output estratégico.
- Depósitos en entidades de crédito {DECA} (vértice 6). Las cajas afines a este output son 11.
- Tesorería {T} (vértice 7). En total, 11 cajas de ahorros conforman una agrupación en torno a este output.
- Depósitos {D} (vértice 8). Un total de 3 cajas de ahorros son afines con este output estratégico.

El resto de agrupaciones afines se caracterizan por combinaciones de los anteriores de 2, 3 y 4 outputs estratégicos. Al igual que con los bancos, como máximo se la combinan 4 outputs estratégicos, aunque en este caso son dos las agrupaciones con estas características y sólo una caja se vincula con cada una de ellas (Caja de Ahorros de Girona y Caja de Ahorros de La Rioja). En términos comparativos, también cabe poner de manifiesto que el número de agrupaciones afines es sensiblemente superior para los bancos que para las cajas.

Las correspondencias obtenidas de bancos y outputs y de cajas de ahorros y outputs conforman agrupaciones homogéneas y ordenadas que se reflejan en Reticulos de Galois. En este sentido, en la Figura 6.3 y la Figura 6.4 se muestran, respectivamente, el Reticulo de Galois correspondiente a los bancos y el relativo a las cajas de ahorros, donde se puede observar que a medida que se asciende en cada Reticulo, el número de outputs afines aumenta, mientras que el de bancos o cajas vinculados a las combinaciones de variables, disminuye.

Tabla 6.18. Correspondencias outputs estratégicos - bancos

Variables		Bancos
1	$\emptyset$	BBVA; BANESTO; B. POPULAR; B. PASTOR; B. VALENCIA; B. ANDALUCÍA; B. BANIF; GEN. ELEC.C.B.; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; B.PUEYO; B.INVERSI; FIBANC; B.ETCHEVERRÍA; B. HALIFAX; BANCOFAR; BNP PARIBAS; B.SABADELL; BANKINTER; BARCLAYS B.; B.GUIPUZCOANO; B.MARCH; B.GALLEGO; B.CAIXA GERAL; B. URQUIJO S.; BANKOA; B.MADRID; B.PYME; UBS B.; ALTAE B.; B.FINANTIA S.
2	{CC}	BBVA; B. POPULAR; B.PASTOR; B.VALENCIA; B.ANDALUCÍA; FINANZIA B.; B. ETCHEVERRÍA; BANCOFAR; B.SABADELL; BANKINTER; B.GUIPUZCOANO; B.CAIXA GERAL; BANKOA; B.MADRID
3	{T}	BANESTO; B. POPULAR; B. PASTOR; B. ANDALUCÍA; B. PUEYO; B. ETCHEVERRÍA; B. HALIFAX; B. SABADELL; B. GUIPUZCOANO; B. GALLEGO; BANKOA; B.PYME
4	{CP}	BANESTO; B. PASTOR; B. ANDALUCÍA; B. BANIF; B.INVERSI; FIBANC; BNP PARIBAS; B. URQUIJO S.; B.MADRID; B. PYME; UBS B.; ALTAE B.
5	{DECA}	BANESTO; B. POPULAR; B.BANIF; RBC DEXIA; CITIBANK; POPULAR B.P.; FINANZIA B.; BNP PARIBAS; B. URQUIJO S.; UBS B.; ALTAE B.
6	{CV}	BBVA; BANESTO; B. POPULAR; B. VALENCIA; FIBANC; B.SABADELL; BANKINTER; B. GUIPUZCOANO; B. GALLEGO; B. PYME
7	{DECP}	B.VALENCIA; B. BANIF; CITIBANK; FINANZIA B.; B.HALIFAX; BANCOFAR; B. GALLEGO; B. CAIXA GERAL; BANKOA; UBS B.
8	{D}	GEN. ELEC.C.B.; B. PUEYO; B. INVERSI; BARCLAYS B.; B. MARCH; B. GALLEGO; B. URQUIJO S.; B. PYME; B. FINANTIA S.
9	{T,CC}	B. POPULAR; B. PASTOR; B. ANDALUCÍA; B. ETCHEVERRÍA; B. SABADELL; B. GUIPUZCOANO; BANKOA
10	{CC,CV}	BBVA; B.POPULAR; B. VALENCIA; B. SABADELL; BANKINTER; B.GUIPUZCOANO
11	{DECA,CP}	BANESTO; B. BANIF; BNP PARIBAS; B. URQUIJO S.; UBS B.; ALTAE B.
12	{T,CV}	BANESTO; B. POPULAR; B. SABADELL; B. GUIPUZCOANO; B. GALLEGO; B. PYME
13	{CC,DECP}	B. VALENCIA; FINANZIA B.; BANCOFAR; B. CAIXA GERAL; BANKOA
14	{DECA,DECP}	B. BANIF; CITIBANK; FINANZIA B.; UBS B.

Tabla 6.18 (cont.). Correspondencias outputs estratégicos - bancos

Variables		Bancos
15	{T,CP}	BANESTO; B.PASTOR; B. ANDALUCÍA; B. PYME
16	{CC,CP}	B.PASTOR; B. ANDALUCÍA; B. MADRID
17	{CV,CP}	BANESTO; FIBANC; B. PYME
18	{D,CP}	B. INVERDIS; B. URQUIJO S.; B. PYME
19	{T,D}	B. PUEYO; B. GALLEGO; B. PYME
20	{T,DECP}	B.HALIFAX; B.GALLEGO; BANKOA
21	{CC,DECA}	B.POPULAR; FINANZIA B.
22	{CV,DECP}.	B. VALENCIA; B. GALLEGO
23	{T,CC,CV}.	B. POPULAR; B. SABADELL; B. GUIPUZCOANO
24	{DECA,DECP,CP}	B.BANIF; UBS B.
25	{T,CC,CP}.	B.PASTOR; B. ANDALUCÍA
26	{T,CV,CP}.	BANESTO; B. PYME
27	{T,CV,D}.	B. GALLEGO; B. PYME
28	{T,CV,DECA}	BANESTO; B. POPULAR
29	{CC,CV,DECP}	B.VALENCIA
30	{CC,DECA,DECP}	FINANZIA B.
31	{D,DECA,CP}	B. URQUIJO S.
32	{T,CC,DECP}	BANKOA
33	{T,CC,CV,DECA}	B. POPULAR
34	{T,CV,D,CP}	B. PYME
35	{T,CV,D,DECP}	B. GALLEGO
36	{T,CV,DECA,CP}	BANESTO
37	{T,CC,CV,D,DECA,DECP,CP}.	∅

Tabla 6.19. Correspondencias outputs estratégicos - cajas de ahorros

Variables		Bancos
1	$\emptyset$	C. ÁVILA; LA CAIXA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. C.C. BURGOS; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. ESPAÑA; C. LA RIOJA; C. MADRID; C. MANLLEU; C. MANRESA; C. LAIETANA; C. MURCIA; CAJASTUR; C. BALEARES; C. I. CANARIAS; C. DUERO; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; BANCAJA; C. VITORIA; CAJASUR; C. GALICIA; C. LA MANCHA; C. GRANADA; UNICAJA; C. NAVARRA; C. SABADELL; C. GIPÚZKOA; C. S. FERNANDO; C. TERRASSA; C. PENEDÉS; C. INMACULADA
2	$\{CP\}$	C. ÁVILA; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MANRESA; C. I. CANARIAS; C. G. CANARIAS; C. TARRAGONA; C. VITORIA; C. GALICIA; UNICAJA; C. GIPÚZKOA; C. S. FERNANDO
3	$\{CC\}$	C. ÁVILA; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MANLLEU; C. MANRESA; C. LAIETANA; C. VITORIA; C. GRANADA; UNICAJA; C. INMACULADA
4	$\{DECP\}$	C. GIRONA; C. ESPAÑA; C. MADRID; C. LAIETANA; C. MURCIA; C. BALEARES; C. DUERO; C. TARRAGONA; BANCAJA; CAJASUR; C. GALICIA; C. SABADELL; C. PENEDÉS
5	$\{CV\}$	C. ÁVILA; C. C.C. BURGOS; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MANRESA; C. I. CANARIAS; C. TARRAGONA; C. VITORIA; C. LA MANCHA
6	$\{DECA\}$	LA CAIXA; BILBAO B. K.; C. MADRID; C. MURCIA; C. DUERO; BANCAJA; CAJASUR; C. NAVARRA; C. S. FERNANDO; C. TERRASSA; C. INMACULADA
7	$\{T\}$	LA CAIXA; C. CATALUNYA; BILBAO B. K.; C. ESPAÑA; C. LA RIOJA; C. MURCIA; CAJASTUR; C. G. CANARIAS; CAJASUR; C. LA MANCHA; C. PENEDÉS
8	$\{D\}$	C. C.C. BURGOS; C. SABADELL; C. TERRASSA
9	$\{CV,CP\}$	C. ÁVILA; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MANRESA; C. I. CANARIAS; C. TARRAGONA; C. VITORIA
10	$\{CC,CP\}$	C. ÁVILA; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MANRESA; C. VITORIA; UNICAJA
11	$\{DECA,DECP\}$	C. MADRID; C. MURCIA; C. DUERO; BANCAJA; CAJASUR

Tabla 6.19 (cont.) Correspondencias outputs estratégicos - cajas de ahorros

Variables		Bancos
12	{T,DECA}	LA CAIXA; BILBAO B. K.; C. MURCIA; CAJASUR
13	{T,DECP}	C. ESPAÑA; C. MURCIA; CAJASUR; C. PENEDÉS
14	{DECP,CP}	C. GIRONA; C. TARRAGONA; C. GALICIA
15	{CC,DECP}	C. GIRONA; C. LAIETANA]
16	{T,CP}	C. LA RIOJA; C. G. CANARIAS
17	{T,CV}	C. LA RIOJA; C. LA MANCHA
18	{CC,DECA}	C. INMACULADA]
19	{CV,D}	C. C.C. BURGOS]
20	{D,DECA}	C. TERRASSA
21	{D,DECP}	C. SABADELL
22	{CC,CV,CP}	C. ÁVILA; C. M. BURGOS; C. EXTREMADURA; C. GIRONA; C. GUADALAJARA; C. LA RIOJA; C. MANRESA; C. VITORIA
23	{CV,DECP,CP}	C. GIRONA; C. TARRAGONA
24	{T,DECA,DECP}	C. MURCIA; CAJASUR
25	{CC,CV,DECP,CP}	C. GIRONA
26	{T,CC,CV,CP}	C. LA RIOJA
27	{T,CC,CV,D,DECA,DECP,CP}.	∅

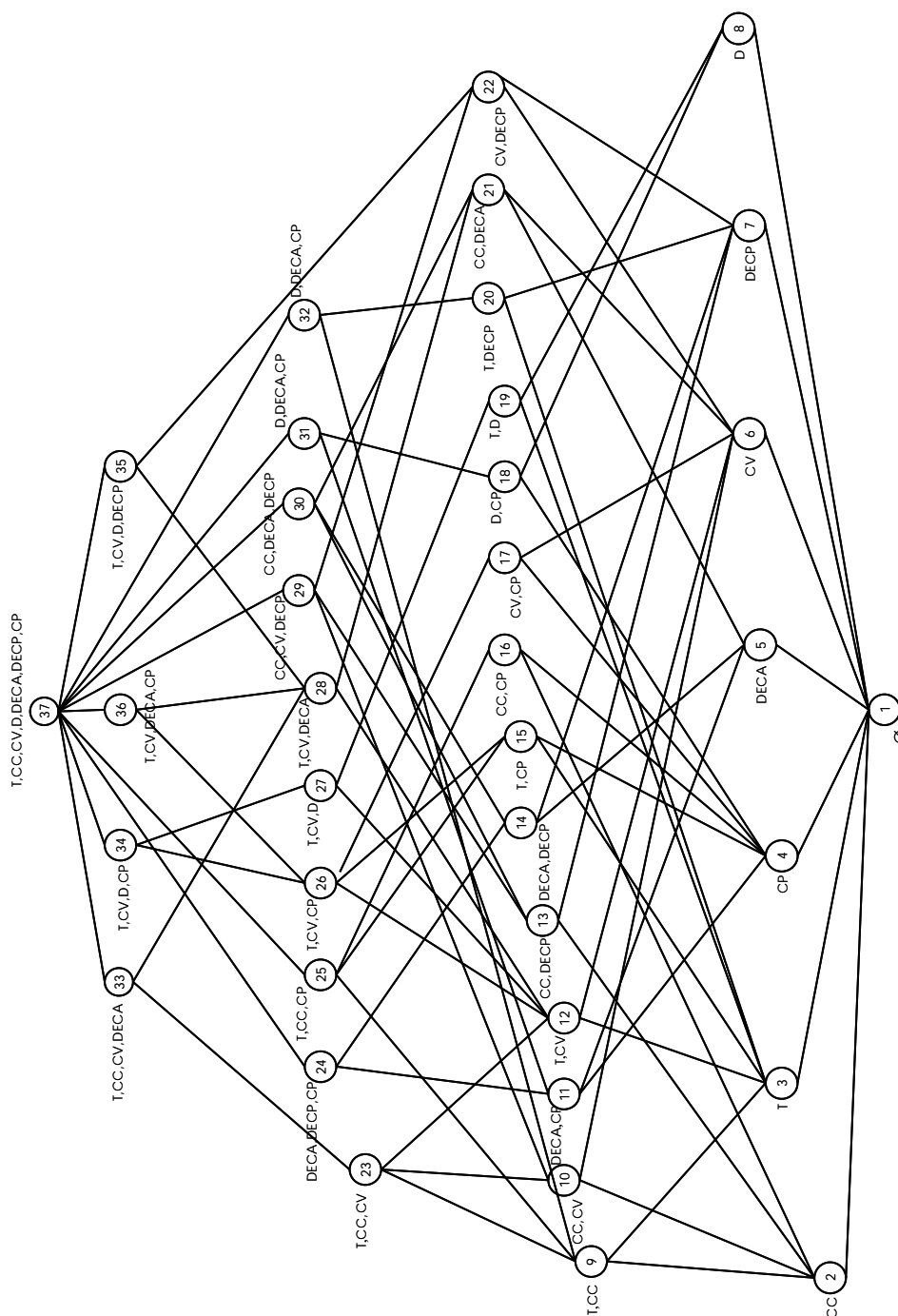


Figura 6.3. Retículo de Galois outputs estratégicos - bancos

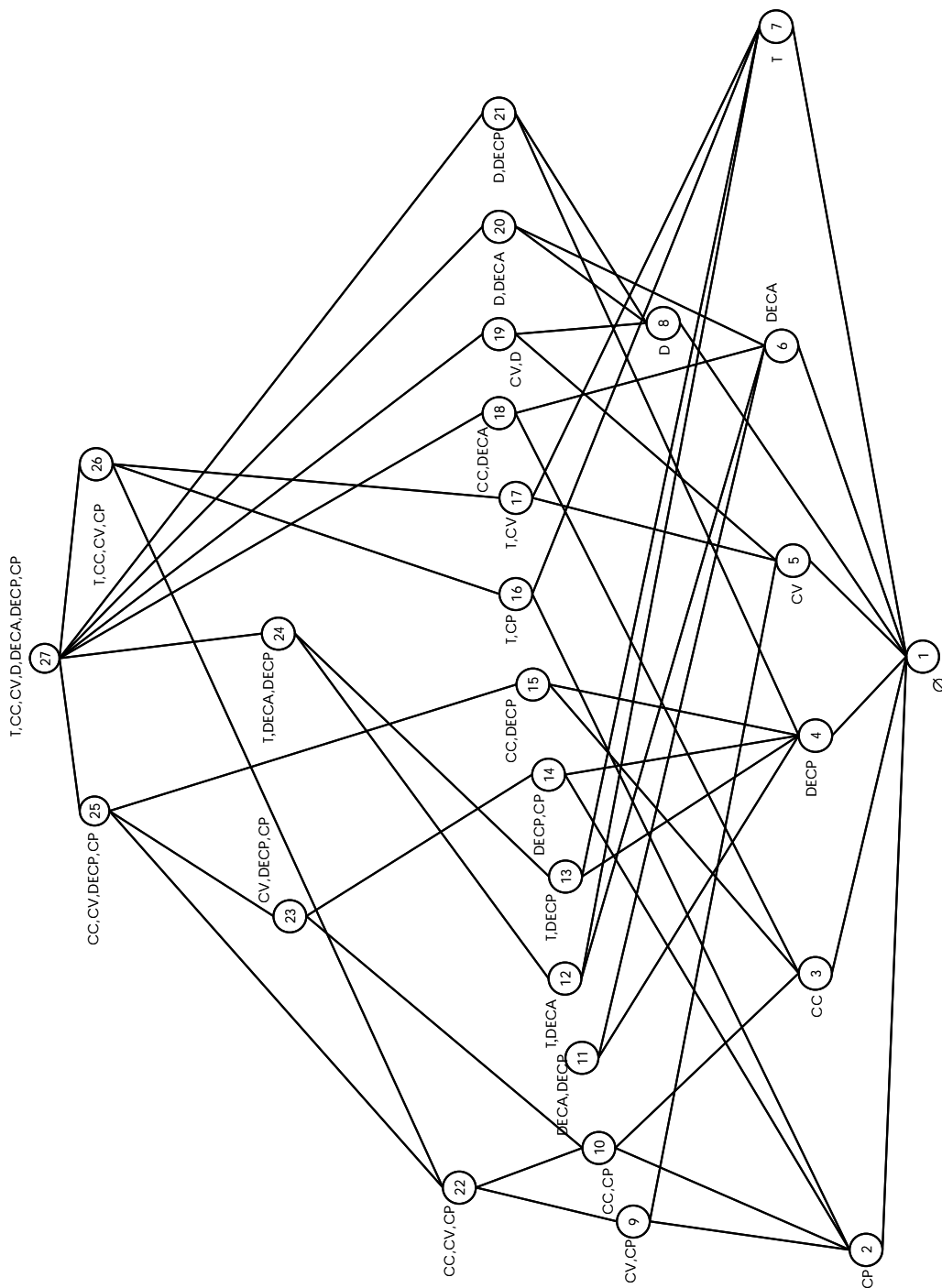


Figura 6.4. Retículo de Galois outputs estratégicos - cajas de ahorros



## **Capítulo 7.**

### **CONCLUSIONES**

- 7.1. Conclusiones
- 7.2. Líneas de investigación abiertas



## 7.1. CONCLUSIONES

A modo de resumen, en este apartado se recogen las principales conclusiones derivadas de la labor investigadora realizada que pueden servir de base para alcanzar el propósito inicial de la presente Memoria de Tesis Doctoral.

Con esta investigación se introduce un nuevo modelo de análisis que deriva en el concepto de "Reticulos Estratégicos basados en DEA". El modelo propuesto es la base conceptual de las principales conclusiones de este trabajo: la innovación en la obtención de información para el análisis de los Grupos Estratégicos que permita mejorar la toma de decisiones de gestión en las empresas.

Entonces, el trabajo de investigación desarrollado introduce una nueva forma de "saber hacer" en las tareas que las empresas deben realizar para analizar el entorno en el que operan, permitiendo reflejar de una forma más adecuada la realidad compleja que lo caracteriza. En este sentido, se presentan conclusiones y aportaciones tanto de carácter conceptual y metodológico, como en relación a la aplicación práctica del modelo de análisis propuesto.

Una vez descrito en términos generales el problema objeto de estudio de esta Memoria, en el Capítulo 2 se procedió a analizar los aspectos vinculados a los Grupos Estratégicos como estructuras relevantes para el estudio del entorno competitivo en el que actúan las empresas. De esta forma, se han podido constatar los siguientes aspectos relevantes:

- Los Grupos Estratégicos han sido objeto de múltiples definiciones. A este respecto, la Teoría de la Organización Industrial, la Teoría de Recursos y Capacidades y el Enfoque Cognitivo han influido significativamente en la concepción del término. Un Grupos Estratégico puede entenderse como un conjunto de empresas que emplea recursos y desarrolla capacidades similares para ofrecer productos o servicios análogos, con el objetivo de ajustarse al entorno y competir con el resto de empresas.
- Las investigaciones efectuadas en el ámbito de los Grupos Estratégicos son numerosas y prolíferas, aunque no existe un consenso claro sobre las implicaciones relativas a este ámbito de estudio, puesto que en las diversas líneas de estudio abiertas, como por ejemplo, su capacidad de influencia en los resultados económicos de cada empresa o sus efectos sobre la rivalidad entre empresas, se han obtenido conclusiones contradictorias.
- Aunque tampoco existe una metodología única para analizar los Grupos Estratégicos, de la revisión de las investigaciones se deriva que el análisis clúster, concretamente el algoritmo de Ward y el de las K-medias, son las técnicas habitualmente utilizadas en este ámbito.

- Una extensa mayoría de las investigaciones empíricas realizadas adolece de dos limitaciones principales que suscita una oportunidad de investigación en el estudio de los Grupos Estratégicos, a saber:
  - La escasa flexibilidad en su análisis, que conlleva la identificación de grupos nitidamente diferenciados en los que cada empresa suele vincularse con una única agrupación.
  - La ausencia de un criterio que refleje la relación causal que se produce entre las variables estratégicas y tenga en cuenta el principio económico de eficiencia que rige la operativa de cualquier actividad empresarial.

Las dos limitaciones constatadas, plantearon la búsqueda de otras herramientas para solucionar la problemática, por lo que en los dos siguientes Capítulos se estudiaron dos técnicas diferentes que podrían aportar luz a cada una de las anteriores limitaciones de forma aislada. En concreto, las técnicas vinculadas a la Teoría de Afinidades, que derivan en la generación de Reticulos de Galois y subrelaciones máximas de similitud, y el Análisis Envolvente de Datos (DEA).

En consecuencia, en el Capítulo 3, se analizaron las características y principios vinculados a la Teoría de Afinidades, lo que permitió comprobar los siguientes aspectos destacables:

- Las operaciones vinculadas al álgebra moderna o abstracta se perfilan procedimientos de interés para analizar las agrupaciones de individuos u objetos, ya que, mediante la construcción de matrices que reflejen la relación entre dos conjuntos de elementos o entre elementos de un mismo conjunto se pueden derivar, en base a diferentes niveles de homogeneidad, las relaciones de similitud y afinidad establecidas entre los mismos.
- Los Reticulos de Galois reflejan agrupaciones homogéneas y ordenadas, a partir de relaciones de afinidad, para las que se puede analizar los individuos u objetos que las conforman y las diferentes combinaciones de atributos o dimensiones que las caracterizan.
- Los Reticulos de Galois pueden derivarse a partir de las familias y cierres de Moore, pero también con el algoritmo de correspondencia inversa máxima y con el algoritmo de las submatrices completas máximas.
- Las subrelaciones máximas de similitud, que pueden obtenerse aplicando el algoritmo de Pichat, generan grupos en base a la distancia que existe entre los elementos de un conjunto, permitiendo que los elementos sean comunes a varios de los grupos.

En base a lo anterior, se constató la oportunidad que plantea utilizar las técnicas relacionadas con la Teoría de Afinidades para flexibilizar el análisis de los Grupos Estratégicos de empresas.

Por su parte, en el Capítulo 4 se estudiaron las particularidades concernientes al DEA, como técnica de medición de la eficiencia, lo que permitió constatar los siguientes aspectos principales:

- La medición de la eficiencia técnica realizada a través del DEA se basa en el concepto de Óptimo de Pareto, uno de los principios primordiales en el funcionamiento de la Economía, en general, y de cualquier empresa, en particular.
- El DEA es una herramienta de programación lineal, no paramétrica y de frontera, que posibilita determinar la eficiencia técnica de un conjunto de organizaciones en base a la relación que se establece entre los inputs que utiliza y los outputs que obtiene, sin necesidad de especificar una función productiva concreta.
- Las aportaciones existentes en la literatura para aplicar el DEA son múltiples, aunque destaca especialmente la clasificación que los diferencia en modelos multiplicativos y modelos envolventes, de los que se derivan:
  - Las tasas de eficiencia relativa de cada organización evaluada, diferenciando entre eficientes e ineficientes.
  - Los conjuntos que sirven de referencia para las organizaciones ineficientes.
  - Las ponderaciones de las variables y las variables virtuales, que son el producto de la variable por su respectiva ponderación, que determinan la importancia relativa que cada organización otorga a cada atributo en busca de un comportamiento eficiente.

En base a lo anterior, se comprobó que, por un lado, el DEA permite establecer una relación causal entre las variables estratégicas que caracterizan la función productiva de las organizaciones económicas en base al principio de eficiencia que rige cualquier empresa, y, por otro, los resultados que genera son susceptibles de utilización en el análisis de los Grupos Estratégicos, puesto que los conjuntos de referencia reflejan relaciones entre líderes y seguidores estratégicos y las ponderaciones sirven para analizar la similitud de las variables estratégicas de diferentes empresas. A este respecto, las variables virtuales representan las opciones estratégicas que cada empresa elige.

A pesar de lo anterior, también se constató que la aplicación práctica del DEA entraña una problemática que conviene solventar para que su uso pueda ser

considerado como correcto. En concreto, se analizaron dos limitaciones destacadas, así como las alternativas posibles para solventarlas, a saber:

- La posible existencia de ponderaciones nulas asociadas a algunas variables, lo que puede corregirse estableciendo restricciones sobre las ponderaciones que pueden o no modificar la frontera original.
- La multiplicidad de combinaciones de ponderaciones óptimas asociadas a las organizaciones que conforman la frontera eficiente, por lo que resulta conveniente seleccionar alguna de acuerdo a un criterio razonable y no azaroso. A este respecto, se suscita la conveniencia de que esta selección se realice intentando que el apoyo de los datos reales que se están analizando sea máximo.

Considerando el objetivo central de la labor de investigación que vertebra esta Memoria de Tesis Doctoral, el estudio realizado en los dos capítulos anteriores condujo a proponer un modelo original que permitiese solventar la problemática señalada en el segundo Capítulo. A este respecto, el Capítulo 5 se dedicó a plantear la propuesta de un modelo que, combinando las técnicas expuestas previamente, permitiese superar las limitaciones inicialmente detectadas en el análisis de los Grupos Estratégicos y mejorar la obtención de información para la toma de decisiones en la gestión empresarial.

Del modelo de análisis propugnado se despenden las siguientes características relevantes:

- Mediante la aplicación de los modelos multiplicativos de DEA se diferencian entre las empresas eficientes y las ineficientes.
- La selección del conjunto de ponderaciones óptimas de las empresas completamente eficientes se realiza consiguiendo el mayor apoyo del resto de empresas eficientes y, por tanto, de los datos reales relativos a las empresas analizadas. En base a esto, se generan las variables virtuales de las empresas completamente eficientes.
- Las variables virtuales obtenidas para las empresas anteriores se utilizan para establecer restricciones sobre las ponderaciones del resto de empresas, evitando, así, las ponderaciones nulas y derivando las variables virtuales de estas empresas.
- Las variables virtuales de todos los tipos de empresas se consideran representativas de las opciones estratégicas que realizan en el desarrollo de su actividad empresarial.
- Las variables virtuales se utilizan como datos de partida para calcular la similitud entre las empresas en base a una medida complementaria a la distan-

cia y, construir así una matriz que, en función de un nivel de homogeneidad, permite aplicar el algoritmo de Pichat y obtener las denominadas "subrelaciones máximas de similitud estratégica".

- También a partir de los conjuntos de variables virtuales y de empresas se elabora una matriz que establece las relaciones entre los conjuntos y, en función de un nivel de homogeneidad, permite aplicar el algoritmo de correspondencia inversa máxima para obtener los denominados "Retículos Estratégicos de Galois".

Finalmente, al objeto de comprobar la utilidad y validez del modelo propuesto, en el Capítulo 6 se realizó una aplicación práctica del mismo en un entorno real, en concreto el sector bancario español, cuyo análisis ha permitido, en primer término, constatar los siguientes aspectos relevantes:

- El sector bancario, tanto el español como el de otros países, ha sido objeto de diversos estudios relativos al análisis de los Grupos Estratégicos debido a que juega un papel primordial en el funcionamiento de la Economía.
- El sector bancario español está constituido principalmente por bancos y cajas de ahorros, por lo que debido a la mayor importancia relativa se constituyen como el objetivo del estudio.
- Las perspectivas inductiva o deductiva adoptadas en el análisis de cualquier sector bancario condicionan la selección de variables. Asimismo, puede considerarse que las entidades financieras realizan una función o bien productiva o bien de intermediación, aspecto que también supedita las variables seleccionadas para su análisis. En cualquier caso, las variables obtenidas a partir de los estados contables pueden diferenciarse entre inputs y outputs estratégicos.

Posteriormente, el esfuerzo investigador se enfocó en el desarrollo, de forma consecutiva, de las diferentes fases de la propuesta metodológica y se analizaron con detalle los resultados obtenidos en cada una de ellas, diferenciado, por un lado, los resultados relativos a la propia aplicación del DEA para obtener las variables estratégicas de cada entidad bancaria y, por otro, las agrupaciones de bancos y cajas de ahorros que conforman los Retículos Estratégicos de Galois y las subrelaciones máximas de similitud estratégica. A este respecto, el análisis se efectuó de forma particular para los bancos y para las cajas de ahorros, llegando a poder efectuar aportaciones diferenciadas en ambos casos.

Las agrupaciones obtenidas permitieron analizar con más detalle las similitudes estratégicas que presentan los bancos y las cajas de ahorros españolas en relación a sus inputs y outputs estratégicos. Además, los grupos derivados posibilitaron conocer las diferentes combinaciones de dimensiones estratégicas que generaron

afinidad entre las entidades y se pudieron identificar los bancos y cajas de ahorros que presentaban similitudes con más de un grupo.

En consecuencia, y en base al proceso de investigación desarrollado en este Memoria de Tesis Doctoral, se ha podido constatar la utilidad del modelo propuesto, que de forma sintética se enuncia como "Retículos Estratégicos basados en DEA", para analizar las agrupaciones de tipo estratégico, considerando las condiciones reales del contexto en el que operan las empresas, con el objetivo de obtener información que permita mejorar la toma de decisiones de gestión empresarial, propósito principal del estudio.



## 7.2. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN ABIERTAS

Al plantear una investigación exploratoria, con las limitaciones que este tipo conlleva, se suscita abrir camino a otros estudios posteriores que profundicen en distintos aspectos por indagar. Así, esta investigación debe dar pie a otros trabajos sobre el tópico que planteen una mayor comprobación empírica del modelo propuesto, así como modelizar, aplicar y evaluar lo que aún no se ha explorado. Todo ello con el objetivo de seguir con la comprobación empírica del modelo propuesto, además de desarrollar y aplicar versiones posteriores del mismo.

La investigación es novedosa no sólo por la metodología propuesta para el ámbito de análisis que ha configurado el eje central de esta Memoria, sino por las líneas de estudio que abre. En este sentido, se suscita la posibilidad de desplegar dos vertientes genéricas para trabajar sobre los Grupos Estratégicos:

- Modelización teórica:

Resulta conveniente avanzar en todas las características que se han dibujado en esta Tesis de forma genérica para conseguir mejorar la obtención de información relevante para la toma de decisiones de gestión empresarial.

En relación a los Grupos Estratégicos, conviene seguir estudiando la realidad a la que se enfrentan las organizaciones económicas para que los modelos permitan reflejar otras características del entorno complejo en el que operan y contemplen las opiniones y consideraciones de gestores empresariales, agentes decisivos en el desarrollo de la estrategia empresarial.

En relación a la propia metodología propuesta, puede resultar de gran importancia continuar analizando algunas limitaciones del DEA. En ese sentido, un aspecto de gran interés se refiere a la problemática relacionada con la inclusión de variables con valores negativos, cuyo tratamiento en algunos modelos es realmente conflictivo.

También cabe plantearse continuar profundizando en otras alternativas metodológicas vinculadas a la Teoría de Afinidades que puedan arrojar aún más luz en los procesos de búsqueda de afinidades y agrupaciones, como podría ser avanzar en las relaciones de orden entre los elementos y la introducción de opiniones de expertos.

- Aplicaciones empíricas.

Dentro de la amplitud de un trabajo de esta consideración y dada la especial relevancia de las entidades de crédito, se debería continuar profundizando en su estudio. Por tanto, se avizora como una línea interesante la utilización de otras combinaciones de variables, así como un mayor detalle de éstas para obtener más información sobre los Grupos Estratégicos en el sector bancario español, contem-

plando también los efectos que suponen las modificaciones de la normativa legal que rige su funcionamiento.

Así mismo, también cabe sugerir un estudio que, mediante la aplicación del modelo propuesto, permita realizar aportaciones al resto de líneas abiertas en el contexto de los Grupos Estratégicos, especialmente centrado en el efecto que generan sobre los resultados financieros de las entidades de crédito españolas.

En cualquier caso, el avance del modelo explorado en este trabajo debe ir más allá de la experiencia que se aporta en relación con sector bancario español. De esa forma, se podrá avanzar en el estudio e implantación de los Reticulos Estratégicos de Galois basados en DEA en muy distintos ámbitos de la realidad económica.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**



- Abbott, M. y C. Doucouliagos. (2003). The efficiency of Australian universities: a data envelopment analysis. *Economics of Education Review* 22, 89-97.
- Adu, Lily M. 2001. "A Data Envelopment Analysis-Based Framework for Strategic Group Analysis: Empirical Investigation in the Hospital Industry." University of Iowa.
- Ahn, T., A. Charnes y W. Cooper. (1988). Some statistical and DEA evaluations of relative efficiencies of public and private institutions of higher education. *Socio-Economic Planning Sciences* 22, 259-269.
- Aigner, D.J. y S.F. Chu. (1968). On estimating the industry production function. *American Economic Review* 58, 826-839.
- Aigner, D.J., C.A. Lovell y P.J. Schmidt. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics* 6, 21-37.
- Albi, E., C. Contreras, J.M. González- Páramo y I. Zubiri. (1994). Teoría de la Hacienda Pública. Barcelona: Ariel Economía.
- Ali, A.I., C.S. Lerne y L.M. Seiford. (1995). Components of efficiency evaluation in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research* 73, 215-232.
- Ali, A.I. y L.M. Seiford. (1990). Translation Invariance in Data Envelopment Analysis. *Operations Research Letters* 9, 403-405.
- Allen, R., A.D. Athanassopoulos, R. Dyson y E. Thanassoulis. (1997). Weights restrictions and value judgements in Data Envelopment Analysis: Evolution, development and future directions. *Annals of Operations Research* 73, 13-34.
- Altunbas, Y., E.P. Gardener, P. Molyneux y B. Moore. (2001). Efficiency in European banking. *European Economic Review* 45, 1931-1955.
- Aly, H.Y., R. Grabowski, C. Pasurka y N. Rangan. (1990). Technical, Scale, and Allocative Efficiencies in U.S. Banking: An Empirical Investigation. *The Review of Economics and Statistics* 72, 211-218.
- Amel, D.F. y S.A. Rhoades. (1988). Strategic Groups in Banking. *The Review of Economics and Statistics* 70, 685-689.
- Andersen, P. y N.C. Petersen. (1993). A Procedure for Ranking Efficient Units in DEA. *Management Science* 39, 1261-1264.
- Angelidis, D. y K. Lyroudi. (2006). Efficiency in the Italian Banking Industry: Data Envelopment Analysis and Neural Networks. *International Research Journal of Finance and Economics* 5, 155-165.
- Asmild, M., J.C. Paradia y D.N. Reeseb. (2006). Theoretical Perspectives of Trade-Off Analysis Using DEA. *Omega* 34, 337-343.

- Athanassapoulos, A.D. (2003). Strategic Groups, Frontier Benchmarking and Performance Differences: Evidence from the UK Retail Grocery Industry. *Journal of Management Studies* 40, 921-953.
- Athanassapoulos, A.D. y J.A. Ballantine. (1995). Ratio and Frontier Analysis for Assessing Corporate Performance: Evidence from the Grocery Industry in the UK. *Journal of the Operational Research Society* 46, 427-440.
- Athanassapoulos, A.D. y E. Shale. (1997). Assessing the comparative efficiency of higher education institutions in the UK by means of data envelopment analysis. *Education Economics* 5, 117-134.
- Avkiran, N.K. (2006). Developing foreign bank efficiency models for DEA grounded in finance theory. *Socio-Economic Planning Sciences* 40, 275-296.
- (2001). Investigating technical and scale efficiencies of Australian universities through data envelopment analysis. *Socio-Economic Planning Sciences* 35, 57-80.
- Azofra, V., de la Fuente, J. M., A. de Miguel y J.M. Rodríguez. (1990). Cambios en la Estrategia Competitiva de la Banca Española durante los Años Ochenta. *Cuadernos Económicos* 42, 103-118.
- Badini, F., J.C. Soares de Mello y L. Angulo-Meza. (2009). Choosing Weights in Optimal Solutions for DEA-BCC Models by means of an N-Dimensional Smooth Frontier. *Pesquisa Operacional* 29, 623-642.
- Bain, J.S. (1956). Barriers to New Competition. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Banker, R.D., A. Charnes y W.W. Cooper. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science* 30, 1078-1092.
- Banker, R.D., A. Charnes, W. Cooper, J. Swarts y D. Thomas. (1989). An Introduction to Data Envelopment Analysis with Some of their Models and its Uses. *Research in Governmental and Nonprofit Accounting* 5, 125-163.
- Banker, R.D. y R. Morey. (1986). Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs. *Operations Research* 34, 513-521.
- Barbut, M. y B. Monsardet. (1970). Ordre et Classification. Algèbre el Combinatoire (vol. II). Hachette: Francia.
- Barnard, C. (1938). The Functions of the Executive. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Barney, J.B. (1991). Firm Resources and Sustained Competitive Advantage. *Journal of Management* 17, 99-120.

- (1986). Types of Competition and the Theory of Strategy: Toward an Integrated Framework. *The Academy of Management Review* 11, 791-200.
- Barney, J.B. y R.E. Hoskisson. (1993). Strategic Groups: Untested Assertions and Research Proposals. *Managerial and Decision Economics* 11, 187-198.
- Baum, J.A. y H.J. Korn. (1996). Competitive Dynamics of Interfirm Rivalry. *The Academy of Management Journal* 39, 255-291.
- Bauman, Z. (2003). Modernidad Líquida. Fondo de Cultura Económica.
- Beasley, J.E. (1990). Comparing University Departments. *OMEGA International Journal of Management Sciences* 12, 171-183.
- Bergendahl, G. (1998). DEA and Benchmarks – An Application to Nordic banks. *Annals of Operations Research* 82, 233-249.
- Berger, A.N. y D.B. Humphrey. (1997). Efficiency of Financial Institutions: International Survey and Directions for Future Research. *European Journal of Operational Research* 98, 175-212.
- Black, J.A. y K.B. Boal. (1994). Strategic Resources: Traits, Configurations and Paths to Sustainable Competitive Advantage. *Strategic Management Journal* 15, 131-148.
- Blackorby, C. y C.J. Russell. (1999). Aggregation of Efficiency Indices. *Journal of Productivity Analysis* 12, 5-20.
- Boari, C., V. Odorici y M. Zamarian. (2003). Clusters and Rivalry: Does Localization Really Matter? *Scandinavian Journal of Management* 19, 467-489.
- Bogner, W. C. 1991. "Patterns of Infra-Industry Competition: A Dynamic Analysis of Theoretical Foundations of Strategic Groups." University of Illinois at Urbana Champaign.
- Bogner, W.C. y H. Thomas. (1996). A Longitudinal Study of the Competitive Positions and Entry Paths of European Firms in the U.S. Pharmaceutical Market. *Strategic Management Journal* 17, 85-107.
- Bogner, W.C., J.T. Mahoney y H. Thomas. (1998). Paradigm Shift: The Parallel Origin, Evolution and Function of strategic Groups Analysis with the Resource-Based Theory of the Firm. *Advances in Strategic Management* 15, 63-102.
- Boussofiane, A., R.G. Dyson y E. Thanassoulis. (1991). Applied Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research* 52, 1-15.
- Budayan, C. 2008. "Strategic Group Analysis: Strategic Perspective, Differentiation and Performance in Construction." Middle East Technical University.

- Budayan, C., I. Dikmen y M.T. Birgonul. (2009). Comparing the performance of traditional cluster analysis, self-organizing maps and fuzzy C-means methods for strategic grouping. *Expert Systems with Applications* 36, 11772-11781.
- Buela-Casal, G. (2005). Análisis de la productividad científica de las universidades españolas. *Apuntes De Ciencia y Tecnología* 14, 36-43.
- Burrell, G. y G. Morgan. (1979). *Sociological Paradigms and Organizational Analysis*. London: Cower.
- Button, K. y T. Weyman-Jones. (1994). X-efficiency and technical efficiency. *Public Choice* 80, 83-105.
- Calvino, I. Seis Propuestas para el Próximo Milenio. Madrid: Siruela.
- Calvo-Bernardino, A., L. Rodríguez-Sáiz, J.A. Parejo-Gámir y A. Cuervo-García. (1999). Manual del Sistema Financiero Español. Barcelona: Ariel.
- Camanho, A. S. y R. G. Dyson (2005). Cost Efficiency, Production and Value-Added Models in the Analysis of Bank Branch Performance. *The Journal of the Operational Research Society* 56, pp. 483-494.
- Cansino, M., J.M. (2001). La eficiencia del sector público: métodos de evaluación y organismos responsables. El caso de España. Instituto de Estudios Fiscales.
- Castells, M. (1996). The Rise of the Network Society (The Information Age, Economy, Society and Culture, Vol. 1). Maldem, MA: Blackwell Publishers, Inc.
- Casu, B., G. Girardone y P. Molyneux. (2004). Productivity Change in European Banking: A Comparison of Parametric and Non-Parametric Approaches. *Journal of Banking y Finance* 28, 2521-2540.
- Caves, R.E. y P. Ghemawat. (1992). Identifying Mobility Barriers. *Strategic Management Journal* 13, 1-12.
- Caves, R.E. y M.E. Porter. (1977). From Entry Barriers to Mobility Barriers: Conjectural Decisions and Contrived Deterrence to New Competition. *Quarterly Journal of Economics* 91, 241-261.
- Céspedes-Lorente, J. (1996). Grupos Estratégicos en la Banca privada Española. *Información Comercial Española* 753, 106-124.
- Charnes, A., W.W. Cooper, B. Golany, L.M. Seiford y J. Stutz. (1985). Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans Efficient Empirical Production Functions. *Journal of Econometrics* 30, 91-107.
- Charnes, A., W.W. Cooper y E. Rhodes. (1979). Short Communication Measuring the Efficiency of Decision-Making Units. *European Journal of Operational Research* 3.



- . Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through. *Management Science* 27, 668-687.
- Charnes, A., W.W. Cooper y R.M. Thrall. (1991). A Structure for Classifying and Characterizing Efficiencies and Inefficiencies in DEA. *Journal of Productivity Analysis* 2, 197-237.
- . (1986). Classifying and Characterizing Efficiencies and Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Operations Research Letters* 5, 105-110.
- Charnes, A., W.W. Cooper, Q.L. Wei y Z.M. Huang. (1989). Cone Ratio Data Envelopment Analysis and Multi-Objective Programming. *International Journal of Systems Science* 20, 1099-1118.
- Charnes, A., W. Cooper, B. Golany y L.M. Seiford. (1985). Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics* 30, 91-107.
- Charnes, A., W. Cooper y E. Rhodes. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research* 2, 429-444.
- Chen, M.J. (1996). Competitor Analysis and Interfirm Rivalry: Toward a Theoretical Integration. *The Academy of Management Review* 21, 100-134.
- Clara-Lloret, N. 2004. "Estudi de mètodes de classificació borrosa i la seva aplicació a l'agrupació de zones geogràfiques en base a diverses característiques incertes." Universidad de Girona.
- Clarke, R. (1985). *Industrial Economics*. Oxford: Blackwell.
- Claver-Cortés, E., J.F. Molina-Azorín y J. Pereira-Moliner. (2006). Strategic Groups in the Hospitality Industry: Intergroup and Intragroup Performance Differences in Alicante, Spain. *Tourism Management* 27, 1101-1116.
- Coase, R.H. The Problem of Social Cost. *Journal of Law and Economics* 3, 1-44.
- Coelli, T., D.S. Prasada y G.E. Battese. (1998). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Kluwer Academic Publishers.
- Cook, W.D. y L.M. Seiford. (2009). Data envelopment analysis (DEA) – Thirty years on. *European Journal of Operational Research* 192, 1-17.
- Cool, K. O., I. Dierickx and R. Martens. 1994. "Asset Stocks, Strategic Groups and Rivalry." In H. Daems y H. Thomas's, *Strategic Groups, Strategic Moves and Performance* Oxford: Elsevier Science.
- Cool, K.O. y D.E. Schendel. (1987). Strategic Group Formation and Performance: the case of the U.S. Pharmaceutical Industry, 1963-1982. *Management Science* 33, 1102-1124.

- Cooper, W.W., K.S. Park y J.T. Pastor. (1999). RAM: A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models and relations to other models and measures in DEA. *Journal of Productivity Analysis* 11, 5-42.
- Cooper, W.W., J.L. Ruiz y I. Sirvent. (2007). Choosing Weights from Alternative Optimal Solutions of Dual Multiplier Models in DEA. *European Journal of Operational Research* 180, 443-458.
- Cooper, W., L.M. Seiford y J. Zhu. (2004). Handbook on Data Envelopment Analysis. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Cooper, W.W., Z. Huang, S.X. Li, B.R. Parker y J.T. Pastor. (2007). Efficiency aggregation with enhanced russell measures in data envelopment analysis. *Socio-Economic Planning Sciences* 41, 1-21.
- Costa, J. y R. Teare. (2000). Developing an Environmental Scanning process in the Hotel Sector. *International Journal of Hospitality Management* 12, 156-169.
- Courtillot, M. (1973). Structure canonique des fichiers. *A.I.E.R. - A.F.C.E.T.* 7.
- Crook, T.R., D.J. Ketchen, J.G. Combs y S.Y. Todd. (2008). Strategic Resources and Performance: A Meta-Analysis. *Strategic Management Journal* 29, 1141-1154.
- Day, D.L., A.Y. Lewin y L. Hongyu. (1995). Strategic Leaders or Strategic Groups: a Longitudinal Data Envelopment Analysis of the U.S. Brewing Industry. *European Journal of Operational Research* 80, 619-638.
- (1995). Strategic Leaders or Strategic Groups: A Longitudinal Data Envelopment Analysis of the U.S. Brewing Industry. *European Journal of Operational Research* 80, 619-638.
- Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrica* 19, 273-292.
- Demsetz, H. (1973). Industry Structure, Market Rivalry and Public Policy. *Journal of Law and Economics* 16, 413-415.
- Deprins, D., L. Simar and H. Tulkens. 1984. "Measuring labor-efficiency in post offices." In M. Marchand, P. Pestieau y H. Tulkens's, *The performance of public enterprises: concepts and measurement* Amsterdam: Noth Holland.
- DeSarbo, W.S. y R. Grewal. (2008). Hybrid strategic groups. *Strategic Management Journal* 29, 293-317.
- DeSarbo, W.S., R. Grewal y Wang, R. (2009) Dynamic Strategic Groups: Deriving Spatial Evolutionary Paths. *Strategic Management Journal* 30, 1420-1439
- DeSarbo, W.S. y D. Grisaffe. (1998). Combinatorial optimization approaches to constrained market segmentation: an application to industrial market segmentation. *Marketing Letters* 9, 115-134.

- Dess, G.G. y P.S. Davis. (1984). Porter's (1980) Generic Strategies as Determinants of Strategic Group Membership and Organizational Performance. *The Academy of Management Journal* 27, 467-488.
- Dierickx, I. y K.O. Cool. (1989). Asset Stock Accumulation and Sustainability of Competitive Advantage. *Management Science* 35, 1504-1513.
- Díez de Castro, E. y F. Díez Martín. (2005). Un modelo para la medición de la eficiencia en los departamentos universitarios. *Revista De Enseñanza Universitaria* 25.
- Díez Martín, F. y F. Martín Jiménez. (2003). Una aplicación del análisis de frontera en los centros propios de la Universidad de Sevilla. 2, 1601-1610.
- Dmitruk, A.V. y G.A. Koshevoy. (1991). On the Existence of a Technical Efficiency Criterion. *Journal of Economic Theory* 55, 121-144.
- Doyle, J. y R. Green. (1994). Efficiency and Cross-efficiency in DEA: Derivations, Meanings and Uses. *Journal of Operational Research Society* 45, 567-578.
- Drake, L., M.J.B. Hall y R. Simper. (2006) The Impact of Macroeconomic and Regulatory Factors on Bank Efficiency: A Non-Parametric Analysis of Hong Kong banking system. *Journal of Banking & Finance* 30, 1443-1466.
- Dranove, D., M. Peteraf y M. Shanley. (1998). Do Strategic Groups Exist? An Economic Framework for Analysis. *Strategic Management Journal* 19, 1029-1044.
- Dubreil, P. (1964). *Lecons d'Algèbre Moderne*. París: Dunod.
- Dula, J. H. y F. J. López. 2002. "Data Envelopment Analysis (DEA) in Massive Data Sets." In J. Abello, P. Pardalos y M. Resende's, *Handbook of Massive Data Sets* The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Dunk, K. (1989). Management Accounting Lag. *Abacus*, 149-155.
- Dyson, R. y E. Thanassoulis. (1988). Reducing weight flexibility in data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society* 39, 563-576.
- Dyson, R., R.G. Dyson, R. Allen, A.S. Camanho, V.V. Podinovski, C.S. Sarrico y E.A. Shale. (2001) Pitfalls and protocols in DEA. *European Journal of Operational Research* 132, (2001), 245-259.
- Epure, M., K. Kerstens y D. Prior (2011). Bank productivity and performance groups: A decomposition approach based upon the Luenberger productivity indicator. *European Journal Of Operational Research* 211, 630-641.
- Espitia, M., Y. Polo y V. Salas. (1991). Grupos Estratégicos y Resultados en el Sector Bancario Español. *Información Comercial Española* 690, 189-212.

- Färe, R. y C.A. Lovell. (1978). Measuring the technical efficiency of production. *Journal of Economic Theory* 19, 150-162.
- Farrell, M.J. (1957). The measurement of efficiency productive. *Journal of the Royal Statistical Society* 120, 253-266.
- Favero, C.A. y L. Papi. (1995). Technical Efficiency and Scale Efficiency in the Italian Banking Sector: A Non-Parametric Approach. *Applied Economics* 27, 385-395.
- Feldstein, M.S. (1967). Economic Analysis for Health Services Efficiency. Amsterdam: North Holland Publishing Company.
- Ferguson, T.D., D. Deephouse y W.L. Ferguson. (2000). Do Strategic Groups Differ in Reputation?. *Strategic Management Journal* 21, 1195-1214.
- Ferrier, G.D. y Lovell, C.A.K. (1990). Measuring Cost Efficiency in Banking. Econometric and Linear Programming Evidence. *Journal of Econometrics* 46, 229-245.
- Fethi, M.D., K.A. Kenjegaliev y M. Shaban. (2008). Determinants of Bank Efficiency in the Transition Economies in Europe: A comparison of frontier techniques with panel data. *Social Science Research Network* (SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1368271>).
- Fiegenbaum, A. 1987. "Dynamic Aspects of Strategic Groups and Competitive Strategy: Concepts and Empirical Examination in the Insurance Industry." University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Fiegenbaum, A., S. Hart y D.E. Schendel. (1996). Strategic Reference Point Theory. *Strategic Management Journal* 17, 219-235.
- Fiegenbaum, A., J. McGee y H. Thomas. (1988). Exploring the Linkage Between Strategic Groups and Competitive Strategy. *International Studies of Management and Organization* 18, 6-25.
- Fiegenbaum, A. y H. Thomas. (1995). Strategic Groups and Performance: The U.S. Insurance Industry, (1970-84). *Strategic Management Journal* 11, 197-215.
- Friedman, L. y Z. Synuany-Stern. (1998). Combining ranking scales and selecting variables in the DEA context: The case of industrial branches. *Computers and Operations Research* 25, 781-791.
- Fuentelsaz, L. y J. Gómez. (2006) Multipoint Competition, Strategic Similarity And Entry Into Geographic Markets. *Strategic Management Journal* 27, 477-499.
- Garcés Cano, J.E. y E.J. Duque Oliva. (2008). Grupos estratégicos en la banca colombiana: análisis estático y dinámico. *INNOVAR. Revista De Ciencias Administrativas y Sociales*, 18, 195-226.

- (2007). Revisión del concepto de grupo estratégico y propuesta de definición para aplicaciones en el ámbito colombiano. *Innovar 17*, 99-112.
- García, t. y Y. Calzado. (1996). Metodología de evaluación de la eficiencia en las entidades públicas (1). *Presupuesto y Gasto Público 18*, 189-201.
- García-Pérez, E. 1999. "Estructuras Pretopológicas vs. Grafos de Transferencia: Una Aplicación al Análisis de las Relaciones de Interdependencia de la Economía Española." Universidad de Castilla-La Mancha.
- Gigliani, G. y A. Bedeian. (1974). *Academy of Management Journal 17*, 292-305.
- Gil-Aluja, J. (2002). Introducción a la Teoría de la Incertidumbre en la Gestión de Empresas.
- (1999). Elements for a Theory of Decision in Uncertainty. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Gil-Aluja, J. y A.M. GilLafuente. (2007). Algoritmos para el Tratamientos de Fenómenos Económicos Complejos. Barcelona: Ceura.
- Gil-Lafuente, J. (2002). Algoritmos para la Excelencia. Claves para el Éxito en la Gestión Deportiva. Vigo: Milladoiro.
- (1997). Marketing para el Nuevo Milenio. Madrid: Pirámide.
- Glass, J.C., G. McCallion, D.G. McKillop, S. Rasaratnam y K.S. Stringer. (2006). Implications of variant efficiency measures for policy evaluations in UK higher education. *Socio-Economic Planning Sciences 40*, 119-142.
- Glass, J.C., D.G. McKillop y G. O'Rourke. (1997). Productivity Growth in UK Accountancy Departments 1989-1996. *Financial Accountability and Management 13*, 313-330.
- Goddard, J. (1999). La Arquitectura de Competencias Básicas. *Harvard Deusto Business Review 91*, 4-14.
- Golany, B. y Y. Roll, (1989). An application procedure for DEA. *OMEGA 17*, 237-250.
- González-Fidalgo, E. 2001. "La Estimación de la Eficiencia con Métodos No Paramétricos." In "La Estimación de la Eficiencia con Métodos No Paramétricos." *La Medición de la Eficiencia y la Productividad* Madrid: Pirámide.
- González-Fidalgo, E. y J. Ventura-Victoria. (2002). How Much Do Strategic Groups Matter? *Review of Industrial Organization 21*, 55-71.
- González-Moreno, A. y F.J. Sáez-Martínez. (2008). Rivalry and Strategic Groups: What Makes a Company a Rival? *Journal of Management Government 12*, 261-285.
- Grant, R.M. (1991). The Resource Based Theory of Competitive Advantage: Implications for Strategy Formulation. *California Management Review 33*, 114-135.

- Green, R.H., W. Cook y J. Doyle. (1997). A Note on the Additive Data Envelopment Analysis Model. *The Journal of the Operational Research Society* 48, 446-448.
- Grigorian, D.A. y V. Manole. (2002). Determinants of Commercial Bank Performance in Transition: An Application of Data Envelopment Analysis. *World Bank Policy Research Working Paper* 2850.
- Grifell-Tatjé, E. y C.A.K. Lovell. (1997). A DEA-based analysis of productivity change and intertemporal managerial performance. *Annals of Operations Research* 73, 177-189.
- Gual, J. y A. Hernández. (1991). Costes Operativos, Tamaño y Especialización en las Cajas de Ahorro Españolas. *Investigaciones Económicas* 15, 701-726.
- Hackethal, A. (2001). Strategic Groups in European Commercial Banking. *Discussion Paper Series in Economics and Management - German Economic Association Business Administration* 01-19.
- Halaj, G. y D. Zochowski. (2009). Strategic Groups and Banks' Performance. *Financial Theory and Practice* 33, 153-186.
- (2009). Strategic Groups and Banks' Performance. *Financial Theory and Practice* 33, 153-186.
- Hancock, G. (1985). *The Lords of Poverty*. Londres: Macmillan.
- Handy, C. (1996). *La Edad de la Paradoja: Dar sentido al Futuro* *La Edad de la Paradoja: dar sentido al futuro*. Barcelona: Apóstrofe.
- Hatten, K.J. y M.L. Hatten. (1987). Strategic Groups, Asymmetrical Mobility Barriers and Contestability. *Strategic Management Journal* 8, 329-342.
- (1987). Strategic Groups, Asymmetric mobility Barriers and contestability. *Strategic Management Journal* 8, 329-342.
- Hatten, K.J. y D.E. Schendel. (1977). Heterogeneity within an Industry: Firm Conduct in the U.S. Brewing Industry, 1952-1971. *Journal of Industrial Economics* 26, 97-113.
- Hatten, K.J., D.E. Schendel y C. Cooper. (1978). A Strategic Model of the U.S. Brewing Industry: 1952-1971. *American Management Journal* 21, 592-610.
- Hatten, R. J. 1974. "Strategic Models in the Brewing Industry." Purdue University.
- Herrero, I. y S. Pasoe. (2002). Estimation of Technical Efficiency: A Review of Some of the Stochastic Frontier and DEA Software. *Computers in Higher Education Economics Review* 15, 38-43.
- Hodgkinson, G.P. (1997). Cognitive Inertia in a Turbulent Market: A Comparative Causal Mapping Study. *Journal of Management Studies* 34, 921-946.

- Hopper, T. y A. Powell. (1985). Making Sense of Research into the Organizational and Social Aspects of Management Accounting: A Review of its Underlying Assumptions. *Journal of Management Studies* 22.
- Hopwood, A. (1983). On Trying to Study Accounting in the Contexts in which it Operates. *Accounting, Organizations and Society* 2-3, 287-305.
- Hotelling, H. (1929). Stability in competition. *Economic Journal* 39, 41-57.
- Houthoofd, N. y A. Heene. (1997). Strategic Groups as Subsets of Strategic Scope Groups in the Belgian Brewing Industry. *Strategic Management Journal* 18, 653-666.
- Huang, K.F. (2009). How Do Strategic Groups Handle Cognitive Complexity to Sustain Competitive Advantage? A Commentary Essay. *Journal of Business Research* 62, 1296-1298.
- Huff, A.S. (1982). Industry Influences on Strategic Reformulation. *Strategic Management Journal* 3, 119-131.
- Hunt, M. S. "Competition in the Major Home Appliance Industry, 1960-1970." Harvard University.
- Isik, I. y M.K. Hassan. (2002). Technical, Scale and Allocative Efficiencies of Turkish Banking Industry. *Journal of Banking y Finance* 26, 719-766.
- James, W. (1955). Pragmatism and Four Essays from the Meaning of Truth. New York: The New American Library.
- Johnes, G. y J. Johnes. (1993). Measuring the research performance of UK economics departments: an application of data envelopment analysis. *Oxford Economic Papers* 45, 332-348.
- Johnes, J. y G. Johnes. (1995). Research funding and performance in UK university departments of economics: a frontier analysis. *Economics of Education Review* 14, 301-314.
- Johnson, A.L. y L.F. McGinnis. (2008). Outlier Detection in Two-Stage Semiparametric DEA Models. *European Journal of Operational Research* 187, 629-635.
- Johnson, H. y R. Kaplan. (1988). La Contabiliada de Costes: Auge y Caída de la Contabilidad de Gestión. Barcelona: Plaza y Janes.
- Jondrow, J., C.A. Lovell, I. Materov y P.J. Schmidt. (1972). On the stimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production function model. *Journal of Econometrics* 19, 233-238.
- Kaufman, G. (1978). El Dinero, el Sistema Financiero y la Economía. Pamplona: IESE, Universidad de Navarra.

- Kaufmann, A. (1971). Introducción a la Combinatoria y sus Aplicaciones. Barcelona: Compañía Editorial Continental.
- Kaufmann, A. y J. Gil-Aluja. (1993). Técnicas Especiales para la Gestión de Expertos. Santiago de Compostela: Milladoiro.
- (1992). Técnicas de Gestión de Empresa. Previsiones, Decisiones y Estrategias. Madrid: Pirámide.
- (1986). Introducción de la Teoría de los Sobconjuntos Borrosos a la Gestión de Empresas. Santiago de Compostela: Milladoiro.
- Selection of Affinities by means of Fuzzy Relations and Galois Lattices.
- Ketchen, D.J., J.B. Thomas y C.C. Snow. (1993). Organizational Configurations and Performance: A Comparison of Theoretical Approaches. *The Academy of Management Journal* 36, 1278-1313.
- Ketchen, D.J., J.G. Combs, C.J. Russell y et al. (1997). Organizational Configurations and Performance: A Meta-Analysis. *The Academy of Management Journal* 40, 223-240.
- Ketchen, D.J. y C. Shook. (1996). The Application of Cluster analysis in Strategic Management Research: An Analysis and Critique. *Strategic Management Journal* 17, 441-458.
- Klimova A. (2010). "Agrupaciones Económicas de las regiones de la Federación Rusa mediante Métodos matemáticos en Condiciones de Incertidumbre". Universidad de Barcelona.
- Klir, J.G. y A.T. Folger. (1988). Fuzzy Sets, Uncertainty and Information. USA: Prentice Hall International.
- Kohonen, T. (2001). Self Organizing Maps. New York: Springer.
- Koopmans, T. C. 1951. "An analysis of production as an efficient combination of activities." In "An analysis of production as an efficient combination of activities." *Activity analysis of production and allocation* New York: Koopmans, T.C.
- Korhonen, P., R. Tainio y J. Wallenius. (2001). Value efficiency analysis of academic research. *European Journal of Operational Research* 130, 121-132.
- Kórshunov, Y.M. (1995). Fundamentos Matemáticos de la Cibernética. Rusia: Moskva.
- Kousmanen, T. (1999). Data Envelopment Analysis of Non-Convex Technology: With an Application to Finnish Super League Pesis Players.
- Lazzari, L.L. (1999). La Segmentación de Mercados mediante la Aplicación de Teoría de Afinidad. *Cuadernos De Cimbage* 2, 27-44.



- Leask, G. y D. Parker. (2006). Strategic Group Theory: Review, Examination and Application in the UK Pharmaceutical Industry. *Journal of Management Development* 25, 386-408.
- Leask, G. y J.A. Parnell. (2005). Integrating Strategic Groups and the Resource Based Perspective: Understanding the Competitive Process. *European Management Journal* 23, 458-470.
- Leibenstein, H. (1977). X-efficiency, technical efficiency and incomplete information issue: a comment. *Economic Development and Cultural Change* 25, 311-316.
- , On the basic propositions of X-efficiency theory. *American Economic Review*, 328-332.
- Leibenstein, H. (1966). Allocative efficiency vs X-efficiency. *American Economic Review* 56, 392-415.
- Leitner, K.H., M. Schaffhauser-Linzatti, R. Stowaser y K. Wagner. (2005). Data envelopment analysis as method for evaluating intellectual capital. *Journal of Intellectual Capital* 6, 528-543.
- Lewis, P. y H. Thomas. (1990). The Linkage Between Strategy, Strategic Groups, and Performances in the U.K. Retail Grocery Industry. *Strategic Management Journal* 11, 385-397.
- Li, X.B. y G.R. Reeves. (1999). A Multiple Criteria Approach to Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research* 115, 207-517.
- López González, E. (1988). Técnicas de control de ejecución en la dirección estratégica de la Administración Pública. Madrid: Ministerio para las Administraciones Públicas.
- Lovell, C.A.K. y J.T. Pastor. (1995). Units Invariant and Translation Invariant DEA Models. *Operations Research Letters* 18, 147-151.
- Lovell, C. A.K., L. K. Walters y L. L. Wood. 1994. "Stratified models of education production using DEA and regression analysis." In "Stratified models of education production using DEA and regression analysis." *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Application*. Boston: Charnes, A.; Cooper, W.; Lewin, A. Y.; Seiford, L.M.
- Lozano-Vivas, A. y J.T. Pastor. (2010). Do Performance and Environmental Conditions Act as Barriers for Cross-Border Banking in Europe. *Omega* 38, 275-282.
- Lozano-Vivas, A., J.T. Pastor. y J.M. Pastor. (2002). An Efficiency Comparison of European Banking Systems Operating under Different Environmental Conditions. *Journal of Productivity Analysis* 18, 2002.

- Lukka, K. (1990). Ontology and Accounting: The Concept of Profit. *Critical Perspectives on Accounting* 3, 239-261.
- Luo, X. (2003). Evaluating the Profitability and Marketability Efficiency of Large Banks: An Application of Data Envelopment Analysis. *Journal of Business Research* 56, 627-635.
- Manzano, D. y F.J. Valero. (1996). Guía del Sistema Financiero Español. Madrid: Analistas Financieros Internacionales.
- Marín-Hernández, S. y I. Martínez-Conesa. (1998). Los Estados Financieros Consolidados de la Entidades Financieras. *I Jornada Sobre Consolidación Contable*, 121-193.
- Marshall, A. (1963). Principios de Economía: un tratado de introducción. Madrid: Aguilar.
- Martínez Cabrera, M. (2000). Análisis de la eficiencia productiva de las instituciones de educación superior. *Papeles De Economía Española* 86, 179-191.
- Martínez-Vilches, R. (1992). Grupos Estratégicos en el Sector de Cajas de Ahorro Españolas. Madrid: Caja de Ahorros de Madrid.
- Mascarenhas, B. y D.A. Aaker. (1989). Mobility Barriers and Strategic Groups. *Strategic Management Journal* 10, 475-485.
- Mas-Ruiz, F. J. 1994. "Competencia y Dinámica de Grupos Estratégicos: Aplicación al Sector Bancario Español." Universidad de Alicante.
- Mas-Ruiz, F.J., J.L. Nicolau-Gonzálbez y F. Ruiz-Moreno. (2005). Asymmetric Rivalry Between Strategic Groups: Response, Speed of Response and Ex Ante vs. Ex Post Competitive Interaction in the Spanish Bank Deposit Market. *Strategic Management Journal* 26, 713-745.
- Mas-Ruiz, F.J. y F. Ruiz-Moreno. (2011). Rivalry Within Strategic Groups and Consequences for Performance: The Firm-Size Effects. *Strategic management Journal*. (On-line)
- Maudos, J. y J.M. Pastor. (2003). Cost and Profit Efficiency in the Spanish Banking Sector (1985-1996); a Non-Parametric Approach. *Applied Financial Economics* 13, 1-12.
- McCarty, T. A. and S. Yaisawarng. 1993. "Technical efficiency in New Jersey School Districts." In "Technical efficiency in New Jersey school districts." *The measurement of productive efficiency* New York: Fried, H.; Lovell, C.A.; Schmidt, S.
- McCloskey, D. (1983). The Rhetoric of Economics. *Journal of Economic Literature* 21, 481-517.

- McGee, J. 2003. "Strategic Groups: Theory and Practice." In D. Faulkner y A. Campbell's, *The Oxford Handbook of Strategy: A Strategy Overview and Competitive Strategy*, vol 1. Oxford: Oxford University Press.
- McGee, J. y H. Thomas. (1986). Strategic Groups: Theory, Research and Taxonomy. *Strategic Management Journal* 7, 141-160.
- McGee, J., H. Thomas y M. Pruett. (1995). Strategic Groups and the Analysis of Market Structure and Industry Dynamics. *British Journal of Management* 6, 257-270.
- McNamara, G.M., R.A. Luce y G.H. Thompson. (2002). Examining the Effect of Complexity in Strategic Group Knowledge Structures on Firm Performance. *Strategic Management Journal* 23, 153-170.
- McNamara, G., D. Deephouse y R. Luce. (2003). Competitive Positioning Within and Across a Strategic Group Structure: The Performance of Core, Secondary and Solitary Firms. *Strategic Management Journal* 24, 161-181.
- Mehra, A. (1996). Resource and Market Based determinants of Performance in the U.S. Banking Industry. *Strategic Management Journal* 17, 307-322.
- Mehra, A. y S. Floyd. (1998). Product Market Heterogeneity, Resource Imitability and Strategic Group Formation. *Journal of Management* 24, 511-531.
- Metcalfe, L. y S. Richards. (1990). *Improving Public Management*. London: Sage.
- Mintzberg, H. 1988. "Five Ps for Strategy." In "Five Ps for Strategy." *The strategy process : concepts, contexts and cases* Pentrice Hall International Editions.
- (1982). "A note on that dirty word 'Efficiency'". *Interfaces* 12, 101-105.
- Miranda Lopes, A.L. y E.A. Lancer. (2002). Data envelopment analysis-DEA and fuzzy sets to assess the performance of academic departments: a case study at Federal University of Santa Catarina- UFDC. *Pesquisa Operacional* 22, 217-230.
- Moreno-Sáez, A. y D. Trillo-del Pozo. (2001). La Eficiencia de la Universidad Medida a Través de la Función de Distancia: Un Análisis de las Relaciones entre la Docencia y la Investigación.
- Muñiz, A.M. (2000). Inclusión de los inputs no controlables en un análisis DEA. El entorno familiar del alumno en la evaluación de los centros educativos.
- Nair, A. y L. Filer. (2003). Cointegration of Firm Strategies Within Groups: A Long Run Analysis of Firm Behavior in the Japanese Steel Industry. *Strategic Management Journal* 24, 145-159.
- Nair, A. y S. Kotha. (2001). Does Group Membership Matter? Evidence from the Japanese Steel Industry. *Strategic Management Journal* 22, 221-235.

- Nath, D. y T.S. Gruca. (1997). Convergence Across Alternative Methods for Forming Strategic Groups. *Strategic Management Journal* 18, 745-760.
- Nath, D. y D. Sudharshan. (1994). Measuring Strategy Coherence Through Patterns of Strategic Choices. *Strategic Management Journal* 15, 43-61.
- Newman, H.H. (1978). Strategic Groups and the Structure-Performance Relationship. *The Review of Economics and Statistics* 60, 417-427.
- . "Strategic Groups and the Structure/Performance Relationship: A Study with Respect to the Chemical Process Industries." Harvard University.
- Nunamaker, T. (1985). Using Data Envelopment Analysis to DEA-The Mathematical Programming Approach in Frontier Analysis. *Journal of Econometrics* 46, 7-38.
- Olesen, O.B. y N.C. Petersen. (2003). Identification and Use of Efficient Faces and Facets in DEA. *Journal of Productivity Analysis* 20, 323-360.
- . (1996). Indicators of Ill-Conditioned Data Sets and Model Misspecification in Data Envelopment Analysis: An Extended Facet Approach. *Management Science* 42, 205-219.
- Olsen, M. (1978). The Process of Social Organization. New York: Holt Rinehart y Winston.
- Osborne, J.D., C.I. Stubbart y A. Ramaprasad. (2001). Strategic Groups and Competitive Enactment: A Study of Dynamic Relationshipd Between Mental Models and Performance. *Strategic Management Journal* 22, 435-454.
- Oster, S. (1982). Intraindustry Structure and the Ease of strategic Change. *Review of Economics and Statistics*, 376-383.
- Ouchi, W. (1977). The Relationship between Organizational Structure and Organizational Control. *Administrative Science Quarterly* 22, 95-112.
- Panagiotou, G. (2006). The Impact of Managerial Cognitions on the Structure-Conduct-Performance (SCP) Paradigm, A Strategic Group Perspective. *Management Decision* 44, 423-440.
- . 2005. "Managerial Cognitions of Competitive Landscapes: A Strategic Group Analysis." University of Nottingham.
- Pareto, V. (1896). Course d' economie porlitique. Lassuane: Rouge.
- Pasiouras, F. (2006). Estimating the technical and scale efficiency of Greek commercial banks: the impact of credit risk, off-balance sheet activities, and international operations. *University of Bath School of Management Working Paper Series* 2006.17.

- Passmore, S.W. (1985). Strategic Groups and the Profitability of Banking. *Federal Reserve Bank of New York* 8507.
- Pastor, J.T., J. Ruíz y I. Sirvent. (1999). An Enhanced DEA Russell Graph Efficiency Measure. *European Journal of Operational Research* 115, 596-607.
- Pastor, J.M., F. Pérez y J. Quesada (1997). Efficiency analysis in banking firms: An international comparison. *European Journal of Operational Research* 98, 395-407.
- Peirce, C. 1955. "The Scientific Attitude and Fallibilism." In J. Buchler's, *Philosophical Writings of Peirce* New Yprk: Dover Publications.
- Peteraf, M. (1993). The Cornerstones of Competitive Advantage: A Resource-based View. *Strategic Management Journal* 14, 179-191.
- Peteraf, M. y M. Shanley. (1997). Getting to Know you: A Theory of Strategic Group Identity. *Strategic Management Journal* 18, 165-186.
- Pichat, E. 1970. "Contribution a l'Algoritmique non Numerique dans les Ensembles Ordonées." Universidad de Grenoble.
- Pina Martinez, V. y L. Torres Pradas. (1995). Evaluación del rendimiento de los Departamentos de Contabilidad en las universidades españolas. *Hacienda Pública Española* 135, 183-190.
- Pina, V. y L. Torres. (1992). Study of efficiency of Spanish University departments of Accounting.
- Po, R.W., Y.Y. Guh y M.S. Yang. (2009). A new clustering approach using data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* 199, 276-2847.
- Porac, J.F. y J.A. Rosa. (1996). In Praise of Managerial Narrowmindedness. *Journal of Management Inquiry* 5, 35-42.
- Porac, J., H. Thomas y C. Benden-Fuller. (1989). Competitive Groups as Cognitive Communities: The Case of Scottish Knitwear Manufactures. *Journal of Management Studies* 26, 397-416.
- Porac, J., H. Thomas, F. Wilson, D. Paton y A. Kanfer. (1995). Rivalry and Industry Model of Scottish Knitwear Producers. *Administrative Science Quarterly* 40, 203-227.
- Porac, J.F. y H. Thomas. (1990). Taxonomic Mental Models in Competitor Definition. *The Academy of Management Review* 15, 224-240.
- Porter, M.E. (1996). What Is Strategy? *Harvard Business Review* 74, 61-78.
- (1982). Estrategia Competitiva : Técnicas para el Análisis de los Sectores Industriales y de la Competencia. México: Compañía Editorial Continental (CECSA).
- (1980). Competitive Strategy. New York: Free Press.

- (1979). How Competitive Forces Shape Strategy. *Harvard Business Review* 57, 137-145.
- 1973. "Consumer Behavior, Retailer Power and Manufacturing Strategy in Consumer Goods Industries." Harvard University.
- Porter, M.E. (1979). The Structure within Industries and Companies' Performance. *The Review of Economics and Statistics* 16, 214-227.
- Powell, T.C. (1996). How Much Does Industry Matter? An Alternative Empirical Test. *Strategic Management Journal* 17, 323-334.
- Prior, D. y J. Surroca. (2004). Eficiencia y Sector Público: Cómo Mejorar el Control de la Gestión Pública. *Revista Asturiana de Economía* 31, 51-68.
- Prior, D. y Surroca, J. (2007). Cognitive strategic groups and long-run efficiency evaluation: the case of spanish savings banks. *Working Paper. Business Economics 04. Departamento De Economía Dela Empresa. Universidad Carlos III De Madrid 07-07.*
- Prior, D. y J. Surroca. (2006). Strategic Groups Based on Marginal Rates: An Application to the Spanish Banking Industry. *European Journal of Operational Research* 170, 293-314.
- (2004). Eficiencia y Sector Público: Cómo Mejorar el Control de la Gestión Pública. *Revista Asturiana De Economía* 31, 51-68.
- Reger, R.H. y A.S. Huff. (1993). Strategic Groups: A Cognitive Perspective. *Strategic Management Journal* 14, 103-124.
- Reger, R.K. y A.S. Huff. (1993). Strategic Groups: A cognitive Perspective. *Strategic Management Journal* 14, 103-124.
- Rescher, N. (1984). *The Limits of Science*. Breckley: University of California Press.
- Richmond, J. (1974). Estimating the efficiency of production. *International Economic Review* 15, 515-521.
- Roll, Y., W. Cook y B. Golany. (1991). Controlling Factor Weights in Data Envelopment Analysis. *IIE Transactions* 23, 2-9.
- Roll, Y. y B. Golany. (1993). Alternate Methods of Treating Factor Weights in DEA. *OMEGA International Journal of Management Sciences* 21, 99-109.
- Rosen, D., C. Schaffnit y J.C. Paradi. (1998). Marginal Rates and Two-dimensional Level Curves in DEA. *Journal of Productivity Analysis* 9, 205-232.
- Rumelt, R.P., D.E. Schendel y D.J. Teece. (1994). *Fundamental Issues in Strategy*. Boston: Harvard Business School Press.

- Russell, R.R. (1988). Measures of Technical Efficiency. *Journal of Economic Theory* 35, 109-126.
- Sadaaki, M. (1990). Fuzzy Sets in Information Retrieval and Cluster Analysis. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Saez-Martínez, F. J. 2000. "Grupos Estratégicos y Grupos Cognoscitivos: comparación Teórica y Análisis Empírico Aplicado al Sector de Promoción y Construcción de Viviendas." Universidad de Castilla-La Mancha.
- Saraflogou, N. y K.E. Haynes. (1996). University Productivity in Sweden: a Demonstration and Explanatory Analysis for Economis and Business Programmss. *The Annals of Regional Science* 30, 285-304.
- Sarrico, C.S. y R.G. Dyson. (2000). Using DEA for Planung un UK Universities-an Institutional Perspective. *Journal of the Operational Research Society* 51, 789-800.
- Scherer, F.M. y D. Ross. (1990). Industrial Market Structure and Economic Performance. Boston: Houghton and Mifflin Company.
- Seasley, C.W. y J.T. Lindley. (1977). Inputs, Outputs, and a Theory of Production and Cost at Depository Financial Institutions. *The Journal of Finance* 32, 1251-1266.
- Seiford, L.M. y J. Zhu. (1998). Sensitivity Analysis of DEA Models for sSimultaneous Changes in All of the Data. *The Journal of the Operational Research Society* 49, 1060-1071.
- Seiford, L.M. y R. Thrall. (1990). Recent Developments in DEA: the Mathematical Programming Approach to Frontier Analysis. *Journal of Econometrics* 46, 7-38.
- Sennett, R. (2006). La Nueva Cultura del Capitalismo. Barcelona: Anagrama.
- Sherman, H.D. y Gold, F. (1985). Bank Branch Operating Efficiency Evaluation with Data Envelopment Analysis. *Journal of Banking and Finance* 9, 297-315.
- Serrano-Cinca, C. (1998). From Financial Information to Strategic Groups: A Self-organizing Neural Network Approach. *Journal of Forecasting* 17, 415-428.
- Sexton, T. R., R. H. Silkman and A. J. Hogan. 1986. "Data Envelopment Analysis: Critiques and Extensions." In R.H. Silkman's, *Measuring Efficiency: An Assesment of Data Envelopment Analysis* San Francisco, California: Jossey-Bass.
- Shapiro, K. y J. Müller. (1977). Sources of technical efficiency:the roles of modernization and information. *Economic Development and Cultural Change* 25, 293-310.
- Shephard, R.W. (1953). Cost and Production Functions. Priceton: Princeton University Press.
- Short, J.C., D.J. Ketchen, B.P. Timothy y G.T. Hult. (2007). Firm, strategic group, and industry influences on performance. *Strategic Mangement Journal* 28, 147-167.

- Siitonen, A. (1984). Demarcation of Science from the Point of View of Problems and Problem-Stating. *Philosophia Naturalis* 21, 359.
- Simon, H.A. (1978). El comportamiento administrativo. Buenos Aires: Aguilar Argentina.
- Sinuany-Stern, Z., A. Mehrez y A. Barboy. (1994). Academic departments efficiency via DEA. *Computers and Operations Research* 21, 543-556.
- Smith, A. (1961). Indagación acerca de la naturaleza y las causas de la riqueza de las naciones. Madrid: Aguilar.
- Smith, K.G., C.M. Grimm, S. Wally y G. Young. (1997). Strategic Group and Rivalrous Firm Behaviour: Towards a Reconciliation. *Strategic Management Journal* 18, 149-157.
- Soteriou, A. y S.A. Zenios. (1999). Operations, Quality and Profitability in the Provision of Banking Services. *Management Science* 45, 1221-1238.
- Suárez Suárez, S.A. (1983). "El control de economía, eficiencia y eficacia en la Constitución y en la Ley Orgánica del Tribunal de Cuentas". *Hacienda Española* 80, 56-68.
- Sueyoshi, T. y Y. Kirihaara. (1998). Efficiency Measurement and Strategic Classification of Japanese Banking Institutions. *International Journal of Systems Science* 29, 1249-1263.
- Sueyoshi, T. y K. Sekitani. (2009). An occurrence of multiple projections in DEA-based measurement of technical efficiency: Theoretical comparison among DEA models from desirable properties. *European Journal of Operational Research* 196, 764-794.
- Tallman, S. B. and D. L. Atchison. 1996. "Competence-Based Competition and the Evolution of Strategic Configurations." In R. Sanchez, A. Heene y H. Thomas's, *Dynamics of Competence-Based Competition* Oxford: Pergamon.
- , 1996. "Competence-based Competition and the Evolution of Strategic Configurations." In R. Sanchez, A. Heene y H. Thomas's, *Dynamics of Competence-Based Competition* Oxford: Elsevier.
- Talluri, S. y R. Narasimhan. (2004). A Methodology for Strategic Sourcing. *European Journal of Operational Research* 154.
- Talluri, S., M.m. Whiteside y S.J. Seipel. (2000). A Nonparametric Stochastic Procedure for FMS Evaluation. *European Journal of Operational Research* 124, 529-538.
- Tang, M.J. y H. Thomas. (1992). The Concept of Strategic Groups: Theoretical Construct or Analytical Convenience. *Managerial and Decision Economics* 13, 323-329.
- Tannenbaum, A. (1968). Control in Organizations. New York: McGraw Hill.



- Thanassoulis, E., M. C. Portela and R. Allen. 2004. "Incorporating Value Judgements in DEA." In W.W. Cooper, L.M. Seiford y J. Zhu's, *Handbook on Data Envelopment Analysis*, vol 71. Boston (Massachusetts): Kluwer Academic Publishers.
- Thanassoulis, E., R.G. Dyson y J. Foster. (1987). Relative Efficiency Assesments Using Data Envelopment Analysis: An Application to Data on Rates Departments. *Journal of Operational Research Society* 38, 397-411.
- Thomas, H. and C. Carroll. 1994. "Theoretical and Empirical Links Between Strategic Groups, Cognitive Communities, and Networks of Interacting Firms." In H. Daems y H. Thomas's, *Strategic Groups, Stratgic Moves and Performance* New York: Pergamon.
- Thomas, H. y N. Venkatraman. (1988). Research on Strategic Groups: Progress and Prognosis. 25, 537-555.
- Thompson, R.G., L.N. Langemeier, C.T. Lee y R.M. Thrall. (1990). The Role of Multiplier Bounds in Efficiency Analysis with Application to Kansas Farming. *Journal of Econometrics* 46, 93-108.
- Thompson, R.G., F.D. Singleton, R.M. Thrall y B.A. Smith. (1986). Comparative Site Evaluations for Locating a High Energy Physics Laboratory in Texas. *Interfaces* 16, 35-49.
- Thrall, R. (1996). The lack of Invariance of Optimal Dual Solutions under Translation. *Annals of Operations Research* 66, 103-108.
- Tone, K. (2001). A Slacks-Based Measure of Efficiency in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research* 130, 498-509.
- Trillas, E. (1980). Conjuntos Borrosos. Barcelona: .
- Tulkens, H. (1993). On FDH efficiency analysis: some methodological issues and applications to retail banking, courts and urban transit. *The Journal of Productivity Analysis* 4, 183-210.
- Tywniaka, S., P. Galvin y J. Davies. (2007). New Institutional Economics' Contribution to Strategic Groups Analysis. *Managerial and Decision Economics* 28, 213-228.
- Valami, H.B. (2009). Group Performance Evaluation, an Application of Data Envelopment Analysis. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 230, 485-490.
- Veciana i Verges, J.M. (1981). "La eficacia de las organizaciones". *Alta Dirección* 96, 139-143.
- Vega-Serrano, J. M. (2011). La Regulación Bancaria (adaptado a la Ley de Economía Sostenible y al real Decreto Ley 2/2011, de 18 de febrero, para el reforzamiento del sistema financiero. Madrid: La Ley.

- Weill, L. (2004). Measuring Cost Efficiency in European Banking: A Comparison of Frontier Techniques. *Journal of Productivity Analysis* 21, 133-152.
- Wernerfelt, B. (1984). A Resource-Based View of the Firm. *Strategic Management Journal* 5, 171-180.
- Wiggings, R.R. y T.W. Ruefli. (2002). Sustained Competitive Advantage: Temporal Dynamics and the Incidence and Persistence of Superior Economic Performance. *Organization Science* 13, 82-105.
- (1995). Necessary Conditions for the Predictive Validity of Strategic Groups: Analysis without Reliance on Clustering Techniques. *The Academy of Management Journal* 38, 1635-1656.
- Wilson, P.W. (1995). Detecting Influential Observations in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis* 6, 27-46.
- Wong, Y.H. y J.E. Beasley. (1990). Restricting Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis. *Journal of Operational Research Society* 41, 829-835.
- Yang, Z. (2009). Assessing the Performance of Canadian Bank Branches using Data Envelopment Analysis. *Journal of the OR Society (JORS)* 60, 771-780.
- Yeh, Q. J. (1996). The Application of Data Envelopment Analysis in Conjunction with Financial. *The Journal of the Operational Research Society*, 47, 980-988.
- Zadeh, L.A. (1971). Similarity Relations and Fuzzy Orderings. *Information Sciences* 3, 177-200.
- Zammuto, R. (1988). Organizational Adaptation: Some Implications of Organizational Ecology for Strategic Choice. *Journal of Management Studies* 25, 105-120.
- Zhu, J. (2003). Quantitative models for performance evaluation and benchmarking. Data Envelopment Analysis with Spreadsheets and DEA Excel Solver. New York: Springer.
- (1996). Robustness of the Efficient DMUs in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research* 90, 451-460.
- Zúñiga-Vicente, J.A., J.M. de la Fuente-Sabate y I. Suárez-González. (2004). Dynamics of the Strategic Group Membership-Performance Linkage in Rapidly Changing Environments. *Journal of Business Research* 57, 1378-1390.