



UNIVERSIDAD DE LEÓN

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA Y ESTADÍSTICA

**ANÁLISIS DE LA PROBLEMÁTICA EN
MATEMÁTICAS EN EL PRIMER CURSO DE LAS
FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y
EMPRESARIALES**

Tesis Doctoral elaborada por
D. José Manuel García Díez y dirigida por
Dr. D. Carlos Arias Sampedro

León, 2015

INDICE

1.	Introducción.....	1
2.	Fracaso escolar, dificultades generales con las matemáticas y problemas de cambio de ciclo	7
2.1.	Introducción	8
2.2.	Fracaso escolar	10
2.3.	Dificultades con las matemáticas en todos los niveles educativos	13
2.4.	Dificultades en los cambios de ciclo	16
3.	Metodología	20
3.1.	Comparación de currículos oficiales	21
3.2.	Encuestas	23
4.	Resultados	28
4.1.	Análisis de los programas oficiales de matemáticas del bachillerato y del primer curso de la facultad	32
4.1.1.	Análisis del currículo de matemáticas en el bachillerato	32
4.1.2.	Comparación del currículo de matemáticas de bachillerato con el de la facultad	35
4.1.3.	Resumen de resultados	47
4.2.	Análisis de los problemas con las matemáticas del primer curso de los grados a partir de las encuestas a profesores y alumnos	49
4.2.1.	Diferencias entre los currículos de matemáticas del bachillerato y del	

primer curso de los grados	49
4.2.2. Diferencias en los métodos docentes entre el bachillerato y el primer curso de los grados	66
4.2.3. Incremento de la formalización matemática en el primer curso de los grados	79
5. Conclusiones y propuestas de política educativa	90
6. Referencias	97
7. Anexo 1. Programas oficiales	105
8. Anexo 2. Cuestionarios	117

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Contenidos por bloques y asignaturas del bachillerato Científico-Técnico	33
Tabla 2. Contenidos por bloques y asignaturas del bachillerato de Ciencias Sociales	33
Tabla 3. Bloques y temas de Matemáticas I en la facultad	35
Tabla 4. Epígrafe del tema de Matrices en la facultad y en el bachillerato	37
Tabla 5. Epígrafes del tema de Sistemas de ecuaciones lineales en la facultad y en el bachillerato	39
Tabla 6. Epígrafes del tema de Funciones límites y continuidad en la facultad y en el bachillerato	40
Tabla 7. Epígrafes del tema de Derivadas en la facultad y en el bachillerato	42
Tabla 8. Epígrafes del tema de Aplicaciones de las derivadas en la facultad y en el bachillerato	43
Tabla 9. Epígrafes del tema de Integración en la facultad y en el bachillerato	44
Tabla 10. Porcentaje de exposición en el bachillerato a los epígrafes de cada tema de matemáticas en la facultad	46
Tabla 11. Bachillerato cursado por los alumnos en la facultad y por grado	50
Tabla 12. Tipo de dificultades encontradas por los alumnos	51
Tabla 13. Falta de base y salto encontrado por tipo de bachillerato	53
Tabla 14. Dificultades en el bloque de Algebra y Análisis por tipo de bachillerato	53
Tabla 15. Dificultades con los conceptos, los teoremas y los problemas según tipo de bachillerato	54
Tabla 16. Asistencia a tutorías y a clases particulares por grado cursado	55
Tabla 17. Asistencia a las tutorías y a las clases particulares según el bachillerato de procedencia	56

Tabla 18. Rendimiento de los alumnos según el bachillerato cursado	57
Tabla 19. Importancia asignada por los profesores del bachillerato a los bloques de contenidos	58
Tabla 20. Orden de impartición de los bloques de contenidos por los profesores del bachillerato	60
Tabla 21. Falta de tiempo para impartir todo el programa en el bachillerato	61
Tabla 22. Opinión de los profesores del bachillerato de las carencias de los alumnos según bachillerato cursado	62
Tabla 23. Forma de impartir la clase en el bachillerato	68
Tabla 24. Forma de impartir la clase en la facultad	69
Tabla 25. Participación del alumno en la clase	69
Tabla 26. Diferencia en la forma de explicar entre bachillerato y facultad	70
Tabla 27. Diferencia en el peso de la teoría y la práctica entre el bachillerato y la facultad .	71
Tabla 28. Importancia de la demostración de los teoremas para los profesores de bachillerato	71
Tabla 29. Características de los problemas en el bachillerato según los profesores del bachillerato	73
Tabla 30. Características de los problemas en la facultad según los alumnos	74
Tabla 31. Tipo de pensamiento desarrollado en las matemáticas en el bachillerato	76
Tabla 32. Porcentaje de utilización de programas de cálculo simbólico	76
Tabla 33. Alumnos con dificultades con el lenguaje matemático en la facultad y por grado cursado	81
Tabla 34. Alumnos con dificultades con el lenguaje matemático por tipo de bachillerato cursado	81
Tabla 35. Importancia del lenguaje matemático para los profesores de bachillerato	82
Tabla 36. Opinión de los profesores de bachillerato sobre las dificultades con la teoría de conjuntos	82
Tabla 37. Dificultades con el razonamiento matemático en la facultad	83

Tabla 38. Dificultades para razonar la teoría por tipo de bachillerato cursado	83
Tabla 39. Opinión de los profesores de bachillerato sobre las dificultades de razonamiento matemático	84
Tabla 40. Conocimiento de los métodos de demostración en la facultad y por grado cursado	85
Tabla 41. Dificultades con los métodos de demostración por bachillerato cursado	85
Tabla 42. Dificultades con los teoremas en la facultad y por grado cursado	86
Tabla 43. Dificultades con los teoremas por tipo de bachillerato cursado	87

CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN

1. INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son una herramienta necesaria para el estudio de la economía y otras disciplinas afines. Al mismo tiempo, las matemáticas y algunas competencias asociadas a su estudio son importantes para el desarrollo profesional asociado a estas disciplinas (Álvarez, Blanco y Quiroga, 1998). Por todo ello, están presentes como asignatura en los primeros cursos de los grados que se imparten en las facultades de economía y empresa.

Las dificultades o el fracaso de los alumnos al cursar la asignatura de matemáticas en el primer curso de los grados son preocupantes dada su importancia académica y profesional. Los alumnos encuentran dificultades tanto con las matemáticas como con las asignaturas que las utilizan (Álvarez, Blanco, Guerrero y Quiroga, 1998). En este sentido, algunos estudios señalan que el 30% de los estudiantes universitarios españoles fracasan en Matemáticas (Casas, 2007). Algunos autores señalan que los alumnos encuentran una gran dificultad en la comprensión de la asignatura de matemáticas y las asignaturas relacionadas con ella en la carrera de Economía (Álvarez, Blanco y Guerrero, 1998). Otros trabajos encuentran niveles de fracaso alarmantes de los alumnos en la asignatura de matemáticas y asignaturas que usan las matemáticas en los primeros cursos universitarios (Álvarez, Blanco, Guerrero y Quiroga, 1999).

Los problemas con las matemáticas y las asignaturas afines pueden ser un caso particular del fenómeno más general del fracaso escolar. En este aspecto, distintos informes sitúan a España en el penúltimo lugar de la UE en tasas de éxito universitario donde un 15% de los alumnos abandonan la carrera tras el primer año y sólo el 44% de los universitarios logran finalizar sus estudios, frente al 75% de los países nórdicos, belgas y franceses y el 90% de los británicos (Martínez, 2009). En las licenciaturas de Matemáticas, Física, Economía, Administración y Dirección de Empresas y algunas ingenierías el porcentaje de fracaso asciende al 52% (CIDE, 2000; MEC, 2000). De hecho, el índice de abandono en titulaciones universitarias que tienen como asignatura instrumental las matemáticas duplica al de las de humanidades (Chevallard, 2005).

El objetivo del presente trabajo es analizar las dificultades de los alumnos con las matemáticas en el primer curso de los grados que se imparten en la Facultad de Ciencias

Económicas y Empresariales de la Universidad de León. Para ello, se analizan un conjunto de factores relacionados con estas dificultades agrupados en tres grandes categorías: diferencias entre los currículos del bachillerato y de la universidad, diferencias en los métodos docentes en ambas etapas e incremento del grado de formalización en la universidad. Para desarrollar este objetivo, en primer lugar, se comparan de forma detallada los currículos de dos tipos de bachillerato y el del primer curso de los grados impartidos en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de León. Esta comparación se complementa con las opiniones de alumnos, profesores de bachillerato y universidad obtenidas mediante encuestas y entrevistas. En segundo lugar, las diferencias en métodos docentes y en formalización se documentan con las opiniones de los agentes implicados obtenidos en esas encuestas. En definitiva, se trata de documentar la existencia de los factores capaces de causar dificultades con las matemáticas de la facultad a los alumnos y la naturaleza de esas mismas dificultades.

La tesis analiza un conjunto de causas posibles de las dificultades con las matemáticas centradas en el ámbito docente. En particular, en el diseño y la impartición de unos determinados currículos en el bachillerato y en la universidad. La idea subyacente es que una parte de las dificultades de los alumnos tienen su raíz en la enseñanza secundaria (Serrano *et al.*, 2008) y otra parte en la universitaria. La elección de un conjunto reducido de factores muy concretos tiene ventajas a la hora de plantear la investigación y de proponer medidas correctoras.

La elección de un conjunto reducido de factores explicativos de las dificultades con las matemáticas está relacionado con el marco intelectual en que se inscribe la tesis. La primera referencia intelectual es la economía de la educación. Una disciplina que analiza los problemas de la educación como la búsqueda de unos objetivos educativos con un conjunto de factores escasos. En este ámbito, es muy frecuente usar el concepto de función de producción. La función de producción educativa establece el conjunto máximo de logros educativos (calificaciones, tasas de graduación o resultados laborales) que es posible obtener a partir de un conjunto de recursos que pueden incluir las características de las escuelas, las familias o el ámbito social (Murmane, 1975; Hanushek, 1979).

En este punto, la tesis se centra en el ámbito de la docencia haciendo abstracción de los posibles factores personales, familiares o sociales que puedan afectar al problema analizado. En concreto, se considera la enseñanza de las matemáticas como una cadena de producción en la que llegan unos alumnos con unas determinadas cualificaciones y adquieren otras usando unos determinados recursos. Este análisis está relacionado con la logística entendida como la planificación que permite un flujo de materiales en una empresa. Sin embargo, el marco analítico más adecuado es el de la cadena de valor (Porter, 1985). La diferencia entre logística y cadena de valor radica en que la primera considera la cadena de producción como un conjunto de eslabones independientes mientras en la segunda se tienen en cuenta las relaciones entre los eslabones y se buscan una mejor coordinación entre ellos. Por ejemplo, la logística se ocuparía de buscar tornillos para fabricar un objeto asegurándose de que llegasen en el momento adecuado con las características necesarias al lugar de producción del objeto. Por otra parte, la cadena de valor haría una reflexión sobre el proceso de producción del objeto y de los propios tornillos así como de su transporte para reducir los costes o mejorar la calidad del objeto final producido. El marco analítico de la cadena de valor ha sido usado en el estudio de la gestión educativa entre otros por Sandelands (1994), O'Brien *et al.* (1996), Lau (2007) y Habib (2010).

En términos del objetivo de esta tesis, la logística buscaría a los alumnos capaces de superar las matemáticas del primer curso de la facultad. Por otra parte, la cadena de valor haría una reflexión sobre el proceso de enseñanza en la universidad para adaptarlo a los alumnos que llegan y el proceso de enseñanza del bachillerato para buscar una mejor adaptación de estos a la enseñanza de las matemáticas en el primer curso. Por tanto, en este marco analítico es natural estudiar objetos tales como los currículos cursados por los alumnos, los métodos docentes o el grado de formalización en ambas etapas.

En el enfoque de cadena de valor tiene mucha importancia los antecedentes académicos de los alumnos cuando llegan a la facultad. Estos recorren un largo camino hasta cursar las matemáticas del primer curso. El estudio de las matemáticas comienza en las primeras etapas escolares y sigue hasta el bachillerato. Todos los alumnos cursan programas comunes de matemáticas hasta el último curso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria. En este curso, los alumnos pueden elegir entre dos opciones diferentes de

matemáticas denominadas A y B. La opción A tiene un contenido más reducido y una menor exigencia. Es frecuente que los alumnos que eligen esta opción elijan con posterioridad bachilleratos en los que no se cursan matemáticas o se cursa la denominada opción de Ciencias Sociales. En el bachillerato se producen las mayores diferencias en las matemáticas cursadas por los alumnos. En esta etapa se puede elegir el bachillerato Artístico o el de Humanidades en los que no se cursan matemáticas. En el resto de bachilleratos se cursan dos opciones de matemáticas con diferentes programas y enfoques docentes sugeridos por la normativa. Por un lado, estarían las matemáticas que corresponden al bachillerato de Ciencias Sociales y por otro las matemáticas que se cursan tanto en el bachillerato Científico como en el Técnico y al que a lo largo de esta tesis se denominará Científico-Técnico. Este proceso de adquisición de conceptos y capacidades matemáticas en el bachillerato puede determinar la llegada de alumnos con diferentes habilidades y competencias matemáticas a la facultad. Esta diferencia puede ser usada para investigar el efecto del currículo cursado en los resultados en la facultad.

La estructura de la tesis es la siguiente. En el capítulo 2 se hace un análisis de la relación entre las dificultades con las matemáticas en el primer curso de la facultad y tres temas de la literatura académica en educación: el fracaso escolar, las dificultades con las matemáticas en todos los niveles educativos y las dificultades generales en los cambios de ciclo. Este análisis nos permite poner en contexto los factores explicativos de las dificultades con las matemáticas en la facultad que se analizan en la tesis. En el capítulo 3 se describe la metodología usada en el capítulo 4 para obtener los resultados de la tesis.

En el capítulo 4, se presentan los resultados de la tesis en dos apartados. En el primer apartado se analiza el currículo oficial de matemáticas de los bachilleratos de la Junta de Castilla y León y del primer curso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de León para detectar limitaciones del programa de los bachilleratos para abordar el programa de matemáticas en el primer curso de la facultad. En concreto, se comparan los epígrafes de los temas del bachillerato con los de la facultad para conocer la exposición de los alumnos de los distintos bachilleratos a los epígrafes cursados en las matemáticas de la facultad. Este análisis se realiza por bloques temáticos (Álgebra, Análisis, Geometría, Estadística y Probabilidad). En la segunda parte del capítulo de resultado se complementa el análisis de las diferencias en los currículos con

información de encuestas a los profesores del bachillerato de la provincia de León que imparten o han impartido matemáticas en este nivel educativo, a los profesores de Universidad de León que imparten o han impartido matemáticas en el primer curso de los distintos grados de la facultad de ciencias económicas y a los alumnos del primer curso de los distintos grados de la facultad de León. En concreto, las encuestas muestran los conceptos, competencias y bloques temáticos en los que los alumnos perciben más dificultades, menos base y un salto mayor entre la materia cursada en el bachillerato y la cursada en el primer curso de la facultad. Las encuestas también permiten estudiar el peso que los profesores del bachillerato asignan a cada bloque de contenidos así como el orden en el que se imparten. En definitiva, permiten conocer detalles de la impartición del currículo oficial. Por otra parte, las encuestas permiten analizar las diferencias en los métodos docentes entre el profesorado que imparte matemáticas en los bachilleratos y los profesores que imparten matemáticas en la facultad. En concreto, se analizan diferentes características como son el formato de la clase (expositivo por parte del profesor, participativo o trabajo grupal dirigido por el profesor), el tipo de enseñanza (mostrativa o demostrativa), el peso de la teoría y la práctica en cada etapa educativa, el tipo de problemas trabajados en clase, el tipo de pensamiento desarrollado en clase y las diferencias en el grado de uso de los programas de cálculo simbólico en las clases de matemáticas. Finalmente, en este apartado, se analiza el incremento de la formalización matemática introducida en el primer curso de los grados como factor explicativo de las dificultades con las matemáticas. Para cubrir este objetivo, las encuestas citadas recaban información sobre el uso del lenguaje matemático, del razonamiento matemático, los métodos de demostración matemática y los teoremas. En concreto, las encuestas contienen información sobre las dificultades de los alumnos con los símbolos matemáticos, con el razonamiento matemático, con los métodos de demostración matemática y con la demostración de teoremas.

En el capítulo 5 de la tesis se resumen los principales resultados del trabajo de investigación y analizan algunas propuestas de política educativa a la luz de los resultados obtenidos.

CAPÍTULO 2

FRACASO ESCOLAR, DIFICULTADES GENERALES CON LAS MATEMÁTICAS Y PROBLEMAS DE CAMBIO DE CICLO

2. FRACASO ESCOLAR, DIFICULTADES GENERALES CON LAS MATEMÁTICAS Y PROBLEMAS DE CAMBIO DE CICLO

2.1. Introducción

En este apartado se analiza la relación entre las dificultades con las matemáticas en el primer curso de la facultad con tres temas que aparecen con frecuencia en la literatura académica en educación: el fracaso escolar, las dificultades con las matemáticas en todos los niveles educativos y las dificultades de los alumnos en los cambios de nivel educativo. Este análisis permite poner en contexto y refinar un conjunto de explicaciones sobre las causas de las dificultades con las matemáticas en la facultad que se analizarán esta tesis.

El fracaso escolar se entiende como la dificultad de alcanzar determinados objetivos académicos. Se puede ver desde el punto de vista de la dificultad o imposibilidad en alcanzar una titulación o de adquirir unas competencias. Por una parte, las dificultades con las matemáticas en la facultad pueden conducir al fracaso escolar en términos de retraso en lograr la titulación e incluso al contribuir al abandono de los estudios. Por otra parte, estas dificultades pueden estar relacionadas con un determinado tipo de fracaso escolar anterior. Se trata de aquellos alumnos que han logrado la titulación que les permite acceder a la universidad pero que no han adquirido las competencias necesarias para cursar con éxito las matemáticas en la universidad.

Las dificultades con las matemáticas no aparecen por primera vez en la etapa universitaria sino que son una característica de casi todas las etapas en todos los sistemas educativos. El objetivo en este apartado es analizar la relación de estas dificultades generales con las matemáticas con las dificultades específicas en la facultad.

Por último, las dificultades con las matemáticas en la facultad ocurren en un cambio de ciclo educativo. De nuevo, los cambios de ciclo educativo causan problemas a los alumnos en todos los niveles: de primaria a secundaria obligatoria, de secundaria

obligatoria a bachillerato y del bachillerato a la universidad. Por tanto, se propone analizar la relación entre los problemas de cambio de ciclo y las dificultades en matemáticas en la facultad.

2.2. Fracaso escolar

El fracaso escolar es uno de los problemas más graves que sufren los sistemas educativos (Marchesi, 2003). Se habla de fracaso escolar si un alumno no alcanza el rendimiento medio adecuado a su edad. Por ejemplo, se dice que un alumno ha fracasado en la educación secundaria obligatoria si cumple los dieciséis años y abandona el sistema sin haber acabado la educación secundaria. En el bachillerato hablamos de fracaso si un alumno comienza estos estudios y no los termina y de forma análoga en la facultad. Por tanto, para cualquier nivel educativo, cualquier situación que impulse al alumno a interrumpir sus estudios ha de ser valorada como fracaso (Escudero, 2011). En matemáticas, lengua e inglés es donde mayor fracaso escolar existe (Calero, 2009). Por otra parte, las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) permiten la definición del fracaso escolar como *falta de un mínimo de conocimientos* si un alumno no alcanza el nivel dos. En este caso se considera que el alumno no tienen el nivel mínimo de competencias para poder desenvolverse en la sociedad (Bates, 2001). En concreto, un rendimiento por debajo del nivel dos en PISA reduce la probabilidad de que un alumno concluya la educación secundaria obligatoria y de que continúe estudiando con 19 años de edad (Bates, 2001).

La literatura sobre fracaso escolar recoge numerosos factores explicativos tales como las características personales y familiares del alumno, el tipo de centro, el clima en el aula y los recursos educativos. En cuanto a las características personales y familiares, existen estudios que indican que los alumnos tienen menor fracaso que las alumnas en matemáticas y ciencias (Escardibul, 2007). La composición del hogar puede incidir sobre el rendimiento académico de los alumnos a través del nivel educativo de los padres y de su actividad laboral, si bien ésta se encuentra muy vinculada al nivel educativo (Murnane, 1975; Escudero, 2001). La probabilidad de que una persona consiga mejorar niveles educativos (menor fracaso) aumenta a medida mejora el nivel de cualificación de los padres (Calero, 2010). La categoría socioeconómica del hogar es señalada como factor determinante del riesgo de fracaso escolar (Gamorán, 2001). La condición inmigrante de primera generación duplica el riesgo de fracaso escolar (Calero *et al.*, 2010). Otras variables señaladas en la literatura que inciden sobre el riesgo de fracaso escolar son la pertenencia a determinadas etnias (Calero, 2010), el número de hijos y el orden entre hermanos (Waisgrais, 2009) y la pertenencia a hogares

monoparentales o desestructurados (Escudero, 2011). Las variables relativas a los recursos educativos del hogar (ordenador, zona de estudio, libros) resultan significativas en la mayoría de los estudios (Calero, 2009; Waisgrais, 2009).

Otra variable investigada en la literatura es el tipo de centro y su influencia en el fracaso escolar. El determinante del ámbito escolar ha sido investigado teniendo en cuenta la titularidad del centro (público, privado o concertado). Los alumnos de centros privados y concertados tienen menor riesgo de fracaso escolar aunque los mejores resultados de los alumnos de los centros privados y concertados¹ no se debe a mejores prácticas educativas de estos, sino a las características del alumnado (Rodríguez, 2004; Calero, 2010) Por otro lado, el clima educativo en el aula incide en el fracaso escolar. Cuanto mejor sea el clima educativo en el aula, menor será el riesgo de fracaso escolar de los alumnos escolarizados en dicho aula (Coleman, 1996; Farley, 2006). Estos investigadores sostienen la relevancia de los “efectos compañeros”. Así, las características socioculturales y económicas de los hogares de los compañeros inciden en el riesgo de fracaso escolar.

Finalmente, se considera el papel los recursos educativos en el fracaso escolar. Los resultados asociados a la variable recursos escolares son poco significativas (Escardíbul, 2007). Una mejor financiación por estudiante disminuye el riesgo de fracaso. Supone disponer de aulas perfectamente equipadas, profesorado con un sueldo digno y un mínimo de material escolar (Martínez, 2009). En este sentido, en España el nivel de financiación por alumno es ligeramente inferior a la media de la Unión Europea. España dedica a Educación un 4,25 % del Producto interior bruto, la Unión Europea en media 5,09% y Finlandia el 6,43% (Eurostat, 2007).

En cuanto al fracaso universitario podemos decir que uno de cada cinco universitarios en España deja los estudios en el primer año de carrera. El promedio de alumnos que

¹ Se consideran *centros públicos* aquellos de titularidad pública, bien sea la Administración General (Ministerio de Educación o cualquier otro Ministerio), Autonómica (Consejerías de Educación u otras Consejerías de las CC.AA.), Local (Ayuntamientos, Diputaciones...) o cualquier otro ente público. Se consideran *centros privados* aquellos cuyo titular es una institución, entidad o persona de carácter privado. Todos los centros extranjeros se consideran privados, independientemente de su titular.

deja los estudios universitarios es mayor en las universidades no presenciales (37%). Por comunidades, Baleares, Canarias y la Rioja registran las mayores tasas de abandono. En la universidad privada el índice de fracaso es menor (16.3%) (Informe del Ministerio de Educación, 2006). En el abandono universitario influyen factores sociales y económicos, pero las causas determinantes son el desajuste entre las expectativas de los estudiantes y lo que la universidad les ofrece y la personalidad del alumno (Cabrera et al., 2006a).

En general, los alumnos que cursan estudios en la facultad han superado etapas educativas anteriores y, desde luego, no han abandonado los estudios. Por tanto, no entrarían dentro del grupo de estudiantes afectados por el fracaso escolar en etapas anteriores. No obstante, podría haber un tipo de fracaso escolar más sutil. Sería aquel en que no hay retraso o abandono de estudios pero no se adquieren todas las competencias necesarias para cursar los estudios universitarios. Este tipo de fracaso podría detectarse con pruebas estandarizadas similares a las utilizadas en el informe PISA. Desde el punto de vista de la presente tesis, este tipo de fracaso se materializa en deficiencias en competencias básicas a las que es frecuente referirse como falta de base. El origen de la falta de base en matemáticas y sus efectos en las dificultades de los alumnos en el primer curso universitario se abordan en el capítulo 4 de esta tesis.

2.3. Dificultades con las matemáticas en todos los niveles educativos

Las dificultades con las matemáticas son bastante frecuentes en todos los niveles educativos (Font, 1994). Suelen aparecer por primera vez en la educación secundaria obligatoria pero también pueden surgir en el bachillerato o en la universidad (Gamorán, 2001). Estas dificultades pueden ser una causa de fracaso escolar o limitar la adquisición de competencias por parte del alumno. A continuación se analizan algunos factores explicativos de las dificultades con las matemáticas en diferentes niveles educativos.

La falta de interés y motivación por las matemáticas es un problema general que aparece tanto en la educación secundaria como en la universidad (Alsina, 2007). La falta de interés se explica por una falta de comprensión y ésta por no tener base suficiente o por un problema de actitudes matemáticas (Muñoz y Mato, 2008). Estas actitudes matemáticas serían la perseverancia en la búsqueda de soluciones, el pensamiento flexible² y la capacidad de resolución de problemas por parte del alumno. Estas actitudes van asociadas a un esfuerzo personal y a un disfrute con las matemáticas a través del trabajo diario (Gómez Chacón, 2009).

En el ámbito universitario, los alumnos tienen dificultades relacionadas con la capacidad de razonamiento, de cálculo y de abstracción que deberían haber adquirido en el bachillerato (Fernández *et al.*, 2000). También las deficiencias curriculares, la notación empleada y los métodos docentes pueden generar dificultades a los alumnos (Guzmán, 2007; Estebaranz, 1994). Por otro lado, los alumnos de las facultades de economía y empresa encuentran dificultades en operaciones aritméticas, operaciones algebraicas, ecuaciones, inecuaciones y funciones sencillas (Marín y Navas, 2007). Este resultado es preocupante ya que los alumnos deberían tener estos conocimientos cuando acceden a la facultad. Otras dificultades son la debilidad de razonamiento lógico y el manejo del lenguaje matemático (Marín y Navas, 2007). Estas deficiencias traen como consecuencia un alto porcentaje de suspensos y repetidores en matemáticas (Alvarez, Blanco, Guerrero y Corcho, 2000). Los alumnos encuentran dificultades en las matemáticas y en las asignaturas relacionadas con ellas en las carreras de Economía (Chiang, 1977; Jarne *et al.*, 1997; Álvarez, Corcho y Guerrero, 2001; Turkinton, 2007).

² El pensamiento flexible es un conjunto de funciones mentales para adaptar estrategias cambiantes o modificar el punto de vista (Walter, 2007).

El índice de abandono en las titulaciones universitarias que tienen como asignatura instrumental las matemáticas duplica al de las relacionadas con las humanidades (Cabrera et al., 2006b). Según Serrano (2008), el origen de las dificultades en matemáticas en la facultad está en la enseñanza secundaria. Tanto en el bachillerato como en la facultad faltan una contextualización de los temas y una explicación de las principales aplicaciones (Sierspiska, 1995; Guzmán, 2000; Guzmán, 2007). Además, falta en el bachillerato y en la facultad una conexión de los problemas matemáticos con la realidad (Pulido, 1996; Pestano, 2001; Rico, 2007).

El problema con las dificultades con las matemáticas puede persistir en sucesivas etapas educativas. Estas dificultades permanentes están relacionadas con la pérdida de autoestima de los alumnos, que atribuyen sus problemas a la falta de habilidad matemática. Hay habilidades matemáticas referidas al cálculo, la resolución de problemas que generan dificultades a muchos alumnos en todos los niveles educativos (Thomson, 1985; García, 2003; García, 2004; Vicente, 2008). Otros autores proponen una teoría interactiva en la que defienden que las dificultades de aprendizaje de las matemáticas tienen una base experimental (Coll, 2000). Esta teoría subraya la importancia de las actitudes y la motivación, destacando que en ocasiones una ligera dificultad de aprendizaje acaba afectando al autoconcepto, la autoestima, al interés por la tarea, lo que repercutirá en una disminución de la competencia del alumno y en un aumento de las dificultades con las matemáticas.

Por último, algunos autores citan como causas de los problemas con las matemáticas trastornos de cálculo determinados por un daño neurológico en la región parieto-occipital izquierda sin afectación alguna del lenguaje o razonamiento (Gómez, 2009). Es decir, se afirma que las dificultades con las matemáticas de algunos alumnos pueden estar originadas por un trastorno genético de aquellas partes del cerebro que determinan la maduración de las habilidades matemáticas adecuadas a la edad (Gascón, 1997). En esta misma línea, existe alguna evidencia sobre la relación entre el rendimiento de los estudiantes en la asignatura de matemáticas de la facultad de económicas de la universidad de Granada y la exposición a la testosterona que tuvieron en el vientre materno (Sánchez *et al.*, 2015). Destacar en este sentido que los defensores de la perspectiva neurológica recomiendan que la evaluación del alumno con dificultades en la adquisición de conocimientos propios del dominio matemático sea llevada a cabo por un equipo en el que debe haber un neurólogo. Sin embargo, otros autores no se centran

tanto en problemas neurológicos sino que ponen especial atención en las dificultades del aprendizaje de las matemáticas como derivado de otros problemas. Así hablan de dificultades para manipular objetos matemáticos, dificultades en la lectura e interpretación de símbolos matemáticos, dificultades en la comprensión de conceptos matemáticos, dificultades para hacer cálculos numéricos y algebraicos (Bosch *et al.*, 2008).

Por otro lado, los aprendizajes matemáticos constituyen una cadena en la que cada conocimiento va enlazado con los anteriores. Así las dificultades iniciales en el aprendizaje de las matemáticas pueden llevar a dificultades posteriores mayores (Beltrán, 1993; Chevallard *et al.*, 1997). Destacar que durante el proceso de enseñanza y aprendizaje van apareciendo dificultades que unas veces son consecuencias de aprendizajes anteriores mal asimilados por los alumnos y otras se deben a las exigencias que van surgiendo de los nuevos aprendizajes. Esta idea enlaza con la investigación realizada en esta tesis sobre el papel del bachillerato en las dificultades con las matemáticas en la facultad.

Algunos autores señalan que los alumnos con dificultades de aprendizaje en las matemáticas son normales desde el punto de vista cognitivo (López, 2005). Sin embargo para otros, muchos de los alumnos con dificultades de aprendizaje de las matemáticas presentan un desarrollo atípico en sus habilidades aritméticas y algebraicas, ya que se utilizan estrategias diferentes a las empleadas por alumnos con rendimientos satisfactorios (Gargallo, 2006). Son muchas las investigaciones que indican que las primeras dificultades surgen en la adquisición de las nociones básicas y los principios numéricos que son la base de toda actividad matemática (Goñi, 2008). Así una consecuencia de estas dificultades es que si estas nociones no se adquieren y dominan eficazmente, ello conlleva a repercusiones negativas en cursos superiores. A lo largo de todos los cursos los alumnos encuentran dificultades en la resolución de problemas. La interpretación de los problemas requiere una serie de habilidades que implican la comprensión y asimilación de un conjunto de conceptos y procesos relacionados con simbolización, representación, aplicación de estrategias y traducción de un lenguaje a otro (Austin, 1992). Esta idea enlaza con el capítulo 4 de esta tesis donde se analizan las dificultades en la resolución de los problemas y las consecuencias de la falta de base.

2.4. Dificultades en los cambios de ciclo

Las dificultades con las matemáticas de los alumnos en el primer curso de la facultad pueden estar relacionadas con la transición entre el bachillerato y la facultad. El salto que se produce entre una etapa y otra puede generar dificultades a los alumnos. Entre la secundaria y la universidad se produce un salto grande y el alumno puede no tener el nivel de conocimientos que requiere (Gascón, 1997; Gascón *et al.*, 2000; Cabrera *et al.* 2006a). En ese sentido, la idea de que un salto entre el bachillerato y la universidad contribuye al fracaso escolar será explorada en esta tesis como factor explicativo de las dificultades con las matemáticas del primer curso de la facultad.

El estudio de la transición del bachillerato a la universidad ha tenido poca tradición en nuestro país. Esta transición es un proceso complejo que conlleva múltiples cambios personales y sociales para el estudiante (Forner y Torrado, 2000). La transición a la universidad llega a ser estresante cuando el estudiante percibe que requiere invertir más recursos personales de los que percibe como disponibles (Figueras y Forner, 2003). En la literatura científica se apuntan algunas causas de las dificultades de la transición. Así, señalan la discontinuidad de ambientes educativos entre el bachillerato y la universidad (Figueras y Forner, 2003), la desmotivación del estudiante que no accede a la carrera deseada (García, 2000), la falta de autoconfianza académica dificulta la adaptación del estudiante en la facultad (Sanz, 2000), la adecuación de los proyectos del estudiante a la nueva realidad (Stage, 1996) y los problemas de integración en la comunidad universitaria y las dificultades académicas (Sposetti, 1996).

Es importante destacar la dificultad para delimitar las variables que intervienen en el salto en matemáticas entre el bachillerato y la universidad (Sanz, 2001). Por un lado, los alumnos de la facultad tienen deficiencias en destrezas operacionales, conceptos previos, capacidades de razonamiento, capacidades de abstracción y lenguaje matemático (Álvarez, Corcho y Guerrero, 2003). Sin embargo, conocer conceptos, algoritmos y procedimientos no es suficiente para garantizar el éxito en matemáticas (Chacón, 2009). Por otra parte, los alumnos llegan al primer curso de la facultad con una serie de expectativas sobre qué son las matemáticas y cómo ha de ser la manera en la que el profesor de la facultad debe enseñarlas. En este caso, estamos ante un problema motivacional vinculado al currículo y su enseñanza (González Sanmamed, 2000; Muñoz y Arrimados Gómez, 1997). Otros autores han analizado el problema de cambio de ciclo sobre los agentes que intervienen en el sistema de enseñanza o variables

que provienen de la estructura de las matemáticas y las diferentes maneras de organizar su estudio (Simón y Blume, 1994; Salinas *et al.*, 1995; Fonseca, 2004; Haeusler y Paul, 2003; Ovejero, 2005). Algunos autores se centran en el problema de la falta de base matemática de los alumnos que acceden a la facultad (Sammons *et al.*, 1998; Chacón, 2009). Para otros investigadores el problema es la falta de pensamiento matemático, la falta de competencia de cálculo y la falta de espíritu matemático (Hoyles *et al.*, 2001). Las actitudes hacia las matemáticas (percepción de dificultad, el rechazo y el aprecio hacia las matemáticas) condiciona al alumno para percibir y reaccionar de un modo determinado (Chacón, 2009). Reiteradamente los estudiantes universitarios dejan evidencias de omisiones conceptuales, procedimentales y dan muestras de sus deficiencias en habilidades de pensamiento cuantitativo (Artigues, 2003; Coll, 2005b). En resumen, las variables anteriores influyen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos en la facultad y están relacionados con conocimientos previos de las matemáticas en el bachillerato y con los métodos de enseñanza en ambas etapas.

Los factores explicativos de las dificultades matemáticas en la facultad explorados en esta tesis están relacionados en alguna medida con los cambios de ciclo. En primer lugar, se analizan las diferencias entre los currículos de matemáticas de los bachilleratos y el currículo de matemáticas en la facultad. Por un lado, se observan carencias tanto en un bachillerato como en otro para abordar el currículo de las matemáticas en la facultad (Barragán, 2000; Coll, 2005a). Por otro, no hay un criterio claro para fijar el currículo de matemáticas en las facultades de Economía y varía de unas a otras (Robles *et al.*, 1996; Robson y Vanscyoc, 2006).

El segundo factor explicativo se refiere a las diferencias en los métodos docentes entre el profesorado que imparte matemáticas en el bachillerato y los profesores de matemáticas en la facultad. Por una parte, en la facultad predomina el modelo teorícista que tiende a identificar enseñar y aprender matemáticas con enseñar y aprender teorías (Rugges, 1970; González, 2000; Renshaw, 2005). Por otra, las técnicas aplicadas en el bachillerato son aisladas, muy rígidas y no se interpretan los resultados de los problemas (Gascón, 1997; Guzmán, 2003; Rodríguez, 2005). Otros autores afirman que existe una discontinuidad entre las matemáticas mostrativas del bachillerato y las matemáticas demostrativas de la facultad (Pulido, 2000; Fonseca, 2004; Santos, 2005). Por tanto se pasa de una matemática mostrativa a una matemática en la que priman las

demostraciones de los teoremas. El alumno comprende la teoría pero tiene dificultades al aplicarla a la resolución de problemas (González y Gil Fariñas, 2000; Segura, 2004).

El tercer factor explicativo se refiere al incremento del grado de formalización en el paso del bachillerato a la facultad (Álvarez y Fernández, 2000; Esteve, 2003). Así la simbología y la forma de presentar los conceptos y los teoremas les causan graves problemas a los alumnos en matemáticas si no están habituados del bachillerato. El lenguaje que se utiliza en el bachillerato es más pedagógico, pero menos científico (Rasch, 1980; Fonseca *et al.*, 2008).

CAPITULO 3

METODOLOGÍA

3. METODOLOGÍA

En este apartado del trabajo se describe la metodología utilizada para el análisis de los factores explicativos de las dificultades de los alumnos con las matemáticas en el paso del bachillerato a la facultad. Estos factores son las diferencias en el currículo oficial entre las matemáticas de los distintos bachilleratos y el currículo de las matemáticas del primer curso de los distintos grados de la facultad, las diferencias en los métodos docentes entre el profesorado que imparte matemáticas en los bachilleratos y el que lo hace en el primer curso de los grados de la facultad y el incremento en el grado de formalización en el paso de una etapa a otra.

La metodología utilizada son las comparaciones de los currículos oficiales mediante una serie de tabulaciones de los programas oficiales de ambas etapas y las encuestas realizadas a los agentes implicados: alumnos de la facultad y profesores de bachillerato y universidad.

3.1. Comparación de currículos oficiales

En primer lugar, se analiza el currículo oficial de matemáticas de los distintos bachilleratos en Castilla-León y el currículo oficial del primer curso de matemáticas en los diferentes grados que se imparten en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de León. El análisis y la comparación requiere dos tipos de tablas que se describen a continuación.

i. Tablas de presentación del currículo

El currículo oficial de matemáticas de ambos tipos de bachillerato se presenta en dos tablas que nos muestran en columnas los epígrafes clasificados por bloques temáticos: Álgebra, Geometría, Análisis y Estadística y Probabilidad. Para resaltar en la tabla las coincidencias y diferencias de temas entre ambos bachilleratos se procede a numerar correlativamente los temas de cada bloque en ambos cursos del bachillerato Científico-Técnico. A continuación, se usa la misma nomenclatura para los temas de cada bloque del bachillerato de Ciencias Sociales. Al hacer esto, un salto en la numeración en el bachillerato de Ciencias Sociales indica un tema que no se imparte en este bachillerato. Por otro lado, si en el bachillerato en Ciencias Sociales aparece un tema que no está en el programa del bachillerato Científico-Técnico se enumera correlativamente con respecto al último tema del bachillerato Científico-Técnico. Esta notación permite un análisis visual del grado de coincidencia de temas por bloque entre ambos bachilleratos. Se presentan una tabla de este tipo para cada tipo de bachillerato analizado: Científico-Técnico y Ciencias Sociales.

El programa de matemáticas del primer curso en la facultad se presenta en una tabla más sencilla con los bloques temáticos impartidos (Álgebra y Análisis) y usando, en la medida de lo posible, la notación de los temas del bachillerato para lograr una visión clara de las coincidencias y diferencias entre los programas de los bachilleratos y de la facultad.

En la tabla presentación de currículos las asignaturas que analizamos son Matemáticas I en primero de bachillerato y Matemáticas II en segundo de bachillerato en el bachillerato Científico-Técnico. En el bachillerato de Ciencias Sociales estudiamos los

mismos bloques en las asignaturas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II para poder facilitar la comparación con el bachillerato Científico-Técnico. Esta comparación es relevante ya que la diferencia de currículos en el bachillerato permite ver el efecto del currículo en las dificultades que se experimentan en la facultad.

ii. Tablas de comparación de currículos

Este tipo de tablas constan de tres columnas. En la primera columna aparecen los epígrafes de un determinado tema de las matemáticas del primer curso de la facultad. En la segunda columna aparece un uno si los alumnos del bachillerato Científico-Técnico han cursado ese epígrafe y un cero si no lo han hecho. En la columna tres aparece la misma información para el programa de matemáticas del bachillerato de Ciencias Sociales. Se presenta una tabla de este tipo para cada tema de matemática en el primer curso de los distintos grados en la facultad y una tabla que resumen todos los temas.

En este tipo de tablas se comparan los epígrafes que se estudian en las matemáticas del primer curso comunes a todos los grados de la facultad y los temas y epígrafes que se estudian en el segundo curso de las modalidades del bachillerato. Es decir, la tabla permite un análisis cuantitativo del grado de cobertura de los temas de la facultad en los dos bachilleratos. Esta comparación cuantitativa abre el camino a un análisis cualitativo en el que se valoran las diferencias en los programas, las carencias en los mismos así como las posibles implicaciones de esas carencias para los alumnos que van a estudiar el programa de las matemáticas en la facultad.

3.2. Encuestas

El análisis de los factores explicativos de las dificultades con las matemáticas de los alumnos de la facultad se complementa con tres cuestionarios que contestan alumnos de primer curso de la facultad, profesores de matemáticas de bachillerato y de universidad. El diseño de las encuestas sigue la metodología usada en Wright (1978), CIDE, (1992), Wright (1996), Stage, (1996), Torrado, (2000), Álvarez, (2003), Guerrero, (2003) y Sanz, (2005). A continuación se describe el proceso de redacción y administración de tales cuestionarios.

Los pasos para la elaboración de los cuestionarios de acuerdo a los objetivos de la investigación incluyen:

- i. Selección de las variables de las que se obtiene información.
- ii. Selección de los sujetos a encuestar
- iii. Redacción de las preguntas de los cuestionarios y validación por expertos.
- iv. Proponer los cuestionarios a los sujetos de la encuesta y recoger los resultados en una hoja de cálculo.
- v. Análisis estadístico básico y tabulación de los resultados de acuerdo al análisis que se pretende realizar.
- vi. Interpretación de los resultados.

Antes de la contestación de los cuestionarios se explicó a los profesores y a los alumnos el objeto de la investigación y el uso previsto de los resultados, la entidad que realiza la investigación y la confidencialidad del cuestionario que asegura en todo momento el anonimato del entrevistado.

El primer cuestionario fue contestado por 214 alumnos que cursaban el primer curso de los cinco grados que se imparten en la facultad. En concreto, 35 alumnos de Comercio, 36 de Economía, 28 de Finanzas, 34 de Marketing y 81 de Dirección de Empresas divididos en un grupo de mañana con 38 alumnos y un grupo de tarde con 43. Los cuestionarios a los alumnos se realizan en las primeras clases del segundo cuatrimestre del curso 2013-2014, después de haber cursado las matemáticas del primer curso en el

primer cuatrimestre y haber sido evaluados en dos convocatorias. En el actual sistema las dos convocatorias anuales se celebran con unas tres semanas de separación al final del periodo docente. Es decir, la primera a finales de enero y la segunda a mediados de febrero. Los cuestionarios de los alumnos fueron cumplimentados al comienzo de una clase con un alto grado de asistencia. El entrevistador anota las posibles incidencias en la realización de la encuesta.

El segundo cuestionario fue contestado por una muestra de treinta y un profesores de enseñanza secundaria de dieciséis centros de enseñanza que han impartido matemáticas en bachillerato. Los dieciséis centros de enseñanza fueron elegidos de forma aleatoria entre los cincuenta y cuatro centros públicos y privados de la provincia de León que impartían el bachillerato y que tenían al menos dos profesores de matemáticas en ese nivel. En cada centro encuestado se eligen aleatoriamente dos profesores de matemáticas para contestar al cuestionario.

La administración del cuestionario incluye el envío de instrucciones donde se insisten la importancia de contestar a todas las preguntas. Además, se ha enviado un recordatorio cuando no se reciben los cuestionarios cumplimentados en una semana. Como resultado, se recibieron respuestas a treinta y uno de los treinta y dos cuestionarios enviados. El proceso se hace en gran parte por correo electrónico con alguna llamada telefónica y entrevista personal.

El tercer cuestionario fue contestado por cinco profesores de universidad que imparten o han impartido matemáticas en alguno de los grados de la facultad.

Los cuestionarios están divididos en tres partes. La primera parte abarca los ítems correspondientes al currículo, la segunda parte a los métodos docentes y la tercera parte a la formalización. Los ítems fueron validados por expertos antes de formularse los definitivos teniendo en cuenta los objetivos de la investigación. En concreto, el cuestionario de los alumnos consta de 31 ítems de los cuáles 12 corresponden a la primera categoría de factores explicativos, 13 a la segunda y 6 a la tercera categoría. El cuestionario de los profesores del bachillerato consta de 37 ítems de los cuáles 23 corresponden a la primera categoría, 9 a la segunda y 5 a la tercera. El cuestionario de los profesores de universidad consta de 31 ítems que están distribuidos de la forma siguiente 16 corresponden a la primera categoría, 9 a la segunda y 6 a la tercera

Al redactar los cuestionarios (ver Anexo 2) se ha procurado que los ítems sean cortos y que usen un lenguaje sencillo y sin ambigüedad. Las preguntas son cerradas en la práctica totalidad del cuestionario con una o dos excepciones, dependiendo del cuestionario, en preguntas que se considera secundarias. Se trata de formular un número suficiente de preguntas sin cansar al encuestado.

El cuestionario propuesto a los alumnos (Anexo 2) contiene tres bloques como indicamos anteriormente con preguntas destinadas a analizar la divergencia entre el currículo de matemáticas cursado en el bachillerato y en el primer curso en la universidad. En el primer bloque, se pregunta por el tipo de bachillerato cursado, la percepción del alumno sobre su base y conocimientos previos, la existencia de un salto entre las matemáticas cursadas anteriormente y las de la facultad y las dificultades concretas de los alumnos en los diferentes bloques de contenido. Además, se pregunta sobre el uso de recursos docentes como la asistencia a las tutorías y a clases particulares y el resultado obtenido en las matemáticas del primer curso de los distintos grados. En el segundo bloque, se abordan las diferencias en los métodos docentes del bachillerato y de la universidad. En concreto, si los alumnos encuentran diferencias en la forma de explicar o entre los problemas realizados en clase y en los propuestos en los exámenes. En el tercer bloque, se plantean cuestiones sobre las dificultades con el incremento de la formalización matemática en la universidad.

El cuestionario propuesto a los profesores de enseñanza secundaria (Anexo 2) consta de tres bloques. El primero contiene preguntas sobre el orden y la importancia que dan a cada bloque de contenido (Álgebra, Análisis, Geometría, Estadística y Probabilidad). Al mismo tiempo, se indaga sobre la impartición total o parcial de los programas y los temas que pueden quedar sin ver por falta de tiempo. También se incluyen algunas preguntas destinadas a conocer las posibles carencias de los alumnos en los contenidos. En el segundo bloque se formulan una serie de cuestiones destinadas a conocer los métodos docentes utilizados por los profesores de bachillerato. Por último se formulan algunas cuestiones sobre los problemas de formalización matemática en el paso del bachillerato a la universidad. En concreto, se les pregunta por las dificultades encontradas en el lenguaje matemático, las dificultades al razonar la teoría, el conocimiento de los métodos de demostración matemática y las dificultades con los teoremas matemáticos.

El cuestionario propuesto a los profesores de universidad (Anexo 2) consta de tres bloques de preguntas. El primer bloque contiene preguntas destinadas a conocer su opinión sobre la preparación con que acceden los alumnos a la universidad. En concreto, se pregunta sobre el conocimiento de los alumnos de conceptos básicos, la destreza en operaciones básicas, los errores más frecuentes que comenten los alumnos, los problemas con la resolución de ecuaciones o inecuaciones y sistemas, el estudio de funciones elementales, el concepto y cálculo de límite, el concepto, cálculo y aplicaciones de las derivadas e integrales y la teoría de conjuntos y sucesiones. El segundo bloque contiene cuestiones destinadas a conocer los métodos docentes utilizados por los profesores de universidad. En concreto, se pregunta si los profesores de universidad le dan más importancia a la teoría o a la práctica, si se centran en las demostraciones de los teoremas, el tipo de pensamiento que se desarrolla en clase y el tipo de clase (expositiva, participativa). En este bloque, se pregunta también sobre el uso de programas de cálculo simbólico, sobre la interpretación del resultado en los problemas, uso de problemas aplicados a la realidad, uso de problemas abiertos y cuestiones que permitan mejorar la comprensión de la teoría. El último bloque contiene cuestiones destinadas a evaluar el incremento de la formalización matemática al pasar del bachillerato a la universidad. En concreto, se pregunta por las dificultades de los alumnos con el lenguaje matemático, las dificultades al razonar la teoría, el conocimiento de los métodos de demostración matemática (inducción, reducción al absurdo y contraejemplo) y las dificultades con los teoremas matemáticos.

Una vez efectuada la recogida de los datos de los cuestionarios se ha realizado la tabulación de las distintas variables, el análisis estadístico y la discusión e interpretación de los resultados. Para ello, los datos se archivan usando el programa Microsoft-Excel. A continuación, se calculan las frecuencias absoluta y relativas correspondientes a cada una de las variables analizadas dado que la mayoría de las variables tienen un carácter cualitativo. De hecho, la calificación en las matemáticas del primer curso de universidad es la única variable cuantitativa. En este caso, se calcula la media, la desviación típica y cociente entre ambas que determina el rendimiento académico. Es decir, se usa una medida de rendimiento académico que aumenta con la media de la calificación y disminuye con la desviación típica de la misma.

Los resultados se presentan en tablas. En gran medida, estas tablas son de doble entrada con una de las variables en la cabecera y otras en las filas. Es decir, en una misma tabla

se analizan una o más variables colocando las variables en la misma tabla o en tablas adyacentes por grado de afinidad.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4. RESULTADOS

El objetivo de este capítulo es documentar la prevalencia de algunos factores capaces de crear dificultades con las matemáticas en la universidad clasificados en tres grandes categorías: diferencias entre los currículos de matemáticas del bachillerato y del primer curso de los grados, diferencias en los métodos docentes entre ambas etapas y el incremento de la formalización matemática que se introducen en el primer curso de los grados. Los resultados provienen del análisis y la comparación de los currículos oficiales de bachillerato y del primer curso universitario y del análisis de las encuestas a profesores de ambas etapas y a alumnos de la facultad.

En el apartado 4.1, el análisis y la comparación de currículos oficiales de bachillerato y universidad permite ver el grado de coincidencia entre la estructura de los programas y sus epígrafes en ambas etapas educativas. En otras palabras, la comparación proporciona información sobre la existencia de saltos en el currículo capaces de generar dificultades a los alumnos. Un punto interesante del análisis es que el bachillerato de Ciencias Sociales y el Científico-Técnico tienen programas distintos que, por tanto, van a presentar diferentes grados de cobertura del programa que se imparte en la facultad. Esta circunstancia permite explorar en la sección 4.2, la relación entre las dificultades al cursar las matemáticas del primer curso y la cobertura del programa de la facultad en el bachillerato cursado. Es decir, analizar el efecto de la diferencia de currículos entre el bachillerato y la universidad en las dificultades que sufren los alumnos al cursar las matemáticas del primer curso de la facultad.

La adquisición de conocimientos matemáticos es un proceso lento y laborioso que se extiende por todas las etapas educativas: primaria, educación secundaria obligatoria, algunos bachilleratos y en algunas carreras universitarias. En este proceso, es necesario decidir qué conceptos se introducen y que conceptos se repiten en cada curso. En este sentido, en el apartado 4.1 de la tesis, se hace un análisis detallado sobre la introducción y repetición de conceptos en el paso de los bachilleratos al primer curso de los grados impartidos en la facultad de Ciencias Económicas.

El objeto analizado en el apartado 4.1 de la tesis es el currículum oficial. Sin embargo, es posible considerar varios tipos de currículos (Alsina, 2007): el currículum oficial, el currículum potencial desarrollado en las programaciones de los departamentos didácticos, el currículum impartido por el profesor y el currículum aprendido por los alumnos. El currículum oficial del bachillerato lo desarrolla el MEC para todo el territorio nacional dejando entre el 35 y 45% para que las comunidades autónomas lo adapten a sus intereses y cada centro educativo a su entorno y alumnos (Decreto 42/2008). Por otra parte, cada profesor hará más o menos hincapié en algunos contenidos. Por tanto, lo que se pretende enseñar con el currículum oficial puede ser distinto a lo que realmente se enseña. Los currículos citados anteriormente pueden ser más relevantes que el oficial para detectar carencias de formación y saltos entre el bachillerato y la facultad. Sin embargo, el análisis de los currículos oficiales tiene algunas ventajas. En primer lugar, el currículum oficial es público y común lo que facilita su análisis. En cambio, no es fácil conseguir información sobre el resto de los currículos y, por tanto, requiere un esfuerzo adicional de investigación. En segundo lugar, el currículum oficial marca los límites del resto de los currículos. Es posible que, por diversos motivos, se termine impartiendo sólo una parte del currículum oficial o que no se dé el mismo peso a todas las partes del currículum oficial. Sin embargo, es difícil que se imparta materia que no aparece en el currículum oficial. Por último, el currículum oficial es el objeto sobre el que incidiría cualquier reforma destinada a mejorar el aprendizaje. No obstante, en el apartado 4.2 de este mismo capítulo se analiza mediante encuestas a los alumnos y profesores algunos detalles de la impartición de los programas oficiales analizados en este capítulo. Por tanto, de alguna manera es posible explorar algunas características del currículum potencial, impartido y aprendido.

En el apartado 4.2, el análisis de las encuestas a profesores y alumnos permite refinar la información sobre la diferencia de currículos entre los bachilleratos y entre estos y la facultad. Al mismo tiempo, estas encuestas contienen información sobre las otras dos categorías de factores explicativos de las dificultades con las matemáticas: las diferencias en los métodos docentes entre ambas etapas y el incremento de la formalización matemática que se introducen en el primer curso de los grados. Es decir, el apartado 4.2 consta de tres subapartados que resumen la evidencia encontrada en las encuestas sobre los tres conjuntos de factores explicativos de las dificultades con las matemáticas: currículum, métodos docentes y grado de formalización.

En el primer subapartado, las encuestas permiten analizar el proceso de impartición de los currículos oficiales de bachillerato y la facultad. Es decir, es posible analizar el currículo realmente impartido que, a fin de cuentas, es el que determina las dificultades de los alumnos. En este sentido, se analizan cuestiones tales como falta de base y saltos en el currículo, dificultades conceptuales y de cálculo de los alumnos, carencias específicas, uso de tutorías y clases particulares, partes del programa que no se imparten por falta de tiempo, orden de impartición y el peso que dan los profesores a cada bloque temático.

En el segundo subapartado, se analizan las diferencias del proceso docente entre las matemáticas del bachillerato y del primer curso de la facultad. Las encuestas proporcionan información sobre cuestiones tales como el formato de la clase, participación de los alumno, el peso de la teoría y la práctica, el tipo de problemas resueltos en clase, pensamiento desarrollado en clase, uso de recursos informáticos e interpretación de los problemas.

En el tercer subapartado, las encuestas a los alumnos y profesores permiten analizar el incremento en el grado de formalización en la docencia de las matemáticas al pasar del bachillerato a la facultad. Las encuestas proporcionan información sobre problemas con la notación, el razonamiento matemático, cuestiones teóricas para razonar la teoría, métodos de demostración y tratamiento de los teoremas.

4.1. ANALISIS DE LOS PROGRAMAS OFICIALES DE MATEMÁTICAS DEL BACHILLERATO Y DEL PRIMER CURSO DE LA FACULTAD

En esta sección, en el apartado 4.1.1 se analiza el currículo de matemáticas en el bachillerato, en el apartado 4.1.2 se comparan los currículos de matemáticas en los diferentes bachilleratos y en la facultad y en el apartado 4.1.3 se hace un resumen de los resultados más importantes.

4.1.1. Análisis del currículo de matemáticas en el bachillerato

En este apartado se analizan los currículos oficiales³ de matemáticas en los bachilleratos en que se imparte esta materia. Es decir, en el bachillerato Científico-Técnico y en el bachillerato de Ciencias Sociales. Los currículos oficiales de ambos bachilleratos se muestran en el Anexo 1. En primer lugar, las tablas 1 y 2 muestran de forma esquemática los contenidos de las asignaturas de matemáticas del bachillerato Científico-Técnico y del de Ciencias Sociales.

La tabla 1 muestra el contenido del programa oficial de matemáticas de los dos cursos del bachillerato Científico-Técnico dividido en cuatro bloques: Álgebra, Geometría, Análisis y Probabilidad y Estadística. La asignatura de primer curso, denominada Matemáticas I, consta de dieciocho temas divididos en los cuatro bloques citados. El número de temas en cada bloque es muy similar ya que hay cinco temas de Álgebra y Probabilidad y Estadística y cuatro de Geometría y Análisis.

La asignatura de segundo curso, denominada Matemáticas II, consta de diez temas distribuidos en tres bloques: Álgebra, Geometría y Análisis. Es decir, en el segundo curso no se imparte el bloque de Probabilidad y Estadística. En este caso, el bloque de Análisis consta de cuatro temas mientras que los de Álgebra y Análisis tienen tres cada uno.

³ El currículo del bachillerato determinado por la Ley Orgánica de Educación está a su vez regulado por el Decreto 42/2008, de 5 de junio (BOCYL de 11 de junio del 2008).

Tabla 1. Contenidos por bloques y asignaturas del bachillerato Científico-Técnico

Álgebra	Geometría	Análisis	Prob. y Estadística
<i>Matemáticas I</i>			
AL1. Números Reales y Logaritmos AL2. Polinomios y Fracciones Algebraicas AL3. Ecuaciones y Sistemas AL4. Inecuaciones y Sistemas AL5. Números Complejos	G1. Trigonometría G2. Vectores G3. Geometría Analítica G4. Cónicas	AN1. Funciones AN2. Límites y Continuidad AN3. Derivadas AN4. Aplicaciones de Derivadas	P1. Estadística Bidimensional P2. Combinatoria P3. Probabilidad P4. Distribución Binomial P5. Distribución Normal
<i>Matemáticas II</i>			
AL6. Matrices AL7. Sistemas de Ecuaciones Lineales AL8. Determinantes	G5. Vectores G6. Geometría Afín G7. Geometría Métrica	AN5. Límites y Continuidad. AN6. Derivadas. Ampliación. AN7. Aplicaciones Derivadas. Ampliación. AN8. Integración	

Tabla 2. Contenidos por bloques y asignaturas del bachillerato de C. Sociales

Álgebra	Geometría	Análisis	Prob. y Estadística
<i>Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I</i>			
AL1. Números Reales y Logaritmos AL2. Polinomios y Fracciones Algebraicas AL3. Ecuaciones y Sistemas AL4. Inecuaciones y Sistemas AL9. Matemática Financiera. Progresiones		AN1. Funciones AN2. Límites y Continuidad AN3. Derivadas AN4. Aplicaciones de Derivadas	P1. Estadística Unidimensional P2. Combinatoria P3. Probabilidad P4. Distribución Binomial P5. Distribución Normal P6. Estadística Bidimensional
<i>Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II</i>			
AL6. Matrices AL7. Sistemas de Ecuaciones Lineales AL10. Optimización Lineal (Programación Lineal).		AN5. Límites y Continuidad AN6. Derivadas. Ampliación. AN7. Aplicaciones de Derivadas. Ampliación.	P7. Probabilidad. Probabilidad condicionada. P8. Muestreo. Distribución en Muestreo P9. Intervalos de Confianza P10. Test de Hipótesis

Por su parte, la tabla 2 presenta el contenido del programa oficial de matemáticas de los dos cursos del Bachillerato de Ciencias Sociales. La asignatura de primer curso, denominada Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I, consta de quince temas divididos en tres bloques: Álgebra, Análisis y Probabilidad y Estadística. Es decir, en este bachillerato no se imparte el bloque de Geometría. En este caso, el bloque de Probabilidad y Estadística tiene seis temas, mientras que el de Álgebra consta de cinco y el de Análisis de cuatro.

Por su parte, la asignatura de segundo curso, denominada Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, consta de diez temas distribuidos en los mismos bloques que la de primer curso. En este caso, el bloque de Probabilidad y Estadística tiene cuatro temas mientras que los otros dos bloques constan de tres temas cada uno.

La comparación del currículo de ambos bachilleratos mediante las tablas 1 y 2 permite observar dos diferencias importantes. En primer lugar, que el bloque de Probabilidad y Estadística tiene menos peso en el bachillerato Científico-Técnico al impartirse sólo en el primer curso y que la Geometría no se imparte en el bachillerato de Ciencias Sociales. Un análisis más detallado permite ver algunas diferencias adicionales del temario de ambos bachilleratos. Por una parte, en el bloque de Álgebra, el tema de números complejos no se imparte en el Bachillerato de Ciencias Sociales. Este tema se sustituye por Matemática Financiera y Progresiones. En este mismo bloque, en el bachillerato de Ciencias sociales no aparece el tema de Determinantes y se sustituye por Optimización Lineal. Otra diferencia aparece en el bloque de Análisis ya que en el bachillerato en Ciencias Sociales no se imparte el tema de Integración.

En resumen, se observa que los bloques de Análisis y Álgebra se imparten en los dos cursos de ambos bachilleratos. Las diferencias más sustanciales son la ausencia del tema del cálculo integral y la Geometría en el bachillerato de Ciencias Sociales y la ausencia del bloque de Estadística y Probabilidad en el segundo curso del bachillerato Científico-Técnico. Estas diferencias entre los currículos oficiales de ambos bachilleratos se traducen en diferencias en el grado de cobertura en el bachillerato de los temas que se imparten posteriormente en la facultad. Esta característica se explora con detalle en el apartado 4.1.2 de la tesis. Por otra parte, en el apartado 4.2 se explora, mediante encuestas, si las dificultades que experimentan los alumnos en la facultad están relacionadas con el tipo de matemáticas cursadas en el bachillerato.

4.1.2. Comparación del currículo de matemáticas de bachillerato con el de la facultad

A continuación se analiza la relación entre los temas estudiados en ambos bachilleratos y en el primer curso de los grados de Economía, Finanzas, Administración y dirección de empresas, Empresariales, Marketing y Comercio internacional de la facultad en el que las matemáticas son comunes en todos los grados. Como primer paso, la tabla 3 contiene los bloques de la asignatura de matemáticas del primer curso de la facultad y los temas en cada bloque. En esta tabla se usa la misma nomenclatura para los temas que la usada para los currículos de bachillerato en las tablas anteriores.

Tabla 3. Bloques y temas de Matemáticas I en la facultad

Álgebra	Análisis
AL. 6. Matrices AL. 7. Sistemas de Ecuaciones Lineales	AN5. Límites y Continuidad de Funciones de Variable Real AN6. Derivadas AN7. Propiedades y Aplicaciones de las Derivadas de las Funciones Reales de Variable Real AN8. Integración

Fuente: elaboración propia

Las matemáticas de primer curso en la facultad constan de dos bloques: Álgebra y Análisis. En el bloque de Álgebra se estudian dos temas: Matrices y Sistemas de Ecuaciones Lineales. Por otra parte, en el bloque de Análisis se estudian cuatro temas: Límites y Continuidad, Derivadas, Propiedades y Aplicaciones de las Derivadas e Integración. Por número de temas, el bloque de Álgebra supone un tercio de la asignatura mientras que el de Análisis supone los dos tercios restantes.

La situación en el bachillerato es ligeramente distinta como se puede apreciar en las tablas 1 y 2. En el segundo curso del bachillerato Científico-Técnico, el Álgebra supone un 30% de la asignatura mientras el análisis ocupa el 40%. El 30% restante se dedica a Geometría. En el segundo curso del bachillerato de Ciencias Sociales tanto el Álgebra como el Análisis ocupan un 30% de la asignatura. El 40% restante se dedica a Probabilidad y Estadística. Por tanto, se puede ver que existe una diferencia del peso de los bloques de Análisis y Álgebra al comparar los programas de ambos bachilleratos con el de la facultad. Esta diferencia es mayor en el caso del bachillerato de Ciencias Sociales.

En resumen, los alumnos de ambos bachilleratos cursan los bloques de Álgebra y Análisis aunque con un peso menor que en la asignatura de la facultad. Sin embargo, es necesario puntualizar que el contenido de estos bloques difiere entre ambos bachilleratos como veremos más adelante cuando se comparen los epígrafes de los temas.

Una diferencia destacable entre las matemáticas de segundo curso de ambos bachilleratos es que los alumnos del bachillerato Científico Técnico cursan el bloque de Geometría mientras que los del bachillerato de Ciencias Sociales cursan el de Estadística y Probabilidad. La presencia del bloque de Geometría en el bachillerato Científico Técnico favorece a los alumnos que cursan esta opción por la incidencia de este bloque en el tratamiento del Análisis. Las herramientas de la Geometría se utilizan en el estudio de las funciones (movimientos de las funciones en los cambios de los parámetros). Otra ventaja de haber cursado el bloque de Geometría en el bachillerato es la exposición del alumno a la interpretación geométrica de diversos conceptos como: continuidad de funciones, teoremas de continuidad, límite de una función, derivada de una función, teoremas de la derivabilidad de funciones (Rolle, Lagrange y Cauchy) e integral de Riemann. Por otro lado los alumnos que cursan el bachillerato de Ciencias Sociales cursan en segundo de bachillerato el bloque de Estadística y Probabilidad. El estudio de este bloque no incide directamente en el estudio de las matemáticas en los distintos grados de la facultad aunque puede tener incidencia en otras materias de la titulación tales como Estadística, Econometría, Teoría de la decisión, Teoría de Juegos, etc.

A continuación, se comparan con más detalle los contenidos de las matemáticas de segundo curso en ambos bachilleratos con los contenidos de las matemáticas del primer curso de la facultad. La comparación se hace analizando la cobertura en el bachillerato de los epígrafes de que constan los temas impartidos en la facultad que aparecen en la tabla 3. Cada tema se analiza en una tabla diferente que contiene un 1 cuando un epígrafe se ha impartido en el respectivo bachillerato y un 0 si no es así.

El análisis comienza con la tabla 4 donde se analiza la exposición de los alumnos en el bachillerato a los epígrafes del tema de Matrices en la facultad.

Tabla 4. Epígrafes del tema de Matrices en la facultad y en el bachillerato

Facultad	Bachillerato Científico-Técnico	Bachillerato de Ciencias Sociales
Definición de Matriz. Tipos	<i>1</i>	<i>1</i>
Operaciones con Matrices. Propiedades	<i>1</i>	<i>1</i>
Rango de una Matriz	<i>1</i>	<i>0</i>
Cálculo de la Matriz Inversa	<i>1</i>	<i>1</i>
Aplicaciones de las Matrices a la Economía	<i>0</i>	<i>1</i>

Fuente: elaboración propia

La tabla 4 muestra que en ambos bachilleratos se imparten todos los epígrafes menos uno. En el bachillerato Científico-Técnico no se imparte Aplicaciones de las Matrices a la Economía y en el caso del bachillerato de Ciencias Sociales Rango de una Matriz. En principio, la tabla sugiere que en ambos bachilleratos se cubre la mayor parte de los epígrafes que se imparten en la facultad. Sin embargo, es posible que haya diferencias importantes en la forma de tratar el mismo epígrafe entre ambos bachilleratos y entre los bachilleratos y la facultad. Por un lado, según indica el programa oficial, en el bachillerato se estudian un conjunto más limitado de matrices⁴. Por otro, está la cuestión del formalismo que se aplica en una y otra etapa. Por ejemplo, el programa oficial de bachillerato Científico-Técnico hace referencia al enunciado del teorema del rango pero no a su demostración. De hecho, esta demostración requiere conceptos de álgebra vectorial que el alumno no conoce. Por ejemplo, independencia de vectores, dimensión y base. Como se verá de forma repetida en este capítulo, esta forma de impartir los

⁴ En el bachillerato sólo se hace referencia a la matriz cuadrada, a la identidad, a la diagonal, a la rectangular ya las triangulares. Otros tipos de matrices que no se mencionan son las matrices hemisimétricas (tienen la transpuesta igual a la opuesta), la matriz idempotente (el cuadrado coincide con la dada), la matriz nilpotente (una potencia de la dada es la matriz nula), la matriz involutiva (si su cuadrado es la matriz identidad) ni la matriz ortogonal (la inversa es igual a la transpuesta).

temas del bachillerato, evitando demostraciones, puede causar problemas a los alumnos si el tratamiento del mismo tema en la facultad gira en gran medida en torno a éstas. Por último, está la diferencia en la forma de tratar los temas en ambos bachilleratos. Por ejemplo, en el bachillerato Científico Técnico, el cálculo de la matriz inversa se realiza usando tanto determinantes como por el método de Gauss. Sin embargo, en el bachillerato de Ciencias Sociales sólo se puede calcular la matriz inversa aplicando el método de Gauss ya que no se estudian los determinantes. Por tanto, en el tratamiento del tema de las matrices los alumnos que cursan el bachillerato Científico-Técnico están expuestos a mayor contenido conceptual que los que estudian el bachillerato de Ciencias Sociales.

En resumen, en el tema de las matrices hay casi coincidencia plena en los epígrafes de los temas tratados entre los bachilleratos y la universidad. La diferencia de programa oficial radica en que en el bachillerato de Ciencias Sociales no se trabaja el concepto de rango mientras que en el bachillerato Científico Técnico no se trabajan las aplicaciones de las matrices a la Economía. Sin embargo, la propia lectura del programa oficial que hace referencia a enunciado en vez de demostración sugiere aproximaciones distintas al mismo tema en ambas etapas. Por otra parte, algunos matices del programa oficial sugieren una diferencia en la forma de impartir el mismo tema entre ambos bachilleratos.

En la tabla 5 se hace una comparación de los epígrafes del tema de Sistemas de Ecuaciones Lineales en las matemáticas de la facultad y de los bachilleratos.

Tabla 5. Epígrafes del tema de Sistemas de Ecuaciones Lineales en la facultad y en el bachillerato

Facultad	Bachillerato Científico-Técnico	Bachillerato de Ciencias Sociales
Concepto y Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales	<i>1</i>	<i>1</i>
Tipos de Sistemas. Sistemas equivalentes	<i>1</i>	<i>1</i>
Eliminación Gaussiana	<i>1</i>	<i>1</i>

Fuente: elaboración propia

La tabla 5 muestra que todos los epígrafes del tema de Sistemas de Ecuaciones Lineales en la facultad se imparten en ambos bachilleratos. No obstante, un análisis más meticuloso del programa oficial del bachillerato puede destapar algunas diferencias importantes entre ambos bachilleratos y entre estos y la facultad. Por ejemplo, en el bachillerato Científico-Técnico se enuncian sin demostración los teoremas de Rouché-Frobenius y el de Cramer. Sin embargo, el teorema de Rouché-Frobenius no se puede impartir en el bachillerato de Ciencias Sociales al no haber impartido el concepto de rango. Del mismo modo, el teorema de Cramer no se puede impartir en el bachillerato de Ciencias Sociales al no estudiar antes los determinantes⁵. Por tanto, los alumnos de Ciencias Sociales sólo pueden abordar el análisis y discusión de sistemas de ecuaciones lineales usando el método de Gauss. El tratamiento de este epígrafe en el bachillerato de Ciencias Sociales contrasta con el de la facultad donde se amplía el tema de equivalencia y se usan los teoremas de Rouché-Frobenius y de Cramer. Por otra parte, en la facultad se estudian las propiedades de los sistemas lineales equivalentes que culminan en el método de Gauss para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. En la demostración de las propiedades de los sistemas lineales equivalentes los alumnos de ambos bachilleratos pueden encontrar problemas si el profesor demuestra el teorema de Rouché-Frobenius. Los alumnos del bachillerato Científico-Técnico porque sólo han sido expuestos al enunciado del teorema y no a su demostración y los del bachillerato de Ciencias Sociales porque no sólo no han estudiado este teorema con anterioridad sino que desconocen el concepto de rango que es necesario para esta demostración. Por otra parte, la demostración del teorema de Cramer o regla de Cramer puede generar más dificultades a los alumnos que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales dado que no conocen el concepto de determinante de una matriz. En resumen, en ambos bachilleratos se abordan los mismos epígrafes pero, de nuevo, los alumnos del bachillerato Científico Técnico disponen de más herramientas para abordar problemas asociados al análisis de sistemas de ecuaciones lineales.

En la tabla 6 se hace una comparación de los distintos epígrafes del tema de Funciones, Límites y Continuidad de las Funciones Reales de Variable Real en las matemáticas de la facultad y de los bachilleratos.

⁵ Ver los currículos oficiales del bachillerato en el Anexo 1.

Tabla 6. Epígrafes del tema de Funciones, Límites y Continuidad en la facultad y en el bachillerato

Facultad	Bachillerato Científico-Técnico	Bachillerato de Ciencias Sociales
Función Real de Variable Real	<i>1</i>	<i>1</i>
Operaciones con Funciones. Función compuesta. Función Inversa	<i>1</i>	<i>1</i>
Límite de una Función en un Punto. Propiedades del Límite	<i>1</i>	<i>1</i>
Funciones Equivalentes. Infinitésimos. Infinitos	<i>0</i>	<i>0</i>
Continuidad. Tipos de Discontinuidades	<i>1</i>	<i>1</i>
Propiedades de las Funciones Continuas	<i>1</i>	<i>0</i>

Fuente: elaboración propia

En el bachillerato Científico Técnico se abordan todos los contenidos del tema de la facultad con la excepción de Funcionales equivalente, Infinitésimos. El concepto de función equivalente es de gran importancia operativa para resolver límites de cierta sofisticación. Por tanto, esta carencia puede tener más importancia que la que sugiere su peso en el programa.

En el bachillerato de Ciencias Sociales, no se estudia ni el tema de Funciones Equivalente, Infinitésimos e Infinitos ni el de Propiedades de las Funciones Continuas. Esta última omisión implica el desconocimiento, incluso a nivel intuitivo, de rudimentos de topología que son importantes para estudiar los teoremas de Weierstrass, Bolzano y

el de Darboux⁶ en la facultad. Estos teoremas son muy importantes para dos temas claves de la modelización económica: la optimización y el equilibrio.

En la tabla 7 se muestra la exposición de los alumnos en el bachillerato a los distintos epígrafes del tema de Derivadas en las matemáticas de la facultad.

Tabla 7. Epígrafes del tema de Derivadas en la facultad y el bachillerato

Facultad	Bachillerato Científico-Técnico	Bachillerato de Ciencias Sociales
Derivada de una Función en un Punto. Interpretación Geométrica	<i>1</i>	<i>1</i>
Cálculo de Derivadas	<i>1</i>	<i>1</i>
Continuidad y Derivabilidad	<i>1</i>	<i>1</i>
Propiedades de las Funciones Derivables	<i>1</i>	<i>0</i>
Derivadas Sucesivas	<i>0</i>	<i>0</i>
Derivación Implícita	<i>0</i>	<i>0</i>
Diferencial de una Función	<i>0</i>	<i>0</i>

Fuente: elaboración propia

En la tabla 7 se observa que el tema de Derivadas Sucesivas, Derivación Implícita y Diferencial de una Función no se imparten en ningún bachillerato. En el Bachillerato de Ciencias Sociales no se imparte además el epígrafe de Propiedades de las Funciones Derivables. Sin embargo, todos estos epígrafes son parte del tema de derivadas en las

⁶ El teorema de Weierstrass establece que si una función es continua en un intervalo cerrado la función admite un máximo y un mínimo. El teorema de Bolzano establece que si una función es continua en el intervalo cerrado y además toma valores de distinto signo en los extremos del mismo entonces la función se anula por lo menos en un punto interior del intervalo cerrado. Por último, el teorema de Darboux⁶ establece que si una función es continua en un intervalo cerrado entonces la función alcanza en ese intervalo todos los valores comprendidos entre $f(a)$ y $f(b)$ siendo a y b los extremos del intervalo cerrado.

matemáticas de primer curso en la facultad. En otras palabras, los alumnos del bachillerato Científico-Técnico no han cursado el 42% de los epígrafes de este tema en la facultad. Este porcentaje se eleva hasta el 50% en el caso de los alumnos del bachillerato de Ciencia Sociales.

Estos porcentajes de cobertura sugieren que los alumnos de ambos bachilleratos pueden tener dificultades con las derivadas sucesivas, derivación implícita y diferencial de una función. Por una parte, el epígrafe de derivadas sucesivas se basa en las técnicas de derivación, que aparecen en los programas de ambos bachilleratos. Sin embargo, este concepto requiere conocimientos de sucesiones que no son abordados como tal en ninguno de los bachilleratos. El tema de derivación implícita es completamente nuevo aunque se basa en las técnicas de derivación que se trabajan en ambos bachilleratos. Por último, el concepto de diferencial se basa en el concepto de derivada pero la interpretación geométrica de la diferencial puede generar dificultades a los alumnos provenientes del bachillerato de Ciencias Sociales que no han cursado el bloque de Geometría. Por tanto, se encuentra que un tema importante en las matemáticas de la facultad tiene una cobertura limitada en ambos bachilleratos. Este resultado puede ser una fuente de dificultades al cursar las matemáticas de la facultad si los profesores de esta etapa no son conscientes de este problema.

En la tabla 8 se analiza la exposición de los alumnos en el bachillerato a los epígrafes del tema de las aplicaciones de las derivadas de las funciones reales de variable real en las matemáticas de la facultad.

Tabla 8. Epígrafes del tema de Aplicaciones de las derivadas en la facultad y en el bachillerato

Facultad	Bachillerato Científico Técnico	Bachillerato de Ciencias Sociales
Teoremas de Roll, Lagrange, Cauchy y L'Hôpital	<i>1</i>	<i>0</i>
Teorema de Taylor	<i>0</i>	<i>0</i>
Extremos relativos. Extremos absolutos	<i>1</i>	<i>1</i>
Condición necesaria para la existencia de extremo. Condiciones suficientes	<i>1</i>	<i>1</i>
Concavidad y convexidad	<i>1</i>	<i>1</i>
Aplicaciones de las derivadas a la Economía	<i>0</i>	<i>1</i>

Fuente: elaboración propia

En primer lugar, se observa que el teorema de Taylor no se imparte en ninguno de los bachilleratos. Además, en el bachillerato Científico-Técnico no se imparte el tema de Aplicaciones de las Derivadas de la Economía. Por otra parte, en el bachillerato de Ciencias Sociales no se imparten ni los teoremas de valor medio de Roll, Lagrange y Cauchy ni el teorema de L'Hôpital que genera la regla de cálculo de límites del mismo nombre.

El desconocimiento del Teorema de Taylor cuando llegan a la facultad puede tener consecuencias más graves en el caso de los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales. Estos alumnos han trabajado menos el concepto de límite y desconocen el concepto de infinitésimo y los teoremas del valor medio de Roll, Lagrange y Cauchy necesarios para entender el teorema de Taylor. Por tanto, sería necesario un estudio detallado y más lento de este tema en la facultad para evitar el posible salto que pudieran encontrar todos los alumnos pero en especial los que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales.

En la tabla 9 se analiza la exposición de los alumnos de bachillerato a los epígrafes del tema de la Integración de la facultad.

Tabla 9. Epígrafes del tema de Integración en la facultad y en el bachillerato

Facultad	Bachillerato Científico Técnico	Bachillerato de Ciencias Sociales
Integral definida: concepto	1	0
Propiedades de la integral definida	1	0
Teorema fundamental del cálculo integral. Regla de Barrow	1	0
Integrales impropias	0	0
Aplicaciones de las integrales a la Economía	0	0

Fuente: elaboración propia

En la tabla 9 se observa que los alumnos del bachillerato Científico Técnico no han cursado el tema de las integrales impropias ni las aplicaciones de las integrales a la Economía. Por su parte, los alumnos que cursan el bachillerato de Ciencias Sociales no tienen ninguno de estos epígrafes en su programa de estudio. Por tanto, los alumnos del bachillerato en Ciencias Sociales pueden tener mayores dificultades en este tema del programa de la facultad. El grado de dificultad puede ser mucho mayor que el que se mencionó en epígrafes anteriores. Hay que darse cuenta de que en los casos anteriores se hablaba de no cursar algún epígrafe o de la forma de cursarlo. En este caso, se está hablando de no tener conocimiento en absoluto de un tema con cierto peso en el programa de la facultad.

En resumen, en el bloque de análisis los alumnos de ambos bachilleratos no estudian los temas de Funciones Equivalentes, Infinitésimos e Infinitos, Derivadas Sucesivas, Derivación Implícita y Teorema de Taylor. En el caso del bachillerato de Ciencias Sociales se añaden además los temas de Propiedades de las Funciones Continuas, Propiedades de las Funciones Derivables, Teoremas de Rolle, Lagrange, Cauchy y L'Hôpital e Integración. Todos estos temas constituyen una parte sustancial del

contenido de matemáticas en el primer curso de la facultad. Los alumnos del bachillerato Científico-Técnico⁷ no estudian las aplicaciones a la economía del concepto de límite y derivada mientras que los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales sí. En el bloque de Álgebra, los alumnos de Ciencias Sociales no estudian los conceptos de rango, determinante y los teoremas de Rouché-Frobenius y Cramer.

A continuación, la tabla 10 muestra los porcentajes de epígrafes de cada tema de las matemáticas de la facultad a que han sido expuestos los alumnos de ambos bachilleratos. El porcentaje de exposición de los alumnos del bachillerato en Ciencias Sociales a los epígrafes cursados en la facultad oscila entre el 0% del tema de Integración que no se imparte al 100% de Matrices y Sistemas de Ecuación Lineales en que todos los epígrafes de la facultad son estudiados en el bachillerato. No obstante, es necesario recordar los matices comentados antes sobre cómo se imparten estos temas en este bachillerato. Por otra parte, en este bachillerato se imparten poco más de la mitad de los epígrafes de Derivabilidad de Funciones Reales del programa de la facultad y sólo se imparten dos tercios de los epígrafes de los tema de Límites y Continuidad y Propiedades y Propiedades y Aplicaciones de las derivadas.

⁷ En el tema de integración los alumnos que cursan el bachillerato Científico Técnico tampoco aplican las integrales a la Economía.

Tabla 10. Porcentaje de exposición en el bachillerato a los epígrafes de cada tema de matemáticas en la facultad

Facultad	Bachillerato Científico Técnico	Bachillerato de Ciencias Sociales
Matrices	80	100
Sistemas de ecuaciones lineales	100	100
Límites y continuidad de funciones reales	83	67
Derivabilidad de funciones reales	57	50
Propiedades y aplicaciones de las derivadas	67	67
Integración	67	0

Fuente: elaboración propia

El grado de cobertura de los epígrafes de los temas de matemáticas de la facultad es más alto para los alumnos que cursan el bachillerato Científico-Técnico. Los porcentajes de cobertura son siempre más elevados que en el bachillerato de Ciencias Sociales con la excepción del tema de Matrices en que son iguales. Aunque este dato puede ser matizado ya que el epígrafe que no se cursa en el bachillerato de Ciencias Sociales es el de aplicaciones de las matrices a la Economía que puede tener un papel secundario en las matemáticas de la facultad. Por otra parte, el análisis cualitativo sobre cómo se imparten los epígrafes refuerza la idea de una desventaja de los alumnos del bachillerato en Ciencias Sociales.

En promedio, hay un 65% de contenidos de matemáticas la facultad que los alumnos ya han trabajado en el bachillerato de Ciencias Sociales. Este porcentaje sube al 75% en el caso de los alumnos del bachillerato Científico-Técnico. Este resultado es importante ya que una gran parte de los alumnos de la facultad han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales. Esta circunstancia se analizará con detalle en el análisis de las encuestas en el apartado 4.2.

4.1.3. Resumen de resultados

En este apartado se analizan los currículos oficiales de matemáticas en los bachilleratos y se comparan con el currículo oficial de matemáticas en el primer curso de la facultad. De este análisis, destacan una serie de resultados que se resumen a continuación.

En primer lugar, hay determinados temas de matemáticas de la facultad a los que no se expone en absoluto a los alumnos en alguno o en ambos bachilleratos. Este sería el caso de los determinantes o las integrales en el bachillerato en Ciencias Sociales o las sucesiones en el bachillerato Científico-Técnico. Este problema de que los alumnos no hayan sido expuestos con anterioridad temas que se cursan en la facultad aparece en mayor medida en el bachillerato en Ciencias-Sociales.

En segundo lugar, se encuentra la diferente composición por epígrafes de los temas impartidos en el bachillerato y la universidad. Casi una cuarta parte de los epígrafes que aparecen en las matemáticas de la facultad no han sido cursados con anterioridad por los alumnos del bachillerato Científico-Técnico. Este porcentaje se eleva casi al 35% en el caso del bachillerato de Ciencias-Sociales. De nuevo, este resultado juega en contra de los alumnos de este bachillerato cuando cursan matemáticas en la facultad. Además, los temas que no se imparten en el bachillerato de Ciencias Sociales (Números Complejos, Determinantes e Integración) son parte del temario de las matemáticas del primer curso de la facultad. Por otra parte, el bloque de Geometría, que no se imparte en este bachillerato, puede ayudar a mejorar el manejo de conceptos de Álgebra y Análisis que aparecen en las matemáticas de la facultad. Por ejemplo, la geometría puede mejorar el manejo de conceptos como pendiente y tangencia que, a su vez, pueden ayudar con la interpretación de las derivadas y la noción de aproximar una función. En cambio, no está claro que los temas que se imparten en exclusiva en el bachillerato en Ciencias Sociales (Matemática Financiera y Optimización Lineal) desarrollen conceptos y competencias útiles para las matemáticas de la carrera. Algo parecido ocurre con el bloque de Probabilidad y Estadística que tiene más peso en el bachillerato de Ciencias Sociales. Dicho en otras palabras, estos temas y bloques que se imparten en exclusiva en el bachillerato en Ciencias Sociales adelantan contenido de varias asignaturas de la carrera pero no de las matemáticas.

En conclusión, el diseño actual de los programas oficiales de matemáticas de bachillerato y la facultad puede jugar un papel en las dificultades que encuentran los

alumnos al cursar el primer curso de matemáticas en la facultad. El problema parece ser más grave para los alumnos que cursan el bachillerato en Ciencias Sociales.

4.2. ANALISIS DE LOS PROBLEMAS CON LAS MATEMÁTICAS DEL PRIMER CURSO DE LOS GRADOS A PARTIR DE LAS ENCUESTAS A PROFESORES Y ALUMNOS

En este apartado se presenta un análisis de los resultados de las encuestas a profesores y alumnos. En el subapartado 4.2.1 se estudian las diferencias entre el currículo de matemáticas del bachillerato y la facultad. En el 4.2.2 se explica las diferencias de métodos docentes entre el bachillerato y la facultad. Por último, en el 4.2.3 se documenta el incremento del grado de formalización que tiene lugar en las matemáticas que se imparten en la facultad.

4.2.1. Diferencias entre los currículos de matemáticas del bachillerato y del primer curso de los grados

Este factor explicativo de las dificultades con las matemáticas en el primer curso de la facultad ha sido analizado en el apartado 4.1 a través de la comparación de los currículos oficiales del bachillerato y de la universidad. En el presente apartado, se buscan evidencias adicionales sobre esta categoría en las tres encuestas descritas con anterioridad en el capítulo 3.

En la encuesta a los alumnos se pregunta por el tipo de bachillerato cursado porque el bachillerato Científico-Técnico tiene un currículo diferente al del bachillerato de Ciencias Sociales. El análisis realizado en el apartado 4.1 de esta tesis muestra que el currículo del bachillerato de Ciencias Sociales tiene más diferencias con el de matemáticas de la facultad que el del bachillerato Científico-Técnico. En este sentido, la encuesta nos permite comprobar si alumnos que cursan diferentes bachilleratos con currículos de matemáticas que presentan diferentes grados de separación con el cursado en la facultad perciben diferentes niveles de dificultad. En concreto, se espera que los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales tengan más dificultades que los alumnos del bachillerato Científico-Técnico.

Las diferencias entre el currículo del bachillerato y el universitario pueden reflejarse en diversas dificultades. En primer lugar, se analiza el efecto del bachillerato cursado en la percepción de falta de base y de que existe un salto entre las matemáticas estudiadas con anterioridad y las que se estudian en la facultad. El concepto de base se refiere a las capacidades matemáticas que tienen los alumnos cuando comienzan los estudios

universitarios mientras que el salto se refiere a contenidos no vistos con anterioridad por determinados alumnos cuando se enfrentan a las matemáticas de los distintos grados. En segundo lugar, se analiza el efecto del tipo de bachillerato estudiado en las dificultades concretas al cursar el bloque de Álgebra y el de Análisis que son los que se cursan en Matemáticas I en la facultad. Además, la encuesta proporciona información sobre las dificultades en la comprensión de los distintos conceptos matemáticos, en la resolución de los problemas y en la demostración de los teoremas.

Por otro lado, los alumnos tratan de solventar las dificultades con los recursos que tienen a su alcance. En concreto, en la encuesta se pregunta sobre la asistencia a las tutorías y a clases particulares. De algún modo, el uso de estos recursos se puede considerar un indicador de dificultades con las matemáticas en la facultad. Usando esta información, se explora el efecto de haber cursado un currículo matemático distinto en el bachillerato en el uso de estos recursos. Finalmente, analizamos el rendimiento obtenido por los alumnos en función del bachillerato cursando.

En primer lugar, se analiza el currículo cursado por los alumnos en el bachillerato. En la tabla 11 se analiza la distribución por tipo de bachillerato cursado de los alumnos que acceden a los grados que se imparten en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales (FCEE).

Tabla 11. Bachillerato cursado por los alumnos en la facultad y por grado (%).

Bachillerato	Facultad	Finanzas	Economía	Marketing	Empresa	Comercio
Ciencias Sociales	78	67	86	79	75	82
Científico-Técnico	14	23	11	6	16	15
Otros	8	10	3	15	9	3

Fuente: elaboración propia a partir de encuesta a los alumnos de la FCEE de León

La forma de acceso mayoritaria a todos los grados es el bachillerato de Ciencias Sociales (78%), seguida por el bachillerato Científico o Técnico (14%). El resto de los alumnos proceden del bachillerato de Humanidades o de módulos profesionales que aparecen en la tabla clasificados como Otros. Por tanto, existe cierta heterogeneidad en la procedencia de los alumnos. Al mismo tiempo, existen diferencias entre los grados en

la proporción de alumnos que han cursado los distintos bachilleratos. Por ejemplo, el grado de Economía es el que tiene mayor proporción de alumnos que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales mientras que el de Finanzas es el que menos alumnos tiene con este bachillerato. Estos resultados tienen dos implicaciones importantes. Por un lado, la mayoría de los alumnos han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales que es el que presenta mayores diferencias de currículo con el estudiado en la universidad. Por otro, existe una heterogeneidad en el origen de los alumnos que puede dificultar la labor docente tanto si ésta se adapta a los alumnos con mayores necesidades o a los más preparados.

En segundo lugar, se analizan las dificultades encontradas por los alumnos al estudiar el primer curso de matemáticas en la facultad. En la tabla 12, se muestra el porcentaje de alumnos que declaran falta de base cuando se enfrentan a las matemáticas en la facultad, perciben un salto entre las matemáticas del bachillerato y las de la facultad y el porcentaje de alumnos que perciben dificultades concretas en álgebra, análisis, demostración de teoremas, comprensión de los conceptos y resolución de los problemas. La tabla 12 muestra estos porcentajes tanto para la facultad en su conjunto como para los distintos grados que se pueden cursar en ella.

Tabla 12. Tipo de dificultades encontradas por los alumnos (%).

Dificultades	Facultad	Finanzas	Economía	Marketing	Empresa	Comercio
Base	53	50	58	53	69	33
Salto	81	82	100	85	85	55
Álgebra	78	54	93	77	87	80
Análisis	80	54	94	83	86	82
Demostraciones	87	89	92	82	90	80
Concepto	80	89	86	59	91	65
Problemas	82	66	92	80	90	82

Fuente: elaboración propia a partir de encuesta a los alumnos de la FCEE de León

En todos los grados, con la excepción de Comercio, más de la mitad de los alumnos manifiestan tener falta de base. Los grados con mayor incidencia de la falta de base son Dirección de Empresas y Economía mientras que los de menor incidencia son base son Finanzas y Comercio. Una gran parte de los alumnos encuentra un salto importante

entre las matemáticas cursadas en el bachillerato y las cursadas en la facultad. De hecho, con la excepción del grado en Comercio, el porcentaje de alumnos que declaran este problema supera el 80%.

Los alumnos de los grados de Finanzas, Comercio y Marketing son los que menos dificultades encuentran en los bloques de Álgebra y Análisis. La demostración de los teoremas genera dificultades a los alumnos en todos los grados. Sin embargo, en Comercio y Marketing estas dificultades son menores. La resolución de los problemas ocasiona dificultades en todas las especialidades. En este sentido, destaca el porcentaje sustancialmente más bajo de alumnos del grado en Comercio que declaran estas dificultades. Por otra parte, la comprensión de los conceptos matemáticos genera problemas a los alumnos siendo el grado de Marketing donde menos dificultades encuentran.

En resumen, la tabla 12 muestra como en todos los grados los alumnos encuentran dificultades importantes en el álgebra, en el análisis, en la resolución de los problemas, en la demostración de los teoremas y en la comprensión de los conceptos. Además, los alumnos tienen falta de base cuando se enfrentan a las matemáticas en la facultad y encuentran un salto importante entre las matemáticas del bachillerato y las de la facultad. Los resultados de la tabla 12 se pueden interpretar como evidencia de la magnitud de los problemas con las matemáticas de los alumnos del primer curso de los grados que se imparten en la facultad.

En la tabla 13, se muestra el porcentaje de alumnos que perciben falta de base y un salto en las matemáticas de la facultad clasificados por el tipo de bachillerato cursado.

Tabla 13. Falta de base y salto encontrado por los alumnos por tipo de bachillerato cursado (%).

Bachillerato	Falta de base	Salto encontrado
Ciencias Sociales	57	88
Científico-Técnico	46	61
Otros	75	76

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la FCEE de León

En la primera columna se observa que los alumnos que provienen de un módulo profesional o del bachillerato de Humanidades son los que afirman que tienen falta de base en mayor proporción. En la segunda columna, se observa que los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales son los que un salto entre las matemáticas del bachillerato y de la facultad encuentran en mayor proporción. En el otro extremo, los alumnos que han cursado el bachillerato Científico-Técnico son los que declaran en menor proporción estos dos tipos de dificultades.

Las dificultades en el bloque del Álgebra y en el bloque de Análisis son importantes para todos los alumnos de la facultad aunque varían en función del bachillerato cursado. La tabla 14 permite analizar estas diferencias.

Tabla 14. Dificultades en el bloque de Álgebra y Análisis por tipo de bachillerato (%).

Bachillerato	Dificultades en Álgebra	Dificultades en Análisis
Media de la facultad	84	86
Ciencias Sociales	90	88
Científico-Técnico	63	76
Otros	71	82

Fuente: elaboración propia a partir encuesta alumnos de la FCEE de León.

La gran mayoría de los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales manifiestan tener dificultades en el bloque de Álgebra y en el de Análisis. Por otra parte, la mayoría de los alumnos de “otros” señalan este tipo de dificultades aunque en una proporción bastante menor. Por último, los alumnos del bachillerato Científicos-Técnico son los que encuentran dificultades en menor proporción. Desde el punto de vista de los objetivos del presente trabajo siempre es interesante la comparación entre los resultados del bachillerato entre Ciencias Sociales y el Científico-Técnico debido a las diferencias en el programa de matemáticas cursado. En la tabla 14 se observa que tanto en Álgebra (90 contra 63) como en Análisis (88 contra 76) los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales encuentran más dificultades.

Además, la tabla 14 permite un análisis adicional del efecto de la distancia entre currículo de bachillerato y el universitario. Con la excepción del bachillerato de Ciencias Sociales, la proporción de alumnos que afirma tener dificultades en Análisis es

superior a la proporción de los que afirman tenerlas en Álgebra. Este resultado puede estar relacionado con el obtenido en el apartado 4.1, que señalaba que el bloque de Análisis estudiado en la facultad tiene más conceptos nuevos con respecto al del bachillerato que el de Álgebra. Es decir, este resultado se puede interpretar como evidencia adicional de que los alumnos encuentran más dificultades en la universidad cuando los currículos se alejan más del cursado previamente.

A continuación, se analiza si existen dificultades concretas relacionadas con el bachillerato cursado. En concreto, se exploran las dificultades en el bloque de Álgebra, el bloque de Análisis, la comprensión de los conceptos, la demostración de los teoremas y la resolución de problemas. La tabla 15 muestra la proporción de alumnos que declaran estas dificultades en toda la facultad y clasificados por tipo de bachillerato.

Tabla 15. Dificultades con los conceptos, los teoremas y los problemas (%)

Bachillerato	Conceptos	Teoremas	Problemas
Media de la Facultad	81	86	87
Ciencias Sociales	84	88	89
Científico-Técnico	70	83	87
Otros	82	82	76

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la FCEE de León

La Tabla 15 muestra como la gran mayoría de los alumnos encuentra dificultades en la comprensión de los conceptos matemáticos, en la demostración de los teoremas y en la resolución de los problemas. La proporción de alumnos que afirman tener dificultades es mayor entre los que han cursado el bachillerato en Ciencias Sociales que en cualquier otro grupo. La comparación entre los alumnos que han cursado el bachillerato en Ciencias Sociales y el Científico-Técnico es la más interesante para los objetivos del trabajo. En este sentido, un 84% de los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales afirman tener dificultades con los conceptos mientras que sólo un 70% de los alumnos del Bachillerato Científico-Técnico declaran estas dificultades. Las diferencias son más pequeñas en teoremas (88 contra 83) y en problemas (89 contra 87). Un resultado interesante es que los alumnos declaran más dificultades en teoremas que en conceptos y todavía más dificultades en problemas que en teoremas. Este patrón se mantiene para todos los modos de acceso a la universidad y para el total de la facultad con una

sorprendente excepción: los alumnos calificados por la forma de acceso como Otros están por debajo en la proporción que declara dificultades en problemas.

Los datos sobre asistencia a tutorías y a clases particulares pueden proporcionar evidencia sobre la existencia de dificultades con las matemáticas. En primer lugar, las dificultades con las matemáticas pueden concretarse en dudas que concretas que los alumnos pueden aclarar en una entrevista con el profesor. En este caso, las dificultades llevarían a asistir a las tutorías. En segundo lugar, las dificultades con las matemáticas pueden llevar a un punto en que no se puede seguir la clase, realizar las tareas encomendadas o ni siquiera plantear dudas concretas sobre sus dificultades. En este caso, las dificultades en matemáticas conducirían a asistir a clases particulares. En la tabla 16 se indican los porcentajes de alumnos que asisten a tutorías o a clases particulares según el grado cursado.

Tabla 16. Asistencia a tutorías y a clases particulares por grado cursado (%)

Grado	Clases particulares	Tutorías
Facultad	66	52
Finanzas	64	46
Economía	83	44
Marketing	56	56
Empresa	88	71
Comercio	38	44

Fuente: Elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la FCEE de León.

La Tabla 16 muestra que más de la mitad de los alumnos de la facultad (52%) asiste regularmente a las tutorías. Los porcentajes más elevados aparecen en Marketing y Dirección de Empresas. Al mismo tiempo, una mayoría más amplia (66%) asiste a clases particulares. Las especialidades que más recurren a este recurso son Economía y Dirección de Empresas. En este aspecto, se observa un rango de porcentajes que van del 38% en Comercio al 88% en Dirección de Empresas.

Un resultado importante es que, con la excepción del grado en Comercio, el tipo de dificultades que sufren los alumnos hace que el porcentaje de asistencia a clases particulares sea más alto que el porcentaje de asistencia a tutorías. Es decir, este resultado se puede interpretar como evidencia de que las dificultades que sufren los

alumnos tienen un carácter muy amplio que les impide el normal desarrollo de la clase tal y como está planteada en la facultad.

La asistencia a las tutorías o a las clases particulares en función del bachillerato de procedencia se muestra en la tabla siguiente.

Tabla 17. Asistencia a las tutorías y a las clases particulares (%).

Bachillerato	Tutorías	Clases particulares
Ciencias Sociales	55	70
Científico-Técnico	43	45
Otros	64	71

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la FCEE de León

Se observa que los alumnos que más asisten a las tutorías son los que han cursado “otros” bachilleratos y módulos profesionales⁸. La asistencia a clases particulares es algo mayor que a las tutorías. La mayor proporción de alumnos del bachillerato en Ciencias Sociales que acuden a tutorías o a clases particulares con respecto a los del bachillerato Científico-Técnico se puede ver como evidencia de que sufren más dificultades y de que estas dificultades son de un carácter tan amplio que afectan al desarrollo de la clase. Aunque, en esta variable la proporción más alta de asistencia es declarada por los alumnos clasificados en otros.

La relación entre el rendimiento de los alumnos y el bachillerato cursado se analiza en la tabla 18.

Tabla 18. Rendimiento de los alumnos según el bachillerato cursado

Bachillerato	Media	Desviación típica	Rendimiento
Facultad	5,47	2,15	2,54
Ciencias Sociales	5,33	2,16	2,46
Científico-Técnico	5,74	2,09	2,74
Otros	6,23	1,87	3,31

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos FCEE de León.

⁸ Los alumnos que cursan el bachillerato de Humanidades no estudian matemáticas mientras que los de los módulos profesionales pueden haberlas cursado o no.

Los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales obtienen las peores calificaciones, con mayor dispersión y, por tanto, el peor rendimiento de la facultad. El peor resultado de los alumnos que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales con respecto a los que han cursado el bachillerato Científico o Técnico es un resultado esperado dadas las diferencias que se habían encontrado en el apartado uno entre el currículo del bachillerato de Ciencias Sociales y el programa cursado en la universidad. Sin embargo, un resultado sorprendente es que los alumnos que provienen del bachillerato de Humanidades y módulos profesionales obtienen la nota media más alta y con menor dispersión y, por tanto, el rendimiento más alto de la facultad.

La encuesta a los profesores de bachillerato proporciona información adicional sobre las diferencias de currículos entre bachillerato y universidad. En concreto, esta encuesta contiene preguntas que pueden ayudar a entender si la práctica docente habitual en el bachillerato amplifica las diferencias entre los currículos oficiales de los bachilleratos y de la universidad detectadas en el apartado 4.1. Es decir, si las prácticas docentes en el bachillerato construyen un currículo efectivo en el bachillerato distinto del oficial que se aleja en mayor medida que el currículo oficial del currículo que se imparte posteriormente en la universidad.

En primer lugar, se analiza la importancia que dan los profesores de bachillerato a los bloques de contenido del currículo oficial. Esta información es relevante porque los bloques menos importantes para el profesor podrían ser trabajados con menor intensidad y generar carencias de aprendizaje con consecuencias en el primer curso de la universidad. En la tabla 19 se presenta la opinión de los profesores de bachillerato sobre el orden de importancia de los bloques temáticos. Este orden de importancia se compara con el peso de cada bloque en el currículo oficial calculado en el apartado 4.1⁹ para buscar evidencia de separación entre el currículo oficial y el realmente impartido.

⁹ El peso de cada bloque en el currículo oficial se calcula dividiendo el número de epígrafes de cada bloque entre el número de epígrafes totales del currículo.

Tabla 19. Importancia asignada por los profesores de bachillerato a los bloques de contenido (%)

Asignatura	Bloque más importante	Bloque menos importante
Matemáticas I	Análisis (43%)	Estadística y Probabilidad (57%)
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I	Análisis (38%)	Estadística y Probabilidad (43%)
Matemáticas II	Análisis (71%)	Algebra (66%)
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II	Estadística y Probabilidad (46%)	Algebra (76%)

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los profesores de enseñanza secundaria

Las respuestas de los profesores de bachillerato sugieren que estos consideran el bloque de Análisis como el más importante de Matemáticas I. Sin embargo, el bloque con más peso en el currículo oficial es el de Estadística y Probabilidad. Del mismo modo, el bloque menos importante para los profesores es el de Estadística y Probabilidad mientras el bloque con menor peso en el currículo oficial es el de Aritmética y Algebra. Los profesores señalan que en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I el bloque más importante es el de Análisis. Sin embargo, el bloque con más peso en el currículo oficial es, de nuevo, el de Estadística y Probabilidad. Al mismo tiempo, los profesores considera que Estadística y Probabilidad es el bloque menos importante mientras los dos bloques con menos peso en el currículo oficial serían el de Aritmética y Algebra junto al de Análisis. En Matemáticas II, los profesores asignan la máxima importancia al bloque de Análisis que, en esta ocasión, es el bloque de mayor peso en el currículo oficial. Por otra parte, el bloque menos importante para los profesores es el de Algebra mientras que Algebra y Geometría serían los bloques con menor peso según el currículo oficial. En Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II tanto las respuestas de los profesores como el peso de los bloques en el currículo coinciden en señalar al bloque de Estadística y Probabilidad como el más importante. Los profesores señalan al bloque de Algebra como el menos importante mientras que el currículo oficial los bloques con menor peso son Algebra y Análisis. Por tanto, la importancia asignada por los profesores a los bloques del temario se aleja en bastantes casos del peso en el currículo oficial. Estas preferencias de los profesores pueden provocar una

separación entre el currículo impartido y el oficial cuando hay escasez de tiempo para impartir el temario.

Además de la importancia dada por los profesores a los bloques de contenidos, puede ser relevante el orden en que se imparten estos bloques. En la tabla 20 se indica el orden de impartición obtenido de las respuestas de los profesores. En la primera columna, aparecen los cursos de matemáticas de los bachilleratos de Ciencias Sociales y Científico-Técnico. En la segunda columna, se muestra el bloque de cada materia que se imparte de forma mayoritaria en último lugar con el porcentaje de respuestas en este sentido en paréntesis. En la tercera columna aparece el bloque temático que se imparte de forma mayoritaria en primer lugar.

Tabla 20. Orden de impartición de los bloques por parte de los profesores de bachillerato (%)

Asignatura	Último bloque	Primer bloque
Matemáticas I	Estadística y Probabilidad (90%)	Aritmética y Algebra (95%)
Matemáticas II	Análisis (52%) y Geometría (48%)	Algebra (100)
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I	Estadística y Probabilidad (95%)	Aritmética y Algebra (90%)
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II	Estadística y Probabilidad (95%)	Algebra (90%)

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los profesores de enseñanza secundaria

La tabla 20 muestra que en Matemáticas I y en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I se comienza de forma mayoritaria por el primer bloque del currículo oficial (Aritmética y Algebra) y se finaliza con el bloque de Estadística y Probabilidad. Por tanto, se sigue el orden establecido en el currículo oficial. En Matemáticas II, se comienza unánimemente por el bloque de Algebra y se finaliza tanto con el bloque de Análisis (52%) como con el bloque de Geometría (48%). Por su parte, el currículo oficial comienza por el bloque de Algebra siguiendo por el de Análisis y el de Geometría. En Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II se comienza por el bloque de Algebra y se finaliza con el bloque de Estadística y Probabilidad de una

forma mayoritaria. Por tanto, en esta asignatura se sigue el orden del currículo oficial. En resumen, en Matemáticas I, Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II se sigue el orden de impartición de los contenidos del currículo oficial por la mayoría de los profesores. Es decir, en el bachillerato de Ciencias Sociales se sigue el orden de impartición de los contenidos del currículo oficial mientras que en el Científico-Técnico hay variaciones de orden en la asignatura de segundo curso.

El orden de impartición puede tener como consecuencia que los temas estudiados en último lugar se impartan de forma incompleta o no se impartan si falta tiempo. Este problema puede generar lagunas de aprendizaje en algunos bloques de contenidos. El bloque de Estadística y Probabilidad puede resultar afectado por este problema en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y II y Matemáticas I ya que en las tres asignaturas se imparte en último lugar.

En la tabla 21 se analizan las dificultades para impartir la totalidad del temario con que se encuentran los profesores de bachillerato encuestados cuando el temario es muy amplio como ocurre en Matemáticas I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I ¹⁰.

Tabla 21. Falta de tiempo para impartir la totalidad del programa en bachillerato

Asignatura	Profesores con dificultades para impartir la totalidad del programa (%)
Matemáticas I	71
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I	76

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los profesores de enseñanza secundaria

Como se muestra en la tabla 21, un 71% de los profesores encuestados tienen dificultades para impartir la totalidad del programa de Matemáticas I. Este porcentaje sube hasta el 76% en el caso de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I. Según las respuestas de los profesores encuestados, los temas que no se imparten o se imparten

¹⁰ Según el currículo oficial, Matemáticas I consta de 17 temas mientras que Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I n consta de 14 temas.

de forma incompleta por falta de tiempo en Matemáticas I son todos los del bloque de Estadística y Probabilidad y el tema de cónicas dentro del bloque de Geometría. En Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I, los bloques de contenidos que no se imparten o que se imparten de forma incompleta son los del bloque de Estadística y Probabilidad y el de Matemática financiera. En Matemáticas II y en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II se imparte todo el programa debido a la existencia de la prueba de acceso a la universidad.

La relegación del bloque de Estadística hacia el final del curso junto a las dificultades para acabar el programa hace que este bloque no se imparta o se imparta de forma superficial. Sin embargo, esta circunstancia no parece que afecte a las dificultades de los alumnos con las matemáticas de la facultad ya que en ésta sólo se cursan los bloques Álgebra y Análisis. No obstante, esta relegación y falta de tiempo sí puede tener un impacto en otras asignaturas de la carrera que se benefician de los conocimientos previos de estadística.

Las encuestas a los profesores de bachillerato y universidad permiten documentar las carencias de conocimientos y habilidades de los alumnos que pueden contribuir a las dificultades con las matemáticas en el primer curso de la facultad. En la tabla 22 se resumen las opiniones de los profesores de bachillerato encuestados sobre las carencias de los alumnos que cursan el bachillerato de Ciencias Sociales en Geometría, así como las posibles carencias en Estadística y Probabilidad de los alumnos que cursan el bachillerato Científico-Técnico.

Tabla 22. Opiniones de los profesores de bachillerato sobre las carencias de los alumnos por bachillerato cursado (%).

Bachillerato	Carencias
Ciencias Sociales	Geometría (38%)
Científico-Técnico	Estadística y Probabilidad (52%)

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los profesores de enseñanza secundaria

En la tabla 22, se aprecia que un 38% de los profesores encuestados atribuye carencias en Geometría a los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales. A la vez, un 52% manifiestan que los alumnos del bachillerato Científico-Técnico tienen carencias en Estadística y Probabilidad. Por tanto, las opiniones de los profesores de bachillerato

confirma la existencia de las carencias que sugería el análisis del currículo oficial en el apartado 4.1. En concreto, el análisis del currículo sugiere la posibilidad de que en el bachillerato de Ciencias Sociales los alumnos tengan carencias en Geometría al no ver este contenido ni en primer ni en segundo curso. A estas carencias se suman las de Cálculo Integral y Determinantes que tampoco se imparten. Por otra parte, los alumnos que cursan el bachillerato Científico-Técnico pueden tener carencias en Estadística y Probabilidad al impartirse este bloque al final del primer curso.

Por último, las entrevistas realizadas a los profesores que imparten o han impartido las matemáticas en el primer curso de la facultad permiten comprobar si estos perciben las carencias de los alumnos sugeridas por el análisis anterior. En estas entrevistas se pregunta a los profesores por las dificultades de los alumnos con operaciones básicas con los números reales¹¹, sobre errores conceptuales básicos¹² y errores de cálculo algebraico¹³. Los cinco profesores entrevistados afirman que los alumnos cometen errores de cálculo algebraico, cuatro que tienen dificultades con las operaciones básicas y tres que los alumnos tienen errores conceptuales básicos. Las dificultades con las operaciones básicas pueden afectar al trabajo de los alumnos en la resolución de ecuaciones, inecuaciones, sistemas de ecuaciones e inecuaciones y en la traducción al lenguaje algebraico de situaciones reales. De hecho, todos los profesores entrevistados señalan que los alumnos tienen dificultades en todas estas destrezas. Por otra parte, estos resultados coinciden con las dificultades reseñadas por los alumnos al cursar el bloque de Álgebra en el primer curso de universidad.

Los cinco profesores entrevistados indican que los alumnos tienen dificultades con el concepto de límite, y cuatro de ellos señalan que tienen dificultades para trabajar con funciones elementales y en el cálculo de límites. Los cinco señalan que los alumnos tienen dificultades en el concepto de derivada, cuatro de ellos indican que tienen dificultades en las aplicaciones de las derivadas y tres manifiestan que tienen

¹¹ Suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación de números reales.

¹² Fracciones, propiedad distributiva, porcentaje, proporcionalidad, racionalización, etc.

¹³ Operaciones con polinomios y operaciones con fracciones algebraicas.

dificultades en el cálculo de derivadas. Por último, los cinco profesores entrevistados afirman que los alumnos tienen carencias en sucesiones y sus propiedades mientras cuatro de ellos creen que los alumnos tienen carencias en geometría y teoría de conjuntos. Este resultado coincide con el análisis de los currículos realizado en el apartado 4.1 que sugería posibles carencias en Geometría, Teoría de Conjuntos y Sucesiones.

En resumen, los profesores universitarios afirman en las entrevistas que los alumnos cometen errores básicos de cálculo¹⁴, tienen algunas dificultades en la resolución de ecuaciones, sistemas de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de inecuaciones. Al mismo tiempo, estos alumnos encuentran dificultades para traducir al lenguaje algebraico situaciones reales, al manejar funciones elementales, en el cálculo de límites, en el cálculo de derivadas e integrales y en la interpretación del concepto de límite o derivada.

A modo de resumen de este subapartado se puede decir, en primer lugar, que hay cierta heterogeneidad en la procedencia de los alumnos que acceden a la facultad. La mayoría de los alumnos han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales pero también hay alumnos que han cursado el bachillerato Científico-Técnico o algún módulo profesional. En segundo lugar, se encuentra que la mayoría de los alumnos perciben un salto importante entre las matemáticas cursadas en el bachillerato y la facultad. En concreto, encuentran dificultades en la demostración de los teoremas, en la resolución de los problemas y en la comprensión de los conceptos. Estas dificultades parecen más acuciantes en los alumnos que provienen del bachillerato de Ciencias Sociales ya que asisten en mayor porcentaje a tutorías y a clases particulares. También tienen peor rendimiento en las matemáticas en la facultad que los alumnos que han cursado el bachillerato Científico-Técnico. Por tanto, la encuesta a los alumnos de la facultad proporciona evidencia de que los alumnos que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales tienen más dificultades que los alumnos que han cursado el bachillerato Científico-Técnico. Por otro lado, en la encuesta a los profesores de bachillerato se

¹⁴ Entre los errores que destacan los profesores universitarios podemos señalar los siguientes: raíz de una suma igual a la suma de las raíces, logaritmo de un producto es igual al producto de los logaritmos, $a(b.c)$ es igual $(a.b)(a.c)$, el cuadrado de una suma es igual a la suma de los cuadrados de los sumandos.

encuentra evidencia de separación entre el currículo oficial y el realmente impartido debido principalmente a la importancia que los profesores de enseñanza secundaria asignan a los bloques de contenidos. En este sentido, a los bloques impartidos en último lugar y los temas que no se imparten por falta de tiempo parecen tener menor importancia a la hora de explicar las dificultades de los alumnos con las matemáticas en la facultad. La encuesta a los profesores de universidad permite ratificar la existencia de carencias conceptuales con capacidad de crear las dificultades con las matemáticas de la facultad. Al mismo tiempo, es posible entrar en cierto detalle en la naturaleza de esas carencias.

Se puede concluir que el análisis llevado a cabo en este subapartado proporciona alguna evidencia sobre el efecto de las diferencias de currículo entre el bachillerato y la facultad en las dificultades matemáticas de los alumnos de la facultad. En primer lugar, el tipo de bachillerato cursado afecta a las dificultades con las matemáticas de la facultad. En concreto, los alumnos que han cursado el bachillerato Científico-Técnico tienen menos dificultades y mejor rendimiento que los que han cursado el de Ciencias Sociales. Por tanto, el currículo de matemáticas del bachillerato de Ciencias Sociales que está más alejado del de la facultad aparece asociado con mayores dificultades al cursar matemáticas en la facultad. Por otra parte, se encuentra que algunas características de la enseñanza pueden afectar al currículo realmente impartido en bachillerato alejándolo del currículo de la facultad en mayor medida de lo que sugería el análisis del currículo oficial en el apartado 4.1.

4.2.2. Diferencias en los métodos docentes entre el bachillerato y el primer curso de los grados

El segundo factor explicativo de las dificultades de los alumnos con las matemáticas del primer curso universitario que se analiza es las diferencias entre los métodos docentes¹⁵ usados en el bachillerato y en la universidad. Este factor se analiza a través de las diferencias de determinadas características de los métodos docentes entre ambas etapas educativas. En concreto se analizan:

- i. Diferencias en el formato de la clase.
- ii. Diferencias en la forma de explicar de los profesores.
- iii. Diferencias en el peso de la teoría y la práctica.
- iv. Diferencias en los problemas trabajados en clase.
- v. Diferencias en el tipo de pensamiento desarrollado en clase.
- vi. Diferencias en el grado de uso de programas de cálculo simbólico.

Estas características se eligen porque cubren un amplio espectro de la actividad docente y en ellas se pueden apreciar diferencias entre los métodos docentes del profesorado que imparte las matemáticas en el bachillerato y los que las imparten en los distintos grados.

La primera característica de los métodos docentes que se analiza en la búsqueda de diferencias entre el bachillerato y la universidad es el formato de la clase. Por tanto, se analiza para ambas etapas si el formato es expositivo por parte del profesor, si hay una explicación del profesor con participación de los alumnos o si se trabaja en grupos dirigidos por el profesor.

La segunda característica analizada es la forma de explicar las matemáticas en ambas etapas. Se trata de comprobar mediante las opiniones de los alumnos si en el bachillerato se desarrollan aspectos más operativos de las matemáticas mientras en la universidad se presenta teoremas, lemas y corolarios con sus demostraciones a los que los alumnos no están habituados.

La tercera característica es el peso de la teoría y la práctica. En concreto, se estudia la importancia de los teoremas en ambas etapas de enseñanza ya que los alumnos pueden

¹⁵ Es una forma de ordenar la actividad docente para conseguir los objetivos definidos.

tener dificultades con las clases universitarias centradas en la demostración de teoremas si este enfoque era poco frecuente o desconocido en el bachillerato. En concreto, si los alumnos no conocen los métodos de inducción, reducción al absurdo o contraejemplo no podrán entender la demostración matemática de un teorema.

La cuarta característica hace referencia a las diferencias de los problemas planteados a los alumnos en ambas etapas. En concreto, se analizan los siguientes aspectos de los problemas que pueden ser diferentes en el bachillerato y en la universidad:

- Si los problemas son cerrados (no les falta ni sobra ningún dato) o abiertos
- Si se pide la interpretación de los resultados al concluir la resolución.
- Si los problemas son aplicados a contextos reales.
- Si los problemas de los exámenes son iguales o diferentes a los trabajados en clase
- Si se aplican distintas técnicas para resolver un problema dado

La quinta característica hace referencia al pensamiento desarrollado en las clases de matemáticas cuando se explican conceptos, se demuestran teoremas o se resuelven problemas. En concreto, si se potencia en mayor medida el pensamiento¹⁶ Analítico-Aritmético o el pensamiento Geométrico.

La última característica se refiere al uso de los programas de cálculo simbólico en el bachillerato y en la universidad. Estos programas se pueden usar como apoyo al trabajo práctico (resolución de problemas) y al teórico (comprensión de los conceptos) ya que facilitan la comprensión de los conceptos, aumentan la rapidez del cálculo, permiten realizar simulaciones y explorar distintas técnicas de resolución de los problemas. El uso más frecuente de estos programas en el bachillerato que en la universidad puede constituir una fuente de dificultades si los alumnos han utilizado estos programas en el bachillerato para ilustrar los teoremas de forma intuitiva mientras en la universidad el profesor hace sólo demostraciones formales. Por tanto, es importante conocer el grado de uso de estos programas en ambas etapas educativas.

¹⁶ Razonamiento deductivo va de lo general a lo particular. Razonamiento inductivo va lo particular a lo general.

A continuación se exploran los puntos descritos usando los resultados de las encuestas a los profesores de bachillerato y de la facultad y a los alumnos de la facultad.

i. Diferencias en la forma de dar la clase en la enseñanza secundaria y universitaria

En primer lugar se analiza la información sobre la forma de dar la clase en el bachillerato. La tabla 23 recoge el porcentaje de profesores de bachillerato que imparten una clase expositiva y los que la hacen participativa.

Tabla 23. Forma de impartir la clase en el bachillerato

<i>Formato de la clase</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Clase expositiva</i>	86
<i>Clase participativa</i>	14

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta profesores de enseñanza secundaria

La tabla 23 muestra que la mayoría de los profesores de bachillerato encuestados imparten una clase expositiva (86%) mientras que son muy pocos (14%) los que la hacen participativa. Es decir, que en la mayoría de los casos el profesor explica y el alumno atiende las explicaciones de forma pasiva.

En segundo lugar, se analiza el formato de la clase en la universidad usando la encuesta a los alumnos. La tabla 24 presenta el porcentaje de alumnos de la facultad y de los distintos grados que consideran que el formato de la clase es expositivo.

Tabla 24. Forma de impartir la clase en la facultad

<i>Grados</i>	<i>Clase expositiva (%)</i>
<i>Facultad</i>	74
<i>Finanzas</i>	68
<i>Economía</i>	94
<i>Marketing</i>	68
<i>Empresa</i>	88
<i>Comercio</i>	29

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos facultad

Los alumnos de la facultad consideran de forma mayoritaria que la clase es expositiva (74%). La división del resultado por los grados impartidos muestra que la excepción es el grado de Comercio donde sólo un 29% de los alumnos consideran que la clase es expositiva.

En la encuesta a los alumnos de la facultad también se pregunta si participan en clase. La tabla 25 muestra el porcentaje de alumnos que participan en clase para el total de la facultad y según el grado cursado.

Tabla 25. Participación de los alumnos en clase

<i>Grados</i>	<i>Porcentaje de participación</i>
<i>Facultad</i>	26
<i>Finanzas</i>	32
<i>Economía</i>	8
<i>Marketing</i>	21
<i>Empresa</i>	25
<i>Comercio</i>	74

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta alumnos de la facultad

La tabla muestra que la participación en clase de los alumnos es pequeña si exceptuamos el grado de Comercio. El porcentaje de participación oscila entre el 8% en Economía y el 32% en Finanzas mientras Comercio aparece muy alejado de estos números con un 74% de alumnos que afirman participar en clase¹⁷. Por otra parte, en las entrevistas realizadas a los profesores de la universidad cuatro de los cinco profesores entrevistados afirman que su clase es expositiva.

En resumen, las respuestas de los alumnos y profesores revelan que el formato de la clase es expositivo tanto en el bachillerato como en la universidad. Por tanto, el formato de la clase no puede ser usado como explicación de las diferencias que notan los alumnos al cambiar de etapa educativa. No obstante, se podría matizar este resultado ya que la clase expositiva podría ser menos efectiva al incrementarse el número de

¹⁷ Las prácticas docentes en el grado de Comercio parecen ser distintas al resto en el momento analizado. Este resultado puede ser usado como evidencia de que es posible actuar en este ámbito.

alumnos en el aula o cuando se incrementa la dificultad de la materia impartida como ocurre en la universidad.

ii. Diferencias entre la forma de explicar de los profesores en el bachillerato y la universidad

Este aspecto del problema se analiza usando la encuesta a los alumnos de la facultad. En la tabla 26 se resumen las respuestas de los alumnos de los distintos grados y de toda la facultad sobre las diferencias en la forma de explicar entre el profesor que les dio clase en segundo de bachillerato y el que les da clase en la facultad.

Tabla 26. Diferencia en la forma de explicar el entre bachillerato y facultad

<i>Grados</i>	<i>Alumnos que perciben diferencia (%)</i>
<i>Facultad</i>	94
<i>Finanzas</i>	92
<i>Economía</i>	97
<i>Marketing</i>	94
<i>Empresa</i>	96
<i>Comercio</i>	99

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos facultad

La tabla 26 muestra que la mayoría de los alumnos encuentran diferencias entre la forma de explicar del profesor de matemáticas de la facultad y el que les dio clase en segundo de bachillerato. Por tanto las diferencias en la forma de explicar entre una etapa y otra puede ser una fuente de dificultades al cursar las matemáticas en la universidad. Es importante señalar que los alumnos encuentran diferencias en la forma de explicar entre el bachillerato y la universidad a pesar de que en ambos casos se hace una clase expositiva. Por tanto, estas diferencias no radican en el formato de la clase sino en aspectos de la aplicación del mismo tales como la forma de abordar la teoría y la práctica en las clases de matemáticas. Esta característica se estudia en el apartado

iii. Diferencias en el peso de la teoría y la práctica entre el bachillerato y la universidad

La tabla 27 resume las respuestas de los profesores de bachillerato sobre la importancia relativa de la teoría y la práctica.

Tabla 27. Importancia de la teoría y la práctica para los profesores de bachillerato

<i>Teoría y práctica.</i>	<i>Aspecto más importante. Porcentaje de profesores</i>
<i>Teoría</i>	9
<i>Práctica</i>	91

Fuente: Elaboración propia. Encuesta profesores de enseñanza secundaria

La tabla muestra que muy pocos profesores de bachillerato consideran la teoría como el elemento más importante de la enseñanza de las matemáticas. Por su parte, la Tabla 28 resume las respuestas de los profesores de bachillerato sobre la importancia de la demostración de teoremas.

Tabla 28. Importancia de la demostración de los teoremas para los profesores de bachillerato

<i>Demostración de los teoremas</i>	<i>Respuestas (%)</i>
Nada importante	19
Poco importante	38
Muy importante	43

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a profesores de enseñanza secundaria.

Esta tabla muestra que la demostración de los teoremas es poco o nada importante para la mayoría de los profesores de enseñanza secundaria encuestados. Es decir, consideran que es suficiente con entender el enunciado del mismo y saber aplicarlo a la resolución de los problemas. En otras palabras, parece que para los profesores de enseñanza secundaria es más importante automatizar las distintas técnicas que la comprensión de la generación de las técnicas. Por otra parte, cuatro de los cinco profesores de la universidad entrevistados señalan que para ellos tiene más importancia la teoría lo cual indicaría la existencia de una diferencia en este aspecto entre ambas etapas educativas.

iv. Diferencias entre los problemas trabajados en clase en el bachillerato y en la universidad

La forma de plantear y resolver problemas puede ser diferente en ambas etapas. Por tanto, a continuación investigamos diferentes aspectos de esta cuestión. La tabla 29 muestra los porcentajes de profesores de bachillerato que proponen a sus alumnos problemas abiertos y aplicados al ámbito económico, que piden a sus alumnos la interpretación de los resultados, que puntúan de forma negativa los errores aritméticos en los exámenes y que proponen en los exámenes problemas similares a los realizados en clase. Por su parte, la tabla 30 muestra los porcentajes de alumnos de la facultad y por grado que señalan que en clase de matemáticas se proponen problemas aplicados al ámbito económico, que los problemas son interesantes para ellos, que se les pide la interpretación del resultado al concluir la resolución, que los errores aritméticos se tienen en cuenta en los exámenes, que se les piden diferentes técnicas para resolver un problema y que los problemas de los exámenes son similares a los realizados en clase.

Tabla 29. Características de los problemas en el bachillerato según los profesores de bachillerato.

<i>Problemas</i>	<i>Profesores (%)</i>
<i>Problemas abiertos</i>	0
<i>Problemas aplicados al ámbito económico</i>	24
<i>Interpretación de resultados</i>	71
<i>Evaluación de errores aritméticos</i>	72
<i>Distintas técnicas de resolución</i>	5
<i>Problemas de los exámenes similares a los realizados en clase</i>	90

Fuente: elaboración propia a partir de las encuestas a los profesores de enseñanza secundaria.

La tabla 29 muestra que los profesores de bachillerato entrevistados no proponen problemas abiertos a sus alumnos. Sin embargo, tres de los cinco profesores de universidad entrevistados afirman proponer este tipo de problemas a sus alumnos. Por tanto, podría existir una divergencia entre ambas etapas en el uso de problemas abiertos. También se observa que sólo un 24% de los profesores de secundaria incluye problemas aplicados al ámbito económico. Por su parte, la tabla 30 muestra que un 47% de los

alumnos de la facultad considera que los problemas propuestos son aplicados al ámbito económico. Este porcentaje es mucho más alto en el Grado de Finanzas (86%) mientras que el resto de Grados se mueve entre el 32% de Marketing y el 44% de Comercio. Sin embargo, el porcentaje de alumnos que considera los problemas interesantes (35%) o realistas (31%) es más bajo. Estos porcentajes sugieren que los problemas aplicados no son una componente esencial de la enseñanza en ninguna de las etapas. Por tanto, no contribuyen a la diferencia entre etapas que puede generar dificultades en la universidad.

Tabla 30. Características de los problemas en la facultad según los alumnos.

	Facultad	Finanzas	Economía	Marketing	Empresa	Comercio
<i>Problemas aplicados al ámbito económico</i>	47	86	36	32	38	44
<i>Problemas interesantes</i>	35	30	56	35	47	21
<i>Problemas realistas</i>	31	35	32	30	31	32
<i>Interpretación de resultados</i>	93	95	89	93	92	90
<i>Evaluación de errores aritméticos</i>	98	90	91	97	96	95
<i>Distintas técnicas de resolución</i>	53	50	51	52	53	53
<i>Problemas de los exámenes similares a los realizados en clase</i>	78	80	70	75	80	78

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la facultad.

En la tabla 29 se observa que un 71% de los profesores de secundaria piden a sus alumnos interpretar los resultados de un problema. Por otra parte, en la tabla 30 se observa que un 93% de los alumnos considera que en la facultad se les pide interpretar

los resultados. Este porcentaje es bastante similar para todos los grados. Este resultado sugiere la posibilidad de que la interpretación de los resultados sea una práctica más común en la universidad que en el bachillerato. Las entrevistas a los profesores de universidad refuerzan esta idea ya que todos ellos afirman que piden a sus alumnos una interpretación de resultados.

La valoración de los errores aritméticos en el proceso de evaluación parece diferente en el bachillerato y la universidad. Mientras que un 72% de los profesores de bachillerato puntúan negativamente este tipo de errores (tabla 29), los alumnos de la facultad contestan de forma casi unánime (98%) que estos errores tienen un efecto negativo en la calificación. De nuevo, nos movemos entre una práctica muy común en el bachillerato y una práctica general en la universidad. Por otra parte, los cinco profesores de universidad entrevistados puntúan de forma negativa los errores aritméticos. Por tanto, sí puede haber una diferencia en este aspecto entre ambas etapas educativas.

En cuanto al uso de distintas técnicas de resolución de problemas, sólo un 5% de los profesores de bachillerato indican que las usan. Es decir, que es un recurso poco usado en ese ámbito. Sin embargo, un 53% de los alumnos de la facultad afirman que se les pide usar diferentes técnicas. Este porcentaje varía poco entre los diferentes grados impartidos en la facultad. Por su parte, cuatro de los cinco profesores de universidad entrevistados señalan que piden el uso de distintas técnicas para la resolución de problemas. Por tanto, en este caso sí existe alguna evidencia de un salto entre ambas etapas educativas.

Por último, en la tabla 29 se observa que un 90% de profesores de bachillerato afirman que los problemas en los exámenes son iguales a los de clase. Es decir, que se trata de una práctica mayoritaria en el bachillerato. Por otra parte, la tabla 30 muestra que el porcentaje de alumnos de la facultad que contesta afirmativamente en este punto es del 78%. Es decir, que los porcentajes sugieren que poner problemas en los exámenes parecidos a los de clase es una práctica más común en el bachillerato que en la facultad. No obstante, cuatro de los cinco profesores de universidad afirman que los problemas son parecidos. Por tanto, la evidencia en este punto es no sólo débil sino un tanto contradictoria.

v. Diferencias en el tipo de pensamiento desarrollado en clase en el bachillerato y en la universidad.

La tabla 31 recoge las respuestas de los profesores de bachillerato sobre el tipo de pensamiento¹⁸ que se desarrolla al impartir las matemáticas.

Tabla 31. Tipo de pensamiento desarrollado en las matemáticas del bachillerato

<i>Tipo de pensamiento</i>	<i>Respuesta de los profesores (%)</i>
<i>Analítico-Aritmético</i>	<i>67</i>
<i>Geométrico</i>	<i>19</i>
<i>Ninguno de los anteriores</i>	<i>14</i>

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los profesores de enseñanza secundaria.

Según los resultados de la encuesta el tipo de pensamiento que mayoritariamente se desarrolla en las clases de bachillerato es Analítico-Aritmético. Por otra parte, todos los profesores de universidad afirman en las entrevistas que éste es el tipo de pensamiento desarrollado en sus clases. Por tanto, ésta no parece ser una diferencia que pueda originar un salto entre etapas.

vi. Diferencias en el uso de programas de cálculo simbólico

La tabla 32 muestra el porcentaje de profesores de bachillerato, de universidad y alumnos de la facultad y por grados que utilizan los programas de cálculo simbólico para trabajar al menos una hora de clase a la semana.

¹⁸ El pensamiento matemático es aquella capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el mundo circundante y la que nos posibilita cuantificarlas y formalizarlas para comprenderlas mejor y poder comunicarlas.

Tabla 32. Porcentaje de utilización de programas de cálculo simbólico

Grupo de análisis	Porcentaje de uso
<i>Profesores de bachillerato</i>	43
<i>Profesores de universidad</i>	20
<i>Alumnos de la Facultad</i>	15
<i>Alumnos de Finanzas</i>	4
<i>Alumnos de Economía</i>	3
<i>Alumnos de Marketing</i>	18
<i>Alumnos de Empresa</i>	12
<i>Alumnos de Comercio</i>	59

Fuente: elaboración propia a partir de las encuestas a profesores de bachillerato y a los alumnos de la facultad y entrevistas a profesores de universidad.

Un porcentaje considerable de profesores de bachillerato encuestados (43%) afirman que usan este tipo de programas. Sin embargo, sólo uno de los cinco profesores de universidad entrevistados usa estos programas. Las impresiones de los alumnos en la encuesta corroboran este extremo ya que el porcentaje de alumnos en el total de la facultad que contestan afirmativamente es de un 15%. Ese porcentaje sube hasta el 59% en el grado de comercio en el que trabaja el profesor que afirma usar un programa de cálculo simbólico al menos una hora a la semana. Por tanto, los programas de cálculo simbólico se utilizan más en la enseñanza secundaria que en la universidad. Esto puede ser una fuente de dificultad añadida para los alumnos si estaban habituados a utilizar este recurso para entender los distintos conceptos, resolver problemas o probar teoremas¹⁹.

El análisis detallado de las prácticas docentes en bachillerato y la facultad arroja luz sobre bastantes similitudes y algunas diferencias entre ambas etapas. Un resultado claro es que los alumnos responden mayoritariamente que notan una diferencia entre la forma de impartir la clase en una y otra etapa. Las respuestas a una pregunta específica sobre el peso de la teoría y la práctica en ambas etapas sugieren que éste puede ser un punto clave de las diferencias que encuentran los alumnos. Es decir, se pasa de una enseñanza

¹⁹ Los programas de cálculo simbólico facilitan la comprensión de los conceptos, reducen el tiempo de cálculo, permiten realizar simulaciones y explorar cambios en las distintas técnicas de resolución de los problemas (González Sanmamed, 2000).

centrada en aspectos operativos de las matemáticas a otra mucho más preocupada por el formalismo. Otros aspectos del proceso docente marcan diferencias aunque éstas pueden ser de menor magnitud. En concreto, parece que en la universidad se usan problemas abiertos en alguna medida mientras que estos no son frecuentes en el bachillerato. Por otra parte, en la universidad parece que se requiere una interpretación de resultados en mayor medida que en el bachillerato. Otro detalle que aparece en las encuestas es que a nivel universitario se puntúa de forma negativa los errores aritméticos o se pide usar diferentes métodos para resolver un problema. Un resultado claro es el uso más limitado de programas de cálculo simbólico en la universidad. Por otra parte, hay todo un conjunto de coincidencias entre etapas. Por ejemplo, la clase expositiva es el procedimiento básico de enseñanza en ambas etapas y los problemas planteados tienen una escasa componente práctica. En resumen, los resultados anteriores se pueden dividir en dos grandes grupos. Por un lado, parece que existen diferencias relacionadas con un planteamiento general de la clase muy diferente entre etapas en términos de formalismo y teoría. Por otro, existe un conjunto de detalles de menor calado que pueden marcar alguna diferencia: problemas abiertos, interpretación de resultados, uso de los programas de cálculo simbólico y errores aritméticos en el proceso de evaluación.

4.2.3. Incremento de la formalización matemática en el primer curso de los grados

En este apartado, se estudia el papel del incremento del grado de formalización en las dificultades de los alumnos con las matemáticas de primer curso universitario. Esta cuestión se analiza usando la información de encuestas a profesores de matemáticas y alumnos de la facultad y profesores de matemáticas de bachillerato. Las encuestas y entrevistas contienen información sobre diversos aspectos de la formalización que pueden generar problemas a los alumnos tales como el lenguaje, el razonamiento, los métodos de demostración y los teoremas.

En primer lugar, se analiza el papel del lenguaje matemático. Se trata de una forma de comunicación²⁰ a través de símbolos especiales que facilitan operaciones matemáticas tales como cálculos y demostraciones. Por un lado, es un lenguaje formal y abstracto donde se mezclan palabras, números, símbolos, figuras y conceptos que alejan su significado del lenguaje verbal.²¹ Por otro, es un lenguaje preciso donde cada término designa una relación matemática junto a todas sus propiedades. Por último, es un lenguaje breve que permite el razonamiento matemático usando menos términos que el lenguaje verbal. El uso de un lenguaje que es necesario aprender puede explicar las dificultades con las matemáticas.

En segundo lugar, se analizan las dificultades con el razonamiento matemático. Este término denota un conjunto de estrategias para resolver problemas. Se trata de un elemento clave ya que un objetivo de la enseñanza de las matemáticas es el aprendizaje de las estrategias adecuadas para resolver problemas en diferentes situaciones. El razonamiento matemático puede ser deductivo o inductivo²². Razonar inductivamente

²⁰ La comunicación es un proceso mediante el cual se puede transmitir información.

²¹ En este sentido es apropiado recordar las ideas de Eugene Wigner, Premio Nobel de Física en 1963: “El milagro de lo apropiado que resulta el lenguaje de las matemáticas para la formulación de las leyes de la física es un regalo maravilloso que no comprendemos ni nos merecemos” (Szenberg, 1994).

²² El razonamiento inductivo va de lo particular a lo general y el razonamiento deductivo va de lo general a lo particular.

consiste en buscar regularidades, patrones, semejanzas, propiedades comunes y hacer conjeturas. Las conjeturas a las que se llega son solamente factibles y pueden ser validadas, no validadas o permanecer durante mucho tiempo como conjeturas. Razonar deductivamente²³ consiste en sacar unas conclusiones a partir de unas premisas usando unos determinados principios.

El tercer aspecto analizado son los métodos de demostración matemática. Una demostración es el proceso lógico que asegura que una determinada propiedad es cierta siempre para cualquier valor del objeto considerado. Una comprobación es la verificación de una propiedad para un caso particular. El trabajo con demostraciones en la universidad puede ser un problema si los alumnos se limitan a hacer meras comprobaciones en el bachillerato. Por tanto, en este apartado se analiza en qué medida los alumnos conocen las técnicas de demostración matemática. En concreto, el método de inducción matemática, el método de reducción al absurdo y el contraejemplo.

El cuarto aspecto analizado son las dificultades de los alumnos con los teoremas. En este sentido, la normativa propone para ambos bachilleratos el enunciado de los teoremas sin considera la demostración. Además, para el bachillerato de Ciencias Sociales se sugiere un tratamiento intuitivo de los teoremas. Por tanto, es posible que el alumno pase de usar una idea intuitiva sobre un teorema en el bachillerato a tener que conocer sus detalles en la universidad. Por este motivo, en este apartado se analiza si el alumno distingue la condición necesaria de la suficiente en un teorema.

El último aspecto analizado son los errores de notación matemática y su penalización en los exámenes. En concreto, nos interesa saber si en el bachillerato y en la universidad se evalúan de forma negativa los errores de notación.

En primer lugar, se analizan las dificultades de los alumnos con el lenguaje matemático. La Tabla 33 recoge el porcentaje de alumnos que afirman tener estas dificultades para el conjunto de la facultad y por grados cursados.

²³ Las matemáticas en su forma final aparecen como puramente deductivas y sólo contienen demostraciones; sin embargo, su proceso de elaboración se parecen a cualquier otro conocimiento humano (Polya, 1990).

Tabla 33. Alumnos con dificultades con el lenguaje matemático en la facultad y por grado cursado

	Dificultades lenguaje matemático (%)
Facultad	85
Finanzas	78
Economía	96
Marketing	73
Empresa	91
Comercio	83

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos.

El porcentaje de alumnos que afirman tener dificultades con el lenguaje matemático alcanza el 85% para el conjunto de la facultad con una cierta variabilidad entre grados cursados. Esta cifra permite afirmar que las dificultades con el lenguaje son una componente clave de los problemas con las matemáticas de los alumnos de la facultad. Por su parte, la tabla 34 muestra el porcentaje de alumnos que tienen este tipo de dificultad distribuidos por el tipo de bachillerato cursado.

Tabla 34. Alumnos con dificultades con el lenguaje matemático por tipo de bachillerato cursado

Bachillerato	Alumnos con dificultades (%)
Científico-Técnico	70
Ciencias Sociales	88
Otros	82

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos.

El porcentaje de alumnos de la facultad que declaran dificultades con el lenguaje matemático es más alto entre los que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales (88%) que entre los que han cursado el Bachillerato Científico-Técnico (78%) e incluso que los que han accedido a la universidad a través de otras vías (82%).

A continuación, se analizan las opiniones de los profesores sobre este aspecto. En primer lugar, la tabla 35 recoge la opinión de los profesores de bachillerato sobre la importancia del lenguaje matemático.

Tabla 35. Importancia del lenguaje matemático para los profesores de bachillerato

Respuestas	Profesores (%)
Nada importante	24
Poco importante	43
Muy importante	33

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a profesores de bachillerato.

La mayoría de profesores de bachillerato encuestados afirman que el lenguaje matemático es poco o nada importante (67%) mientras que sólo un 33% afirman que los consideran muy importante. Este resultado contrasta con las opiniones de los cinco profesores de universidad entrevistados que consideran que la nomenclatura es muy importante.

La tabla 36 incide en un aspecto concreto de las dificultades con el lenguaje matemático de los alumnos de bachillerato: el lenguaje de la teoría de conjuntos. Este aspecto es elegido por el papel central de la teoría de conjuntos en el formalismo matemático. En la tabla se observa que un 90% de los profesores de bachillerato encuestados creen que casi todos o todos los alumnos tienen dificultades con el lenguaje de la teoría de conjuntos.

Tabla 36. Opinión de los profesores de bachillerato sobre las dificultades con la teoría de conjuntos.

Respuestas	Profesores (%)
Muchos tienen dificultades	10
Casi todos tienen dificultades	57
Todos tienen dificultades	33

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a profesores de bachillerato.

En resumen, la nomenclatura es poco importante para los profesores de bachillerato mientras que es muy importante para los de universidad. Por otro lado, tanto en el bachillerato como en la universidad los alumnos tienen dificultades con el lenguaje matemático. Es importante destacar que los alumnos que han cursado el bachillerato Científico-Técnico encuentran menos dificultades que los que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales.

En segundo lugar, se analizan las dificultades de los alumnos con el razonamiento matemático. La tabla 37 recoge el porcentaje de alumnos que afirman tener dificultades con el razonamiento matemático para el total de la facultad y distribuidos por los grados cursados.

Tabla 37. Dificultades con el razonamiento matemático en la facultad

	Alumnos con dificultades (%)
Facultad	87
Finanzas	86
Economía	95
Marketing	72
Empresa	87
Comercio	94

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la facultad.

La tabla 37 muestra que una muy amplia mayoría de los alumnos reconocen dificultades con este aspecto de las matemáticas. Por su parte, la tabla 38 clasifica estas respuestas por el tipo de bachillerato cursado.

Tabla 38. Dificultades para razonar la teoría por tipo de bachillerato cursado

Bachillerato	Alumnos con dificultades (%)
Científico-Técnico	87
Ciencias Sociales	90
Otros	70

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la facultad.

En este caso, no parece haber diferencias sustanciales en las dificultades con el razonamiento matemático entre los alumnos que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales (90%) y los que han cursado el Científico-Técnico (87%). Sin embargo, sí destaca el menor porcentaje de alumnos con dificultades entre los que han accedido por otras vías (70%).

Tabla 39. Opinión de los profesores de bachillerato sobre las dificultades de razonamiento matemático.

Respuestas	Profesores (%)
Muchos tienen dificultades	23
Casi todos tienen dificultades	29
Todos tienen dificultades	48

Fuente: Elaboración propia a partir de la encuesta profesores de enseñanza secundaria

La tabla 39 muestra las respuestas de los profesores de bachillerato sobre las dificultades de razonamiento matemático. Casi la mitad de los profesores (48%) afirman que todos los alumnos tienen dificultades con el razonamiento matemático. Por otra parte, un 52% afirman que muchos o casi todos tienen dificultades de este tipo.

Por otra parte, la encuesta muestra que sólo una cuarta parte de los profesores de bachillerato encuestados propone cuestiones teóricas que permitan mejorar el razonamiento matemático. Este resultado es llamativo si se tiene en cuenta que la mayoría de profesores considera que los alumnos tienen dificultades en este aspecto. Por último, cuatro de los cinco profesores de universidad entrevistados afirman que los alumnos tienen dificultades de razonamiento matemático.

Por tanto, de los resultados obtenidos se desprende que tanto los profesores de bachillerato como los de universidad perciben que los alumnos tienen dificultades de razonamiento matemático. Sin embargo, los profesores de bachillerato no trabajan de forma directa sobre estas dificultades. Por otro lado, los alumnos reconocen que tienen dificultades con el razonamiento matemático. En este aspecto, no hay diferencias sustanciales entre los que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales y el Científico-Técnico.

El siguiente paso es el análisis de las dificultades de los alumnos con los métodos de demostración. En concreto, el método de inducción, el método de reducción al absurdo y el uso del contraejemplo. La tabla 40 muestra el porcentaje de alumnos que conocen los tres métodos de demostración para el conjunto de la facultad y distribuidos por el grado cursado.

Tabla 40. Conocimiento de los métodos de demostración en la facultad y por grado cursado

	Inducción (%)	R. Absurdo (%)	Contraejemplo (%)
Facultad	45	46	48
Finanzas	64	86	96
Economía	44	39	44
Marketing	41	32	35
Empresa	52	51	43
Comercio	32	29	35

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la facultad

Según se observa en la tabla 40 poco menos de la mitad de los alumnos conocen los métodos de inducción matemática, reducción al absurdo y el contraejemplo en los distintos grados. El mayor porcentaje de alumnos que conocen los métodos se encuentra en el grado en Finanzas y el menor en el grado en Comercio.

En la tabla 41 se muestran los porcentajes de alumnos con dificultades con los métodos de demostración clasificados por tipo de bachillerato cursado.

Tabla 41. Dificultades con los métodos de demostración por bachillerato cursado

Bachillerato	Inducción (%)	R. Absurdo (%)	Contraejemplo (%)
Media	45	46	48
Científico-Técnico	47	47	63
Ciencias Sociales	39	48	46
Otros	41	53	47

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la facultad.

Con pocas excepciones, menos de la mitad de los alumnos encuestados reconocen dificultades con los métodos de demostración matemática. Destaca el bajo porcentaje de alumnos que han cursado el bachillerato en Ciencias Sociales con dificultades con el método de inducción (39%) y el alto porcentaje de alumnos del bachillerato Científico o Técnico que tienen dificultades con el contraejemplo (63%). En este aspecto, los alumnos que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales parecen estar en una mejor situación.

Por otra parte, cuatro de los cinco profesores de universidad entrevistados afirman que sólo la mitad de los alumnos conocen los métodos de demostración matemática. Sin embargo, contestando a una pregunta adicional los profesores matizan que aunque algunos alumnos identifican los métodos de demostración tienen dificultades para aplicarlos.

El siguiente punto analizado es la dificultad de los alumnos con los teoremas. La tabla 42 muestra el porcentaje de alumnos que reconoce dificultades con la condición necesaria y suficiente de un teorema para el conjunto de la facultad y distribuidos por el grado cursado.

Tabla 42. Dificultades con los teoremas en la facultad y por grado cursado

	<i>Alumnos que distinguen la condición necesaria y suficiente (%)</i>
Facultad	30
Finanzas	50
Economía	17
Marketing	38
Empresa	36
Comercio	15

Fuente: elaboración propia a partir de la encuesta a los alumnos de la facultad.

De la tabla 42 se desprende que menos de la tercera parte de los alumnos de la facultad distinguen la condición necesaria de la suficiente en un teorema. El dato más llamativo es que la mitad de los alumnos del grado en Finanzas encuestados afirman que distinguen estos aspectos de un teorema.

Por su parte, la tabla 43 presenta la misma información clasificada por el bachillerato cursado por los alumnos.

Tabla 43. Dificultades con los teoremas por tipo de bachillerato cursado.

Bachillerato	Alumnos que distinguen la condición necesaria y suficiente (%)
Media	32
Científico-Técnico	57
Ciencias Sociales	24
Otros	65

Fuente: Elaboración propia a partir de la encuesta de los alumnos de la facultad.

En la tabla 43 Se observa que los alumnos procedentes del bachillerato Científico o Técnico distinguen la condición necesaria de la suficiente en mayor porcentaje que los que provienen del bachillerato de Ciencias Sociales. Por último, cuatro de los cinco profesores de universidad entrevistados señalan que los alumnos no distinguen la condición necesaria de la suficiente en un teorema.

El último aspecto que se analiza es el impacto de los errores de notación en la evaluación de los alumnos. El 91% de los profesores de bachillerato encuestados afirman que no evalúan de forma negativa los errores de notación. Sin embargo, tres de los cinco profesores de universidad entrevistados afirman que evalúan de forma negativa este tipo de errores. Por tanto, la evaluación de los errores de notación es un elemento que cambia entre el bachillerato y la universidad. Este resultado se puede interpretar como evidencia adicional de que el grado de formalización se incrementa entre ambas etapas y puede ser una causa de las dificultades de los alumnos.

El análisis de las respuestas de las encuestas sobre el grado de formalización se puede resumir en los siguientes puntos:

1. El lenguaje matemático genera dificultades a la mayoría de los alumnos.
2. El lenguaje matemático tiene menor importancia para los profesores de bachillerato que para los de universidad.
3. Los alumnos tienen dificultades de razonamiento matemático y con los métodos de demostración matemática.
4. Los alumnos en su mayoría no distinguen la condición necesaria de la suficiente en un teorema.
5. En el bachillerato, en líneas generales, no se tienen en cuenta los errores de

notación en los exámenes mientras que en la universidad sí se tienen en cuenta.

El desconocimiento del lenguaje matemático complica la transmisión de los conceptos por parte del profesor y genera dificultades a los alumnos. En otras palabras, dificulta la comunicación del alumno y el profesor. Las respuestas de los profesores de bachillerato y de la facultad indican que el grado de formalismo empleado en la facultad es mayor que el empleado en el bachillerato. Por otro lado la falta de iniciación de los alumnos en los métodos de demostración matemática (reducción al absurdo, inducción, contraejemplos, razonamientos encadenados, etc.) genera dificultades a los alumnos. Muchos alumnos no saben lo que es un teorema y no distinguen la condición necesaria de la suficiente en el mismo. En resumen, en el grado de formalización se percibe un enfoque muy distinto entre la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato y en el primer curso de la facultad.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y PROPUESTAS DE POLÍTICA EDUCATIVA

5. CONCLUSIONES Y PROPUESTAS DE POLÍTICA EDUCATIVA

En este apartado se resumen los principales resultados del trabajo de investigación y se analizan algunas propuestas de política educativa a la luz de estos. Los resultados se agrupan alrededor de los tres grupos de factores explicativos de las dificultades de los alumnos del primer curso de la facultad con las matemáticas. El primer conjunto de factores está relacionado con las limitaciones del currículo de bachillerato y las diferencias entre éste y el de la facultad como fuente de dificultades para los alumnos. Los principales resultados relacionados con este primer conjunto de factores explicativos son:

1. La comparación de los currículos oficiales muestra diferencias entre el programa cursado en el bachillerato y el de la facultad. Estas diferencias son más acusadas para los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales que, por otra parte, son mayoritarios en los grados que se cursan en la facultad según los resultados de las encuestas. Por otra parte, las encuestas muestran una mayoría de alumnos que perciben un salto entre las matemáticas cursadas en ambos niveles educativos. Sin embargo, los alumnos del bachillerato de Ciencias Sociales tienen más dificultades con las matemáticas de la facultad y un menor rendimiento que los que cursan el bachillerato Científico-Técnico. Es decir, en la tesis se detectan diferencias entre el currículo del bachillerato y la facultad y una relación entre mayores diferencias de currículo y mayores dificultades.
2. Los programas oficiales de bachillerato tienen un número importante de temas. En caso de falta de tiempo, los temas realmente impartidos pueden depender de cuestiones tales como la importancia que dan los profesores de bachillerato a los distintos temas o el orden en que se imparten. Es decir, los profesores pueden hacer hincapié en temas que les parezcan importantes y relegar otros que pueden llegar a no impartirse dependiendo de la limitación de tiempo. Estas preferencias y estrategias de los profesores de bachillerato pueden crear un currículo realmente impartido diferente del currículo oficial que se ha analizado en esta tesis. En este sentido, las encuestas permiten documentar cómo la importancia asignada por los profesores del bachillerato a los distintos bloques se aleja a

veces del peso que tienen estos bloques de contenidos en el currículo oficial. Por otro lado, en el bachillerato de Ciencias Sociales y en Matemáticas I del Bachillerato Científico-Técnico se sigue el orden establecido en el currículo oficial mientras que en Matemáticas II no se sigue en general el orden establecido en el currículo oficial. En concreto, el bloque de Estadística y Probabilidad se imparte mayoritariamente en último lugar. Por último la mayoría de los profesores del bachillerato encuestados tienen dificultades para impartir todo el programa de matemáticas del primer curso de ambos bachilleratos. Es decir, de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y en Matemáticas I. Este resultado abre la posibilidad de que los alumnos hayan cursado menos temas de los que sugiere el currículo oficial y que su preparación para acceder a la facultad sea menor de la que sugiere éste.

3. Las encuestas permiten documentar un conjunto de carencias o dificultades conceptuales de los alumnos que cursan el primer curso de los grados. Por ejemplo, los alumnos llegan a los grados con carencias en los conceptos básicos, algoritmos y procedimientos pero además, en muchos casos, carecen de una serie de habilidades necesarias para poder abordar las matemáticas de primero de carrera. Estas habilidades pueden ser de tipo aritmético, de tipo algebraico, de cálculo, de pensamiento matemático, de resolución de problemas. Así, la mayoría de los alumnos tienen dificultades a la hora de resolver ecuaciones, inecuaciones, sistemas de ecuaciones, sistemas de inecuaciones, al operar con funciones o al representar funciones sencillas

El segundo grupo de factores explicativos de las dificultades con las matemáticas de los alumnos de la facultad hace referencia a cambios en los métodos docentes entre el bachillerato y la facultad como fuentes de dificultades para los alumnos. En este sentido, las encuestas muestran los siguientes resultados:

1. Algunos aspectos de la docencia son comunes entre el bachillerato y la facultad. Este es el caso del formato de la clase y el predominio del pensamiento analítico-aritmético frente al pensamiento geométrico. Por otro lado, ni en el bachillerato ni en la facultad se hace una contextualización de los temas y una conexión de los problemas matemáticos con la realidad. Por último, tanto en el

bachillerato como en la facultad los problemas propuestos en los exámenes son similares a los realizados en clase.

2. Otros aspectos de la docencia cambian de forma sustancial entre el bachillerato y la facultad. Este es el caso del peso del enfoque teórico ya que se pasa de una aproximación intuitiva y práctica en el bachillerato a una presentación formal en la universidad. Este paso de una matemática mostrativa en el bachillerato a una matemática demostrativa en la facultad genera dificultades a los alumnos dado que no están habituados a este tipo de aproximación. En este sentido, los alumnos que han cursado el bachillerato Científico-Técnico pueden encontrar menos diferencias que los alumnos que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales, debido al tratamiento más intuitivo de las matemáticas del bachillerato de Ciencias Sociales señalado explícitamente por la normativa. Por otra parte, en el bachillerato se aplican las técnicas de una forma rígida y aislada y no se estudia la eficacia de las técnicas mientras en la facultad un problema puede resolverse aplicando distintas técnicas lo que permite comparar la eficacia de las mismas. Del mismo modo, en el bachillerato se prioriza la automatización de las técnicas haciendo ejercicios mientras que en la facultad no es prioritario. En este mismo sentido, los problemas resueltos en el bachillerato son normalmente cerrados mientras en la facultad pueden ser abiertos o cerrados. En la facultad se les pide siempre la interpretación del resultado en un problema y en el bachillerato no siempre. Finalmente en el bachillerato los alumnos utilizan más los programas de cálculo simbólico en las clases de matemáticas que en la facultad.

El tercer grupo de factores explicativos hace referencia a que las dificultades con las matemáticas en la facultad son el resultado del incremento en la formalización. En este sentido, las encuestas muestran que a las dificultades citadas anteriormente se suman los problemas con el lenguaje matemático. En concreto, los profesores de la facultad dan más importancia al lenguaje formal que los de bachillerato. Además, los alumnos declaran dificultades con la lectura de símbolos matemáticos y en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático. Esto abre la posibilidad de que no comprenda las explicaciones del profesor y se desmotiven en clase. Por otra parte, las encuestas muestran que los alumnos del bachillerato, en la mayoría de los casos, no

conocen los métodos de demostración y no distinguen la condición necesaria de la condición suficiente en un teorema. Por último, las encuestas muestran que tanto en el bachillerato como en la facultad faltan cuestiones de aplicación teórica que ayuden a los alumnos a razonar los principales conceptos matemáticos. En resumen, en la tesis se documentan el papel diferente que juega el formalismo matemático en el bachillerato y en el primer curso de la facultad. Este cambio de enfoque puede ser una causa de las dificultades que encuentran los alumnos con las matemáticas en el primer curso de la facultad.

Las dificultades con las matemáticas de los alumnos de la facultad son el resultado de múltiples factores más allá del diseño e impartición de los programas en ambas etapas educativas. Sin embargo, en esta tesis se ha puesto de manifiesto que existen evidencias que apoyan el papel de los factores explicativos planteados. Este análisis sistemático de los factores explicativos de las dificultades permite sugerir y analizar algunas medidas correctoras.

En primer lugar, en esta tesis se encuentra que tanto los alumnos que han cursado el bachillerato de Ciencias Sociales como los que han cursado el bachillerato Científico-Técnico tienen dificultades con las matemáticas de la facultad. Sin embargo, las dificultades son menores para los alumnos que han cursado el bachillerato Científico Técnico. Al mismo tiempo, estos alumnos obtienen un mejor rendimiento. No obstante, la opción de cursar el bachillerato Científico-Técnico como preámbulo para cursar los grados de la facultad no es tan clara como podría parecer. Por un lado, se desconoce el impacto de esta opción en el resto de las asignaturas de los grados. Por otro, sería una solución que mitigaría el problema pero no lo resolvería.

El programa oficial de matemática de bachillerato deja sin tratar temas impartidos en la facultad. Por tanto, se podría plantear la inclusión de estos temas en un futuro programa oficial ya que, en principio, se puede pensar que el cursar muchos contenidos en el bachillerato ayudaría con las matemáticas de los grados. Sin embargo, por otra parte, las encuestas muestran que el contenido actual conduce a impartir algunos temas con cierta superficialidad e incluso a no estudiar alguno dependiendo de las preferencias y estrategias de los profesores de bachillerato. La consecuencia puede ser que los alumnos no tengan las competencias que se les suponen cuando entran en la facultad. Por tanto, una propuesta para mitigar los problemas de los alumnos con las matemáticas de la

facultad sería centrarse más en las competencias de los alumnos que en el contenido cursado. Esas competencias podrían ser: pensar y razonar, argumentar, comunicar, usar modelos explícitos en situaciones concretas, plantear y resolver problemas, representar y utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones, utilizar ayudas y herramientas TIC para la actividad matemática (Newman, 1992).

El siguiente elemento sobre el que se pueden proponer medidas correctoras para las dificultades en matemáticas en la facultad es el programa que se cursa en los grados y el enfoque con el que se imparte. Las facultades españolas proponen distintos programas cuyas diferencias van de meros matices a temas enteros. En general, se puede decir que las facultades imparten un programa estándar de álgebra y cálculo. En primer lugar, se debería valorar la necesidad de estudiar los temas que componen el currículo de la facultad. Algunos parecen necesarios ya que sus técnicas y resultados se usan en otras asignaturas. Pero, en general, sería necesario tener claras las competencias matemáticas que deben desarrollar los alumnos en la facultad tanto para cursar otras asignaturas como para el ejercicio profesional. En otras palabras, se trata de evitar programas con contenidos estándar sin tener clara la contribución a otras asignaturas o a las competencias que debe tener el alumno. En este sentido, las competencias matemáticas que necesitan los alumnos en el ámbito de la economía son el cálculo numérico y simbólico, razonamiento lógico y deductivo, formular y resolver problemas e interpretar los resultados de los mismos con precisión y exactitud (Robson, 2006).

Los alumnos en los bachilleratos han trabajado algunas de estas competencias pues se han planteado, formulado y resuelto problemas. Si bien es cierto que no se ha trabajado del mismo modo la interpretación de los mismos como se desprende de las respuestas a las encuestas. En el bachillerato la capacidad de perseverancia en la búsqueda de soluciones de los problemas se trabaja poco pues la mayoría de los problemas propuestos son modelos similares a los resueltos por el profesor. Es decir, los problemas resueltos en clase son rutinarios y mecánicos en la mayoría de los casos. En consecuencia, esta competencia puede generar dificultad a los alumnos. Las matemáticas del bachillerato también potencian el razonamiento lógico y deductivo. Sin embargo, en la competencia del lenguaje matemático pueden encontrar los alumnos más dificultades pues la notación simbólica y el lenguaje matemático en el bachillerato es un tema al que se le da menor importancia en el propio currículo oficial. Por otra parte, por

prescripción oficial, en el bachillerato se trabaja la competencia de expresarse con precisión y exactitud en el lenguaje cotidiano sin exigirles a los alumnos la precisión y la exactitud del lenguaje matemático. Por tanto, la recomendación sería fomentar el trabajo no rutinario o mecánico en la resolución de problemas y la interpretación de los resultados, mejorar el conocimiento de la notación simbólico y el lenguaje matemático. Esta recomendación puede implicar cambios en la docencia en el bachillerato o un cambio en la universidad que pase por reconocer las deficiencias en este ámbito de los alumnos.

La forma de impartir el programa también afecta a las dificultades de los alumnos de primer curso de la facultad con las matemáticas. El paso de una matemática mostrativa en el bachillerato a una demostrativa en la universidad genera dificultades a los alumnos. Lo mismo puede decirse del distinto peso de la teoría y la práctica en ambas etapas. Es importante evitar el salto entre una visión intuitiva de los conceptos a una visión formal. La notación y el lenguaje matemático genera dificultades a los alumnos, ya que no están habituados a demostrar teoremas en el bachillerato, en la mayoría de los casos no conocen los métodos de demostración y no distinguen la condición necesaria de la suficiente en un teorema. De nuevo, estos aspectos deberían tenerse en cuenta en la docencia de bachillerato o en la universidad reconociendo el nivel de los alumnos.

Desde una perspectiva más general se podría plantear una mejora de la coordinación entre el bachillerato y la universidad. De hecho, los resultados de la tesis sugieren que el bachillerato y la universidad son dos ámbitos educativos con escasa conexión más allá de impartir programas con diverso grado de similitud dependiendo del bachillerato cursado. Por ejemplo, sorprende el cambio de enfoque de una matemática operativa a una teórica y de una matemática mostrativa a una demostrativa sin tener en cuenta las competencias de los alumnos y las dificultades de estos con este cambio. Algunos aspectos que podrían mejorar esta coordinación son:

1. Información a los alumnos sobre los requisitos necesarios para evitar dificultades con las matemáticas del primer curso de la facultad.
2. Una prueba de nivel para detectar las deficiencias iniciales de los alumnos.

3. Un curso cero que tenga en cuenta las deficiencias de los alumnos detectadas en la prueba de nivel. Este curso debería tener en cuenta qué alumnos tienen más dificultades y con qué dificultades se encuentran. En este sentido, los resultados de la presente investigación pueden dar alguna clave. En concreto, los problemas con el lenguaje matemático y con la formalización que parecen ser centrales en la enseñanza universitaria.
4. Adaptación de los alumnos en el bachillerato. Esta podría ser tanto una media sustitutiva o complementaria del curso cero. A los alumnos que quieran acceder a alguno de los grados de la facultad se les impartiría fuera del horario de su opción de bachillerato unas sesiones complementarias para subsanar las lagunas mencionadas en los temas que hemos señalado anteriormente.
5. Adaptación de las matemáticas en la facultad. Es decir, impartir las matemáticas en la facultad reconociendo el nivel del que parten los alumnos de bachillerato a la luz de los resultados de la prueba de nivel. Esta propuesta requiere tiempo y puede generar dificultades para conseguir que los alumnos alcancen las competencias matemáticas necesarias para su desarrollo académico y profesional.

REFERENCIAS

Alsina, A. (2007): “Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas”, *Revista Suma*, N° 56, pp. 23-31.

Álvarez, P. (2003): “La influencia del bachillerato en el fracaso en Economía”, *Universidad de Extremadura*, España.

Álvarez, P., Blanco, M. A., Guerrero, M. y Quiroga, A. (1998): “Un diagnóstico del conocimiento básico matemático para la economía y la empresa”, *Actas de Jornadas de la VII reunión de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*, Valencia.

Álvarez, P., Blanco, M.A. y Guerrero, M. (1998): “Modelos de Rasch: Medida de aspectos cualitativos”, *Actas de las V jornadas de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*, Málaga.

Álvarez, P., Blanco, M. A. y Quiroga, A. (1998): “Un diagnóstico del conocimiento básico matemático para la Economía y la Empresa”, *Actas de las VI Jornadas de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*, Santiago de Compostela.

Álvarez, P., Blanco, M.A., Guerrero, M. y Quiroga, A. (1999): “Análisis de la estabilidad del conocimiento básico matemático para la Economía, mediante el test-retest”, *Actas de las VII Jornadas de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*, Valencia.

Álvarez, P., Blanco, MA., Guerrero, M. y Corcho, P. (2000): “Determinación de los contenidos docentes matemáticos en Economía”, *Actas de las VIII Jornadas de Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*.

Álvarez, P., Corcho, P. y Guerrero, M. (2001): “Una forma eficiente de elaborar un programa de Matemáticas en LADE y LE”, *Actas de las IX Jornadas de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*.

Álvarez, P., Corcho, P. y Guerrero, M. (2003): “¿Qué bachillerato es el mejor para el aprendizaje de las matemáticas en Economía y Empresa?”, *Asociación Española de*

Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA), Oviedo.

Álvarez, S. y Fernández M. (2000): *Problemas de matemáticas*, Ed. Everest.

Artigues, M. (2003): “¿Qué se puede aprender de la investigación educativa en el nivel universitario?”, *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X. pp. 117-131.

Austin, J. (1992): “College-bound students: Are we meeting their needs?”, *Adolescence*, Vol. 27, N° 105, pp. 115-121.

Barragán, M. (2000): “Economía y Matemáticas. Productividad, trabajo y distribución de la renta. Un estudio crítico”, *Tesis Doctoral*, Universidad Complutense, Madrid.

Bates, A. G. (2001): *Cómo gestionar el cambio tecnológico*, Gedisa, Barcelona.

Beltrán, J. (1993): *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*, Ed. Síntesis, Madrid.

Cabrera, A., Amaury, N. y Castaneda, M. (2006): “College persistence: Structural equations modeling test of an integrated model of student retention”, *Journal of Higher Education*, Vol. 64, pp. 123-139.

Cabrera, L., Bhetencourt, J.M., Álvarez, P. y González, M. (2006a): “El problema del abandono de los estudios universitarios”, *Revista Electrónica de Investigación y evaluación Educativa (RELIEVE)*, Vol. 12. N° 2. pp. 7-27.

Cabrera, L., Álvarez, P.R., González, M.C., Bethencourt, J.T. (2006b): *Causas del abandono y prolongación de los estudios universitarios*, Paradigma, Vol. 27. N° 1.

Calero, J. (2009): “Determinantes del riesgo de fracaso escolar en España. Una aproximación a través de un análisis logístico multinivel aplicado a PISA-2006”, *Revista de Educación, Número extraordinario*, pp. 225-256.

Centro de Investigación y Documentación educativa, CIDE, (1996), *El sistema educativo Español en 1995*, Madrid.

Chevallard, Y. (2005): “Steps towards a new epistemology in mathematics education”, *IV Conference the European Society for Research in Mathematics Education*, Sant Feliu de Guíxols.

Chevallard, Y., Bosh, M. y Gascón, J. (1997): *Estudiar matemáticas, El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, Horsori, Barcelona.

Chiang, A. (1977): *Métodos fundamentales de economía matemática*, Amorrortu.

CIDE (1992): “Elaboración y validación de unas pruebas objetivas para el acceso a la universidad”, *Informe inédito*, Madrid.

Coleman, J. (1996): *Equality of Educational Opportunity*, Washington D.C: U.S Government Printing Office.

- Coll, C. (2000): *Psicología y Currículo. Cuadernos de pedagogía*, Ed. Laia, Barcelona.
- Coll, C. (2005a): “Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva”, *Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar*, pp. 155-182, Alianza.
- Coll, C. (2005b): *Psicología y Currículum. Cuadernos de Pedagogía*, Ed. Laia, Barcelona.
- Decreto 42/2008, de 5 de junio; por la que se establece el currículo de bachillerato en la Comunidad de Castilla-León.
- Escardibul, J. (2007): “Evaluación de los servicios educativos: el rendimiento de los centros públicos y privados medido en PISA-2003”, *Hacienda Pública Española*, Vol. 83, Nº 4, pp. 33-66.
- Escudero, J.M. (2011): “Fracaso escolar, exclusión educativa: ¿De qué se excluye y cómo?” *Revista de currículo y formación del profesorado*. Vol. 9, pp. 15-35.
- Estebaranz, A. (1994): *Didáctica e innovación curricular*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla, Sevilla.
- Esteve, J.M (2003): *La tercera revolución educativa*, Paidós, Barcelona.
- Farley, J. (2006): “*School Integration and Its consequences for Social Integration and Educational Opportunity*”, En F, HECKMANN Y R.WOLF Eds., *Immigrant Integration and Education: The Role of State and Civil Society in Germany and the U.S., Proceedings of Transatlantic Discourse on Migration Conference*, Bamberg, Germany.
- Fernández, P., Gómez, D., Masero, I. y Zapata, A. (2000): “Algunas consideraciones sobre la influencia de los estudios previos en las calificaciones de matemáticas para alumnos de la diplomatura de empresariales”, pp. 26-38. *Acta de Jornadas de la VII reunión de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*.
- Figueras, P. y Forner, A. (2003): “Las competencias académicas previas y el apoyo familiar en la transición a la universidad”, *Revista de investigación educativa*, Vol. 21, Nº 2, pp. 349-369.
- Forner, A. y Torrado, M. (2000): “El proceso de transición del bachillerato a la universidad: factores de éxito”, pp. 40-55. *Actas de I Congreso Internacional de Docencia universitaria e Innovación ICE*. Universidad de Barcelona
- Fonseca C. (2004): “Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la Enseñanza Secundaria y la Enseñanza Universitaria”, *Tesis doctoral*, Universidad de Vigo.

- Fonseca, C., Corral, N. y Casas, J. M. (2008): “Un recorrido de estudio e investigación en torno a una tarea de modelización: el cálculo del volumen máximo de una piscina”, *Actas XVI Congreso Universitario de Innovación en las Enseñanzas Técnicas*, Cádiz.
- Font, V. (1994), “Motivación y dificultades de aprendizaje en matemáticas”, *Revista Suma*, Nº 17, pp. 10-16.
- Gamorán, A. (2001): “American schooling and educational inequality: A forecast for the 21st century”. *Sociology of Education*, Vol.74, pp.135-153.
- García, J.M (2000): “¿Qué matemáticas?”, *Acta de las VII Jornadas de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*.
- García, J.M. (2000): *¿Cómo resolver problemas de matemáticas? 1º de bachillerato*, Ed. Celarayn, León.
- García, J.M. (2003): *¿Cómo resolver problemas de matemáticas? 1º de bachillerato*, 2ª Edición, Ed. Celarayn, León.
- García, J.M. (2004): *¿Cómo resolver problemas de matemáticas? 2º de bachillerato*, Ed. Celarayn, León.
- García, S. (2004): *Estrategias innovadoras para una enseñanza de calidad*, Pearson Educación, Madrid.
- Gargallo, B. (2006): *Revista de psicología general y aplicada*, Vol. 59, Nº 1-2, pp. 109-130.
- Gascón, J. (1997): “Cambios en el contrato didáctico. El paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad”, *Suma*, Nº 26, pp. 11-21.
- Gascón, J., Muñoz, M., Sales, J. y Segura, R. (2000): “Matemáticas en secundaria y en la universidad: razones y sinrazones de un desencuentro”, *Actas de las Jornadas sobre Educación Matemática*, Santiago de Compostela, pp. 24-39.
- Gómez Chacón, I. (2009): “Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad”, *Educación Matemática*, Vol. 21, Nº 3, pp. 5-32.
- Gómez, L. (2009): “Trastornos del aprendizaje del cálculo”, *Revista Colombiana de Psiquiatría*, Vol. 38, pp. 6-14.
- González C. y Gil Fariñas, M.C. (2000): *El lenguaje de la ciencia económica. ¿Por qué la economía no prescinde de las matemáticas?*, Ediciones Ra-Ma, Madrid.
- González Sanmamed, M. (2000): *Las TIC como factor de innovación y mejora de la calidad de la enseñanza*, MacGraw Hill, Madrid.
- Goñi J.M. (2008): *El desarrollo de la competencia matemática*, Ed. Grao, Barcelona.

- Guzmán, M. (2000): *Tendencias innovadoras en educación matemática*, Universidad Complutense, Facultad de Matemáticas.
- Guzmán, M., (2003): *Cómo hablar, demostrar y resolver en matemáticas*, Ed. Anaya, Madrid.
- Guzmán, M. (2007): “Enseñanzas de las ciencias y la matemática”, *Revista Iberoamericana de Educación*, N° 43, pp. 19-58.
- Habib, M. (2010): “An empirical research of ITESCM (integrated tertiary educational supply chain management) model”, Documento de Trabajo, Faculty of Business Administration, American International University-Bangladesh.
- Haeusler, E. y Paul, R. (2003): *Matemáticas para administración y economía*. 10ª edición, Pearson Educación, México.
- Hanushek, E. A. (1979): “Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions”, *Journal of human Resources*, pp. 351-388.
- Hoyles, M., Livernois, J., Mckenna, C., Rees, R. y Stengos, T. (2001): *Mathematic for Economics*, The Mit Press.
- Jarne, G., Perez Grasa, I. y Minguillón, E. (1997): *Matemáticas para la Economía*, Ed. McGraw-Hill.
- Lau K.W. (2007): “Educational supply chain management: a case study”, *On the Horizon*, Vol. 15, N° 1, pp.15 - 27
- López, J. (2005): “Estrategias y estilos de aprendizaje”, *Anales de psicología*, Vol. 12, N° 2, pp. 179-184.
- Marín, J. y Navas, J. (2007): “Estudio del perfil del alumnado del primer curso en la Facultad de Economía y Empresa en la Universidad de Barcelona”. *Generalitat de Catalunya*.
- Martínez, J. S. (2009): “El problema del fracaso escolar”. *Revista de la Asociación de Sociología de la Educación*, Vol.2, N° 1, pp. 56-85.
- Muñoz M. y Arrimados Gómez, I. (1997): “Acceso a la universidad en Europa: problema común, soluciones diferentes”. *Revista de Educación*, N° 314, pp. 25-36.
- Muñoz, M. y Mato, Mª. (2008): “Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas”, *Revista de Investigación Educativa*, Vol.26, N° 1, pp. 209-226.
- Murnane, R. J. (1975): *The impact of school resources on the learning of inner city children*. Ballinger, Cambridge, MA.

- Newman, D. (1992): “El impacto del ordenador en la organización de la escuela: perspectivas para la investigación”, *Comunicación, Lenguaje y Educación*, Vol. 13, pp. 23-35.
- O’Brien, E. M. and Kenneth, R. (1996), “Educational supply chain: a tool for strategic planning in tertiary education?” *Marketing Intelligence & Planning*, Vol. 14, Nº 2, pp. 33-40.
- Orden EDU /1061/2008, de 19 de junio; por la que se regula la implantación y desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla-León.
- Orden EDU /2134/2008, de 10 de diciembre; por la que se regula la evaluación en bachillerato en la Comunidad de Castilla-León.
- Ovejero, F. (2005): *Las matemáticas de las Economías*. Claves de razón práctica. Madrid.
- Pestano, C. (2001): “Reflexiones sobre las matemáticas y su papel en la economía”, *Actas de las IX jornadas de la Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa (ASEPUMA)*.
- Polya, G. (1990): *Cómo plantear y resolver problemas*, Trillas, México.
- Porter, M. E. (1985): *Competitive Advantage: Creating and Sustaining Superior Performance*, Simon and Schuster, New York.
- Pulido A. (2000): *Posibilidades y limitaciones de las matemáticas en la economía*, Ed. UVA.
- Pulido, A. (1996): *Los datos económicos: su significado real*, Ed. Pirámide, Madrid.
- Rasch, G. (1980): *Probabilistic Models for some Intelligence and Attainment Tests*, The University of Chicago Press.
- Renshaw, G. (2005): *Maths for Economics*. Oxford University Press.
- Rico, L. (2007): “La competencia matemática en PISA”, *PNA*, Vol.1, Nº 2, pp.47-66.
- Robles, E., Fernández, E. y Vizoso, C. (1996): “Sistema educativo: aula inteligente”. *Actas de las Jornadas de Informática Educativa*, Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), Madrid.
- Robson, D. y Vanscyoc, L. (2006): *The evolution of the liberal arts Economics curriculum in the U.S. Preprints of the University of Wisconsin Oskosh*.
- Rodríguez, S. (2004): *Manual de tutoría universitaria. Recursos para la acción*, Ed. Octaedro, Barcelona.
- Rodríguez, M. (2005): “Una evaluación de habilidades matemáticas”, *Revista Suma*. Nº 48, pp. 33-47.

- Rugges, R. (1970): *Desarrollos metodológicos. Compendio de Economía Contemporánea*, Ed. Aguilar.
- Salinas, J., Cabero, J. y Martínez, F. (1995): *Nuevos canales de comunicación en la enseñanza*. Centro de Estudios Ramón Areces. Madrid.
- Sammons M., Hillman A. y Mortimore, B. (1998): *Características clave de las escuelas efectivas*, Secretaría de Educación Pública, México.
- Sandelands, E. (1994): "Building supply chain relationships", *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, Vol. 24, N° 3, pp. 43-4.
- Santos, M. (2005): *Reflexiones sobre las matemáticas y la economía. ¿Qué es la economía?*, Ed. Pirámide.
- Sánchez, A., Sanchez-Camilo, J., Moreno-Herrero, D, y Rosales, V. (2014): "2D:4D values are associated with mathematics performance in business and economics students", *Learning and individual differences*, Vol. 36, pp. 110-116.
- Sanz, M. (2000): "Experiencia educativa: factores de calidad y NNNT", *Comunicación y Pedagogía* N° 164, pp. 65-71.
- Sanz, R. (2001): *Orientación Psicopedagógica y Calidad Educativa*: Ed Pirámide, Madrid.
- Sanz, R. (2005): "Integración del estudiante en el sistema universitario. La tutoría", *Cuadernos de integración europea*, Vol. 2, pp. 69-95.
- Segura, J. (2004): "Economía y Matemáticas: la visión de un economista", *Claves de razón práctica*, Vol. 131, pp. 18-23.
- Serrano, L., Bosch, M. y Gascón, J. (2008): "Un recorrido de investigación y estudio en matemáticas para el primer curso de Administración y Dirección de Empresas", Documento de trabajo.
- Sierpiska, A. (1995): "Mathematics in Context, Pure or with Applications? A contribution to the question of transfer in the learning of mathematics", *For the Learning of Mathematics*, Vol. 15, pp. 32-43.
- Simon, C.P y Blume, L. (1994): *Mathematics for Economics*, W.W Norton & Company.
- Sposetti, A., (1996): *El factor educacional como causa potencial de deserción en el primer año de la universidad*, Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina.
- Stage, F. (1996): "Setting the context: Psychological theories of learnig". *Journal of College Student Development*, Vol. 37, N° 2, pp. 227-235.
- Szenberg, M. (1994): *Grandes economistas de hoy*, Ed. Debate, Madrid.

Thompson, P. W. (1985): "Experience, problem solving and learning mathematics: considerations in developing mathematics curricula". En E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, pp. 189–243. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Turkinton, D.A. (2007): *Mathematical tools for Economics*, Blackwell Publishing.

UPC (2002): *Sistemas de calidad en la UPC*.

Vicente, S. (2008): "Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas de álgebra verbales: ayudas textuales y gráficas", *Journal for the Study of Education and Development*. Vol. 31, pp. 463-483.

Waisgrais, S. (2009): "Factores de desigualdad en la educación española. Una aproximación a través de la evaluación PISA", *Papeles de Economía Española*, Vol. 119, pp. 86-98.

Wright, B.D. (1978): *Stone M.H. Best test desing*, University of Chicago.

Wright, B.D. (1996): *Comparing Rasch measurement and factor analysis. Structural Equation Modeling*, University of Chicago.

ANEXO 1

PROGRAMAS OFICIALES

1. Bachillerato Científico-Técnico

1.1. Matemáticas I

Bloque 1. Aritmética y Álgebra

— Números racionales e irracionales. Números reales. La recta real. Valor absoluto. Distancias en la recta real. Intervalos y entornos.

— El número e . Logaritmos decimales y neperianos. Propiedades. Cálculo logarítmico. Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas sencillas.

— Utilización de la calculadora.

— Descomposición factorial de un polinomio. Fracciones algebraicas: Simplificación y operaciones.

— Resolución e interpretación gráfica de ecuaciones e inecuaciones de grados primero y segundo.

— Números combinatorios. Binomio de Newton.

— Aplicación del método de Gauss a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

— Utilización de herramientas algebraicas en la resolución de problemas.

- El número i . Números complejos. Operaciones con números complejos en forma binómica.

Bloque 2. Geometría

— Ampliación del concepto de ángulo. El radián. Medida de un ángulo en radianes.

— Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.

— Teorema del seno y del coseno. Resolución de triángulos: Rectángulos y no rectángulos.

— Razones trigonométricas de la suma o diferencia de dos ángulos, del ángulo doble y del ángulo mitad.

— Resolución de ecuaciones trigonométricas sencillas.

— Forma trigonométrica de los números complejos. Operaciones.

— Vectores libres en el plano. Operaciones geométricas: Adición, sustracción y multiplicación por un escalar.

— Componentes de un vector en un sistema de referencia ortonormal. Módulo de un vector. Operaciones con vectores mediante sus componentes. Aplicaciones a la resolución de problemas.

— Ángulo entre vectores. Producto escalar de dos vectores.

— Ecuaciones de la recta. Incidencia, paralelismo y perpendicularidad. Cálculo de distancias entre puntos y rectas. Cálculo de ángulos entre rectas. Resolución de problemas.

— Lugares geométricos del plano: Mediatriz de un segmento, bisectriz de un ángulo y cónicas. Ecuaciones de la circunferencia, elipse, hipérbola y parábola.

Bloque 3. Análisis

— Características de las funciones y de sus gráficas: Dominio, signo, cortes con los ejes, simetrías, periodicidad, tendencias, crecimiento, decrecimiento y extremos. Descripción de funciones dadas mediante sus gráficas.

— La función raíz.

— La función exponencial y la función logarítmica.

— Las funciones trigonométricas: Seno, coso y tangente, y sus inversas. Utilización de la calculadora.

— Operaciones con funciones. Composición de funciones.

— Concepto intuitivo de límite, finito o infinito, de una función en un punto y en el infinito, con apoyo gráfico y de la calculadora. Límites laterales. Asíntotas verticales y horizontales de una función. Cálculo elemental de límites de funciones.

— Continuidad de una función en un punto y en un intervalo. Continuidad de las funciones elementales (resultado de operaciones combinadas de adición, multiplicación, división y composición de las funciones: Constante, identidad, raíz, \ln y \exp , \sin , \cos , tg , arcsen , arccos y arctg). Discontinuidades.

— Características básicas de las funciones polinómicas, racionales sencillas, valor absoluto (raíz cuadrada del cuadrado), parte entera, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, obtenidas a partir de la expresión analítica que las define.

— Aproximación intuitiva a la derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica y física.

- Iniciación al cálculo de derivadas.
- Signo de la derivada: Crecimiento y decrecimiento.
- Puntos críticos o singulares de una función. Máximos y mínimos relativos.
- Análisis y representación gráfica de funciones sencillas dadas por su expresión analítica.
 - Resolución en un contexto real de problemas relacionados con las funciones. Interpretación de funciones de las que se conoce su gráfica.

Bloque 4. Estadística y Probabilidad

- Estadística descriptiva bidimensional. Relaciones entre dos variables estadísticas. Representación gráfica: Nube de puntos y correlación.
- Covarianza. Coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal.
- La combinatoria como técnica de recuento.
- Probabilidad en experimentos simples o compuestos. Probabilidad condicionada, probabilidad total y probabilidad a posteriori.
- La probabilidad en experimentos repetidos e independientes: La distribución Binomial. Uso de tablas. Asignación de probabilidades.
- La distribución normal. Normal típica y uso de tablas. Tipificación de una variable normal. Asignación de probabilidades. Aproximación de la binomial por la normal.

1.2. Matemáticas II

Bloque 1. Álgebra lineal

- Matrices de números reales. Operaciones con matrices.
- Dependencia lineal entre filas (columnas) de una matriz. Rango de una matriz.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Representación matricial de un sistema.
- Determinantes. Propiedades elementales de los determinantes. Cálculo de determinantes. Regla de Cramer.
- Discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Aplicación de los sistemas de ecuaciones a la resolución de problemas.

— Utilización de los distintos recursos tecnológicos (calculadoras científicas y gráficas, programas informáticos, etcétera) como apoyo en los procedimientos que involucran el manejo de matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales.

Bloque 2. Geometría

— Vectores en el espacio tridimensional. Producto escalar, vectorial y mixto. Significado geométrico.

— Obtención e interpretación de las ecuaciones de rectas y planos en sistemas de referencia ortonormales.

— Resolución de problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos.

— Resolución de problemas métricos relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.

— Ecuación de la superficie esférica. Resolución de problemas.

Bloque 3. Análisis

— Concepto de límite de una función. Cálculo de límites.

— Continuidad de una función. Tipos de discontinuidad.

— Concepto de derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica y física.

— Función derivada. Derivadas de suma, producto, cociente y composición de funciones. Los teoremas de Rolle y del valor medio: Justificación e interpretación geométrica. La regla de L'Hôpital.

— Aplicaciones de las derivadas primera y segunda al estudio de las propiedades locales y globales de las funciones. Representación gráfica de una función. Problemas de optimización.

— El problema del área. Introducción al concepto de integral definida de una función a partir del cálculo de áreas encerradas bajo una curva. La integral definida como suma de elementos diferenciales: Aplicaciones al cálculo de volúmenes de cuerpos de revolución y a la física.

— El concepto de primitiva. La regla de Barrow.

— Cálculo de primitivas: Propiedades básicas. Primitivas inmediatas y de funciones que son derivadas de una función compuesta (salvo, quizá, un factor

constante). Técnicas elementales del cálculo: Por descomposición, por cambio de variable y por partes.

— Utilización de los distintos recursos tecnológicos (calculadoras científicas y gráficas, programas informáticos, etcétera) como apoyo en el análisis gráfico y algebraico de las propiedades, globales y puntuales, de las funciones y en los procedimientos de integración.

2. Bachillerato de Ciencias Sociales

2.1. Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

Bloque 1. Aritmética y Álgebra

— Números racionales e irracionales. La recta real. Valor absoluto. Intervalos.

— Aproximación decimal de un número real. Estimación, redondeo y errores.

— El número e . Logaritmos decimales y neperianos. Propiedades.

— Resolución de problemas de matemática financiera en los que intervienen el interés simple y compuesto, y se utilizan tasas, margen de beneficio, amortizaciones, capitalizaciones y números índice. Parámetros económicos y sociales.

— Repaso de álgebra. Resolución de ecuaciones e inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales con una incógnita e interpretación gráfica. Polinomios: Operaciones elementales con polinomios y fracciones algebraicas. Factorización de polinomios sencillos. Regla de Ruffini.

— Cálculo logarítmico. Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas sencillas.

— Método de Gauss. Resolución de problemas del ámbito de las ciencias sociales mediante la utilización de ecuaciones o sistemas de ecuaciones lineales.

Bloque 2. Análisis

— Las funciones reales de variable real. Gráfica y tabla de una función.

— Descripción con la terminología adecuada de funciones dadas mediante sus gráficas: Dominio, signo, cortes con los ejes, simetrías, periodicidad, tendencias, crecimiento, decrecimiento y extremos.

— Utilización de tablas y gráficas funcionales para la interpretación de fenómenos sociales.

— Obtención de valores desconocidos en funciones dadas por su tabla: Interpolación y extrapolación lineal. Problemas de aplicación.

— Aproximación al concepto de límite, finito o infinito, de una función en un punto o en el infinito como expresión de su tendencia, con apoyo gráfico y de la calculadora.

— Las funciones raíz.

— Las funciones exponencial y logarítmica.

— Aproximación al concepto de continuidad. Continuidad de las funciones polinómicas, racionales, raíz, exponenciales y logarítmicas sencillas.

— Cálculo elemental de límites de funciones (polinómicas, racionales sencillas, logarítmicas y exponenciales) en los extremos de los intervalos, finitos o no, que forman su dominio. Asíntotas horizontales y verticales.

— Características de las funciones polinómicas, raíz, exponencial, logarítmica, valor absoluto, parte entera y racionales sencillas, obtenidas a partir de la expresión analítica que las define. Las funciones definidas a trozos.

— Tasa de variación en un intervalo. Tasa de variación en un punto.

— Aproximación al concepto de derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica.

— Cálculo de derivadas: Las derivadas de las funciones polinómicas y racionales sencillas.

— La derivada y el crecimiento. Obtención de los puntos críticos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, y extremos relativos de una función f a partir de la expresión analítica de su derivada, en el caso de funciones polinómicas o racionales sencillas.

- Utilización de las funciones como herramienta para la resolución de problemas relacionados con las ciencias sociales: Financieros, de población, etc, y para la interpretación de fenómenos sociales y económicos.

Bloque 3. Probabilidad y Estadística

— Estadística descriptiva unidimensional. Tipos de variables. Métodos estadísticos. Tablas y gráficos. Parámetros estadísticos de localización, de dispersión y de posición.

- Estadística descriptiva bidimensional. Representación gráfica: Nube de puntos. Grado de relación entre dos variables estadísticas. Correlación.
- Covarianza. Coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal.
- Interpretación de fenómenos sociales y económicos en los que intervienen dos variables. Predicciones estadísticas.
- La combinatoria como técnica de recuento.
- Probabilidad en experimentos simples o compuestos. Asignación de probabilidades.
- La probabilidad en experimentos repetidos e independientes: La distribución binomial. Uso de tablas. Asignación de probabilidades.
- La distribución normal. Normal típica y uso de tablas. Tipificación de una variable normal. Asignación de probabilidades. La normal como aproximación de la binomial.

2.2. Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Bloque 1. Álgebra

- Las matrices como expresión de tablas de datos y grafos. Terminología y clasificación. Suma y producto de matrices. Interpretación del significado de las operaciones con matrices en la resolución de problemas extraídos de las ciencias sociales y en la Economía.
- Matrices cuadradas. Matriz inversa.
- Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones matriciales sencillos.
- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales y al cálculo de matrices inversas por el método de Gauss.
- Discusión y resolución de un sistema de ecuaciones lineales con dos o tres ecuaciones e incógnitas y un parámetro.
- Resolución de problemas con enunciados relativos a las ciencias sociales y a la Economía que pueden resolverse mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones lineales de dos o tres incógnitas.
- Interpretación y resolución gráfica de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales con una o dos incógnitas.

— Iniciación a la programación lineal bidimensional. Aplicación a la resolución de problemas sociales, económicos y demográficos. Interpretación de la solución obtenida.

— Utilización de distintos recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos, etcétera) como apoyo en los procedimientos que involucran el manejo de matrices, sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales.

Bloque 2. Análisis

— Límite de una función en un punto y en el infinito. Continuidad. Estudio de la continuidad en funciones elementales y en funciones definidas a trozos. Determinación de asíntotas en funciones racionales.

— Tasa de variación. Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica. Recta tangente a una curva en un punto. Función derivada.

— Problemas de aplicación de la derivada en las ciencias sociales y en la Economía: Tasa de variación de la población, ritmo de crecimiento, coste marginal, etc.

— Cálculo de derivadas de funciones elementales sencillas, que sean sumas, productos, cocientes y composición de funciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas.

— Aplicación de las derivadas al estudio de las propiedades locales y globales de las funciones elementales y a la resolución de problemas de optimización relacionados con las ciencias sociales y la Economía.

— Estudio y representación gráfica de una función f polinómica, racional, raíz, exponencial o logarítmica sencilla, a partir de sus propiedades locales y globales obtenidas del estudio de f y de f' .

— Utilización de distintos recursos tecnológicos (calculadoras científicas y gráficas, programas informáticos) como apoyo en el análisis de las propiedades de funciones pertenecientes a las familias más conocidas.

Bloque 3. Probabilidad y Estadística

— Probabilidad. Asignación de probabilidades: Ley de Laplace, diagramas de árbol, etc.

— Probabilidades a priori y a posteriori, probabilidad compuesta, condicionada y total. Teorema de Bayes.

— Consecuencias prácticas del Teorema central del límite, del teorema de aproximación de la binomial por la normal y de la Ley de los grandes números.

— Muestreo. Problemas relacionados con la elección de las muestras. Condiciones de representatividad. Parámetros de una población.

— Distribuciones de probabilidad de las medias y proporciones muestrales.

— Intervalo de confianza para el parámetro p de una distribución binomial y para la media de una distribución normal de desviación típica conocida.

-Contraste de hipótesis para la proporción de una distribución binomial y para la media o diferencias de medias de distribuciones normales con desviación típica conocida.

3. Grados de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de León

Matemáticas 1

Bloque Algebra Lineal

TEMA 1.- SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

5.1 Concepto y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

5.2 Tipos de sistemas. Sistemas equivalentes.

5.3 Eliminación Gaussiana.

TEMA 2.- MATRICES

6.1 Definición de matriz. Tipos.

6.2 Operaciones con matrices. Propiedades.

6.3 Matrices y sistemas de ecuaciones lineales. Rango de una matriz.

6.4 Cálculo de la inversa.

6.5 Aplicaciones de las matrices.

Bloque de Análisis

TEMA 1.-LIMITE Y CONTINUIDAD DE UNA FUNCION REAL

- 1.1 Función real de variable real.
- 1.2 Operaciones con funciones. Función compuesta. Función inversa.
- 1.3 Límite de una función en un punto. Propiedades del límite.
- 1.4 Funciones equivalentes. Infinitésimos. Infinitos.
- 1.5 Continuidad de una función en un punto. Tipos de discontinuidades.
- 1.6 Propiedades de las funciones continuas.

TEMA 2.- DERIVABILIDAD DE FUNCIONES REALES

- 2.1 Derivada de una función en un punto: Interpretación geométrica.
- 2.2 Cálculo de derivadas.
- 2.3 Continuidad y derivabilidad.
- 2.4 Propiedades de las funciones derivables.
- 2.5 Derivadas sucesivas de funciones explícitas.
- 2.6 Derivación implícita.
- 2.7 Diferencial de una función.

TEMA 3.- PROPIEDADES Y APLICACIONES DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN.

- 3.1 Teorema de Rolle. Teorema de Cauchy. Fórmula de los incrementos finitos. Regla de L'Hopital.
- 3.2 Fórmula de Taylor. Aproximación polinómica.

- 3.3 Extremos relativos. Extremos absolutos.
- 3.4 Condición necesaria para la existencia de extremo. Condiciones suficientes.
- 3.5 Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.
- 3.6 Aplicaciones de la derivada a la Economía.

TEMA 4.- INTEGRACIÓN

- 4.1 Integral definida: Concepto.
- 4.2 Propiedades de la integral definida.
- 4.3 Teorema fundamental del Cálculo Integral. Regla de Barrow.
- 4.4 Integrales impropias.
- 4.5 Función primitiva. Métodos de integración.
- 4.6 Aplicaciones de la integral a la Economía.

ANEXO 2

CUESTIONARIOS

1. CUESTIONARIO A PROFESORES DE BACHILLERATO

Introducción

Le agradecemos su colaboración en este trabajo de investigación. Se garantizará en todo momento la confidencialidad de sus respuestas que serán utilizadas únicamente con un fin académico.

El objetivo es analizar las dificultades que encuentran los alumnos que acceden al primer curso de Matemáticas en la Facultad. Las preguntas son sencillas y de respuesta cerrada en su mayoría. Para facilitar el análisis, se encuentran agrupadas en tres ámbitos: currículo, métodos docentes y formalización matemática.

Cuestionario

Currículo

1.1. En su opinión, en Matemáticas I ¿Cuál es el bloque **más** importante?

- Aritmética y Algebra
- Análisis
- Geometría
- Estadística y Probabilidad
- Todos tienen la misma importancia

1.2. En su opinión, en Matemáticas I ¿Cuál es el bloque **menos** importante?

- Aritmética y Algebra
- Análisis
- Geometría
- Estadística y Probabilidad
- Todos tienen la misma importancia

1.3 En su opinión, en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I ¿Cuál es el bloque **más** importante?

- Aritmética y Álgebra
- Análisis
- Estadística y Probabilidad
- Todos tienen la misma importancia

1.4 En su opinión, en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I. ¿Cuál es el bloque **menos** importante?

- Aritmética y Álgebra
- Análisis
- Estadística y Probabilidad
- Todos tienen la misma importancia

1.5 En su opinión, en Matemáticas II ¿Cuál es el bloque **más** importante?

- Álgebra
- Análisis
- Geometría
- Todos tienen la misma importancia

1.6 En su opinión, en Matemáticas II ¿Cuál es el bloque **menos** importante?

- Álgebra
- Análisis
- Geometría
- Todos tienen la misma importancia

1.7 En su opinión, en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias sociales II ¿Cuál es el bloque **más** importante?

- Álgebra
- Análisis
- Estadística y Probabilidad
- Todos tienen la misma importancia

1.8 En su opinión, en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias sociales II. ¿Cuál es el bloque **menos** importante?

- Álgebra
- Análisis
- Estadística y Probabilidad
- Todos tienen la misma importancia

1.9 ¿Cuál es bloque que imparte en último lugar en Matemáticas I?

- Aritmética y Álgebra
- Análisis
- Geometría
- Estadística y Probabilidad

1.10 ¿Cuál es el bloque que imparte en primer lugar en Matemáticas I?

- Aritmética y Álgebra
- Análisis
- Geometría
- Estadística y Probabilidad

1.11 ¿Cuál es el bloque que imparte en último lugar en Matemáticas II?

- Álgebra
- Análisis
- Geometría

1.12 ¿Cuál es el bloque que imparte en primer lugar en Matemáticas II?

- Álgebra
- Análisis
- Geometría

1.13 ¿Cuál es el bloque que imparte en último lugar en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I?

- Aritmética y Álgebra
- Análisis
- Estadística y Probabilidad

1.14 ¿Cuál es bloque que imparte en primer lugar en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I?

- Aritmética y Algebra
- Análisis
- Estadística y Probabilidad

1.15 ¿Cuál es el bloque que imparte en último lugar en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II?

- Algebra
- Análisis
- Estadística y Probabilidad

1.16 ¿Cuál es bloque que imparte en primer lugar en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II?

- Algebra
- Análisis
- Estadística y Probabilidad

1.17 ¿Le ha dado tiempo a dar todo el programa de Matemáticas I?

- Si
- No

1.18 Si ha contestado que **NO** a la pregunta anterior. ¿Qué temas le han quedado por ver?

1.19 ¿Le ha dado tiempo a impartir todo el programa de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I?

- Si
- No

1.20 Si ha contestado que **NO** a la pregunta anterior. ¿Qué temas le han quedado por ver?

1.21 ¿Cree que los alumnos que cursan el bachillerato de sociales tienen carencias en Geometría?

Sí

No

1.22 ¿Cree que los alumnos que cursan el bachillerato de ciencias o tecnología tienen carencias en Estadística y Probabilidad?

Sí

No

1.23 ¿Cree que los alumnos de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II deberían conocer el cálculo integral?

Sí

No

Métodos docentes

2.1. ¿Tiene para usted más importancia la teoría que la práctica en Matemáticas?

Sí

No

2.2. ¿Considera que le falta tiempo para trabajar la interpretación de los resultados en los problemas?

Sí

No

2.3. Valore la importancia de las demostraciones de los teoremas a nivel de bachillerato.

Nada importantes

Poco importantes

Muy importantes

2.4. ¿Qué pensamiento predomina en sus clases?

- Analítico-aritmético
- Geométrico
- Ninguno de los dos

2.5. ¿Utiliza en sus clases programas de cálculo simbólico al menos una hora de clase a la semana para reforzar los conceptos explicados en clase?

- Si
- No

2.6. ¿Propone a sus alumnos problemas de aplicación reales (Física, Economía, vida diaria, etc.)?

- Si
- No

2.7. ¿Propone a sus alumnos problemas abiertos?

- Si
- No

2.8. ¿La clase es expositiva normalmente?

- Si
- No

2.9. En los exámenes penaliza a sus alumnos debido a errores aritméticos.

- Si
- No

Formalización.

3.1. Valore la importancia de la nomenclatura (lenguaje matemático) a nivel del bachillerato

- Nada importante
- Poco importante
- Muy importante

3.2. ¿Cree que se deben poner en las actividades cuestiones teóricas para ayudar a los alumnos a comprender la teoría?

Si

No

3.3. Valore en qué medida los alumnos tienen problemas de razonamiento matemático:

Ninguno tiene dificultad

Pocos tienen dificultades

La mitad aproximadamente tiene dificultades

Casi todos tienen dificultades

Todos tienen dificultades

3.4. Valore las dificultades en la comprensión del lenguaje de la teoría de conjuntos por los alumnos:

Ninguno tiene dificultad

Pocos tienen dificultades

La mitad aproximadamente tiene dificultades

Casi todos tienen dificultades

Todos tienen dificultades

3.5. En los exámenes penaliza a sus alumnos debido a errores de notación (uso del lenguaje matemático)

Si

No

Le agradecemos su colaboración en este cuestionario.

Muchas gracias.

2. CUESTIONARIO A PROFESORES DE UNIVERSIDAD

Introducción

Le agradecemos su colaboración en este trabajo de investigación. Se garantizará en todo momento la confidencialidad de sus respuestas que serán utilizadas únicamente con un fin académico.

El objetivo es analizar las dificultades que encuentran los alumnos que acceden al primer curso de las Matemáticas en la FCEE. Las preguntas son sencillas y de respuesta cerrada en su mayoría. Para facilitar el análisis, se encuentran agrupadas en tres ámbitos: currículo, métodos docentes y formalización matemática.

Cuestionario

Marque con una cruz la respuesta que usted cree que es la correcta.

Currículo

1.1 Valore en qué medida los alumnos que llegan a la FCEE tienen dificultades en las destrezas operacionales básicas (operaciones con radicales, operaciones con racionales, etc.)

- Ninguno tiene dificultades
- Pocos tienen dificultades
- La mitad aproximadamente tienen dificultades
- Bastantes tienen dificultades
- Todos tienen dificultades

1.2 ¿Cree que tienen errores conceptuales básicos en matemáticas (raíz de una suma igual a la suma de las raíces, dividir entre cero, errores al racionalizar, etc.)?

- Si
- No

1.3 Describa un error matemático que le haya sorprendido.

1.4 ¿Cometen errores de cálculo algebraico?

- Si
- No

1.5 ¿Cuántos alumnos cree que tienen dificultades en la resolución de ecuaciones e inecuaciones?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.6 ¿Cuántos alumnos cree que tienen dificultades en la resolución de sistemas de ecuaciones y sistemas de inecuaciones?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.7 ¿Cuántos alumnos cree que tienen dificultades al traducir al lenguaje algebraico situaciones reales?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.8 ¿Cuántos alumnos cree que tienen dificultades cuando trabajan con las funciones elementales? (polinómicas, algebraicas, exponenciales, logarítmicas)

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.9 ¿Cuántos alumnos cree que tienen dificultades en el cálculo de límites?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.10 ¿Cuántos alumnos cree que tienen dificultades en la comprensión del concepto de límite?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.11 ¿Cuántos alumnos cree que tienen dificultades en el cálculo de derivadas?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.12 ¿Cuántos alumnos cree que tienen dificultades en la interpretación del concepto de derivada?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.13 ¿Cuántos alumnos cree que tienen dificultades en la aplicación de las derivadas a la resolución de problemas?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.14 ¿Los alumnos que cursan Matemáticas I en la FCEE tienen carencias en Geometría?

- Si
- No

1.15 ¿Cuántos alumnos conocen la teoría de conjuntos y sus propiedades?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

1.16 ¿Cuántos alumnos que cursan Matemáticas I conocen las sucesiones y sus propiedades?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

Métodos docentes

2.1. ¿Tiene para usted más importancia la teoría que la práctica?

- Si
- No

2.2. ¿Le da importancia a la interpretación de los resultados en un problema?

- Si
- No

2.3. Indicar el grado de importancia de las demostraciones de los teoremas:

- Nada importante.
- Poco importante
- Muy importante

2.4. ¿Qué clase de pensamiento predomina en sus clases?

- Analítico-aritmético
- Geométrico
- Ninguno de los dados anteriormente

2.5. ¿Utiliza en Matemáticas programas de cálculo simbólico?

- Si
- No

2.6. ¿Propone a sus alumnos problemas de aplicación de la teoría a situaciones económicas?

- Si
- No

2.7. ¿Propone a sus alumnos problemas abiertos?

- Si
- No

2.8. La forma de dar las clases normalmente es:

- Expositiva por parte del profesor
- Expositiva por parte del profesor y con participación de los alumnos
- En grupos dirigidos por el profesor

2.9. En los exámenes penaliza a sus alumnos debido a errores aritméticos.

- Si
- No

Formalización matemática

3.1. Valore la importancia de la nomenclatura (lenguaje matemático):

- Nada importante
- Poco importante
- Muy importante

3.2. ¿Cree que se deben poner en las actividades cuestiones teóricas para ayudar a los alumnos a comprender la teoría?

- Si
- No

3.3. ¿Cuántos alumnos cree que tienen problemas de razonamiento matemático?

- Ninguno
- Pocos
- La mitad aproximadamente
- Casi todos
- Todos

3.4. ¿Cree que los alumnos saben aplicar el procedimiento de reducción al absurdo en una demostración?

- Si
- No

3.5. ¿Cree que los alumnos saben aplicar el método de inducción en una demostración?

- Si
- No

3.6 En los exámenes penaliza a sus alumnos debido a errores de notación (uso del lenguaje matemático)

- Si
- No

Agradecemos su colaboración en este cuestionario.

Muchas gracias.

3. CUESTIONARIO A LOS ALUMNOS

Introducción

Le agradecemos su colaboración en esta encuesta. Se garantizará en todo momento la confidencialidad de sus respuestas que serán utilizadas únicamente con un fin académico.

El objetivo de este trabajo es analizar las dificultades que encuentran los alumnos que acceden al primer curso de Matemáticas en la FCEE (MIFCEE). Las preguntas son sencillas y de respuesta cerrada en su mayoría. Para facilitar el análisis se encuentran agrupadas en tres ámbitos: currículo, métodos docentes y formalización matemática.

Cuestionario

Marque con una cruz la respuesta que usted cree que es la correcta.

Currículo

1.1. ¿Qué bachillerato ha cursado?

- Bachillerato de Sociales
- Bachillerato de Ciencias
- Bachillerato Tecnológico
- Bachillerato de Humanidades
- Bachillerato de Artes

1.2. ¿Ha superado las Matemáticas del primer curso de la facultad en primera convocatoria?

- Si
- No

1.3. ¿Cree que tenía falta de base cuando comenzó el curso de Matemáticas?

- Si
- No

1.4. Valore las dificultades en el bloque de Álgebra.

- Ninguna dificultad
- Algunas dificultades
- Muchas dificultades

1.5. Valore las dificultades en el bloque de Análisis.

- Ninguna dificultad
- Algunas dificultades
- Muchas dificultades

1.6. Valore las dificultades en las demostraciones de los teoremas.

- Ninguna dificultad
- Algunas dificultades
- Muchas dificultades

1.7. Valore las dificultades en la comprensión de los distintos conceptos.

- Ninguna dificultad
- Algunas dificultades
- Muchas dificultades

1.8. Valore las dificultades encontradas en la resolución de los problemas.

- Ninguna dificultad
- Algunas dificultades
- Muchas dificultades

1.9. ¿Durante el curso académico ha necesitado ir a clases particulares para ayudarle con las Matemáticas?

- Si
- No

1.10. Valore el salto encontrado entre las matemáticas cursadas en segundo de bachillerato y las Matemáticas de la facultad

- No he encontrado ningún salto
- He encontrado algún salto
- He encontrado un gran salto

1.11. ¿Ha asistido durante el curso a las tutorías para consultar dudas de Matemáticas?

- Si
- No

1.12 ¿Qué nota ha obtenido en Matemáticas en el primer curso de la Facultad?

Métodos docentes

2.1. Valore la diferencia en la forma de explicar del profesor de la FCEE respecto al profesor que le dio clase en segundo de bachillerato en Matemáticas:

- Ninguna diferencia
- Algunas diferencias
- Muchas diferencias

2.2. ¿Se han mostrado en clase aplicaciones económicas de los distintos conceptos?

- Si
- No

2.3. Valore en qué medida los problemas resueltos en la clase de Matemáticas eran interesantes para usted:

- Nada interesantes
- Algo interesantes
- Muy interesantes

2.4. ¿Ha utilizado algún programa de cálculo matemático de forma habitual?

- Si
- No

2.5. Las clases impartidas habitualmente por el profesor son:

- El profesor explica y el alumno atiende.
- El profesor explica y el alumno participa.
- Trabajos en grupo dirigidos por el profesor.

2.6. ¿En clase de Matemáticas los alumnos participan de forma activa?

- Si
- No

2.7. ¿Sabes lo que es un diagrama en árbol?

- Si
- No

2.8. ¿Conoces los pasos para resolver un problema?

- Si
- No

2.9. ¿Los problemas propuestos en el examen eran similares a los realizados en clase?

- Si
- No

2.10. ¿En el examen le han propuesto problemas para aplicar la teoría a situaciones reales?

- Si
- No

2.11. ¿En el examen le han propuesto cuestiones teóricas?

- Si
- No

2.12. ¿En los exámenes le piden que resuelva un problema aplicando distintas técnicas?

- Si
- No

2.13. ¿En los problemas se le pide que interprete los resultados?

- Si
- No

Formalización matemática

3.1. Valore las dificultades encontradas en la comprensión del lenguaje matemático cuando el profesor explica en la pizarra o cuando lees un libro de Matemáticas:

- Ninguna dificultad
- Algunas dificultades
- Muchas dificultades

3.2. Valore las dificultades a la hora de razonar la teoría explicada:

- Ninguna dificultad
- Algunas dificultades
- Muchas dificultades

3.3. ¿Sabes lo que es el método de inducción matemática?

- Si
- No

3.4. ¿Sabes lo que es el método de reducción al absurdo?

- Si
- No

3.5. ¿Distingues en un teorema la condición necesaria de la suficiente?

- Si
- No

3.6. ¿Sabes lo que es un contraejemplo?

- Si
- No

Le agradecemos su colaboración en este cuestionario.
Muchas gracias.